

Portföy Seçim Problemi Üzerine Karşılaştırmalı Alternatif Yaklaşımlar*

Murat ATAN¹

Sibel ATAN²

Burcu HALICI³

Özet

Matematiksel programlama tabanlı üç farklı alternatif portföy modeli sonuçları genel olarak değerlendirildiğinde; gerek getiri ençoklaması, gerekse risk en küçüklemesi şeklinde modellenen tek amaçlı modellerin çok amaçlı modellere göre daha olumlu sonuçlar ortaya çıkardığı bulunmuştur. Çok amaçlı modeller, daha yüksek getiri sağlayabilmektedir ancak eğer model çok iyi tanımlanmaz ya da amaçlar doğru şekilde belirlenemez ise getiri (kazanç) yerine kayıp ile karşılaşılabilir. Çalışmada, 84 aylık dönem için BIST 30 endeksinde yer alan şirketlerin hisse senetleri verilerine matematiksel programlama yöntemlerinden karesel, hedef ve doğrusal programlama modelleri ile en uygun portföyün oluşturulmasını içermektedir. Sonuçta yatırımcının stratejilerine göre hangi alternatif yatırım modelinin daha karlı bir sonuç doğuracağı önerilmiştir. “Yatırımcının kendi durumuna göre en uygun matematiksel programlama tabanlı modeli seçmesi, amaçlarına ulaşmasında yatırımcıya yol gösterecektir” sonucuna ulaşılmıştır. Riski seven yatırımcı tipi için doğrusal programlama tabanlı modeller uygun iken, bütçe kısıdı olmayan ve getiri artışı hedefleyen yatırımcı tipi için hedef programlama tabanlı modeller daha uygundur. Riskten kaçınan ve elde edebileceği en yüksek getiriyi kabul edebilecek yatırımcı tipi için ise karesel programlama tabanlı modeller daha uygun olacaktır.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel Modelleme, Karesel Programlama, Hedef Programlama, Doğrusal Programlama, Optimal Portföy Analizi

JEL Sınıflandırılması: C02, C61, G11.

Portfolio Selection Problem: Comparative Alternative Approaches

Abstract

This study intended to select the optimal portfolio for equities of companies in BIST 30 index based on data from an 84-month period through several mathematical programming

* Bu çalışma Prof. Dr. Murat ATAN'ın danışmanlığında Burcu HALICI tarafından hazırlanmış ve Gazi Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ekonometri Anabilim dalında Yüksek Lisans Tezi olarak sunulan tez çalışmasından üretilmiştir.

¹ Prof. Dr., Gazi Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Ekonometri Bölümü, Ankara, atan@gazi.edu.tr, orcid.org/ 0000-0002-2485-9456.

² Doç. Dr., Gazi Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Ekonometri Bölümü, Ankara, sduman@gazi.edu.tr

³ Yüksek Lisans Mezunu, Gazi Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ekonometri Anabilim Dalı, Ankara, bhalici@gmail.com

methods such as quadratic programming, goal programming, and linear programming. The results were evaluated and suggestions were made about which alternative investment model would yield higher returns according to the strategies of the investor. In the study, the companies included in the BIST 30 index for the 84-month period include the most appropriate portfolio of stock data, with mathematical programming methods, with square, objective and linear programming models. As a result, it is suggested that which alternative investment model will have a more profitable effect according to investor's strategies. "The investor chooses the most suitable mathematical programming based model according to his / her situation, it will lead the investor to reach his / her goals". While the linear programming based models are suitable for the investor type that is favorable to the investor, the target programming based models are more suitable for the investor type that does not have the budget constraint and aims to increase the yield. Quadratic programming-based models would be more appropriate for the type of investor who can avoid and profitably receive the highest return.

Keywords: Mathematical Modelling, Quadratic Programming, Goal Programming, Linear Programming, Optimal Portfolio Analysis

JEL Classification: C02, C61, G11.

1. Giriş

Yatırımcıların, birikimlerini sermaye piyasalarında değerlendirmeye başlaması ile birlikte, portföy seçimi ve portföy yönetimi ile ilgili araştırmalar yapılması önem kazanmıştır. Portföy yönetimi, yatırımcının tercih ve ihtiyaçlarına göre menkul kıymetlerin bir araya getirilmesi şeklinde tanımlanabilir. Yatırımcının amacı, en az risk ile en fazla getirili portföyü oluşturmak veya aynı riske sahip daha fazla getirili portföyleri elde etmektir.

Bireyler, iktisadi kısıtlayıcı koşullar altında gelecekteki yaşamını garanti altına almak için, sahip olduğu varlıklardan elde edecekleri toplam getirilerini, belirli risk düzeyinde arttırmayı planlamaktadır. Birçok seçenekle karşı karşıya kalan bireyler, varlıklarını ne şekilde değerlendireceklerine yönelik karar vermeye çalışırlar.

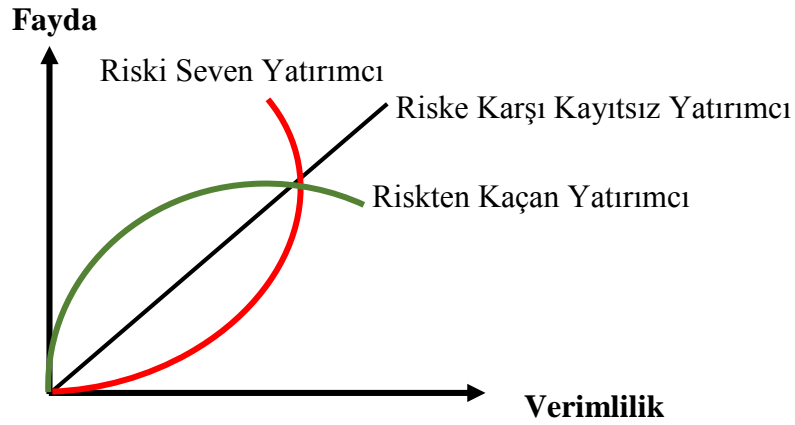
Portföy yönetimi, belirli kısıtlar altında çok sayıda yatırım aracını, en az risk ile en fazla getiriyi sağlayacak şekilde yönetme faaliyetidir. Portföy yönetiminde, risk ölçütü olarak standart sapma ve varyans kullanılır. σ_i ile ifade edilen standart sapma, hisse senedi getirilerinin beklenen getiriden ne kadar saptığını gösterir. Standart sapmanın ve varyansın küçüklüğü, riskin az olduğunun göstergesidir.

Beta katsayısı ise, bir menkul kıymetin sistematik (pazar) riskinin ölçüsüdür. Bir menkul kıymete ilişkin beta katsayısının 1 olması, piyasadan ne daha fazla ne de daha az risk içermediğini, piyasayla aynı riski taşıdığını gösterir. Bir menkul kıymetin beta katsayısının 1'den yüksek olması, menkul kıymetin fiyatının piyasadan daha fazla yükseleceğini ya da düşeceğini gösterir. Bir menkul kıymetin beta katsayısının 1'den düşük olması, menkul kıymetin fiyatının piyasadan daha az yükseleceğini ya da düşeceğini gösterir. Beta katsayısı 1'den yüksek olan menkul kıymetler beta katsayısı 1'den küçük olan menkul kıymetlere oranla daha yüksek risk içerirler ve dolayısıyla beta katsayısı 1'den yüksek olan menkul kıymetlerden oluşan portföyün de riski daha yüksek olur.

2. Portföylerde Risk ve Beklenen Getiri ile Portföy Çeşitlendirmesi

Yatırım kararlarında, beklenen getiri ve risk dikkate alınan iki temel boyutu oluşturmaktadır. Getiri, bir yatırımdan belirli bir dönem içinde yapılan yatırıma karşılık elde edilen gelirdir. Beklenmeyen bir durumun ortaya çıkma olasılığı olarak ifade edilebilen risk kavramı ise portföy yönetiminde, portföyün gerçekleşen getirisinin beklenen getirisinden sapma olasılığı olarak tanımlanabilir (Şakar, 1997: 245).

Her yatırımcının risk-getiri profili farklıdır. Risk karşısındaki yatırımcı tipleri; riskten kaçınan, riske karşı kayıtsız ve risk seven yatırımcı olmak üzere üç gruba ayrılır. Bu üç durum, grafik üzerinde Şekil 1’ de gösterildiği gibidir:



Şekil 1: Risk Karşısında Yatırımcı Tipleri

Riskten kaçınan (riski sevmeyen) yatırımcılar, getirileri belli olan iki yatırım aracından daha az riske sahip olanı tercih ederler. Riskten kaçınan bir yatırımcının sağlayacağı verimliliklerin faydası, her ek yatırımda azalarak devam eder. Riske karşı kayıtsız yatırımcılar için hangi yatırımın seçileceği önemli değildir. Yatırımcıların risk ve verim arasında kayıtsız kaldıkları söylenebilir. Riski seven bir yatırımcının, her bir ek yatırımda kazanacağı verimliliğin faydası da giderek artmaktadır (Korkmaz ve Ceylan, 2006: 477).

Portföy çeşitlendirmesi konusunda geleneksel ve modern olmak üzere iki yaklaşımdan söz edilebilir. Geleneksel yaklaşımın amacı, yatırımcının sağlayacağı faydayı maksimize etmektir. Portföy oluşturmanın esas amacı, riskin dağıtılmasıdır. Portföyü oluşturan menkul kıymetlerin getirileri aynı yönde hareket etmeyeceğinden, portföyün riski tek bir menkul kıymetin riskinden küçük olacaktır. Geleneksel portföy teorisi, bu prensipten hareketle, portföy içindeki menkul kıymet sayısının artırılması ilkesine dayanmaktadır. Bu yaklaşım, bütün yumurtaları aynı sepete koymamak şeklinde tanımlanabilir. Portföy çeşitlendirmesinde ikinci yaklaşım, modern yaklaşımdır. Modern yaklaşımda portföy çeşitlendirmesi, Markowitz modeline göre yapılmaktadır. Markowitz'e göre, sadece çeşitlendirme yapılarak, riski azaltmak mümkün değildir. Markowitz modeli ile portföy

Murat ATAN, Sibel ATAN, Burcu HALICI

çerçevesinde, öncelik ve görelî önemlerine göre istenmeyen sapmaların toplamını en aza indirmektir.

Hedef Programlamamın genel matematiksel yapısı (2) nolu eşitlikte verildiği gibidir:

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= \sum_{k=1}^k \sum_{i=1}^l P_k (w_{ik}d_i^+ + w_{ik}d_i^-) \\ &\sum_{j=1}^m (a_{ij}\bar{x}_j + d_i^- - d_i^+) = b_i \\ \bar{x}_j, d_i^-, d_i^+ &\geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, m \text{ ve } j = 1, 2, \dots, m \end{aligned} \quad (2)$$

(2) nolu matematiksel modelde,

\bar{x}_j : Karar değişkenleri

b_i : i. hedef düzeyi

d_i^- : Hedeften negatif sapma

d_i^+ : Hedeften pozitif sapma

w_{ik}^+, w_{ik}^- : k öncelik düzeyindeki, i. hedefin sapma değişkenlerine verilmiş olan asıl ağırlıklar

P_k : k hedefine verilen, tahsis edilmiş öncelik P_1, \dots, P_{k+1}

a_{ij} : i. hedefte X_j ile ilgili teknoloji katsayısını göstermektedir.

3.3. Karesel Programlama

Karesel programlama, doğrusal olmayan yapıda tanımlanan bir yönelem araştırması yöntemidir. Karesel programlama, amaç fonksiyonu doğrusal olmayan ve kısıtları doğrusal eşitsizlik ve eşitlik şeklinde tanımlanan bir matematiksel model yapısına sahiptir.

Bir karesel programlama modeli, (3) numaralı matematiksel model sisteminde tanımlandığı gibidir:

$$\begin{aligned} \text{Maks (veya Min) } Z &= CX + X'QX \\ AX (\leq, =, \geq) &B \\ X &\geq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

(3) nolu modelde yer alan,

$X_{n \times 1}$: Karar değişkenleri

$C_{1 \times n}$: Amaç fonksiyonunun doğrusal bölümünün sabit katsayısı

$Q_{n \times n}$: Amaç fonksiyonunun karesel bölümünün sabit katsayısı

$A_{m \times n}$: Kısıtlar matrisinin sabit katsayısı

$B_{m \times 1}$: Kısıtların sağ taraf değerleri şeklinde tanımlanır.

Markowitz tarafından geliştirilen standart karesel programlama şeklindeki ortalama varyans modeli, yatırımcı tarafından hedeflenen beklenen getiri düzeyine eşit getiriyi, en az risk ile sağlayan portföyü elde etmeyi amaçlamaktadır. Bu modelde, amaç fonksiyonu olan portföy varyansı, belirli kısıtlar altında en küçüklenmeye çalışılır (Akgüç, 2000: 77).

3.4. Matematiksel Programlama Yöntemleri ile Portföy Seçimi Üzerine Literatür Taraması

Cihangir ve Sabuncu (2018) çalışmasında, yatırımcıların daha az riskler üstlenerek daha fazla getiri almasını sağlayacak en iyi portföyü kurması üzerine çalışmışlardır. Bu amaçla hedef programlama modeli ile en iyi portföyü oluşturan modelin etkinliği Türkiye'nin beş yüz büyük sanayi kuruluşu verileri kullanılarak çözümlenmiştir.

Bayramoğlu ve Yayalar (2017) çalışmalarında bir portföy için Sharpe, M^2 , Fama ve VaR ölçütlerini kullanarak Markowitz ortalama varyans modeli ile farklı kısıtlar çerçevesinde portföy ençoklaması yapmışlardır. Yukarıda sayılan portföy performans ölçütlerinden hangisinin portföy ençoklamasında daha iyi olduğunu bulmaya çalışmışlardır.

Erdaş ve Demir (2016) çalışmasında, mali ve finansal piyasalardaki belirsizlikleri dikkate alarak yatırım yapmayı planlayan yatırımcı kişilere en iyi yatırımlar konusunda yol göstermek ve optimal bir portföy seçim modeli oluşturmak amacıyla çeşitli uygulamalar yapmışlardır.

Mortaş ve Garip (2015) çalışmasında Borsa İstanbul'da (BİST) sektör endekslerinde işlem gören hisse senetlerinin 2013 yılı aylık endeks kapanış fiyat bilgilerini kullanarak modern portföy teorisi kısıtları kullanılarak yapılan bir yatırım çeşitlendirmede riskin nasıl azaltılabileceğini araştırmışlardır.

Toraman, C., Yürük, M. F. (2014) çalışmasında Markowitz karesel programlama tabanlı modeli ile en iyi portföy seçimi problemini araştırmıştır. Uygulama için Borsa İstanbul (BİST) Ulusal-100 endeksinde işlem gören şirketlerin verileri kullanılmıştır. Çalışma sonucunda yatırımcının risk karşısındaki davranışına göre etkin sınır üzerinde yer alan portföylerin daha fazla getiri sağladığı sonucuna ulaşılmıştır.

Abay (2013) çalışmasında, karesel programlama Markowitz portföy seçim modeli ile İMKB 30 şirket hisse senetlerinin 2005 yılı on iki aylık getiri verileri kullanılarak beklenen getiri ve varyans – kovaryans matrisi oluşturulmuş ve karesel programlama model çözümlenmesi yapılmıştır.

Murat ATAN, Sibel ATAN, Burcu HALICI

Kaya ve Kocadağlı (2012) alışmasında Markowitz (1952)'in ortalama - varyans, Sharpe (1964)'in tek indeks ve Konno ve Yamazaki (1991)'nin ortalama mutlak sapma modellerini baz alan ve piyasanın eğilimine göre beta katsayısı kısıtlarını içeren yeni bir portföy seçim modeli önermişlerdir.

İskenderoğlu ve Karadeniz (2011) alışmasında, İMKB 30 ve İMKB 100 endeks getirisinden daha düşük riske sahip bir portföy oluşturmanın mümkün olup olmadığı araştırmışlardır. Sonuçta iyi çeşitlendirilmiş bir portföyde en az ve en çok kaç adet hisse senedi olması gerektiği incelenmiştir.

Kardiyen (2007) alışmasında, alternatif portföy modellerinden biri olan ve en iyi portföyü verdiği iddia edilen doğrusal programlama probleminin çözümü ortalama mutlak sapma modeli üzerine çalışmıştır. İMKB verileri kullanılarak modele ait sonuçlar değerlendirilmiştir.

4. Veri Kümesi, Değişkenler ve Varsayımlar

Çalışmada kullanılan veri kümesi, BIST 30 endeksi içinde yer alan şirketlerin hisse senetlerinin 84 aylık dönem için aylık verilerden oluşmaktadır. Bu veriler çerçevesinde, ele alınan teknikler kullanılarak etkin portföylerin oluşturulması amaçlanmıştır.

Çalışmanın senaryosu, yatırımcının sahip olduğu 10000 'lik fonu, aylık getirisini enoklayacağı şekilde BIST 30 endeksi içinde yer alan hisse senetlerine yatırmayı planlaması üzerine oluşturulmuştur.

Bu çerçevede, yatırımcı aşağıdaki varsayımları dikkate alarak portföy oluşturacaktır. Bu varsayımlar yatırımcının;

- En az ilgili dönemde gerçekleşen piyasa getirisi % 236 kadar bir getirinin sağlanmasını planlamıştır.
- Yüksek riskli ($\beta > 1$ olan) hisse senetlerine elindeki fonun en az % 25'ini yatırmayı,
- Düşük riskli ($\beta < 1$ olan) hisse senetlerine elindeki fonun en fazla % 50'sini yatırmayı,
- Sahip olduğu fonun (10 000 ) en az %25'ini bankacılık ve sigortacılık sektörüne yatırmayı,
- Bu fonun, en az %25'ini holding sektörüne yatırmayı,
- Bu fonun, en az %30'unu imalat sektörüne yatırmayı,
- Bu fonun, en az %10'unu hizmet sektörüne yatırmayı planlaması şeklinde tanımlanmıştır.

Bu bilgiler altında, yatırımcı sahip olduğu 10 000  fonunu, BIST 30 endeksi içinde yer alan hisse senetlerine hangi miktarlarda pay edeceğini merak etmektedir. Bu miktarlar, çalışmada kullanılan üç farklı yönteme ilişkin modelde yer alan karar değişkenleri ile ifade edilmiştir.

5. Araştırma Bulguları

Araştırma bulguları aşağıda üç matematiksel model için ayrı ayrı verilmiştir. Başlıkların ilkinde doğrusal programlama yöntemi ile oluşturulan portföy modeli sonuçları verilmiştir. İkincisinde hedef programlama yöntemi ile oluşturulan portföy modeli sonuçları, üçüncüsünde ise karesel programlama modeli ile oluşturulan portföy modeli sonuçları yer almıştır.

5.1. Doğrusal Programlama Yöntemi ile Optimal Portföy Modeli

Doğrusal programlama matematiksel modeli aşağıda tanımlanmıştır:

Amaç Fonksiyonu $Z_{Maks/Min}$

$$\begin{aligned} &= 2,25X_1 + 1,57X_2 + 4,26X_3 + 2,64X_4 + 1,83X_5 \\ &+ 2,07X_6 + 2,90X_7 + 1,63X_8 + 1,78X_9 + 1,02X_{10} + 3,30X_{11} + 1,82X_{12} \\ &+ 1,99X_{13} + 0,47X_{14} + 0,19X_{15} + 3,67X_{16} + 0,61X_{17} + 1,42X_{18} + 2,02X_{19} \\ &+ 2,02X_{20} + 1,95X_{20} \end{aligned}$$

Kısıtlar

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} = 10000$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} \geq 2363$$

$$X_2 + X_3 + X_4 + X_6 + X_7 + X_9 + X_{12} + X_{13} + X_{19} \geq 2500$$

$$X_1 + X_5 + X_8 + X_{10} + X_{11} + X_{14} + X_{15} + X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{20} \leq 5000$$

$$X_1 + X_6 + X_7 + X_{13} \geq 2500$$

$$X_3 + X_4 + X_9 + X_{10} \geq 2500$$

$$X_2 + X_5 + X_{11} + X_{12} + X_{14} + X_{15} + X_{17} + X_{20} \geq 3000$$

$$X_8 + X_{16} + X_{18} \geq 1000$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}, X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}, X_{15}, X_{16}, X_{17}, X_{18}, X_{19}, X_{20} \geq 0$$

Bu model, WINQSB paket programı kullanılarak çözümlenmiştir (Chang, 2003). Doğrusal programlama modeli sonuçlarına göre; yatırımcı 10 000 ₺ fonunu, BIST 30 endeksi içinde yer alan Doğan Yayın Holding hisselerine 3500 ₺, Garanti Bankası hisselerine 2500 ₺, Tofaş Oto Sanayi hisselerine 3000 ₺ ve Hürriyet Gazetesi hisselerine ise 1000 ₺ şeklinde yatırım yaptığında, amacını sağlayan etkin bir portföy oluşturabilecektir.

Doğan Yayın Holding ve Garanti Bankası hisselerinin beta değeri 1'den büyüktür. Doğan Yayın Holding hisse senetlerinin getirisi 4,26 olup ilgili dönemde en yüksek getiriye sahip hisse senedi Doğan Yayın Holding'e aittir. Bu çözümlemede, amaç

fonksiyonunun değeri 35812 ₺ olarak hesaplanmıştır. Bu sonuca göre, yatırımcı 10000 ₺'lik yatırımı ile 35812 ₺'lik getiri elde edecektir.

5.2. Hedef Programlama Yöntemi ile Optimal Portföy Modeli

Hedef programlama modeli, BIST 30 endeksi içinde yer alan hisse senetleri çerçevesinde etkin bir portföy oluşturmayı isteyen yatırımcının tüm hedeflerini sağlayan bir uzlaşık çözüm bulmayı amaçlamaktadır. Bir yatırımcı, yatırım tercihlerini ve hedeflerini belirlemek dışında bu hedeflerin önceliklerini de belirlemelidir. Bu durum, hedef programlama modelinin yatırımcıya sağladığı bir kolaylıktır.

Hedef programlama ile oluşturulan matematiksel model aşağıda tanımlanmaktadır:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n X_i + d_i^- - d_i^+ &= \text{Bütçe} & \sum_{i=1}^{20} X_i + d_1^- - d_1^+ &= 10000 \\ \sum_{i=1}^n R_i X_i + d_i^- - d_i^+ &= \text{Beklenen Verimlilik} & \sum_{i=1}^{20} R_i X_i + d_2^- - d_2^+ &= 2363 \\ \sum_{i=1}^n \beta_i X_i + d_i^- - d_i^+ & & \sum_{i=1}^{20} \beta_i X_i + d_3^- - d_3^+ &= 1 \times 10000 \\ & = \beta_{Piyasa} \times \text{Bütçe} & & \\ \sum_{i=1}^n X_i + d_i^- - d_i^+ &= 5000 \quad \beta > 1 \text{ için} & \sum_{i=1}^9 X_i + d_4^- - d_4^+ &= 5000 \\ \sum_{i=1}^n X_i + d_i^- - d_i^+ &= 2500 \quad \beta < 1 \text{ için} & \sum_{i=10}^{20} X_i + d_5^- - d_5^+ &= 2500 \\ \sum_{i=1}^n X_i + d_i^- - d_i^+ &= 2000 & X_1 + X_6 + X_7 + X_{13} + d_6^- - d_6^+ & \\ & = 2000 & & \end{aligned}$$

Hedef programlama modeli sapma değişkenlerini minimize edecek şekilde oluşturularak WINQSB paket programı ile çözümlenmiştir.

Bu sonuçlara göre, yatırımcı BIST 30 endeksi içinde yer alan hisse senetlerinden Doğan Holding, Akbank ve Turkcell hisse senetlerine yatırım yapması halinde etkin bir portföy oluşturabilecektir. Buna göre, 10000 ₺'sinin 5000 ₺'sini Doğan Holding hisselerine, 2000 ₺'sini Akbank hisselerine, 3000 ₺'sini ise Turkcell hisselerine yatırmalıdır. Portföyde yer alan hisse senetlerinden Doğan Holding'in aylık getirisi 2,64; Akbank'ın aylık getirisi 2,25; Turkcell'in aylık getirisi ise 1,42'dir. Doğan

Holding ve Turkcell hisseleri Akbank hisselerine göre daha riskli hisselerdir. Yatırımcıya elindeki fonun büyük bir kısmını daha riskli olan Doğan Holding ve Turkcell hisselerine yatırması önerilir. Ayrıca elde edilen portföyün değeri 22005 ₺ bulunmuştur. Bu durumda, yatırımcı 10000 ₺ değerindeki yatırımı ile 22005 ₺'lik bir getiri artışı sağlayacaktır.

5.3. Karesel Programlama ile Optimal Portföy Modeli

Karesel programlama ile BIST 30 endeksi kapsamında eşit risk - getiri yapısına sahip olan portföy belirlenecektir. BIST 30 endeksinde yer alan hisse senetlerinin 84 aylık dönemdeki kapanış fiyatları baz alınarak işlemler yapılmıştır.

Karesel programlama modeli aşağıdaki gibi oluşturulmuştur.

$$\text{Amaç Fonksiyonu } \text{Min } Z = \sum_{i=1}^{20} \sum_{j=1}^{20} x_i x_j \sigma_{ij}$$

$$\text{Kısıtlar } \sum_{i=1}^{20} x_i \mu_i \geq 2,36$$

$$\sum_{i=1}^{20} x_i = 1,00$$

$$0 \leq x_i \leq 1 \quad , \quad i = 1, 2, \dots, 20$$

Markowitz standart karesel programlama modeli ile portföy seçimi problemini çözmek için Microsoft Excel programı içerisinde yer alan çözücü eklentisi kullanılmıştır (Ulucan, 2002: 144 – 148).

Tablo 1: MS Excel'de Oluşturulan Karesel Programlama Modeli ve Parametre Değerleri

	A	B	C	T	U
2	GETİRİ TABLOSU						
3	Dönem	X_1	X_2	X_{19}	X_{20}
4	Birinci ay	-18,31	-7,59	-61,48	-1,75
5	İkinci ay	-16,07	-8,10	-5,26	1,85
...
...
75	Seksen ikinci ay	10,41	2,70	0	5,0
76	Seksen üçüncü ay	-3,08	1,58	3,70	-6,60
77	Seksen dördüncü ay	7,89	0	8,03	4,04
78	Ort. Getiri	2,25	1,57	2,02	1,95
79							
80	VARYANS KOVARYANS MATRİSİ						
81		X_1	X_2	X_{19}	X_{20}
82	X_1	277,7	248,6	187,2	138,6

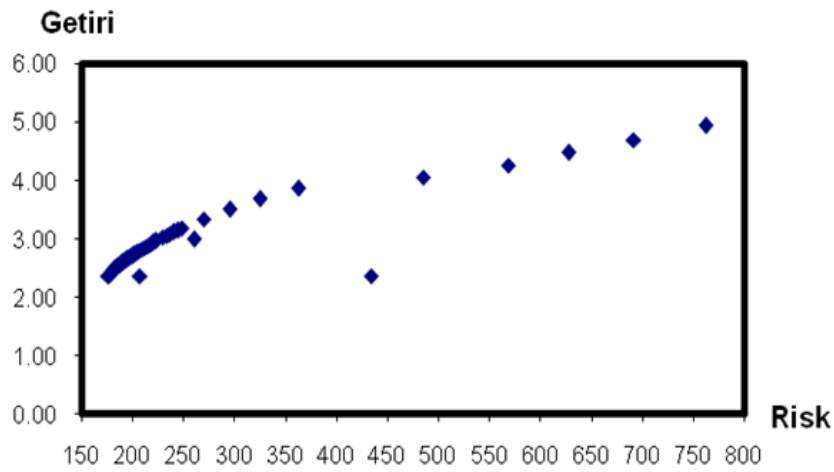
Murat ATAN, Sibel ATAN, Burcu HALICI

83	X_2	248,6	433,3	172,6	187,2
...
...
100	X_{19}	187,2	225,8	330,8	148,2
101	X_{20}	138,6	260,1	148,2	354,6
...							
...							
104	Portföyün Ağırlıkları	0,11	0	0,08	0,00
105	Portföyün % Ağırlıkları	10,67	0	8,05	0,00
106							
107	Toplam Portföy Ağırlığı	1					
108							
109	Portföyün Getirisi						
110	Hedeflenen Getiri						
111							
112	Portföyün Varyansı	244,518					
113	Portföyün Standart Sapması	15,637					
115	Endeksin Varyansı	207,503					
116	Endeksin Getirisi	2,363					

Tablo 2: Markowitz Karesel Programlama Modeli ile ilgili Microsoft Excel Alan Tanımlamaları ve Kullanılan Formüller

Tanım Aralığı	Açıklaması	Formülü
B78:U78	Ortalama Getiriler	= ORTALAMA (B4:B77) Formülü (C78:U78) aralığına kopyalanmıştır.
B82:U101	Varyans - Kovaryans Matrisi	= KOVARYANS (\$B\$4: \$B\$77) Formülü (B82: U101) aralığına kopyalanmıştır.
B104:U104	Karar Değişkenleri, Finansal Varlıkların Portföy içindeki Payları	
B107	Portföy Ağırlıklarının Toplamı	= TOPLA (B104:U104)
B109	Portföyün Getirisi	= TOPLA. ÇARPIM (B78:U78; B104: U104)
B110	Hedeflenen Getiri	84 aylık dönem için arasında BIST 30 endeksinin değişimi (getirisi)
B112	Portföyün Varyansı	= TOPLAM. ÇARPIM (DÇARP (B104:U104;B82:U101);B104: U104)
B113	Portföyün Standart Sapması	= KAREKÖK (B112)

Karesel programlama modeli çözüm sonuçları incelendiğinde; endeksle eşit getiriye sahip ve en düşük risk seviyesini veren portföyde Akbank (% 6,04), Doğan Yayın Holding (% 10,85), Ereğli Demir Çelik (% 15,47), Migros (% 26,51), Tofaş Oto Sanayi (% 17,99), Turkcell (% 1,53), Aksigorta (% 11,68), Ford Oto Sanayi (% 9,92) hisse senetleri yer aldığı görülmüştür. Endeks getirisine eşit getiri sağlayan, buna karşılık en az seviyede risk üstlenen model çözümü sonucunda portföy değeri 20708 ₺ olarak hesaplanmıştır. Aylık getirilerine göre etkin sınır eğrisi ve BİST 30 endeksi ile eşit risk-getiri yapısına sahip portföyler Şekil 2’ de gösterilmiştir.



Şekil 2: Aylık Getirilerine Göre Etkin Sınır Eğrisi ve BİST 30 Endeksi ile Eşit Risk-Getiri Yapısına Sahip Portföyler

Şekil 2’de yer alan (176.228, 2.363) noktası, BIST 30 endeksi ile eşit getiri değerine sahip ve en düşük risk seviyesini veren portföydür. Bu portföyün getirisi 2,363 buna karşın riski ise 176,228 dir. (207.503, 2.363) noktası endeks ile eşit getiri ve risk seviyesini veren portföydür. (433.596, 2.363) noktası endeksin getirisine eşit fakat endeksin riskinden daha yüksek risk seviyesine sahip portföydür. Diğer portföyler ise etkin sınır eğrisi üzerinde yer alan diğer portföy bileşimlerini göstermektedir. Hedeflenen getiri arttıkça portföyün varyansında da artış gözlenmiştir. Hedeflenen getirideki % 75’lik artış sonucunda en yüksek risk seviyesine ulaşılmıştır.

6. Sonuç ve Öneriler

Çalışmada ele alınan döneme göre, BIST 30 endeks getirisi ile hisse senedi getirisi arasında pozitif ve güçlü korelasyon olması, endeks getirisinin artmasının ilgili hisse senedinin getirisini de artıracığı veya endeks getirisinde meydana gelebilecek bir azalmanın ilgili hisse senedinin getirisinde de bir azalmaya yol açacağı şeklinde yorumlanabilir. Buna karşın, endeks getirisi ile hisse senedi getirisi arasında negatif bir korelasyon değeri ise, ilgili hisse senedinde endeksteği değişimin ters yönünde bir hareket olacağı şeklinde yorumlanabilir. Bütün hisse senetlerinin aylık getirisi ile BIST 30 endeks getirisi arasında ters yönlü (negatif) ve zayıf bir ilişki olduğu

görülmektedir. 84 aylık dönemde en çok getiri sağlayan Doğan Yayın Holding hisseleri olmuştur. Hürriyet Gazetesi ve Tofaş Oto Sanayi ise öne çıkan diğer hisse senetleridir. En az getiri artışı sağlayanlar ise Tüpraş, Petrol Ofisi ve Vestel hisse senetleri olmuştur.

Hangi modelin en uygun çözümü verdiğini bulmak için portföy dönemini izleyen on aylık dönem için şirketlerin getiri değerleri hesaplanmıştır. Bulunan çözüm sonuçlarının bu gerçekleşen dönemdeki değerlerle ne kadar örtüştüğüne bakılmıştır. Elde edilen modeller tek tek incelendiğinde, doğrusal programlama modelleri içinde ilk tanımlanan model en yüksek getiriye sağlamıştır. Bütçe kısıtını değiştirmek bu model üzerinde olumlu bir katkı sağlamamıştır. Riski arttıran alternatifin de getiriye attırmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Birden çok amacı uzlaşık olarak sağlamayı hedefleyen hedef programlamasına dayalı portföy modelleri sonuçları incelendiğinde; doğrusal programlama modeli ile bulunan sonuçların tam aksine bütçe kısıdını arttırmak en olumlu katkıyı sağlayan seçenek olarak bulunmuştur. Bunu getiriye arttırma seçeneği izlemiştir. Riski arttırmak seçeneği ise portföyde önemli kayba yol açmıştır. Son olarak riski en küçükmeyi amaçlayan karesel programlama modeli çözüm sonuçları incelendiğinde; endeks getirisine eşit getiri sağlayan buna karşın en az seviyede risk üstlenen model çözümünün en iyi olduğu görülmüştür.

Matematiksel programlama tabanlı üç farklı alternatif portföy modeli sonuçları genel olarak değerlendirildiğinde; ister getiri ençoklaması isterse de risk en küçükleme şeklinde modellenen tek amaçlı modellerin çok amaçlı modellere göre daha olumlu sonuçlar ortaya çıkardığı bulunmuştur. Çok amaçlı modeller daha yüksek getiri sağlayabilmektedir ama eğer model çok iyi tanımlanamaz ise ya da amaçlar doğru şekilde belirlenemez ise kazanç yerine kayıp ile karşılaşılabilir.

Yatırımcının davranış yapısı, oluşturacağı portföy için hangi alternatif yaklaşımı benimsemesi gerektiği konusunda belirleyicidir. Riski seven ve risk üstlenmeyi göze alan yatırımcı tipi için doğrusal programlama tabanlı modeller uygun iken, bütçe kısıtı olmayan ve getiri artışı hedefleyen yatırımcı tipi için hedef programlama tabanlı modeller daha uygundur. Riskten kaçınan, en az risk üstlenerek elde edebileceği en yüksek getiriye kabul edebilecek yatırımcı tipi için ise karesel programlama tabanlı modeller daha uygun olacaktır.

Kaynakça

Abay, R. (2013), “ Markowitz Karesel Programlama ile Portföy Seçimi: İMKB 30 Endeksinde Riskli Portföylerin Seçimi”, *Ç.Ü. Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, Cilt 22 (2): 175-194.

Akgüç, Ö. (2000), *Finansal Yönetim*, Genişletilmiş Muhasebe Enstitüsü, Yayın No: 63, İstanbul.

Bakır, M. A., Altunkaynak, B. (2003), *Tamsayılı Programlama Teori Modeller ve Algoritmalar*, Ankara.

Bayramoğlu, M. F., Yayalar, N. (2017), "Portföy Seçiminde Toplam Riski Temel Alan Portföy Performans Ölçütlerinin Değerlendirilmesi", *Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 17 (1): 1-28.

Chang, Y. L. (2003). Win QSB, Version 2.0 User Manual, U.S.A.

Erdaş, M. L., Demir, Y. (2016), "Bulanık Doğrusal Programlama Yöntemiyle Bir Portföy Optimizasyonu Modelinin Geliştirilmesi: BİST 30 Endeksinde Bir Uygulama", *Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 9 (45): 768-789.

Halaç, O. (1995), *Kantitatif Karar Verme Teknikleri (Yöneylem Araştırması)*, İstanbul, Alfa Basım.

Halıcı, B. (2008), *Portföy Seçimi Problemi Üzerine Karşılaştırmalı Alternatif Yaklaşımlar*, Gazi Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ekonometri Anabilim Dalı, Ankara.

İskenderoğlu, Ö., Karadeniz, E. (2011) "Optimum Portföyün Seçimi: İMKB 30 Üzerinde Bir Uygulama", *C.Ü. İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 12 (2): 235-257.

Kardiyen, F. (2007), "Doğrusal Programlama ile Portföy Optimizasyonu ve İMKB Verilerine Uygulanması Üzerine Bir Çalışma", *Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 21 (2): 15-28.

Kaya, C., Kocadağlı, O. (2012), "Etkin Sınır ve Beta Katsayı Kısıtlı Portföy Seçim Modeli Üzerine Bir Uygulama", *İstanbul Ticaret Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 11 (22): 19-35.

Korkmaz, T., Ceylan, A. (2006), *Sermaye Piyasası ve Menkul Değerler Analizi*, Ankara, 3. Baskı.

Mortaş, M., Garip, O. (2015), "Optimum Portföy Seçimi ve BİST'te İşlem Gören Firmalar Üzerinde Bir Araştırma", *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 7 (13): 245-282.

Sabuncu, İ., Cihangir, M. (2018), "Hedef Programlama ile Yeni Bir Optimal Portföy Oluşturma Algoritmasının Geliştirilmesi", *Akademik Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 6(66): 36-57.

Şakar, Ü. (1997), *Araçları, Kurumları ve İşleyişi ile Sermaye Piyasası*, Eskişehir, Anadolu Üniversitesi Yayınları.

Toraman, C., Yürük, M. F. (2014), "Kuadratik Programlama Tabanlı Modelleme ile Portföy Optimizasyonu: BİST-100 Uygulaması", *Mukaddime*, 5 (1): 133-148.

Ulucan, A. (2002), "Markowitz Kuadratik Programlama ile Portföy Seçim Modelinin Sermaye Piyasasında Endeks ile Aynı Risk-Getiri Yapısına Sahip Portföyün Elde Edilmesinde Kullanımı", *Hacettepe Üniversitesi İ.İ.B.F. Dergisi*, 20 (2): 141-153.