

Einstein-Rosen Köprüsü'nün Geçilebilirliği Üzerine Bir Tartışma

Onur Genç 

Aydın Adnan Menderes Üniversitesi, Fen Fakültesi, Fizik Bölümü, 09100, Aydın, Türkiye

Öne Çıkanlar

- Çalışmada en temel kurt deliği (benzeri) yapılardan olan Einstein-Rosen Köprüsü'nün orijinal hâlinin geçilebilir olmadığı açık bir biçimde gösterilmiştir.
- Çalışmada Einstein-Rosen Köprüsü'nün zamansal ve radyal kısımlarında yapılacak olan herhangi birebir aynı düzenlemenin Einstein-Rosen Köprüsü'nün geçilebilir olmayışı durumunu ortadan kaldırmadığı gösterilmiştir.
- Çalışmada Einstein-Rosen Köprüsü'nün zamansal kısmında bir düzenleme yapılarak yine küresel simetrik ve statik olan geçilebilir bir kurt deliği metriği elde edilmiştir.

Makale Bilgileri

Geliş: 24/02/2025

Kabul: 01/05/2025

Anahtar Kelimeler

Einstein-Rosen Köprüsü,
Morris-Thorne Kurt
Deliği,
Kızıl Kayma
Fonksiyonu.

Öz

Bu çalışmada, Einstein-Rosen Köprüsü'nün orijinal hâlinin genel anlamda geçilebilir olmadığı, literatürde hâli hazırda bilinmekle birlikte, açık bir biçimde gösterilmiştir. Devamında, zamansal ve radyal kısımlarda yapılacak olan birebir aynı bir düzenlemenin de bu durumu ortadan kaldırmayacağı gösterilmiştir. Ancak, Einstein-Rosen Köprüsü'nün zamansal kısmında yer alan kütle ile elektrik yük terimlerinin işaretlerinin değiştirilmesi ve yine bu kısma kuvvet olarak bir $1/k$ ($k > 1$) faktörünün eklenmesi ile genel anlamda geçilebilir bir kurt deliği elde edilmiştir. Düzenleme sonucunda elde edilen bu kurt deliği de yine küresel simetrik ve statik bir kurt deliğidir.

A Discussion on the Traversability of Einstein-Rosen Bridge

Highlights

- In the study, it is explicitly shown that, the original form of Einstein-Rosen Bridge, which is one of the most fundamental wormhole (like) structures, is not traversable.
- In the study, it is shown that, any identical modification in the temporal and the radial parts of Einstein-Rosen Bridge does not remove the situation of non-traversability of Einstein-Rosen Bridge.
- In the study, a wormhole metric, which is again spherically symmetric and static, is obtained in the manner of a modification in the temporal part of the Einstein-Rosen Bridge.

Article Info

Received: 24/02/2025

Accepted: 01/05/2025

Keywords

Einstein-Rosen Bridge,
Morris-Thorne
Wormhole,
Redshift Function.

Abstract

In this work, it is explicitly demonstrated that the original form of the Einstein-Rosen Bridge is not traversable in general meaning, which is already known in the literature. Furthermore, it is shown that any identical modification that is made in the temporal and radial parts does not resolve this situation. However, altering the signs of the mass and electric charge terms in the temporal part of the Einstein-Rosen Bridge and adding a $1/k$ ($k > 1$) factor as power to that part again, a wormhole that is traversable in general meaning is obtained. The wormhole, which is obtained as a result of that modification, is again a spherically symmetric and static wormhole.

1. GİRİŞ

Kurt (Solucan) deliği yapıları söz konusu olduğunda Flamm’ın, Einstein alan denklemlerine Shwarzchild çözümünü [1] araştırdığı [2] 1916 tarihli çalışması [3] bir başlangıç olarak görülebilir.

Devamında ise bu yapılardan Einstein-Rosen Köprüsü (ERk) gelmektedir [4]. Einstein ve Rosen’in bu çalışmasında Shwarzchild metriğinin radyal koordinatı r yerine bir $u^2 = r - 2m$ yeni değişkeni tanıtılmıştır. Böylelikle de $r = 2m$ hiper düzlemi (hyper plane) ile birleştirilen $u > 0$ ve $u < 0$ düzlemleri (sheets) arasında bir bağlantı, bir başka deyişle “köprü” elde edilmiştir [4]. Bir bakıma, bir kara deliğin çoklu-bağlantılı (multiply-connected) uzayzaman topolojilerine açılması (genişletilmesi; unfolding) bir ERk’dır [5]. Diğer taraftan, yalnızca bir değil, fakat iki tane asimptotik olarak düzlem (flat) kara deliği betimleyen standart Schwarzschild metriği göz önünde bulundurulduğunda; kara deliklerin dışındaki iki gözlemci arasında mesaj iletilmesi mümkün değil iken, bu gözlemcilerden birinin diğer gözlemcinin kara deliğin içine girdiği zaman yapacağı gözlemi etkilemesi mümkündür [6]. Dahası, bir sonsuz (eternal) kara delik uzayzamanı, holografik olarak konformal alan teorisinin iki bire bir aynı, etkileşmeyen kopyası göz önünde bulundurulmak ve belirli (particular) bir dolanık durum seçilmek suretiyle betimlenebilir [7]. Öyle ki; ERk iki kara deliğin mikro-durumları arasındaki Einstein-Podolsky-Rosen (ERP)-benzeri korelasyonlar tarafından üretilir ve bu EPR=ER ilişkisi olarak isimlendirilir [8]. Bu bağlamda, Hawking radyasyonu ve kara deliğin iç kısmı, dolanıklıklar çerçevesinde bir ERk ile birbirlerine bağlanabilir [9]. Öyle ki, bir kara deliğin iç kısmındaki ve dış kısmındaki parçacıklar arasındaki dolanıklık, ERk aracılığıyla bir bağlantıya eşdeğer bir dolanıklığa dönüştürülür [10]. İlişkili olarak, Maldacena ve Suskind ERk’ların, tedirgemelerin (disturbances) Hawking radyasyonu bağlamında yayılan madde ve kara deliğin iç kısmı civarındaki ortam arasında iletilmesine izin verdiğini önermektedir [11]. Bir bakıma, Hawking radyasyonu, ER=EPR varsayımına yeni bir ışık tutar şekilde, kara delikler tarafından yayılan parçacık / anti-parçacık çiftlerinin kuantum dolanıklılığının geometrik somutlaştırması için en iyi yol olabilir [12].

Görüldüğü üzere ERk, genel anlamda geçilebilir olmamasına rağmen, Kuantum Dolanıklık ve Hawking Radyasyonu gibi konularda önemli ve geniş bir yer bulmaktadır.

Genel anlamda geçilebilir olan kurt deliği yapıları ise ilk olarak 1973 yılında Ellis [13] ve Bronnikov [14] tarafından ortaya atılmıştır. Sonrasında ise, Ellis-Bronnikov Kurt Deliği’nin (EBKD’nin) bir çeşit genelleştirilmesi olan geçilebilir Morris-Thorne Kurt Deliği (MTKD) ortaya çıkmıştır [15]. Öyle ki MTKD, belirli bir şekil fonksiyonu ve kıvrılma kayma fonksiyonu için yine EBKD’yi vermektedir.

Hem ERk’nın hem de MTKD’nin ayrıntısı Materyal ve Yöntem kısmında yer alıyor olup, bu çalışmada orijinal ERk’nın elektrik yükü de içeren versiyonu geçilebilirlik bakımından incelenmiştir. Sonrasında ERk ve MTKD metrikleri karşılaştırılmak suretiyle, orijinal hâli genel anlamda geçilebilir olmayan ERk metriğinin zamansal kısmında bir düzenleme yapılarak yeni bir geçilebilir, küresel simetrik, statik kurt deliği metriği elde edilmiştir.

2. MATERYAL VE YÖNTEM

2.1. ERk’nın Geçilebilir Olmaması

ERk metriği, “ m ” köprünün kütlesi ve “ ϵ ” elektrik yükü olmak üzere

$$ds^2 = -\frac{1}{1-2m/r-\epsilon^2/2r^2} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) + \left(1 - \frac{2m}{r} - \frac{\epsilon^2}{2r^2}\right) dt^2 \quad (1)$$

biçimindedir [4].

Diğer taraftan, MTWH metriği, “ b ” şekil fonksiyonu ve “ Φ ” de kıvrılma kayma fonksiyonu olmak üzere, yukarıdaki ERk metriği (1) ile uyumlu metrik işaretinde

$$ds^2 = -\frac{1}{1-b(r)/r} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) + e^{2\Phi(r)} dt^2 \quad (2)$$

biçimindedir [15].

Öyle ki şekil fonksiyonu b , kurt deliğinin geçilebilir bir kurt deliği olması için $r_0 = r_{min.} > 0$ radyal değeri bir bakıma kurt deliği boğazının en dar noktasını betimliyor olmak üzere aşağıdaki özellikleri sağlamalıdır.

1. $(b(r) - b^{(1)}(r)r)/b(r)^2 > 0$ (Dışa dönüklük koşulu)
2. $b(r = r_0) = r_0 = r_{min}$
3. $b^{(1)}(r_0) < 1$
4. $1 - b(r)/r > 0, (r > r_0)$.

O zaman, bir ERk'nın geçilebilir olması için, şekil fonksiyonunun yukarıdaki geçilebilir kurt deliği şekil fonksiyonu özellikleri (1.-4.)'ün tamamını sağlaması gerekmektedir.

Öte yandan, ERk'nın geçilebilir olması bağlamında her iki metriğin (metrikler (1) ve (2)'nin) radyal kısımları karşılaştırıldığında, $f(r) = 1 - \frac{2m}{r} - \frac{\epsilon^2}{2r^2}$ olmak üzere;

$$-\left[1 - \frac{2m}{r} - \frac{\epsilon^2}{2r^2}\right]^{-1} = -[f(r)]^{-1} = -\left[1 - \frac{b(r)}{r}\right]^{-1} \Rightarrow f(r) = 1 - \frac{b(r)}{r} \quad (3)$$

olduğu görülür. Yine aynı bağlamda metrikler (1) ve (2)'nin bu defa zamansal (temporal) kısımları karşılaştırıldığında ise

$$1 - \frac{2m}{r} - \frac{\epsilon^2}{2r^2} = e^{2\Phi(r)} \Rightarrow \Phi(r) = \frac{1}{2} \ln \left[1 - \frac{2m}{r} - \frac{\epsilon^2}{2r^2}\right] \Rightarrow \Phi(r) = \frac{1}{2} \ln[f(r)] \quad (4)$$

şeklinde olmalıdır. Ancak (3) denkleminde göre $f(r) = 1 - \frac{b(r)}{r}$ olduğundan, $\Phi(r) = \frac{1}{2} \ln[f(r)] = \frac{1}{2} \ln \left[1 - \frac{b(r)}{r}\right]$ biçimindedir. Fakat, şekil fonksiyonu koşulu 2. $b(r = r_0) = r_0 = r_{min.}$ 'e göre $r = r_0$ 'da

$$\Phi(r = r_0) = \frac{1}{2} \ln[f(r = r_0)] = \frac{1}{2} \ln \left[1 - \frac{b(r=r_0)}{r}\right] = \frac{1}{2} \ln[0] \quad (5)$$

şeklindedir. O zaman geçilebilir bir kurt deliği şekil fonksiyonu b için $\Phi(r)$, $r = r_0$ 'da eksi sonsuza ıraksamaktadır. Ancak, geçilebilir kurt deliği kıvrıla kayma fonksiyonu istasyonlardan gönderilen sinyallerdeki kıvrıla kaymanın gereğince ve yeterince küçük olması için her yerde ($\forall r, r_0 \leq r < \infty$) $|\Phi(r)| \ll 1$ 'i, olay ufuklarının olmaması için ise yine her yerde $|\Phi(r)| < \infty$ 'u sağlamalıdır [15].

Öyleyse ERk, orijinal hâli ile geçilebilir değildir. Dahası, radyal ve zamansal kısımlarının her ikisi için birebir aynı olacak herhangi bir $f \rightarrow f'$ modifikasyonu da bu durumu ortadan kaldırmayacaktır.

2.2. ERk Metriğinin Zamansal Kısımına Bir Düzenleme

Burada, ERk metriğinin yalnızca zamansal kısmı, $k > 1$ reel sayı olacak şekilde ve kütle ile elektrik yük terimlerinin işaretleri değiştirilmek üzere

$$1 - \frac{2m}{r} - \frac{\epsilon^2}{2r^2} = 1 - \frac{1}{r} \left(2m + \frac{\epsilon^2}{2r}\right) \rightarrow \left[1 + \frac{1}{r} \left(2m + \frac{\epsilon^2}{2r}\right)\right]^{1/k} \quad (6)$$

biçiminde düzenlenirse yeni kıvrıla kayma fonksiyonu;

$$\Phi_Y(r) = \frac{1}{2} \ln \left[\left[1 + \frac{1}{r} \left(2m + \frac{\epsilon^2}{2r} \right) \right]^{1/k} \right] \quad (7)$$

hâlini alır. Diğer taraftan şekil fonksiyonu, radyal kısımda hiçbir düzenleme yapılmadığı için aynı ve $b: r \rightarrow 2m + \frac{\epsilon^2}{2r}$ olarak kalır.

Bu durumda metrik (1);

$$ds_Y^2 = -\frac{1}{1-2m/r-\epsilon^2/2r^2} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) + \left[1 + \frac{1}{r} \left(2m + \frac{\epsilon^2}{2r} \right) \right]^{1/k} dt^2 \quad (8)$$

hâlini alır. Metrik (1)'in zamansal kısmının düzenlenmesi sonucu elde edilmiş olan yukarıdaki metrik (8), doğal olarak Schwarzschild [1] metriğinden ERk [5] metriğinin elde edilmesini sağlayan dönüşümleri sağlamamaktadır. Bununla birlikte yeni metrik ds_Y^2 , [16-19] çalışmalarında betimlenenlerle uyumlu bir biçimde yine küresel simetrik, statik bir metriktir. Burada parametrenin r ; $k > 1$ olacak şekilde $1/k$ 'nın ise, $\Phi_Y(r)$ ve $\Phi_Y(r)$ 'nin r 'ye göre türevlerinin istenildiği kadar küçültülmesini sağlayan bir faktör olduğu gözden kaçırılmamalıdır.

Öyle ki, zamansal kısımda yapılan bu düzenleme sonucunda yeni kıvrılma kayma fonksiyonu, $k > 1$ olmak üzere;

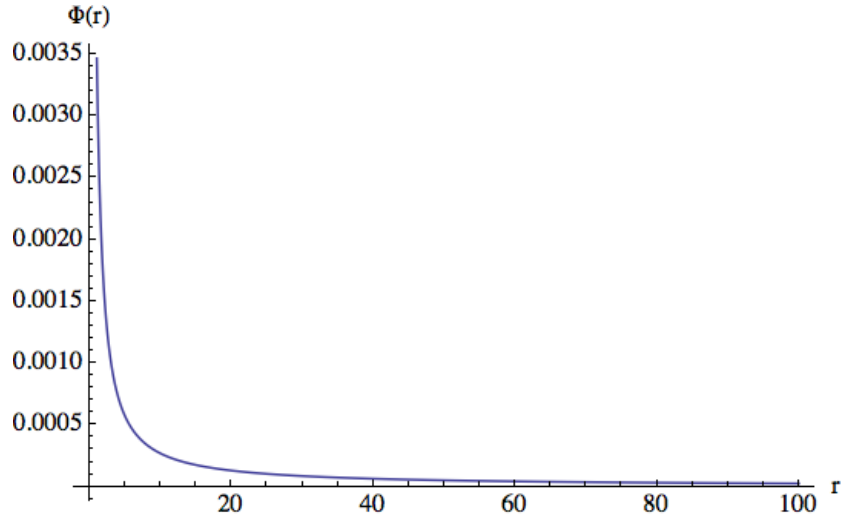
i) Metrikler (1) ve (2)'nin karşılaştırılması ile belirlenen geçilebilir kurt deliği şekil fonksiyonu $b: r \rightarrow 2m + \frac{\epsilon^2}{2r}$ için $r = r_0$ 'da $\Phi_Y(r = r_0) = \frac{1}{2} \ln \left[\left[1 + \frac{1}{r} \left(2m + \frac{\epsilon^2}{2r} \right) \right]^{1/k} \right] = \frac{1}{2} \ln \left[\left[2 \right]^{1/k} \right]$ şeklindedir. Dolayısıyla yeni kıvrılma kayma fonksiyonu için $r = r_0$ 'da eksi sonsuza ıraksama gibi bir durum söz konusu değildir. Bu durum ortadan kaldırılmıştır.

ii) Diğer taraftan yeni kıvrılma kayma fonksiyonu Φ_Y , $r \rightarrow \infty$ limitinde düzlem uzayzaman yapısı ile uyumlu olacak biçimde $\lim_{r \rightarrow \infty} \Phi_Y(r) = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \ln \left[\left[1 + \frac{1}{r} \left(2m + \frac{\epsilon^2}{2r} \right) \right]^{1/k} \right] = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \ln \left[\left[1 + \frac{b(r)}{r} \right]^{1/k} \right] = 0$ şeklindedir. Bir başka deyişle bu limitte, yeni metriğin zamansal kısmı düzlem uzayzamanın zamansal kısmına yakınsayacak şekildedir.

iii) Öte yandan, zamansal kısma dâhil edilen $1/k$ ($k > 1$) faktörü vasıtasıyla $|\Phi_Y(r)|$ en büyük değeri aldığı radyal pozisyon olan $r = r_0$ da dâhil her yerde istenildiği kadar küçültülebilir.

iv) Ayrıca $1/k$ ($k > 1$) faktörü vasıtasıyla $\partial K(r)/\partial r \equiv K^{(1)}(r)$ olmak üzere $\Phi_Y^{(1)}(r)$ ve $\Phi_Y^{(2)}(r)$ de istenildiği kadar küçültülebilir. Öyle ki kurt deliği boyunca seyahat edenlerin hissedeceği ivmelerin büyüklükleri $\Phi^{(1)}(r)$ ve $\Phi^{(2)}(r)$ 'ye bağlıdır [15].

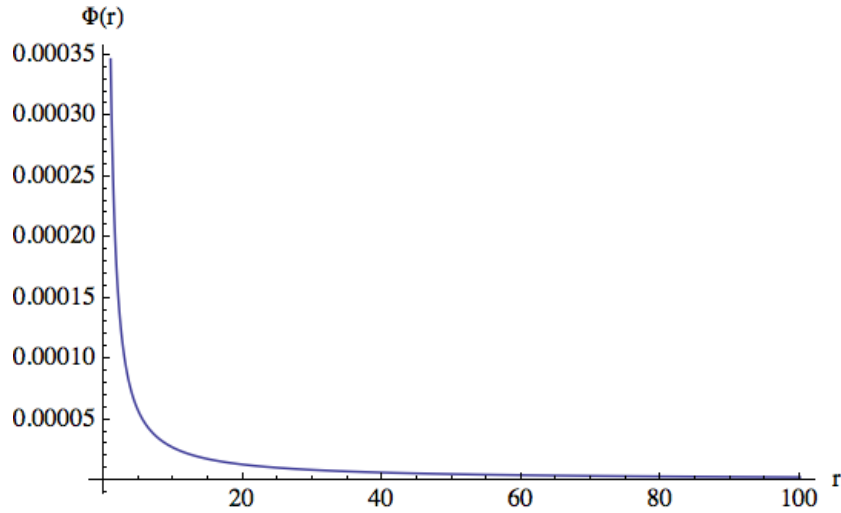
Öte yandan $\Phi_Y(r)$ 'nin davranışı; $b: r \rightarrow 2m + \frac{\epsilon^2}{2r}$, m ve ϵ bağlamında geçilebilir şekil fonksiyonu koşullarının tamamını sağlayacak biçimde, $r_0 = 1$, $m = r_0/4 = 1/4$, $\epsilon = r_0 = 1$ ve $1/k=1/100$ için $1 \leq r \leq 100$ aralığında çizdirilen grafik vasıtasıyla Şekil 1'de gösterilmiştir.



Şekil 1. $r_0 = 1$, $m = r_0/4 = 1/4$, $\epsilon = r_0 = 1$ ve $1/k=1/100$ için $1 \leq r < 100$ aralığında r 'ye karşılık $\Phi_Y(r)$ grafiği

Görüldüğü üzere, $\Phi_Y(r)$ azalan bir eğilim göstermektedir ve söz konusu olan değerler çerçevesinde en yüksek değeri almış olduğu $r = r_0$ 'da dahi küçük bir değer almaktadır. $\Phi_Y(r)$ 'nin aldığı değerler, $1/k$ 'nın daha küçük değerleri aracılığıyla daha da küçültülebilir.

Öyle ki, $r_0 = 1$, $m = r_0/4 = 1/4$, $\epsilon = r_0 = 1$ biçiminde ve aynı kalmak üzere r 'ye karşılık $\Phi_Y(r)$ 'nin, $1 \leq r \leq 100$ aralığında, bu defa $1/k=1/1000$ için çizdirilen grafiği Şekil 2'de gösterilmiştir.



Şekil 2. $r_0 = 1$, $m = r_0/4 = 1/4$, $\epsilon = r_0 = 1$ ve $1/k=1/1000$ için $1 \leq r < 100$ aralığında r 'ye karşılık $\Phi_Y(r)$ grafiği

Görüldüğü üzere $\Phi_Y(r)$, $1/k=1/100$ yerine $1/k=1/1000$ için daha da küçük değerler almıştır.

3. BULGULAR

Metrik (1)'in geçilebilir hâle getirilmesi için zamansal kısmında yapılan değişiklikler sonucunda elde edilen yeni kızıl kayma fonksiyonunun ve yeni metriğin, bazı özel radyal değerlere karşılık gelen durumları Çizelge 1'de verilmiştir.

Çizelge 1. $\Phi_Y(r)$ ve ds_Y^2 'nin $r = r_0$, $r_0 \leq r < \infty$ ve $r \rightarrow \infty$ 'daki Durumları

	$\Phi_Y(r)$	ds_Y^2
$r = r_0$	$k > 0$ aracılığıyla istenildiği kadar küçültülebilecek şekilde; $\frac{1}{2} \ln[2^{1/k}]$	Geçilebilir Morris-Thorne Metriği
$r_0 \leq r < \infty$	$k > 0$ aracılığıyla istenildiği kadar küçültülebilecek şekilde; $\frac{1}{2} \ln \left[\left[1 + \frac{1}{r} \left(2m + \frac{\epsilon^2}{2r} \right) \right]^{1/k} \right]$	Geçilebilir Morris-Thorne Metriği
$r \rightarrow \infty$	0	Düzlem Minkowski Metriği

Çizelge 1'de de görüldüğü üzere $\Phi_Y(r)$, $r = r_0$ 'da $k > 1$ aracılığıyla istenildiği kadar küçültülebilecek biçimde $\Phi_Y(r = r_0) = \frac{1}{2} \ln[2^{1/k}]$ şeklindedir. Dolayısıyla $\Phi_Y(r)$ için $r = r_0$ 'da sonsuza ıraksama gibi bir problem bulunmamaktadır. Diğer taraftan $\Phi_Y(r)$, $r_0 \leq r < \infty$ aralığında yine $k > 1$ vasıtasıyla istenildiği kadar küçültülebilecek biçimde $\Phi_Y(r_0 \leq r < \infty) = \frac{1}{2} \ln \left[\left[1 + \frac{1}{r} \left(2m + \frac{\epsilon^2}{2r} \right) \right]^{1/k} \right]$ şeklindedir.

Öte yandan, $\Phi_Y(r)$, $r \rightarrow \infty$ limitinde düzlem Minkowski metriğinin zamansal kısmını verecek biçimde $\Phi_Y(r) = 0$ 'dır.

4. TARTIŞMA

Bu çalışmada yük içeren Einstein-Rosen Köprüsü (ERk) [4] ve genel anlamda geçilebilir Morris-Thorne Kurt Deliği (MTKD) [15], metrikleri bağlamında karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırma çerçevesinde, ERk'nın orijinal hâlinin, geçilebilir kurt deliği şekil fonksiyonu ve kızıla kayma fonksiyonu özelliklerinin aynı anda sağlanamaması nedeniyle geçilebilir olmadığı açık bir biçimde gösterilmiştir. Öte yandan, ERk'nın hem zamansal hem de radyal kısımlarında yapılacak olan herhangi birebir aynı düzenlemenin de bu durumu ortadan kaldırmadığı tespit edilmiştir.

Bunun üzerine, ERk metriğinin radyal kısmı aynı tutulup, yalnızca zamansal kısımda, kütle ve yükün işaretleri değiştirilmek ve bir $1/k$, $k > 1$ faktörü eklenmek suretiyle bir düzenleme yapılmıştır. Bu düzenleme sonucunda yeni kızıla kayma fonksiyonu $\Phi_Y: r \rightarrow \Phi_Y(r) = \frac{1}{2} \ln \left[\left[1 + \frac{1}{r} \left(2m + \frac{\epsilon^2}{2r} \right) \right]^{1/k} \right]$ hâlini almıştır. Yapılan düzenleme sonucunda elde edilen yeni metrik, tabii olarak Einstein ve Rosen'ın [4] çalışmasında, Schwarzschild kara deliğinden [1] iki düzlem arasında bir bağlantı, bir çeşit köprü elde etmek için yaptıkları dönüşümleri sağlamamaktadır. Ancak bununla beraber, bu çalışmada elde edilen yeni metrik ds_Y^2 , yine küresel simetrik, statik, aynı zamanda da geçilebilir bir kurt deliği metriğidir. Dahası ds_Y^2 , $r \rightarrow \infty$ limitinde düzlem Minkowski metriğine de yakınsamaktadır. Öyle ki; şekil fonksiyonu $b: r \rightarrow 2m + \frac{\epsilon^2}{2r}$ olmak üzere; yeni kızıla kayma fonksiyonu Φ_Y , $r_0 \leq r < \infty$ aralığında her yerde sonludur, hiçbir yerde sonsuza ıraksayan değer vermemektedir. Ayrıca, $\Phi_Y(r)$, $r \rightarrow \infty$ limitinde 0'dır. Öte yandan, $1/k$, $k > 1$ faktörü vasıtasıyla, kızıla kayma miktarını belirleyen $|\Phi_Y(r)|$ de her yerde istenildiği kadar küçültülebilmektedir. Dahası, kurt deliği boyunca seyahat edenlerin hissedeceği ivmelerin büyüklüğünde belirleyici olan, $\Phi_Y(r)$ 'nin radyal koordinata göre birinci ve ikinci türevleri [15] de yine $1/k$, $k > 1$ vasıtasıyla her yerde istenildiği kadar küçültülebilmektedir.

$k \rightarrow \infty$ limiti ise $\Phi_Y(r)$ her yerde $\Phi_Y(r_0 \leq r < \infty) = 0$ olacak biçimde, sıfır kızıla kayma fonksiyonu durumuna karşılık gelmektedir.

ÇIKAR ÇATIŞMASI/ÇAKIŞMASI BİLDİRİMİ

Yazarlar arasında çıkar çatışması/çakışması bulunmamaktadır.

YAZARLARIN KATKI ORANI

Onur Genç: Kavramlaştırma, Metodoloji, Sonuçların Doğruluğunun Kontrolü, İçerik Analizi, Araştırma, Makalenin Yazımı-Orijinal Taslak, Makalenin Yazımı-İnceleme ve Düzenleme.

KAYNAKLAR

- [1] Schwarzschild, Von K. (1916). Über das gravitationsfeld einer kugel aus inkompressibler flüssigkeit nach der EINSTEINshen theorie. *Sitzungsberichte der Koniglich Preussischen Akademie der Wissenschaften*, 18, 424-434.
- [2] Radhakrishnan, R., Brown, P., Matulevich, J., Davis, E., Mirfendereski, D., and Cleaver, G. (2024). A review of stable, traversable wormholes in $f(R)$ gravity theories. *Symmetry*, 16, 1007.
- [3] Flamm, L. (1916). Beiträge zur einsteinschen gravitationstheorie, *Physikalische Zeitschrift*, 17, 448–454.
- [4] Einstein, A. and Rosen, N. (1935). The particle problem in the general theory of relativity. *Physical Review*, 48, 73.
- [5] Duane, G. S. (2019). Tunneling through bridges: Bohmian non-locality from higher-derivative gravity. *Physics Letters A*, 383, 929-935.
- [6] Jensen, K. and Karch, A. (2013). Holographic dual of an Einstein-Podolsky-Rosen pair has a wormhole. *Physical Review Letters*, 111, 211602.
- [7] Juan Maldacena, J. (2003). Eternal black holes in anti-de sitter. *Journal of High Energy Physics*, 2003(04), 021.
- [8] Maldacena, J. and Susskind, L. (2013). Cool horizons for entangled black holes. *Fortschritte der Physik*, 61(9), 781-811.
- [9] Kang, S. and Yeom, D. (2018). Tunneling from the past horizon. *Physical Review D*, 97, 086011.
- [10] Crowell L. (2022). Stretched horizon as a quantum gravity beam splitter. *Frontiers in Physics*, 10, 734199.
- [11] Bryan, K. L. H. and Medved, A. J. M. (2017). Black holes and information: A new take on an old paradox. *Advances in High Energy Physics*, 2017, 1-8.
- [12] Jusufi, K., Moulay, E., Mureika, J., and Ali, A. F. (2023). Einstein-Rosen bridge from the minimal length. *The European Physical Journal C*, 83, 282.
- [13] Ellis, H. (1973). Ether flow through a drainhole: A particle model in general relativity. *Journal of Mathematical Physics*, 14, 104-118.
- [14] Bronnikov, K. A. (1973). Scalar-Tensor theory and scalar charge. *Acta Physica Polonica*, B4(2), 251-266.
- [15] Morris, M. S. and Thorne, K. S. (1987). Wormholes in spacetime and their use for interstellar travel: A tool for teaching general relativity. *American Journal of Physics*, 56(5), 395-412.
- [16] Beig, R. and Siddiqui, A. A. (2007). Uniqueness of flat spherically symmetric spacelike hypersurfaces admitted by spherically symmetric static spacetimes. *Classical and Quantum Gravity*, 24, 5435-5439.
- [17] Andréasson, H. (2008). Sharp bounds on $2m/r$ of general spherically symmetric static objects. *Journal of Differential Equations*, 245, 2243-2266.
- [18] Bronnikov, K. A., Fabris, J. C., Piattella, O. F., and Santos, E. C. (2016). Static, spherically symmetric solutions with a scalar field in rastall gravity. *General Relativity and Gravitation*, 48(12), 162.
- [19] Zhdanov, V. I. and Stashko, O. S. (2020). Static spherically symmetric configurations with N nonlinear scalar fields: Global and asymptotic properties. *Physical Review D*, 101, 064064.