

Koşullu Varyans Modelleri: İmkb Serileri Üzerine Bir Uygulama*Conditional Variance Models: An Application on Istanbul Stock Exchange Series*

H.Altan Çabuk¹
Mehmet Özmen²
Arzu Kökçen³

ÖZET

Finansal zaman serilerinde taşıdıkları özellikler nedeniyle, doğrusal zaman serisi modelleri yerine, doğrusal olmayan koşullu değişen varyans modellerinin kullanılması daha yaygın hale gelmiştir. Bu çalışma tek değişkenli ARCH ve GARCH modellerini teorik ve uygulamalı olarak ele almıştır. Uygulama aşamasında hisse senedi piyasasında koşullu varyans modelleri sınanmış ve İMKB serileri için uygun modelin belirlenmesi amaçlanmıştır. Ele alınan modeller Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (ARCH), Genelleştirilmiş ARCH (GARCH), Üstel GARCH (EGARCH), Ortalama ARCH (ARCH-M), Ortalama GARCH (GARCH-M) ve Eşik Değerli ARCH (TARCH) modelleridir. Son bölümde İMKB100 Endeks, Mali Endeks ve Hizmet Endeksi serileri için farklı ARCH modellerinin uygulaması yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler: Koşullu Değişen Varyans, ARCH, GARCH, İMKB Endeksleri

ABSTRACT

Using nonlinear conditional Heteroscedasticity model has become widespread because of their characteristic in financial time series. This study deals with univariate ARCH-GARCH models theoretically and practically. During application heteroscedasticity models in stock exchange market were examined and the determination of the appropriate models for İMKB series was aimed. Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (ARCH), Generalized ARCH (GARCH), Exponential GARCH (EGARCH), ARCH in Mean (ARCH-M), GARCH in Mean (GARCH-M) and Threshold ARCH (TARCH) were studied. In the last part, an application of ARCH models İMKB100 index, financial index and industrial index that calculated at İMKB data were modeled and done.

Key Words: Conditional Heteroscedasticity, ARCH, GARCH, İMKB Indexes

¹ Prof.Dr.,Çukurova Üniversitesi, İ.İ.B.F. Ekonometri Bölümü, e-mail: haltan@cu.edu.tr

² Doç.Dr.,Çukurova Üniversitesi, İ.İ.B.F. Ekonometri Bölümü, e-mail: mozmen@cu.edu.tr

³ Araş.Gör., Osmaniye Korkut Ata Üniversitesi, İ.İ.B.F. Ekonometri Bölümü

1. GİRİŞ

Zaman serilerinde varyansın sıklıkla durağan seyretmemesi ve zamana bağlı olarak değişmesi, tek değişkenli varyansın modellenmesinde farklı modelleme yöntemlerinin geliştirilmesini sağlamıştır. Yüksek frekanslı finansal serilerdeki zamana bağlı değişkenliği analiz etmek için, koşullu değişen varyans modellerinin kullanımı yaygın hale gelmiştir.

Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity - ARCH) modeli, ilk kez Engle (1982) tarafından ortaya konulmuştur. Bollerslev(1986), ARCH modelini genişleterek, hem daha fazla geçmiş bilgiye dayanan hem de daha esnek bir gecikme yapısına sahip olan Genelleştirilmiş ARCH (Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, GARCH) modelini önermiştir.

Hisse senedi piyasasında koşullu varyans modellerinin analizini amaçlayan bu çalışmada, tek değişkenli koşullu varyans modellerinden ARCH ve GARCH modelleri tanımlanmış ve koşullu varyans modellerinin diğer önemli uzantılarına yer verilmiştir; modeller ve uygulama alanları belirtilmiştir.

İMKB'de işlem gören İMKB100 Ulusal endeksi, Hizmet endeksi ve Mali endeks günlük verileri seçilerek endekslerin zaman serisi özellikleri ve değişkenlere ait uygun modellemelerin belirlenmesi veriler ve bulgular kısmında incelenerek, tartışılacaktır.

2. KOŞULLU VARYANS MODELLERİ

Finansal zaman serileri aşırı basıklık, oynaklık (volatilité) kümelenmesi ve kaldıraç etkisi özelliklerinden bir veya daha fazlasına sahipse, regresyon modelinde varyansın sabit olması varsayımı geçerli olmamaktadır. Finansal zaman serilerinin varyansları genellikle zamana bağlı bir şekilde değişkenlik göstermektedir (Özden, 2008: 340).

Değişen varyansın koşulsuz olduğu durumda, artıkların koşulsuz varyansı zaman içinde değişmezken, koşullu olduğu durumda ise, artıkların varyansı geçmiş dönem gerçekleşmiş bilgi setine koşullu olarak zamanın bir fonksiyonu olmak üzere değişebilmektedir. Değişen varyansın formuna ait yapılan bu iki varsayımda da en önemli ortak özellik, koşulsuz varyansın sonlu olması gerektiği yönündedir (Gökçe, 1998: 5).

2.1. ARCH Modeli

Geleneksel ekonometrik modeller hata terimlerinin sabit varyanslılık varsayımını ileri sürerler. Engle, koşulsuz varyans sabit iken koşullu varyansın zamana bağımlı olduğu durumlarda, bu koşullu varyansı hata terimlerinin karelerinin bir fonksiyonu olarak belirlemiştir (Engle, 1982: 988).

Eğer rassal değişken y koşullu yoğunluk fonksiyonu $f(y_t | y_{t-1})$ tarafından belirtilirse, standart varsayımlar altında geçmiş bilgiler esas alınarak bugünkü değer tahmini $E(y_t |$

y_{t-1}) koşullu değişken y_{t-1} 'in değerine bağlıdır. Bu bir dönemlik tahminin koşullu varyansı ise, $V(y_t | y_{t-1})$ olarak verilir. Böyle bir ifade ile koşullu varyans tahmini geçmiş dönem bilgisine dayanacak ve tesadüfi değişken olarak işlem görecektir. Oysa geleneksel ekonometrik modellerde koşullu varyans y_{t-1} üzerine kurulmamıştır (Engle, 1982: 987). Engle (1982) makalesinde, birinci dereceden otoregresif [AR(1)] sürecini; ε_t hata terimi ve $v(\varepsilon_t) = \sigma^2$ sabit varyanslı saf hata terimi olmak üzere ana denklem olarak kullanmıştır.

$$y_t = \gamma y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1)$$

y_t 'nin koşullu varyansı,

$$E[y_t | (y_t - \gamma y_{t-1})^2] = E[\varepsilon_t^2 | \varepsilon_{t-1}^2] = \sigma^2 \quad (2)$$

olmaktadır.

y_t 'nin koşulsuz varyansı ise,

$$V(y_t) = \sigma_y^2 = V(\gamma y_{t-1} + \varepsilon_t)$$

$$\sigma_y^2 = \frac{\sigma_e^2}{1 - \gamma^2} \quad (3)$$

olarak bulunur (Karaahmetoğlu, 200: 23). (3) nolu denklemde $1/(1 - \gamma^2) > 1$ olduğunda, koşulsuz öngörü varyansı koşullu öngörüden daha yüksektir.

Granger ve Andersen tarafından, serilerin geçmişte gerçekleşen değerlerine bağlı koşullu varyansı sağlayan bir model tanımlanmıştır. Basit bir ifade ile,

$$y_t = \varepsilon_t y_{t-1} \quad (4)$$

yazılırsa koşullu varyans $\sigma^2 y_{t-1}^2$ 'dir.

Daha uygun olan bir model,

$$y_t = \varepsilon_t h_t^{1/2} \quad (5)$$

$V(\varepsilon_t) = 1$ olmak üzere yazılabilir.

Koşullu yoğunluklar kullanılarak,

$$y_t | \mathcal{Y}_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 y_{t-1}^2 \quad (6)$$

yazılır. Birinci derece otoregresif Koşullu Değişen Varyans (ARCH(1)) olarak ifade edilen bu fonksiyon, daha genel bir model olan ARCH(q)

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2$$

$$h_t = h(y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-q}, \alpha) \quad (7)$$

şeklinde genişletilebilir (Engle, 1982, s.988).

ARCH modellerinde otoregresyon parametrelerine (α_0 ve α_i 'lere) ilişkin bazı kısıtlamalar söz konusudur. Koşullu varyans (h_t), ε_t 'nin gerçekleşen bütün değerleri için pozitif olmak zorundadır. ε_t^2 , ε_{t-1}^2 , ..., ε_{t-q}^2 değerleri negatif olamayacağından bütün ε_t değerleri için koşullu varyans denklemi negatif değerler almamalıdır. (Kıran, 2006: 33). Kovaryans durağanlığının sağlanabilmesi için, denklemin karakteristik kökleri ($\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_q$) mutlak değer olarak birden büyük olmalıdır (Higgins, 1992: 139). Denklemin dinamik istikrarının sağlanabilmesi için gerekli koşul, α_i 'lerin toplamının birden küçük olmasıdır. $\left(\sum_{i=1}^q \alpha_i < 1 \right)$ (Aktaş vd., 2006: 92).

2.2. GARCH Modeli

ARCH modeli ne kadar basit olsa da, genellikle oynaklık (volatilite) sürecini açıklamak için çok fazla parametreye ihtiyaç duyar. Bollerslev (1986), hem daha fazla geçmiş bilgiye dayanan hem de daha esnek bir gecikme yapısına sahip olan ARCH modelini genişleterek, Genelleştirilmiş ARCH (GARCH) modelini önermiştir. GARCH modellerinde t dönemdeki koşullu varyans yalnız hata terimlerinin geçmiş değerlerine bağlı değil, aynı zamanda geçmişteki koşullu varyanslara da bağlıdır. Hata terimlerinin varyansı, hem kendi geçmiş değerlerinden hem de koşullu varyans değerlerinden etkilenir.

Bollerslev tarafından geliştirilen GARCH(p,q) modelinde $\sigma_v^2 = 1$ ve ortalaması sıfır olmak üzere hata süreci $\varepsilon_t = v_t \sqrt{h_t}$ şeklinde gösterilmiştir (Enders, 2003: 142). Genel bir GARCH(p,q) süreci,

$$y_t | \psi_{t-1} \sim N(0, h_t)$$

olmak üzere,

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + \beta_1 h_{t-1} + \dots + \beta_p h_{t-p}$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} \quad (8)$$

ile ifade edilir (Bollerslev, 1986: 44-48). Ayrıca, $\varepsilon_t = y_t - x_t \nu$ denklemi ile modellenecektir.

Koşulsuz modele ait varyans ise,

$$\frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^q \alpha_i - \sum_{i=1}^p \beta_i} \quad (9)$$

olmaktadır. Koşulsuz ortalama ve varyans GARCH sürecinde sabit iken, koşullu ortalama ve varyans zaman bağlıdır (Akgiray, 1989: 67).

Yukarıda belirtilen GARCH (p,q) sürecine ait durağanlık koşulunun sağlanabilmesi için $1 - \beta(z)=0$ ' ın tüm kökleri birim çemberin (-1,+1) dışında olmalıdır.

Yüksek oynaklık (volatilite) sergileyen bir zaman serisi değişkeni, koşullu ortalama ve koşulu varyans kullanılarak, süreç için yeni bir tanımlama ile oluşturulabilir:

$$y_t = E(y_t | y_{t-1}) + \varepsilon_t$$

$$h_t = E(\varepsilon_t^2 | \varepsilon_{t-1}^2)$$

Koşullu ortalama ve koşullu varyansı yeniden düzenleyerek yazacak olursak,

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_t &= y_t - E(y_t | y_{t-1}) \\
 E(\varepsilon_t^2) - E(\varepsilon_t^2 | \varepsilon_{t-1}^2) &= \varepsilon_t^2 - h_t \\
 &= \sigma^2 - h_t \equiv v_t
 \end{aligned} \tag{10}$$

bulunur (Gökçe, 2001: 36).

v_t 'nin GARCH modeline eklenmesi ile

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_t^2 &= h_t + v_t \\
 &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^m (\alpha_i + \beta_i) \varepsilon_{t-i}^2 - \sum_{i=1}^p \beta_i (\varepsilon_{t-i}^2 - h_{t-i}) + v_t \\
 &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^m (\alpha_i + \beta_i) \varepsilon_{t-i}^2 - \sum_{i=1}^p \beta_i v_{t-i} + v_t
 \end{aligned} \tag{11}$$

elde edilir. ε_t^2 , ARMA(m,p) sürecine sahiptir. $\alpha_i + \beta_i$ ile otoregresif bölüm verilmişken, β_i parametresi ile hareketli ortalama bölümü temsil edilmiştir (Bera vd., 1993: 233). ε_t^2 'nin kovaryans durağanlığına sahip olabilmesi için, v_t 'nin sonlu varyanslı, karakteristik denkleminin köklerinin mutlak değer olarak birden büyük olması gerekmektedir. Koşulsuz varyansı ise;

$$Var(\varepsilon_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \left(\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{i=1}^q \beta_i \right)} \tag{12}$$

olarak ifade edilir (Zivot, 2009: 119).

GARCH sürecinde, koşullu varyansın parametreleri pozitif olmalıdır ve varyans sonlu olmalıdır. Koşullu varyans denkleminde ait parametre değerlerinin toplamının birden küçük olması gerekliliğini ifade eden koşul, modele ait sonlu varyansın elde edilebilmesi için önem taşımaktadır (Greene, 1993: 570).

Uygulamada finansal varlık fiyatlarını modelleme ve oynaklık (volatilitenin) tahmini için en çok kullanılan model GARCH (1, 1) modelidir. GARCH (1,1) süreci,

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1} \quad (13)$$

şeklinde yazılabilir ve bu tahmin yalnızca üç bilinmeyen parametreye sahiptir. Varyansın negatif olmaması için, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_1 \geq 0$ ve $\beta_1 \geq 0$ kısıtlarının gerçekleşmesi gerekir. Durağanlık koşulu ise,

$$\alpha_1 + \beta_1 < 1 \quad (14)$$

olmalıdır (Verbeek, 2004: 281).

2.3. EGARCH Modeli

Koşullu varyansın negatif olmama zorunluluğunu sağlamak amacıyla, Nelson(1991) tarafından koşullu varyansın tanımlanmasında yeni bir matematiksel fonksiyon kullanılmış ve ARMA(p,q) modellerinin kısıtlanmış hali olan ve oynaklık (volatiliten) üzerindeki şokların etkisini asimetrik olarak göstermek için elde edilen bu yeni model Üssel GARCH (EGARCH: Exponential GARCH) olarak adlandırılmıştır.

Negatif olmama zorunluluğunu koşullu varyans için logaritmik dönüşüm kullanılan EGARCH modeli,

$$g(z_t) = \phi z_t + \psi [|z_t| - E|z_t|]$$
$$z_t = \varepsilon_t / \sqrt{h_t} \quad (15)$$

olmak üzere,

$$\ln h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i g(z_{t-i}) + \sum_{i=1}^p \beta_i \ln h_{t-i} \quad (16)$$

ifade edilmektedir. Koşullu varyanstaki pozitiflik parametrelerde negatif olmama koşulunun varlığı aranmaksızın sağlanabilmektedir. (Terasvirta, 2009: 34). (16)'da yer alan denklem 1. derece EGARCH modeli olarak aşağıdaki şekilde de yazılabilir:

$$\log h_t = \phi_0 \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sqrt{h_{t-1}}} + \beta \log h_{t-1} + \alpha \left[\frac{|\varepsilon_{t-1}|}{\sqrt{h_{t-1}}} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right] \quad (17)$$

ϕ_0 parametresi ile, kaldıraç etkisi yakalanabilir. Bir kaldıraç etkisi üretmek için, ϕ' 'nin negatif olması gerekmektedir. Eğer $\phi = 0$ ise; olumlu bir şok ($\varepsilon_{t-1} > 0$) oynaklık (volatilite) üzerinde, negatif bir şok ($\varepsilon_{t-1} < 0$) gibi aynı etkiye sahiptir (Schmitt, 1996: 1316). $\varepsilon_{t-1} / \sqrt{h_{t-1}} > 0$ ise, şokların koşullu varyansın logaritması üzerindeki etkisi ($\phi_0 + \alpha$) iken; $\varepsilon_{t-1} / \sqrt{h_{t-1}} < 0$ ise, şokların koşullu varyansın logaritması üzerindeki etkisi ($\phi_0 - \alpha$) olmaktadır (Enders, 2003: 140-142).

2.4. ARCH-M Modeli

Hisse senedi piyasalarında, senedin beklenen getirisi üzerinde koşullu değişen varyansların etkisini doğrudan doğruya ölçebilen model Engle, Lien ve Robbins (1987) tarafından geliştirilmiştir. ARCH modelinin bir uzantısı olarak geliştirilen bu model ortalamada ARCH (ARCH-M: ARCH-in Mean) olarak adlandırılmaktadır.

ARCH-M modeli risk ve zaman serisinin en iyi tahmini arasında bir bağlantı sağlar. ARCH-M modelinde hisse senedinin normalin üstündeki getirisi y_t , risk primi μ_t , etkin bir pazarda ex-ante (planlanan) ve ex-post (gerçekleşen) getiri oranı arasındaki öngörülemeyen fark ε_t olmak üzere

$$y_t = \mu_t + \varepsilon_t \quad (18)$$

şeklinde elde edilir. Beklenen normalin üstündeki getiri ise risk primine eşit olmaktadır ($E(y_t) = \mu$). Risk primi ε_t 'nin koşullu varyansının artan bir fonksiyonu olarak yazılabilir. ε_t 'nin koşullu varyansı h_t^2 iken, risk primi

$$\mu_t = \beta + \gamma h_t, \quad \gamma > 0 \quad (19)$$

olarak hesaplanır (Engle vd., 1987: 394).

Genelde varlık piyasalarına uygulanan ve finansal serinin ortalaması kendisinin koşullu varyansına bağlı olan bu model genel olarak,

$$y_t | \mathcal{H}_{t-1} \sim N(\beta x_t + \gamma h_t, h_t)$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \nu_t$$

$$\varepsilon_t = y_t - x_t \beta \quad (20)$$

ile ifade edilir. Bu modelin orijinal ARCH modelinden en önemli ve en belirgin farkı, koşullu varyansın, koşullu ortalama fonksiyonundaki açıklayıcı değişkenler kümesinin içinde yer almasıdır (Gökçe, 1998: 80).

2.5. GARCH-M Modeli

Oynaklığın (volatilitenin) koşullu ortalama üzerine etkilerini daha iyi tanımlamak için Tim Bollerslev'in 1987 makalesi ile literatüre kazandırılan Ortalamada GARCH modeli (GARCH-M: GARCH in Mean), ARCH-M modeli genişletilerek GARCH modellerine uyarlanmıştır.

GARCH-M yaklaşımı, getiri süreci için denklemini genişleterek beklenen getiri üzerinde beklenen oynaklığın (volatilitenin) olası bir sistematik geri besleme etkisini göz önüne almayı mümkün kılar (Çiçek vd., 2007: 92).

Koşullu varyansın genelleştirilmiş halinin koşullu ortalama fonksiyonuna katılarak elde edilen genel GARCH-M modeli,

$$y_t | \psi_{t-1} \sim N(x_t \beta + \delta h_t, h_t^2)$$
$$y_t = x_t \beta + \delta h_t + \varepsilon_t \quad (21)$$

koşullu ortalama modeli olmak üzere

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^q \beta_i h_{t-i} \quad (22)$$

şeklinde tanımlanır (Bollerslev, 1986: 44-48). Bu modelde δ parametresi, risk primi parametresidir. δ 'nın pozitif olması, getirinin kendi geçmiş oynaklık (volatilitesiyle) değeriyle pozitif ilişkili olduğunu ifade etmektedir.

2.6. TARCH Modeli

Olumlu ve olumsuz şokların oynaklık (volatilité) üzerindeki etkisi farklı olan ve volatilitéde asimetrikliği dikkate alan eşik değeri ARCH modeli (TARCH: Threshold ARCH) Glosten, Jagannathan ve Runkle (1993) tarafından önerilmiştir.

TARCH modelinin koşullu varyansı genel olarak,

$$h_t = w + \sum_{j=1}^p \beta_j h_{t-j} + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{k=1}^r \gamma_k \varepsilon_{t-k}^2 I_{t-k}^-$$

$$I_{t-k}^- = \begin{cases} 1 & \varepsilon_t < 0 \\ 0 & \varepsilon_t \geq 0 \end{cases} \quad (23)$$

ile ifade edilir. TARCh modelinde, iyi haberler ($\varepsilon_{t-i} > 0$) ile kötü haberlerin ($\varepsilon_{t-i} < 0$) koşullu varyans üzerindeki etkileri farklıdır. Kaldıraç etkisini ifade eden γ_k parametresi sıfırdan farklı ($\gamma_k \neq 0$) ise, haber etkisinin asimmetrik olduğunu ifade eder (Mapa, 2004: 4). Seride beklenmeyen bir yükselme iyi haber olarak algılanır ve modelde koşullu varyans α_i ile etkilenir. Beklenmedik bir düşüş ise kötü haber olarak algılanır ve $\alpha_i + \gamma_k$ ile koşullu varyans etkilenir (Chen vd., 2005: 4).

3. VERİLERİN ANALİZİ VE ARAŞTIRMA BULGULARI

Çalışmanın uygulama bölümünde, koşullu varyans modellerinin analizinde, 2004-2009 dönemlerini kapsayan İMKB100 Ulusal, Ulusal Hizmet ve Ulusal Mali Endeks verileri için günlük frekansta kullanılmıştır. Çalışmada kullanılan veriler Türkiye Cumhuriyet Merkez Bankası elektronik veri dağıtım sisteminden elde edilmiş olup, analizin gerçekleştirilmesinde Eviews 5 paket programı kullanılmıştır ve seriler logaritmik formda ifade edilmiştir.

Çalışmada kullanılan zaman serilerinin ele alındıkları dönem içerisinde durağan olup olmadıklarının kabaca belirlenmesinde serilere ilişkin zaman serisi grafiklerinin ve korelogramlarının incelenmesinde serilerin belirli bir ortalama etrafında salınmadığı ve otokorelasyon (ACF) katsayılarının çok yüksek değerler aldığı ve gecikme sayısı arttıkça çok yavaş bir şekilde azaldığı gözlemlenmiştir. Bu durumda, serilerin durağan olmadıkları söylenebilir. Serilerin birim kök içerip içermediğinin kontrolünün test edilmesi bağlamında ADF ve PP birim kök testleri kullanılmıştır. Aşağıda verilen test sonuçları serilerin durağan olmadığını göstermektedir.

Tablo 1: İMKB100- Hizmet-Mali Endeks Serilerinin Düzey Değerleri

Birim Kök Testleri	ADF	PP	Kritik Değerler %5	Olasılık Değerleri
İMKB100	-1.6135	-1.6739	-3.4128	0.7876
HizmetEndeksi	-0.7811	-0.7963	-2.8633	0.8236
Mali Endeks	-0.8776	-0.9139	-3.4128	0.9567

Serilerin birden fazla birim kök içerip içermediğinin belirlenmesi amacıyla birinci farkı alınmış serilere ilişkin birim kök test sonuçları da Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2: İMKB100-Hizmet-Mali Endeks Serilerinin 1.Farkı

Birim Kök Testleri	ADF	PP	Kritik Değerler %5	Olasılık Değerleri
İMKB100	-36.3388	-36.2637	-1.9410	0.0000
HizmetEndeksi	-43.0098	-43.9713	-3.4128	0.0000
Mali Endeks	-36.3007	-36.2393	-3.4128	0.0000

Tablo 2’de verilen test sonuçları serilerin 1. dereceden bütünleşik olduklarını göstermektedir. Serilerin I(1) oldukları söylenebilir. Yani seriler bir defa farkının alınması durumunda durağan olmaktadır.

Farkı alınan İMKB100, hizmet ve mali endeks serileri için en uygun modelin belirlenmesi amacıyla farklı derecedeki ARMA modelleri ile sınanmıştır. Serilere ilişkin model belirleme kriterlerine ait sonuçlar Tablo 3’de verilmiştir.

Tablo 3: Serilere İlişkin Farklı Derecedeki ARMA Modelleri

Model	İMKB100				MALİ			
	R ²	AIC	SIC	Log Olabilirlik	R ²	AIC	SIC	LO
ARIMA(1,1,1)	0.0042	-5.522	-5.512	4155.831	0.0037	-5.262	-5.252	3904.903
ARIMA(1,1,3)	0.0719	-5.525	-5.515	4158.115	0.0069	-5.266	-5.255	3907.333
ARIMA(3,1,3)	0.0106	-5.527	-5.517	4154.154	0.0111	-5.268	-5.258	3904.136
ARIMA(3,1,1)	0.0073	-5.524	-5.514	4151.636	0.0070	-5.2642	-5.2534	3901.124

	Hizmet			
	R ²	AIC	SIC	Log Olabilirlik
AR(1)	0.0109	-5.5035	-5.4965	4140.646
MA(1)	0.0114	-5.5023	-5.4952	4141.467
ARIMA(1,1,1)	0.0118	-5.5031	-5.4925	4141.331
ARIMA(1,1,2)	0.011622	-5.5029	-5.4923	4141.175
ARIMA(2,1,1)	0.011628	-5.5022	-5.4916	4137.927
ARIMA(2,1,2)	0.0037	-5.4943	-5.4837	4131.954

İMKB100 ve Mali endeks için tahmin edilen alternatif modellere ilişkin sonuçlar, minimum AIC ve SIC bilgi kriterlerini veren ARIMA(3,1,3); Hizmet endeksi için ARI(1,1) modelleri en uygun modeller olarak belirlenmiştir. Modellerin uygunluğunun sınanmasında artıkların beyaz gürültü özelliği taşıdıkları görülmüştür.

Zaman serisi modellerinde koşullu değişen varyansın belirlenmesinde farklı gecikmelerin kalıntılara ilişkin ARCH-LM test sonuçları aşağıdaki Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4: ARCH-LM Test Sonuçları

ARCH TESTİ	DİMKB100	DHİZMET	DMALİ	χ^2 Değerleri
LM(1)	11.8192	251.2117	7.7768	3.841
LM(2)	13.4131	297.5586	8.8045	5.991
LM(4)	15.6702	309.2010	12.0278	9.488
LM(12)	87.9750	311.0519	79.1346	21.026
LM(24)	119.6143	316.5085	104.8844	36.415
LM(36)	148.9171	322.1462	138.8462	50.998

Bütün gecikmelerde LM istatistiği %95 güven düzeyinde anlamlı olduğu için boş hipotez reddedilmiştir ve modele ait artıkların güçlü bir ARCH etkisi içerdiğine karar verilmiştir. Bu nedenle, zaman serisi farklı ARCH modelleri ile tahmin edilmelidir.

Koşullu varyans modellerinde, modelin sırasının belirlenmesinde temel amaç parametre tutumluluğudur. Genellikle ARCH-GARCH testleri 1 veya 2. derece için uygulanarak, modelde ARCH-GARCH etkisinin varlığı sınanmaktadır. Bu nedenle aşağıda tablo 5'de modellere ait istatistiksel değer sonuçları verilmiştir:

Tablo 5: Tahmin Edilen Modellere Ait İstatistiki Sonuçlar

İmkb100 Endeksi	ARCH(1)	GARCH(1,1)	ARCHM(1)	GARCHM (1,1)	EGARCH (1,1)	TARCH (1,1)
R ²	0.0104	0.0017	0.0098	0.0056	0.0103	0.0102
F	3.9217	0.5028	2.9504	1.4027	2.5921	2.5639
Akaike	-5.5443	-5.5856	-5.5435	-5.5867	-5.6118	-5.6062
Schwarz	-5.5266	-5.5643	-5.5222	-5.5619	-5.5870	-5.5814
Log.-Ol	4168.794	4200.765	4169.176	4202.577	4221.439	4217.243
Hizmet Endeksi	ARCH(1)	GARCH(1,1)	ARCHM(1)	GARCHM (1,1)	EGARCH (1,1)	TARCH (1,1)
R ²	0.003102	0.001007	0.006829	0.000130	0.003348	0.004331
F	1.555693	0.377860	2.576743	1.147409	1.006328	1.303193
Akaike	-5.63513	-5.636169	-5.63383	-5.63486	-5.650319	-5.64976
Schwarz	-5.62099	-5.618496	-5.61616	-5.61366	-5.629112	-5.62855
Log.-Ol	4241.616	4243.399	4241.641	4243.417	4255.040	4254.613
Mali Endeks	ARCH(1)	GARCH(1,1)	ARCHM(1)	GARCHM (1,1)	EGARCH (1,1)	TARCH (1,1)

R ²	0.010976	0.002514	0.010781	0.005981	0.010330	0.004327
F	4.095152	0.743617	3.215112	1.478117	2.564326	1.067710
Akaika	-5.27679	-5.309171	-5.27557	-5.310334	-5.323290	-5.31942
Schwarz	-5.25890	-5.287698	-5.25409	-5.285281	-5.298237	-5.29437
Log.-Ol	3912.469	3937.441	3912.560	3939.302	3948.896	3946.029

Bir koşullu değişen varyans modelinin en uygun model olarak seçilebilmesi için; en küçük AIC ve SIC değerine sahip olması, parametrelerin anlamlı olması ve parametre kısıt koşullarının sağlanması, varyans denklemi katsayılarının pozitif değerli olması ve bu katsayıların toplamalarının birden küçük olması gerekmektedir. Buna göre İMKB100, Hizmet ve Mali endeks serileri için en iyi model en küçük AIC, SIC ve en büyük log olabilirlik değeri dikkate alınarak; EGARCH(1,1) olarak belirlenmiştir.

Uygun model belirlendikten sonra, modellerin hala koşullu varyanslık etkisi içerip içermediğinin belirlenmesi amacıyla, kalıntılara farklı dereceden ARCH-LM testi yeniden uygulanmıştır. Test sonuçları Tablo 8’de verilmiştir.

Tablo 6: EGARCH(1,1) Kalıntılarına Ait ARCH-LM Testi

ARCH TESTİ	İMKB100	HİZMET	MALİ	%5 Kritik Değerler
LM(1)	0.3104	1.3649	0.1216	3.841
LM(2)	0.4213	1.6073	0.2802	5.991
LM(4)	5.6504	1.8639	5.4631	9.488
LM(12)	50.1867	13.6186	48.8509	21.026

LM(24)	73.3207	28.5746	67.2222	36.415
LM(36)	96.9892	37.6774	92.0236	50.998

EGARCH(1,1) kalıntılarına ilişkin yapılan ARCH-LM test sonuçları endekslerin, % 5 hata payıyla, 1, 2 ve 4. sıra değişen varyans sorunu göstermediğini ortaya koymaktadır.

4. SONUÇ

Hisse senedi piyasalarında risk, belirsizlik, salınım ve getiri kavramlarının zaman içinde daha önemli hale gelmesi ile, değişen varyans ve kovaryansın modellenmesine olanak sağlayan ekonometrik zaman serilerinin gelişimini gerekli kılmıştır.

Serilere ait koşullu varyans modelleri incelendiğinde, asimetric etkinin söz konusu olduğu görülmektedir. Bundan dolayı, olumlu ve olumsuz şokların endeksler üzerindeki etkileri farklılık göstermektedir. Olumsuz şoklar serilerin salınımını olumlu şoklardan daha fazla arttırmaktadır. Bu olumsuz şokların yaşandığı dönemlerde ortaya çıkan yüksek salınımlar nedeniyle, yatırımcılardan bazıları yüksek kazançlar elde ederken bazıları ise önemli kayıplar verebilmektedir.

İMKB 100 ve mali endekse ait modellere ilişkin kalıntıların yüksek dereceden belirsizlik içermesi, otoregresif değişen varyans modellerinin kullanımını gerekli hale getirmiş olsa da, tek başına ARCH modellerinin kullanımı yeterli olamayabilmektedir. Bundan dolayı, modelleme sonucunda ortaya çıkan belirsizliklerin giderilmesinde ARCH-GARCH ve onların türevleri ile yapılan modellemelerin, her zaman geçerli olamayabileceği görülmektedir.

KAYNAKÇA

Akgiray, Vedat (1989), *Conditional Heteroscedasticity in Time Series of Stock Returns: Evidence and Forecasts*, The Journal of Business, Vol.62, No.1, pp.

Aktaş, C., Akkurt, H. (2006), *ARCH Modelleri ve Türkiye' ye Ait Otomobil Üretim Verilerinin Farklı Varyanslılığının İncelenmesi*, Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, Sayı:16, s.90-92.

Bera, A. K. , Lee, S. (1993), *Information Matrix Test, Parameter Heterogeneity and ARCH: A Synthesis*, The Review of Economic Studies, Vol.60, No.1, pp.234, 313.

Bollerslev, Tim (1986), *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*, ARCH Selected Readings Advanced Texts in Econometrics, pp.44, 48.

- Bollerslev, Tim (1987), *A Conditionally Heteroskedastic Time Series Model for Speculative Prices and Rates of Return*, The Review of Economics and Statistics, Vol.69. , No.3. pp. 542, 543.
- Chen, W. Y. , Lian, K. K. (2005), *A Comparison of Forecasting Models For Asean Equity Markets*, Sunway Academic Journal 2, pp.4.
- Çiçek, M. , Öztürk, F. , (2007), *Yabancı Hisse Senedi Yatırımcıları Türkiye’de Döviz Kuru Volatilitmesini Şiddetlendiriyor mu?*, Ankara Üniversitesi SBF Dergisi Cilt:62, No:4, s.92. Çevrimiçi: <http://dergiler.ankara.edu.tr/dergiler/42/932/11676.pdf>
- Enders, Walter (2003) *Applied Econometric Time Series*, Second Edition, Wiley Pres, University of Alabama, pp.51, 118, 140, 142.
- Engle, R. F. , Lilien, D. M., Robbins, R. P. (1987) *Estimating Time Varying Risk Premia in the Term Structure: The ARCH-M Model*, Econometrica, Vol.55, No.2, pp.394
- Engle, Robert F. (1982), *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity With Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation*, Econometrica, Vol.50, No.4, pp.987-1007
- Gökçe, Atilla (1998), *Zaman Serilerinde Koşullu Değişen Varyanslılık Yapısı: ARCH Modelleri – Döviz ve Sermaye Piyasalarına Bir Uygulama*, Doktora Tezi, Ankara, s.5, 12, 23, 58, 63, 80.
- Gökçe, Atilla (2001), *İstanbul Menkul Kıymetler Borsası Getirilerindeki Volatilitenin ARCH Teknikleri ile Ölçülmesi*, Gazi Üniversitesi İ.İ.B.F Dergisi, 2001, s.36.
- Greene, William H. (1993), *Econometric Analysis*, Macmillan Publishing Co. New York, Second Edition, pp.570.
- Higgins, M.L., Bera, A.K (1992), *A Class of Nonlinear ARCH Models*, International Economic Review, Vol: 33, No: 1, s. 137-58.
- Karaahmetoğlu, Ahmet (2006), *Opsiyon Fiyatlamasında Otoregresif Koşullu Değişen Varyans Modellerinin Kullanımı*, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul, s. 25.
- Kıran, Burcu (2006), *Sektörel Bazda Hisse Senetleri Getiri Volatilitelerinin Asimetrik Koşullu Değişen Varyans Modelleri İle Tahmini*, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul, s.22.
- Mapa, D. S. (2004), *A Forecast Comparison of Financial Volatility Models: GARCH(1,1) is not Enough*, The Philippine Statistician, Vol.53, s.4

Özden, Ünal H. (2008), *İMKB Bileşik 100 Endeksi Getiri Volatilitesinin Analizi*, İstanbul Ticaret Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi Sayı:13, s.340, 342.

Schmitt, Christian (1996), *Option Pricing Using EGARCH Models*, Germany, Çevrimiçi: <http://www.actuaries.org/afir/colloquia/nuernberg/schmitt.pdf>, pp.1316.

Terasvirta, Timo (2009), *An Introduction to Univariate GARCH Models*, , Handbook of Financial Time Series, Springer, 2009, pp.34, 35.

Verbeek, Marno (2004) *A Guide to Modern Econometrics*, Second Edition, John Wiley & sons. Ltd., Rotterdam, pp.262, 299.

Zivot, Eric (2009), *Practical Issues in the Analysis of Univariate GARCH Models*, Handbook of Financial Time Series, Springer, pp.118, 121.