Matematiksel İlişkilendirme Becerisinin Kuramsal Boyutta İncelenmesi: Türev Kavramı Örneği *

Hayal Yavuz Mumcu

Ordu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Ordu/Türkiye (ORCID: 0000-0002-6720-509X)

Makale Geçmişi: Geliş tarihi: 17 Ocak 2018; Yayına kabul tarihi: 17 Nisan 2018; Çevrimiçi yayın tarihi: 7 Mayıs 2018

Öz: Bu çalışmanın amacı öğretmen adaylarının matematiksel ilişkilendirme becerilerinin türev kavramı bağlamında ele alınarak yorumlanmasıdır. Bu kapsamda öncelikle matematiksel ilişkilendirme becerisi kuramsal olarak analiz edilerek bu becerinin değerlendirilmesinde kullanılabilecek bir kuramsal yapı oluşturulmaya çalışılmıştır. Daha sonra ise bir devlet üniversitesinin eğitim fakültesi son sınıf öğrencilerinden seçilen ve 51 kişiden oluşan matematik öğretmen adaylarına araştırmacı tarafından geliştirilmiş olan İlişkilendirme Beceri Testi (İBT) uygulanmıştır. İlişkilendirme Beceri Testi'nin temel bileşenleri farklı gösterimler arası ilişkilendirme, kavramlar arası ilişkilendirme, gerçek yaşamla ilişkilendirme ve farklı disiplinlerle ilişkilendirme olarak ifade edilebilir. Çalışma sonucunda öğretmen adaylarının genel olarak türev kavramına yönelik ders kitaplarında yer alan ezberi bir takım bilgilere sahip oldukları fakat bu bilgileri birbiri ile ilişkili olarak anlamlandırmakta ve kullanmakta güçlük çektikleri gözlenmiştir. Matematiğin daha anlamlı ve ilişkisel olarak öğrenilmesi anlamında, matematik eğitimcilerinin sınıflarında, kavramsal anlamaya odaklanmaları ve kavramların anlamlı öğrenilmesini ve gerçek yaşamla ilişkilendirilebilmesini sağlayacak etkinlik ve uygulamalara yer vermeleri önerilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel ilişkilendirme becerisi, öğretmen adayları, türev kavramı

DOI: 10.16949/turkbilmat.379891

Abstract: The aim of this study is to explore and interpret the mathematical connection skills of pre-service teachers within the context of the concept of derivative. In this regard, firstly the mathematical connection skill was analyzed theoretically, and an attempt was made to establish a theoretical structure that can be used in the evaluation of this skill. Then the Connection Skill Test (CST), developed by the researcher, was applied to the students in the study group composed of 51 people selected from among senior students of the Faculty of Education of a state university in Turkey. Four basic components of the test are as follows: connection between different representations, connection between concepts, connection with real life, and connection with different disciplines. The findings of the study indicate that most of the pre-service teachers have some rote-learning based pieces of knowledge from textbooks with regards to the concept of derivative, but they cannot, to a large extent, understand and use them in connection with each other. For a more meaningful and relational understanding of mathematics, it is suggested for mathematics educators to focus on conceptual understanding and include activities and practices that will enable concepts to be learned meaningfully and in connection with real life in their classes.

Keywords: Concept of derivative, mathematical connection skill, teacher candidates

See Extended Abstract

Sorumlu yazar: Hayal Yavuz Mumcu **e-posta:** mhayalym52@gmail.com

* Bu çalışma 1. Uluslararası Sosyal Beşeri ve Eğitim Bilimleri Kongresi'nde sunulan bildirinin genişletilmiş halidir.

Kaynak Gösterme: Yavuz-Mumcu, H. (2018). Matematiksel ilişkilendirme becerisinin kuramsal boyutta incelenmesi: Türev kavramı örneği. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi, 9*(2), 211-248.

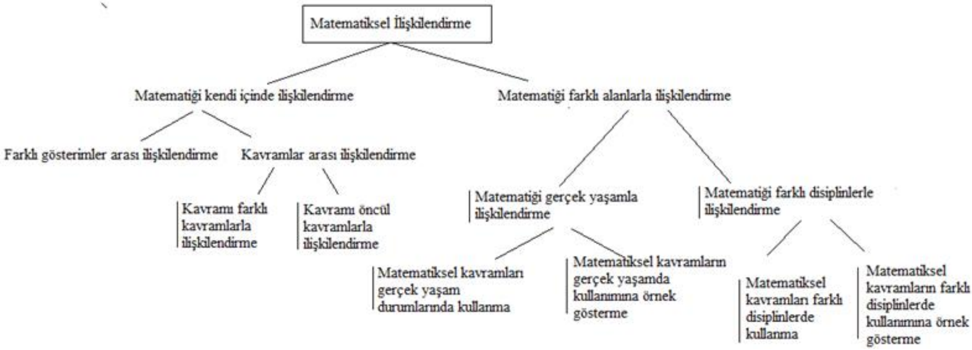
1. Giriş

Matematik öğretiminin genel amaçlarından biri; bireylere yaşamlarında ihtiyaç duyabilecekleri matematiksel bilgileri ve bu bilgileri yaşamlarının farklı alanlarında kullanabilmelerini sağlayacak temel becerileri kazandırmaktır (Baki, 2014, s.34; Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013, s.1; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000, s. 4). Belirlenen bu hedefe ulaşabilmek için öğrencilerin matematiksel kavramları ve bunlar arasındaki ilişkileri anlamlandırabilme, yorumlayabilme ve yaşamlarında kullanabilme, bunun dışında matematiği farklı alanlarla ve disiplinlerle ilişkilendirebilmeleri gibi temel matematiksel becerileri kazanmaları gerekmektedir (Ball, 1990; Kinach, 2002; Vale, McAndrew & Krishnan, 2011; NCTM, 2000; Skemp, 1978; Van de Walle, 2013). Bu bağlamda ilişkilendirme, günümüz matematik eğitimi programı ya da standart dokümanlarında açık olarak matematik öğrenme ve yapma süreçlerinin en önemli becerilerinden birisi olarak vurgulanmaktadır (Chapman, 2012; MEB, 2013). İlişkilendirme üzerine farklı tanımlamalar yapılmakla birlikte birçoğunun ortak yönü, matematiksel ilişkilendirmenin matematiksel fikirlerde bir köprü ya da bağlantı olarak tanımlanmasıdır (Eli, 2009). Ülkemizde matematik öğretim programının geliştirmeyi hedeflediği matematiksel beceri ve yeterliliklerden biri; matematiği kendi içindeki konular/kavramlar arasında ve başka alanlarla ilişkilendirmedir. Söz konusu beceri ile öğrencilerin matematiği daha anlamlı öğrenecekleri vurgulanmaktadır (MEB, 2013, s. 8). Bunun yanı sıra ilişkilendirme yapabilen bir öğrenci kalıcı öğrenmeye sahip olacak, matematiğe değer verecek ve matematiğe yönelik olumlu tutum geliştirebilecektir (Ball, Hill & Bass, 2005; Businskas, 2008; Noss & Hoyles, 1996). Bosse (2003) ve Skemp (1976) matematiksel ilişkilendirmenin öğrencilere birçok fikri hatırda tutma ve kullanmada yardımcı olduğunu ve ilişkilendirme ile matematik öğreniminin güçlenebileceğini belirtmiştir. İlişkilendirme becerisi matematiksel nesneler arasındaki ilişkilerden hareketle genellemelere fırsat verecek ve bu genellemeler yardımı ile matematiğin temel karakteristik özelliği olan matematiksel ispat süreçleri tamamlanabilecektir (Yıldırım, 1996). MEB'e (2009, s. 16) göre ilişkilendirme becerisinin kazanılabilmesi için öğrencilerde (i) kavramsal ve işlemsel bilgiyi ilişkilendirebilme, (ii) matematiksel kavram ve kuralları çoklu temsil biçimleri ile gösterebilme ve bu temsil biçimleri arasında ilişki kurabilme, (iii) öğrenme alanları arasında ilişki kurabilme, (iv) matematiği derslerde ve günlük hayatında kullanabilme becerilerinin geliştirilmesi gerekmektedir. NCTM (2000) ise ilişkilendirme becerisinin temel bileşenlerini (i) matematiksel fikirler arasındaki ilişkilerin farkına varma ve bu ilişkileri kullanma (ii) matematiksel fikirlerin bir diğeriyle nasıl ilişkili olabileceğini ve bu ilişkilerle yeni fikirlerin nasıl inşa edilerek tutarlı bir bütün haline getirilebileceğini anlama, (iii) matematik dışındaki disiplinlerde matematiği belirleme ve uygulama olarak ifade etmektedir.

İlişkilendirme kavramı alan yazında daha çok ilişkisel düşünme (Carpenter, Franke & Levi, 2003; Carpenter, Levi, Franke & Zeringue, 2005; Empson, Levi & Carpenter, 2010; Green, 2016; Hunter, 2007; Whitacre, Schoen, Champagne & Goddard, 2017) ve ilişkisel anlama (Skemp, 1976; Star, 2014; Şahin, Yenmez ve Erbaş, 2015) olarak iki farklı boyutta ele alınmakta ve tartışılmaktadır. İlişkisel düşünme; öngörülen bir dizi işlem ve hesaplamalar sonucunda matematiksel bir cevaba ulaşmaktan ziyade, matematiksel ifadeleri farklı biçimlerde ifade edebilmek için sayı ve işlemlerin temel özelliklerini kullanmayı içermektedir. Dolayısıyla bu süreçte, matematiksel ifade ve eşitlikler adım adım tamamlanması gereken bir süreç olarak görülmemekte ve bir bütün olarak ele alınmaktadır (Carpenter ve ark., 2005). İlişkisel anlama kavramı ise özellikle Skemp'in (1976) çalışmalarıyla alan yazında ön plana çıkmış bir kavramdır. Skemp (1976) matematiksel anlamayı ilişkisel anlama ve işlemsel anlama olarak ikiye ayırmaktadır ve bu kapsamda ilişkisel anlamayı, ne yapılması ve niçin yapılması gerektiğini bilmek, işlemsel anlamayı ise nedenlerini bilmeden kuralları uygulamak olarak ifade etmektedir. Söz konusu çalışmada yazar çıkarma işlemlerinde borç alma senaryosunun, kesirlerde çarpma işleminde birinci kesri aynen yazıp ikinci kesri ters çevirip çarpma ve denklem çözümlerinde karşıya geçen terimin işaret değiştirmesi ezberlerinin kullanımını işlemsel anlamaya örnek olarak göstermektedir. Bu noktada işlemsel ve ilişkisel anlamaya örnek olarak aşağıdaki durum gösterilebilir.

Bir öğrenci türev alma kurallarını biliyor ve verilen farklı fonksiyonlar için söz konusu kuralları uygulayarak türev alabiliyor ise bu öğrencinin türev kavramı ile ilgili olarak işlemsel anlamaya sahip olduğu söylenebilir. Fakat bu öğrenci türev kavramının cebirsel ve geometrik gösterimlerini anlamlandıramıyor ve birbiri ile ilişkilendiremiyor veya türev kavramını gerçek yaşam durumlarında kullanamıyorsa, bu öğrencinin türev kavramı ile ilgili olarak ilişkisel anlamaya sahip olmadığı söylenebilir. İlişkisel anlama, kavramların birbiri ile ilişkisine bağlı olarak, matematiksel kural ve algoritmaların kaynağını görmeyi sağlamakta, böylece anlamlı öğrenme gerçekleşmektedir. Alan yazında da ilişkisel anlamanın anlamlı öğrenme üzerinde güçlü ve pozitif bir etkiye sahip olduğunu savunan çalışmalar mevcuttur (Barmby, Harries, Higgins & Suggate, 2009; Bransford, Brown & Cocking, 1999; Carpenter & Lehrer, 1999; Greeno, Collins & Resnick, 1996; Hiebert & Carpenter, 1992; National Research Council, 2001; Rasila, Malinen & Tiitu, 2015).

İlişkilendirme, alan yazında beceri, süreç ve ürün olmak üzere farklı yaklaşımlarla ele alınmakla birlikte (Narlı, 2016), bu çalışmada bir beceri olarak ele alınarak yorumlanmıştır. İlişkisel düşünme ve ilişkisel anlama süreçlerinde bireyin kullanması gereken ve ilişkilendirme yapabilme gücü olarak tanımlanabilecek olan matematik becerisi, ilişkilendirme becerisi olarak ifade edilebilir. İlişkilendirme becerisine yönelik olarak yapılan çalışmalar incelendiğinde bunların farklı bağlam ve temalarda oluşturulduğu görülmektedir. Blum, Galbraith, Henn ve Niss (2007) en genel haliyle iki tür ilişkilendirmeden söz etmektedir. Bunlardan biri, matematiğin kendi içerisinde ilişkilendirilmesi, bir diğeri ise matematiğin matematik dışındaki alanlarla (gerçek yaşam veya farklı disiplinler) ilişkilendirilmesidir. Bu görüşe paralel olarak alan yazında ilişkilendirme becerisi ile ilgili çalışmaların genel olarak dört tema altında yapıldığı görülmektedir. Bunlar; gerçek hayatla ilişkilendirme (Akkuş, 2008; Boaler, 1993; Ji, 2012; Van Den Heuvel- Paunhuizen, 2003), kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme (Ainsworth, 1999; Ainsworth & Van Labeke, 2004; Akkoç, 2006; Özmantar, Akkoç, Bingölbali, Demir & Ergene, 2010), kavramlar arası ilişkilendirme (Carpenter ve ark., 2005; Empson ve ark., 2010) ve farklı disiplinlerle ilişkilendirme (Cherniak, Changizi & Kang, 1999; Pang & Good, 2000; Park-Rogers & Abell, 2007) olarak ifade edilebilir. Bingölbali ve Coşkun (2016) ise ilişkilendirme becerisini kavramlar arası ilişkilendirme, kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme, gerçek hayatla ilişkilendirme ve farklı disiplinlerle ilişkilendirme olarak kuramsal bir zemine oturtmuşlardır. Bu çalışmada ilişkilendirme becerisi için Bingölbali ve Coşkun'un (2016) önerdiği kuramsal çatı temel alınmış ve daha genel bir yapıda tekrar ifade edilmiştir (Şekil 1).



Şekil 1. İlişkilendirme Becerisi İçin Kavramsal Çerçeve

Matematiğin ardışık ve yığılmalı bir disiplin olmasından ötürü, matematik öğrenmede kavramlar arasında yapılan ilişkilendirmeler oldukça büyük önem taşımaktadır (Narlı, 2016, s.232). İlişkilendirme becerisi için oluşturulan kavramsal çerçevede, kavramlar arası ilişkilendirme alt boyutu iki bileşen ile ifade edilmiştir. Bu durumun nedeni öğrenme sürecinin aşamaları ile açıklanabilir. Zira Eli (2009) matematik öğrenmeyi, yeni bilginin mevcut zihinsel şemalarla ilişkilendirilmesi ve bunlarla uyumlu hale getirilmesi sürecinde zihinsel şemalarda var olan bilgiler arasında yeni ilişkiler oluşturulması süreci olarak tanımlamaktadır. Öğrenme aşamasında yapılan söz konusu ilişkilendirmenin bir türü de, kavramın öncül kavramlarla ilişkilendirilmesidir. Burada öncül kavramdan kasıt kavramın öğrenilmesine zemin teşkil eden kavramlardır. Türev kavramının öğrenilmesi için kavramın, öncül kavramlar olan limit ve süreklilik kavramlarıyla ilişkilendirilmesi bu duruma örnek olarak gösterilebilir. Bunun dışında matematik öğrenme veya matematik yapma sürecinde söz konusu bir diğer kavramlar arası ilişkilendirme türü ise kavramın farklı kavramlarla ilişkilendirilmesidir. Burada ilişkilendirilen kavramlar birbirinin öncülü niteliğinde değildir. Bu duruma örnek olarak verilen bir fonksiyonun grafiğinin türev kavramından yararlanılarak çizilmesi gösterilebilir. Bununla birlikte öncül kavramlarla ilişkilendirme ve farklı kavramlarla ilişkilendirmeyi çok belirli sınırlarla ayırmak mümkün değildir. Çünkü genel olarak bakıldığında matematikte aslında tüm kavramlar birbirinin yakın veya uzak öncülü olarak nitelendirilebilir.

Matematiksel kavramları gerçek hayat durumları ile ilişkilendirme boyutunda yine iki boyut kullanılmıştır. Bunlardan biri söz konusu ilişkilerin farkında olma, diğeri ise bu ilişkileri yaşamda karşılaşılan problemleri çözmek için kullanma olarak gösterilebilir. Kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme ile ifade edilmek istenilen, matematiksel kavramların farklı gösterim biçimleridir. Bunlar grafik, şema, çizim, tablo, diyagram vb. gösterimler olabilir. Farklı disiplinlerle ilişkilendirme boyutunda ise yine iki boyut kullanılmıştır. Bunlar söz konusu ilişkilerin farkında olma ve bu ilişkileri farklı disiplin bağlamlarında kullanabilmedir.

1.1. Araştırmanın Önemi ve Amacı

Matematik öğretiminde kavramların ilişkisel olarak ele alınması ve öğretilmesi, öğrencilerin söz konusu kavramları ilişkisel olarak anlamalarına, kavramlar arasındaki ilişkileri ifade edebilmelerine ve farklı bağlamlarda kullanabilmelerine olanak vermektedir. Dolayısıyla ilişkilendirme becerisinin kazandırılmasında öğretmenlerin önemli bir role sahip olduğu söylenebilir. Tchoshanov (2011) matematik öğretmenlerinin matematiksel kavramlar ve bu kavramlar arasındaki ilişkiler ile ilgili bilgisinin öğrencilerin başarısında ve dersin kalitesinde etkili olduğunu belirtmektedir. Ayrıca Tchoshanov (2011) bu bilginin başarılı bir öğretmen olmak için belirleyici bir unsur olduğuna da işaret etmektedir. Bu bağlamda geleceğin öğretmenleri olan öğretmen adaylarının ilişkilendirme becerilerine yönelik yapılacak çalışmalar önem kazanmaktadır. Bu çalışmada belirlenen bir matematik kavramı ve Şekil 1'deki kavramsal çerçeve kullanılarak, öğretmen adaylarının ilişkilendirme becerilerinin incelenmesi amaçlanmaktadır. İlişkilendirme becerisine yönelik yapılan çalışmalar (Başkan-Takaoğlu, 2015; Delice ve Sevimli, 2010; Ersoy ve Aydın, 2017; Gagatsis & Shiakalli, 2004; Birgin ve Gürbüz, 2009; Hotmanoğlu, 2014; Sağırlı, Baş, Çakmak ve Okur, 2016; Özgen, 2013b) incelendiğinde, bu çalışmaların, ağırlıklı olarak matematiğin gerçek yaşamla ilişkilendirilmesi üzerinde durdukları, bu açıdan ilişkilendirme becerisini kısıtlı olarak ele aldıkları ifade edilebilir (Businskas, 2008). Bu çalışmada, mevcut çalışmalardan farklı olarak, söz konusu beceri bir bütün olarak ele alınmış ve matematiğin kendi içindeki ilişkilendirme süreçlerinin de gözlenmesi sağlanmaya çalışılmıştır. Bu nedenle özel bir matematik kavramı kullanılarak söz konusu süreçlerin ayrıntılı olarak analizinin yapılması planlanmıştır. Bu plan dâhilinde çalışmanın genel amacı öğretmen adaylarının matematiksel ilişkilendirme becerilerinin türev kavramı bağlamında ele alınarak yorumlanmasıdır.

Çalışmada özel olarak türev konusunun seçilmesinin nedenlerinden biri, kavramın çok boyutlu olan ilişkilerin kullanılmasına imkân vermesi olarak gösterilebilir. Türev konusu, geometrik açıdan bir eğrinin eğimi olarak, fiziksel açıdan anlık değişim oranı olarak ifade edilebilen ve faiz oranlarındaki dalgalanmalardan okyanuslarda ölen balık ve hareket eden gaz molekülleri oranlarına kadar her şeyi sunmak için kullanılabilme özelliği sayesinde diğer bilimlerde de uygulamaları olan bir konudur (Hughes-Hallett ve ark., 1992, s. 119; Barnett, Zeigler & Byleen, 2005'ten akt., Sağırlı, Kırmacı ve Bulut, 2010, s.227). Bununla birlikte yapılan çalışmalar öğrencilerin özellikle ortaöğretimde türev kavramını tam olarak öğrenemediğini ve bu nedenle üniversitede almış oldukları analiz derslerinde zorlandıklarını göstermektedir (Burton, 1989). Söz konusu çalışmalarda özel olarak öğrencilerin türevin cebirsel tanımı (Gür & Barak, 2007), türev-limit ilişkisi (Orton, 1983), fonksiyonun türevi ile sürekliliğini anlama (Viveros & Sacristan, 2002), değişim oranı kavramını açıklama (Orton, 1983) gibi konularda zorluk yaşadıkları ve bazı kavram yanılgılarına sahip oldukları belirtilmektedir. Bu nedenle bu çalışmada söz konusu durumların, bir üst basamak olan üniversite sürecine yansıma durumları da gözlenmiş olacak ve böylece özel olarak türev kavramıyla ilgili öğrencilerin üstesinden gelemedikleri zorluklar belirlenebilecektir. Zira ortaöğretimde türev kavramı ile karşılaşmış olan ve üniversitede kavramı daha derinlemesine öğrenme imkânı bulan bireylerin ortaöğretimden gelen öğrenme eksiklikleri olsa dahi, bu eksiklikleri lisans öğrenimleri süresince gidermiş olmaları beklenen bir durumdur. Bu bağlamda çalışmanın alt problemleri: Öğretmen adaylarının türev kavramı ile ilgili olarak;

- kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme (FGAİ) becerilerini
- kavramlar arası ilişkilendirme (KAİ) becerilerini
- kavramı gerçek yaşamla ilişkilendirme (GYİ) becerilerini
- kavramı farklı disiplinlerle ilişkilendirme (FDİ) becerilerini
- genel ilişkilendirme (Gİ)becerilerini

kullanma durumları nasıldır?

2. Yöntem

Bu araştırma nitel olarak desenlenmiş bir durum çalışmasıdır. Nitel durum çalışmasının en önemli özelliği bir ya da birkaç durumun derinlemesine araştırılmasıdır (Merriam, 1998; Yıldırım ve Şimşek, 2013). Bu araştırmada da özel bir matematik becerisi olan ilişkilendirme becerisi alt boyutlarıyla birlikte ele alınarak incelenmiş olduğundan bu yöntemin kullanılması tercih edilmiştir.

Çalışma grubunu bir devlet üniversitesinin matematik öğretmenliği programında son sınıfa devam etmekte olan ve çalışmada yer alma hususunda gönüllü olan 51 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Araştırmanın katılımcıları zengin bilgiye sahip olduğu düşünülen durumların derinlemesine çalışılmasına olanak veren amaçlı örneklem belirleme yaklaşımlarından tipik durum örneklemesi ile belirlenmiştir. Tipik durum örneklemesinin kullanıldığı araştırmalarda amaç, tipik durumları seçerek evrene genelleme yapmak değil, ortalama durumları çalışarak belirli bir alan hakkında fikir sahibi olmak veya bu alan, konu, uygulama veya yenilik konusunda yeterli bilgi sahibi olmayanları bilgilendirmektir (Patton, 1987). Bu çalışmada ele alınan kavramın ilişkili olduğu lisans dersleri ve bu derslerin verildiği dönemler göz önüne alındığında, çalışma grubunda yer alan öğretmen adaylarının, ilgili dersleri almış olmalarına dikkat edilmiş, bu bağlamda söz konusu adaylar, ilköğretim matematik öğretmenliği programının son sınıfına devam edenler arasından seçilmiştir.

Çalışmada veri toplama aracı olarak araştırmacı tarafından geliştirilen İlişkilendirme Becerisi Testi (İBT-Ek 1) ve öğretmen adaylarıyla yürütülen klinik mülakatlar kullanılmıştır. Testin boyutlarının belirlenmesinde Şekil 2'de yer alan kavramsal çerçeve kullanılmıştır. Buna göre İBT dört bölümden oluşmaktadır. Bunlar; kavramlar arası ilişkilendirme (KAİ), kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme (FGAİ), gerçek hayatla ilişkilendirme (GYİ) ve farklı disiplinlerle ilişkilendirme (FDİ)'dir. Bu kapsamda İBT'de, çalışma kapsamında geliştirilen kavramsal çerçevenin her bir boyutuyla ilgili tek soru olmak üzere toplamda 10 soru yer almaktadır. Ayrıca İBT'nin geçerliğini artırmak amacıyla tüm bölümlerinde aynı kavramın kullanılmasına özen gösterilmiştir. Veri toplama aracının alt boyutları ve bunların içerikleri Tablo 1'de verilmektedir.

Tablo 1. İBT'nin alt boyutları ve içerikleri

	İBT Boyutları/ Alt Boyutları	**Soru No:**	**1**	**2**	**3**
FGAİ		**Sorunun İçeriği**	Türevin cebirsel anlamı	Türevin cebirsel anlamı	Türevin geometrik anlamı
		Sorunun Amacı	Türev kavramının cebirsel gösterimi ile ilişkilendirilerek kullanılması	Türev kavramının cebirsel gösterimi ile ilişkilendirilerek kullanılması	Türev kavramının geometrik gösterimi ile ifade edilebilmesi ve ilişkilendirilmesi
KAİ	**Kavramı öncül kavramlarla ilişkilendirme (KAİ1)**	**Soru No:**	**4-a**	**4-b**	
		Sorunun İçeriği	Türevin limit ile ilişkilendirilmesi	Türevin süreklilik ile ilişkilendirilmesi	
		Sorunun Amacı	Türevin limit kavramı ile olan ilişkilerinin sözel olarak ifade edilebilmesi	Türevin süreklilik kavramı ile olan ilişkilerini sözel olarak ifade edilebilmesi	
	Kavramı farklı kavramlarla ilişkilendirme (KAİ2)	**Soru No:**	**5**	**6-a**	**6-b**
		Sorunun İçeriği	Teğetin denklemi	Artan/azalan fonksiyonlar	Fonksiyonların maksimum ve minimumları
		Sorunun Amacı	Türev kavramının eğim kavramı ile ilişkilendirilmesi	Türev kavramının, fonksiyonların artan/azalanlığı ile ilişkilendirilmesi	Türev kavramının, fonksiyonların maksimum/minimum noktaları ile ilişkilendirilmesi
GYİ	**Kavramı gerçek yaşam durumlarında kullanma (GYİ1)**	**Soru No:**	**7**		
		Sorunun İçeriği	Türevin uygulamaları-Maksimum, minimum problemleri		
		Sorunun amacı	Türev kavramının gerçek yaşam durumlarıyla ilişkilendirilerek söz konusu durumlarda kullanılması		
	Kavramın gerçek yaşamda kullanımına örnek gösterme (GYİ2)	**Soru No:**	**8**		
		Sorunun İçeriği	Türevin uygulamaları		
		Sorunun Amacı	Türev kavramının gerçek yaşamdaki olay ve olgularla ilişkilendirilmesi		
FDİ	**Kavramı farklı bir disiplin bağlamında kullanma (FDİ1)**	**Soru No:**	**9-a**	**9-b**	
		Sorunun İçeriği	Türevin fiziksel uygulamaları	Türevin fiziksel uygulamaları	
		Sorunun Amacı	Anlık hız kavramının türevle ilişkilendirilmesi	Anlık hız değerlerinin türevle ilişkili olarak hesaplanabilmesi	
	Kavramın farklı disiplinlerde kullanımına örnek gösterme (FDİ2)	**Soru No:**	**10**		
		Sorunun İçeriği	Türevin farklı disiplinlerde kullanılması		
		Sorunun Amacı	Türevin farklı disiplinlerle olan ilişkilerinin sözel olarak ifade edilebilmesi		

KAİ: Kavramlar arası ilişkilendirme; FGAİ: Kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme; GYAİ: gerçek hayatla ilişkilendirme; FDİ: farklı disiplinlerle ilişkilendirme

Çalışma sürecinin ilk basamağında araştırmacı tarafından geliştirilmiş olan İBT, çalışma grubunda yer alan öğretmen adaylarına uygulanmıştır. Uygulama süreci bizzat araştırmacı tarafından yürütülmüş ve süreçle ilgili bilgilendirmeler ışığında öğretmen adaylarının İBT'de yer alan soruları cevaplandırmaları sağlanmıştır. Bu süreçte öğretmen adaylarına herhangi bir süre sınırlandırması yapılmamıştır. Daha sonra araştırmacı, uygulama sürecinden elde ettiği verileri, ilişkilendirme becerisinin her bir alt boyutu ile ilgili olarak incelemiş ve söz konusu becerilerin kullanım biçimlerini yorumlamaya çalışmıştır. Söz konusu becerinin gözlenmesine ve yorumlanmasına mani olan durumlar belirlenerek, çalışma sürecinin ikinci basamağında, belirlenen durumlar üzerinden öğretmen adaylarıyla klinik mülakatlar yürütülmüştür. Mülakat süreçlerinde öğretmen adaylarının yazılı olarak verdikleri yanıtların gerekçeleri söz konusu beceriyle ilişkili olarak ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Mülakat süreçlerinden elde edilen tüm veriler ses kaydı alınarak saklanmış ve transkript edilmiştir.

Çalışma kapsamında öğretmen adaylarının yazılı yanıtları ve oluşturulan transkriptler bir arada değerlendirilerek yorumlanmıştır. Verilerin ifade edilmesinde ve yorumlanmasında, gerçekleştirilen betimsel analizler kullanılarak yüzde ve frekans değerleri ile ifade edilmiştir. Söz konusu analizler, çalışma kapsamında geliştirilen kuramsal yapıya uygun olarak ve gerektiği durumlarda öğretmen adaylarının yazılı ve sözlü yanıtları ile desteklenerek sunulmuştur.

Çalışmada kullanılan İBT'nin geçerliği için uzman görüşlerine başvurulmuştur. Bunun için alan eğitiminde uzman dört farklı öğretim üyesinin fikirleri, ilgili testin kendilerine ulaştırılması yoluyla alınmıştır. Uzmanların görüşleri doğrultusunda, taslak formunda 16 maddeden oluşan test, 3 maddenin çıkarılmasıyla ve bazı maddelerin soru köklerinde değişiklik yapılması suretiyle 13 madde ile sınırlandırılmıştır. Çalışmanın güvenirliğini sağlamak amacıyla yapılan eşdeğer yarılar güvenirlik analizi sonucunda Spearman-Brown güvenirlik katsayısı 0,701 olarak hesaplanmıştır.

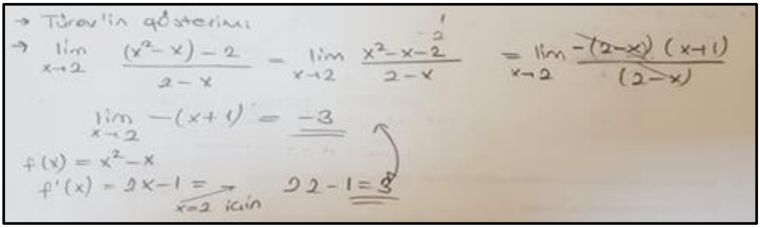
3. Bulgular ve Yorumlar

Çalışmanın alt problemleri ile ilişkili olarak, bu bölümde öncelikle İBT'nin her bir alt boyutundan elde edilen bulgular, daha sonra ise İBT'den elde edilen genel bulgular sunulacaktır. Bulguların sunulması aşamasında çalışmadan elde edilen tüm bulgulara yer verilmekle birlikte, alıntılarla desteklenen ayrıntılı analizlerin yorumlanmasında, İBT'de yer alan sorulara verilen doğru olmayan yanıtlar kullanılmış ve öğretmen adaylarının söz konusu kavram için ilişkilendirme becerilerini kullanım biçimleri ayrıntılı olarak gözlenmeye çalışılmıştır.

3.1. Kavramın farklı gösterimleri arasında ilişkilendirme (FGAİ) boyutundan elde edilen bulgular

İBT'nin bu boyutunda üç soru yer almaktadır. Bu soruların ilk ikisi türev kavramının cebirsel gösterimleri, üçüncüsü ise geometrik gösterimi ile ilişkilendirilmesini gerektirmektedir. Bu sorularda öğretmen adaylarından beklenen, türev kavramının farklı gösterimlerini, türev kavramı ve birbirleriyle ilişkilendirmeleridir. Birinci soruda 5 öğretmen adayı (%9,80), ilişkilendirme becerilerini etkili bir şekilde kullanırken, 38 öğretmen adayının (%74,50) söz konusu becerilerini etkili biçimde kullanamadıkları ve soruya eksik veya yanlış yanıtlar verdikleri görülmüştür. 8 öğretmen adayı (%15,68) ise bu soruyu bilmiyorum/hatırlamıyorum şeklinde ifadeler kullanarak yanıtsız bırakmışlardır. Dolayısıyla öğretmen adaylarının büyük bir bölümünün (%74,50) bu soruda ilişkilendirme becerilerini etkili olarak kullanamadıkları görülmektedir. Bu gruptaki yanıtlar incelendiğinde 38 öğretmen adayı ile yapılan klinik mülakatlar neticesinde, farklı tür yanılgılar tespit edilmiştir. Bu yanılgılar şu şekilde kategorileştirilebilir.

17 öğretmen adayı soruda verilen ifadenin türevin farklı bir gösterimi olduğunu, fakat bunu nasıl göstereceklerini bilmediklerini ifade etmişlerdir. 8 öğretmen adayı verilen ifadenin o noktadaki türeve eşit olduğunu söylemiş, fakat doğru olarak hesapladıkları limit değerinin neden o noktadaki türeve eşit çıkmadığını anlamlandıramadıklarını söylemişlerdir. Söz konusu durum Şekil 2'de örneklendirilmiştir.



Şekil 2. K_{16} kodlu öğretmen adayının yanıtı

Şekil 2'de öğretmen adayının farklı çıkan sonuçları birbiri ile ilişkilendiremediği görülmektedir. Bu grupta yer alan yanıtlarda öğretmen adaylarının, kendilerine verilen ifadenin paydasında (2-x) yerine (x-2) olması gerektiğini fark etmedikleri görülmektedir. Kendileri ile yürütülen mülakat süreçlerinde bu öğretmen adaylarının türevin cebirsel gösterimini ifade etmekte zorlandıkları ve ilgili ifadeyi tam olarak hatırlayamadıkları görülmüştür. 7 öğretmen adayı verilen ifadenin limit değerini ancak L'Hospital kuralına bağlı olarak türev kavramıyla ilişkilendirebilmişlerdir.

E_{43}: Bu ifade, türevin yorumunu ifade eder.

$\lim_{x\to 2} \frac{f(x)-f(2)}{2-x} = \lim_{x\to 2} \frac{f(2)-f(2)}{2-2} = \lim_{x\to 2} \frac{0}{0}$ ve belirsizlik vardır

$\lim_{x\to 2} f'(x) = \lim_{x\to 2} 2x-1 = 4-1=3$ 'tür

A: Burada ne yapmak istedin?
E_{43}: 0/0 belirsizliği geldiği için fonksiyonun türevini aldım, 3 buldum.
A: Yani verilen limit değeri 3'e eşittir mi demek istiyorsun?
E_{43}:İşlem hatası yapmışım hocam, -3'e eşittir.
A: Neden -3?
E_{43}: 0/0 geldiği için üst tarafın türevi f'(2) gelecek, alt tarafın türevi -1 gelecek, o zaman (2x-1)/(-1) yani 1-2x =-3 olacak. Yani verilen ifade -3'e eşittir.
A: Peki türevle ilişkilendirirsek?
E_{43}: Yani bu zaten türevin tanımı idi (verilen cebirsel ifadeyi gösteriyor), o nedenle.
A: Peki bu ifadeyi kullanarak bana x=3 noktasındaki türevi yazabilir misin?
E_{43}:

$\lim_{x\to 3} \frac{f(x)-f(3)}{x-3} = ?$

A: Hesaplayalım.
E_{43}: Bunu hesaplarsak yine 0/0 gelecek, L'Hospital'e başvuracağız. Üst tarafın türevi 2x-1 geliyor, paydanın türevi 1 olduğu için (2x-1)/1 = 5 buluruz.

Şekil 3. E_{43} kodlu öğretmen adayı ile yürütülen mülakat sürecinin ilgili bölümü

Söz konusu durum E_{43} kodlu öğretmen adayı ile gerçekleştirilen mülakat sürecinin ilgili bölümü ile örneklendirilmiştir. Şekil 3'te öğretmen adayının verilen limit değerini ancak belirli işlemlerin sonucunda türev kavramıyla ilişkilendirebildiği görülmektedir. Öğretmen adayı söz konusu limit değerini türev kavramıyla ilişkili olarak anlamlandıramadığı için, belirsiz durumlarla karşılaşmakta ve türev alma yoluna gitmektedir. Burada söz konusu limit değeri ile türev kavramının ancak L'Hospital kuralı sonucu cebirsel olarak ilişkilendirildiği görülmektedir. Dolayısıyla bu grupta yer alan öğretmen adaylarının söz konusu gösterimi türev kavramıyla tam olarak ilişkilendiremedikleri söylenebilir.

İBT'de yer alan birinci soru için, 5 öğretmen adayı, verilen ifadenin o noktadaki türeve eşit olduğunu ifade etmişler fakat yürüttükleri işlemler sonucu, farklı bir sonuç elde etmişlerdir. Bunun sonucu olarak bu öğretmen adayları, *sonuçlar farklı olduğuna göre, verilen ifade bu noktadaki türeve eşit değildir* diyerek fikirlerini değiştirmişlerdir. Bu gruptaki öğretmen adaylarının genel olarak cevaplarından emin olmadıkları görülmüştür. Mülakat süreçlerinde öğretmen adayları türevi ifade eden cebirsel ifadeyi tam olarak ifade edemedikleri, buna bağlı olarak ta farklı çıkan sonuçları ilişkilendiremedikleri görülmüştür.

Tüm bu yanıtların dışında 1 öğretmen adayı ise verilen limit değerini türev kavramı ile yanlış olarak ilişkilendirmiştir. Söz konusu durum Şekil 4'te örneklendirilmiştir.

Türev kavramıyla ilişkilidir.
Sağdan ve soldan limit alalım ve bu ifadenin türevi olup olmadığını inceleyelim.

$\lim_{x\to 2^+} \frac{x^2-x-4+2}{2-x} \Rightarrow \frac{x^2-x-2}{2-x} \Rightarrow \frac{(x+1)\cancel{(x-2)}}{-\cancel{(x-2)}} \Rightarrow -x+1 \Rightarrow \lim_{x\to 2^+} -x+1 = -1$

$\lim_{x\to 2^-} (-x+1) = -1 \qquad \lim_{x\to 2} \frac{f(x)-f(2)}{2-x} = -1$ dir.

$\frac{f(x)-f(2)}{2-x} = -x+1 \qquad (-x+1)' = -1$ // → Sonuçlar aynı oldu ispatlamış olduk.

Şekil 4. K_{50} kodlu öğretmen adayının yanıtı

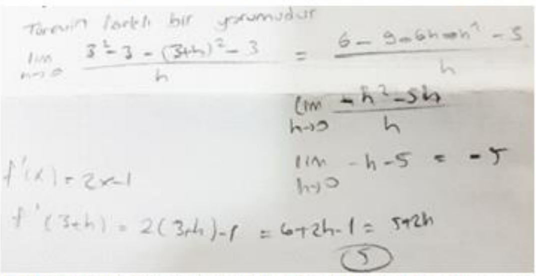
Şekil 4’te öğretmen adayının verilen cebirsel ifadenin limitinin ve türevinin birbirine eşit olması gerektiğini düşündüğü görülmektedir. Söz konusu yanıt öğretmen adayının türevin cebirsel gösterimini anlamlandıramadığının ve türev kavramıyla ilişkilendiremediğinin bir göstergesi olarak kabul edilebilir.

İBT’nin birinci sorusuna verilen eksik ve yanlış yanıtlar incelendiğinde, bu grupta yer alan öğretmen adaylarının genel olarak türevin cebirsel gösterimini kısmen hatırladıkları ve buna bağlı olarak *verilen ifade türevdir/ türevin farklı bir gösterimidir* şeklinde fikir beyan ettikleri görülmüştür. Bu öğretmen adaylarından söz konusu ilişkiyi göstermeleri istendiğinde ise öğretmen adaylarının *nasıl gösterilir bilmiyorum* şeklinde yanıt verdikleri veya verilen limit değerini türevden farklı buldukları için söz konusu ilişkiyi kuramadıkları görülmüştür. Dolayısıyla tüm bu durumların nedeni öğretmen adaylarının türev kavramının cebirsel gösterimini sadece ezberi bir bilgi olarak öğrenmiş olmaları olarak gösterilebilir.

FGAİ boyutunda yer alan ikinci soruda ancak 1 öğretmen adayı (%1,96), ilişkilendirme becerisini etkili olarak kullanabilmiştir. 39 öğretmen adayının (%76,47) söz konusu becerilerini etkili biçimde kullanamadıkları ve soruya eksik veya yanlış yanıtlar verdikleri görülmüştür. 11 öğretmen adayı (%21,56) ise bu soruyu bilmiyorum/hatırlamıyorum şeklinde ifadeler kullanarak yanıtsız bırakmışlardır. Bu soru için yapılan eksik veya yanlış ilişkilendirmeler içeren yanıtlar aşağıda örneklendirilmiştir.

Bu grupta yer alan 39 öğretmen adayının 25’i soruda verilen ifadenin, türevin farklı bir gösterimi olduğunu ifade etmiş fakat bu durumu gösterememiş/ispat edememişlerdir. Bu öğretmen adaylarıyla yapılan mülakat süreçlerinde öğretmen adaylarının genel olarak benzer ifadeler kullandıkları ve ilgili ifadeyi tam olarak hatırlayamadıklarını veya bu durumu nasıl göstereceklerini/ispat edeceklerini bilmediklerini söyledikleri görülmüştür.

K_{11}: Bir yerde işlem hatası yaptım büyük ihtimalle. Eşit çıkması gerekiyor çünkü.



A: Hayır, işlem hatası yapmadın, doğru hesapladın, peki sence neden farklı çıktı bu değerler?
K11: O zaman türevsiz mi oluyor bu noktada? Farklı çıktı çünkü ikisi? Bilemedim..

Şekil 5. K_{11} kodlu öğretmen adayı ile yürütülen mülakat sürecinin ilgili bölümü

Öğretmen adaylarının 7’si verilen ifadenin fonksiyonun x=3 noktasındaki türevi olduğunu söylemiş ve söz konusu değeri -5 olarak hesaplayabilmiştir. Fakat bu öğretmen adayları verilen fonksiyonun türevini 5 olarak hesaplamalarına bağlı olarak söz konusu ilişkilendirmeden tam olarak emin olamamışlardır. Bu öğretmen adaylarıyla yürütülen mülakat süreçlerinde, öğretmen adaylarının *neden böyle çıktı bilmiyorum eşit çıkması lazımdı, sanırım formülü yanlış hatırlıyorum eşit çıkması gerekirdi*, *o zaman verilen bu ifade türevi ifade etmiyor çünkü eşit çıkmaları gerekirdi* şeklinde ifadeler kullandıkları görülmüştür. Söz konusu durum Şekil 5'te K_{11} kodlu öğretmen adayı ile yürütülen mülakat sürecinin ilgili bölümü ile örneklendirilmiştir. Yine bu grupta 4 öğretmen adayı verilen ifadeyi türev kavramı ile ancak cebirsel olarak ve kısmen ilişkilendirebildikleri görülmüştür. Bu öğretmen adaylarının verilen limit değerini hesaplarken L'Hospital kuralını uyguladıkları ve bunun sonucu olarak söz konusu ilişkilendirmeyi kısmen yapabildikleri görülmüştür. Söz konusu durum $Ö_{42}$ kodlu öğretmen adayı ile yürütülen mülakat süreci ile örneklendirilmiştir.

$Ö_{42}$: Burada 0/0 belirsizliği var, o yüzden L'Hospital kuralını uygulayacağız.

$$\lim_{h\to 0} \frac{f'(3) - f'(3+h)\cdot 1}{1} \rightarrow \cancel{f'(3)} - f'(3+h) = -f'(3+h)$$

$Ö_{42}$: f'(3) sabit bir sayıdır, h yerine de sıfır yazarsak –f'(3) olur.

A: Peki bu bulduğun doğru mu sence, gerçekten bu limit değeri x=3 noktasındaki türeve eşit mi?

$Ö_{42}$: Büyük ihtimalle doğru hocam.

A: Yani sana verilen bu ifade türevin gösterimi, peki bu gösterimi genel olarak ifade edebilir misin?

$Ö_{42}$: a herhangi bir nokta olmak üzere,

$$\lim_{h\to 0} \frac{f(a) - f(a+h)}{h}$$

A: Peki a=2 olursa bu ifade nasıl olur?

$Ö_{42}$: Bu ifade f'(2) ye eşit olur.

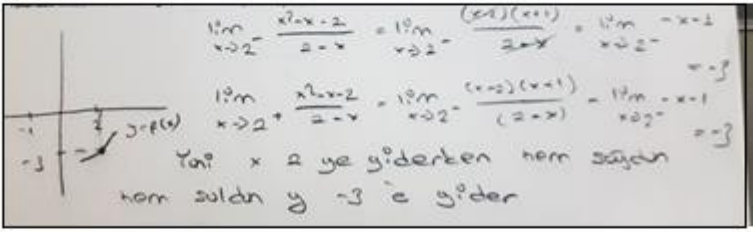
$$\lim_{h\to 0} \frac{f(2) - f(2+h)}{h} = f'(2)$$

Şekil 6. $Ö_{42}$ kodlu öğretmen adayı ile yürütülen mülakat sürecinin ilgili bölümü

Şekil 6'da yer alan mülakat sürecinde öğretmen adayının verilen limit değerini hesaplama ve bu limit değerini türev kavramıyla ilişkilendirmede genel olarak zorlandığı ve yanıtlarından emin olamadığı görülmüştür. . Öğretmen adayı türevin cebirsel tanımını yanlış olarak ifade etmekte ve birbiri ile çelişkili ifadeler kullanmaktadır. Bu grupta yer alan diğer öğretmen adayları da verilen limit değerini f'(3) veya –f'(3) olarak ifade etmiş fakat söz konusu limit değerini türev kavramıyla ilişkilendiremedikleri için yanıtlarından emin olamamışlardır. Bunların dışında 1 öğretmen adayının verilen cebirsel ifadenin f'(0)'a eşit olduğunu ifade ettiği görülmüştür. Başka bir öğretmen adayı, *bu ifade (f(h)-f(0)) / (h-0) olsa idi türeve eşit olurdu fakat ben buradaki 3'ü anlamlandıramadım* demiştir. Bir diğer öğretmen adayı ise *eğer bu ifade f(x)-f(x_0) / (x- x_0) biçiminde olsa türev diyebilirdik fakat olmadığı için değildir* biçiminde görüşlerini ifade etmişlerdir.

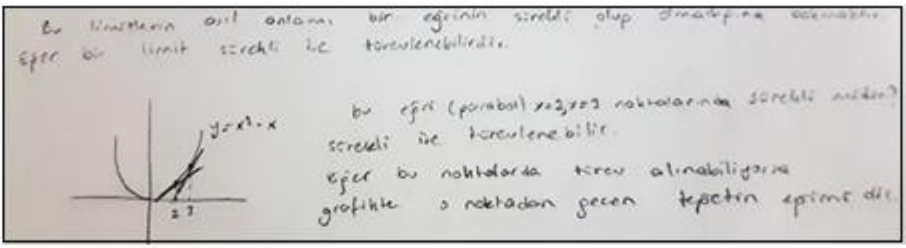
İBT'nin 2. sorusuna verilen eksik ve yanlış yanıtlar incelendiğinde genel olarak öğretmen adaylarının verilen cebirsel ifadeyi tanıdıkları ve türevle kısmen ilişkilendirebildikleri fakat söz konusu ilişkiyi tam olarak açıklamakta ve göstermekte zorluk çektikleri görülmüştür. Burada ifade edilenler, İBT'nin 1. sorusundan elde edilen bulgularla birlikte ele alınarak yorumlandığında, öğretmen adaylarının genel olarak türevin cebirsel gösterimlerini tanıyabildikleri fakat bu gösterimlerin türev kavramıyla ilişkisine yönelik yeterince bilgi ve fikir sahibi olmadıkları söylenebilir. Yürütülen mülakatlar ve İBT'den elde edilen bulgular neticesinde, öğretmen adaylarının birinci soruda yer alan gösterimi ikincisine nazaran daha iyi tanıdıkları söylenebilir.

FGAİ boyutunda yer alan üçüncü soru türevin geometrik gösterimini ve yorumunu içermektedir. Bu soruda öğretmen adaylarından beklenen, ilk iki soruda verilen limit değerlerini geometrik olarak göstermeleri ve yorumlamalarıdır. Bu soruyu doğru olarak yanıtlayan öğretmen adayına rastlanmamakla birlikte, 7 öğretmen adayının (%13,72) soruyu yanıtlarken eksik veya yanlış ilişkilendirmeler oluşturdukları tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının 44'ü (%86,27) ise soruyu yanıtsız bırakmışlardır. Bu soruda oluşturulan eksik veya yanlış ilişkilendirmeler Şekil 7 ve Şekil 8 ile örneklendirilmiştir.



Şekil 7. K_{29} kodlu öğretmen adayının yanıtı

Şekil 7'de öğretmen adayının kendisine verilen limit değerini sağdan ve soldan hesaplamaya ihtiyaç duyduğu ve bulduğu değeri, f fonksiyonunun limiti olarak gösterdiği görülmektedir. Bu öğretmen adayı ile yürütülen mülakat sürecinde kendisinin verdiği yanıtlardan emin olmadığı ve *başka türlü nasıl göstereceğim bilmiyorum* şeklinde ifadeler kullandığı görülmüştür. Burada öğretmen adayının verilen limitin ve ilgili kavramların anlamını bilmiyor olmasına bağlı olarak geometrik olarak göstermekte de zorlandığı söylenebilir.



Şekil 8. K_4 kodlu öğretmen adayının yanıtı

Şekil 8'de öğretmen adayının bildiği kavramları kullanarak soruya yanıt vermeye çabaladığı görülmektedir. Bu öğretmen adayı verilen cebirsel ifadenin geometrik olarak anlamını ve türev kavramıyla ilişkisini göstermek yerine farklı ifadeler kullanarak doğru yanıtla ilişkisi olmayan çizimler oluşturmuştur.

Yukarıdaki yanıtların dışında öğretmen adaylarından 4'ünün soruyla ilişkisi olmayan çizimler yaptıkları ve yanıtlarının devamını getiremedikleri görülmüştür. Bu öğretmen adaylarıyla yapılan mülakatlarda öğretmen adayları genel olarak benzer ifadeler kullanmış ve *bilmiyorum* veya *bu limit değeri nasıl gösterilir bilmiyorum* şeklinde ifadeler kullanmışlardır. Bu grupta yer alan 1 öğretmen adayı ise 1 ve 2. sorularda verilen limit değerlerinin, soruda verilen f(x) fonksiyonunun söz konusu noktalardaki teğetinin eğimi olduğunu ifade etmiş fakat herhangi bir çizim yapmamıştır.

3.2. Kavramlar arası ilişkilendirme (KAİ) boyutundan elde edilen bulgular

Kavramı öncül kavramlarla ilişkilendirme (KAİ1)alt boyutundan elde edilen bulgular

Bu alt boyutta öğretmen adaylarından, türev kavramının sırasıyla limit ve süreklilik kavramlarıyla olan ilişkisini sözel olarak ifade etmeleri istenmiştir. Öğretmen adaylarının 11'i (%21,56) türev kavramının limit ve süreklilik kavramları ile ilişkilerini doğru biçimde, 28'i (%54,90) ise eksik veya yanlış biçimde ifade etmişlerdir. Öğretmen adaylarının 12'si (%23,52) ise soruyu yanıtsız bırakarak yapılan mülakatlarda hatırlamıyorum şeklinde dönütler vermişlerdir. Bu soru için söz konusu ilişkileri eksik ifade eden öğretmen adaylarıyla yapılan görüşmelerde öğretmen adaylarının genel olarak kısmen doğru ifadeler kullandıkları görülmüştür. Mülakat sürecinde kendilerine yöneltilen sorulara ise tüm öğretmen adaylarının doğru yanıtlar veremedikleri ve söz konusu durumlarda yanıtlarından emin olmadıklarını söyledikleri görülmüştür.

Bu alt boyutta yer alan eksik veya yanlış ifadeler içeren toplam 28 öğretmen adayı mülakat sürecinde yanlış ifadeler kullanmışlardır. Bu grupta yer alan yanlış ifadeler kullanan öğretmen adaylarının büyük çoğunluğunun (21 öğretmen adayı-%41,17), türev ve süreklilik kavramlarını yanlış olarak ilişkilendirdikleri ve *bir fonksiyon sürekli olduğu noktada türevlidir* ifadesini kullandıkları görülmüştür. Bunun dışında kalan yanlış ifadelerin büyük bir bölümünün ise yine türev-süreklilik ilişkisi üzerine olduğu görülmüştür. Söz konusu ifadelerden bazıları *bir fonksiyonun limiti olması için sürekli olması gerekir* (1), *limit varsa süreklidir* (2), *süreksiz bir fonksiyon türevli olabilir* (örneğin arc cotx gibi)(2), *türevli olduğu noktada sürekli olmayabilir* (2) şeklindedir. Söz konusu mülakat süreçleri Şekil 9 ile örneklendirilmiştir.

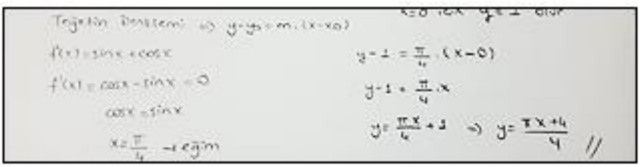
K_{19}: Limiti olmayan bir ifadenin türevini alamayız. Dolayısıyla bir fonksiyonun türevli olması için o noktada limitinin olması gerekir. Sürekli olan bir ifade de türevli olmak zorundadır. Ama tam tersi geçerli olmayabilir.
A: Peki herhangi bir fonksiyon limiti olduğu noktada sürekli midir sence?
K_{19}:Evet. Sağ ve sol limitlere baktığımız için soruda süreksiz noktalarda da limit bulabiliyoruz diye hatırlıyorum. Biraz karıştırdım galiba.
A: Peki türev ve süreklilik hakkında ne düşünüyorsun? Bir fonksiyon sürekli ise türevlidir demiştin?
K_{19}:Evet.
A: Peki fonksiyon türevli olduğu bir noktada sürekli midir desem?
K_{19}:Sürekli ise türevlidir fakat türevli olduğu her noktada sürekli olmayabilir…diye hatırlıyorum….emin değilim..

Şekil 9. K_{19} kodlu öğretmen adayı ile yürütülen mülakat sürecinin ilgili bölümü

Şekil 9'da öğretmen adayının genel olarak bir fonksiyonun limiti olduğu noktada sürekli, sürekli olduğu noktada da türevli olduğu şeklinde bir düşüncesinin olduğu görülmektedir. Bununla birlikte hatırladığı bazı bilgilerin bunlarla çeliştiğini fark eden öğretmen adayı yanıtlarından emin olamamıştır. Bu grupta yer alan öğretmen adaylarının benzer şekilde çoğunun yanıtlarının tamamından emin olmadıkları görülmüştür. Genel olarak öğretmen adaylarının yanıtlarını sadece ezberi bilgiler olarak verdikleri, örneklendirme ihtiyacı duymadıkları ve farklı sorular sorulduğunda bocaladıkları görülmüştür. Dolayısıyla araştırmaya katılan yaklaşık 5 öğretmen adayının ancak 1 tanesinin limit-süreklilik ve türev kavramları arasındaki ilişkileri doğru olarak ifade edebildiği, söz konusu ilişkilere yönelik olarak öğretmen adaylarının büyük oranda ezberi bir takım bilgilere sahip oldukları söylenebilir.

Kavramı farklı kavramlarla ilişkilendirme (KAİ2)alt boyutundan elde edilen bulgular

Bu alt boyutta öğretmen adaylarına üç maddeden oluşan iki soru yöneltilmiştir. Bu sorulardan ilkinde öğretmen adaylarından verilen bir fonksiyonun yine verilen bir noktadaki teğetinin denklemini yazmaları istenmiştir. Bu soruda öğretmen adaylarından beklenen, türev kavramının geometrik yorumunu kullanarak kavramı, teğet doğrusunun cebirsel formu ile ilişkilendirmeleri, bir başka ifade ile ilgili noktadaki türevin, o noktadaki teğetin eğimi olduğu bilgisini kullanmalarıydı. Öğretmen adaylarının 8'i (%15,68) bu soruya doğru, 14'ü ise (%27,45) ise eksik veya yanlış yanıtlar vermişlerdir. 29 öğretmen adayı (%56,86) ise soruyu yanıtsız bırakmışlardır. Eksik veya yanlış ilişkilendirmeler içeren yanıtlar incelendiğinde bu öğretmen adaylarının 3'ünün fonksiyonun o noktadaki değerini buldukları fakat çözüme devam etmedikleri görülmüştür. Bu öğretmen adaylarıyla yapılan mülakatlarda çözümün devamını hatırlamıyorum veya bilmiyorum şeklinde dönütler verdikleri görülmüştür. Bunun dışında 6 öğretmen adayı fonksiyonun türevini almış ve teğet doğrusunun eğimini hesaplamış, çözümlerinin devamını getirmemişlerdir. Bu öğretmen adayları ile yapılan görüşmelerde, buldukları değerin eğim olduğunu biliyor oldukları fakat teğet doğrusunun denklemini nasıl yazacaklarını bilmediklerini ifade ettikleri görülmüştür. Dolayısıyla bu öğretmen adaylarının türev ve eğim kavramlarını ilişkilendirebildikleri söylenebilir. 5 öğretmen adayı ise fonksiyonun türevini alıp sıfıra eşitlemiştir. Bu 5 öğretmen adayı ile yapılan mülakatlarda iki öğretmen adayının yanıtlarından emin olmadığı, iki öğretmen adayının türevi sıfır yapan cebirsel ifadenin teğet denklemini ifade ettiğini düşündükleri, bir öğretmen adayının (K_{39}) ise türev fonksiyonunun kökü olan x değerini eğim olarak kabul ettiği görülmüştür. K_{39} kodlu öğretmen adayının yanıtı Şekil 10'da verilmektedir.



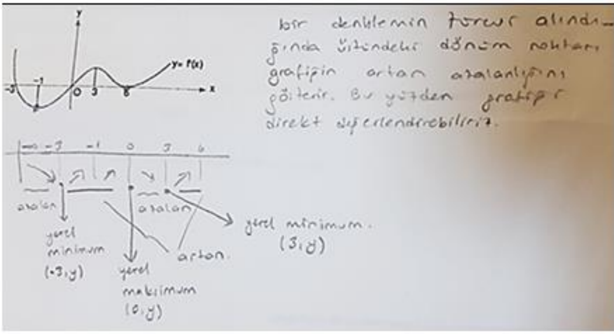
Şekil 10. K_{39} kodlu öğretmen adayının yanıtı

Kavramı farklı kavramlarla ilişkilendirme alt boyutunun ilk sorusuna verilen yanıtlar incelendiğinde öğretmen adaylarının yarısından fazlasının soruyu *bilmiyorum* veya *hatırlamıyorum* şeklinde ifadeler kullanarak yanıtsız bıraktıkları görülmüştür. Bununla birlikte bu soruda gözlenmek istenen beceri, türev kavramının eğim kavramıyla ilişkilendirilebilmesidir. Eldeki veriler bu perspektiften bakıldığında ise, öğretmen adaylarının ancak %27,45'inin türev ve eğim kavramlarını ilişkilendirebilmiş oldukları ve türevin teğet doğrusunun eğimi olduğunu ifade edebildikleri görülmüştür. Dolayısıyla öğretmen adaylarının türev ve eğim kavramları arasındaki ilişkiye yönelik ezberi bir bilgileri olduğu fakat bu bilgilerini kullanarak türev kavramını geometrik olarak kullanmakta ve yorumlamakta güçlük çektikleri söylenebilir.

KAİ2 alt boyutunda yer alan 2. soruda öğretmen adaylarından türev grafiği verilen bir fonksiyonun, artan/azalan olduğu aralıkları ile yerel maksimum ve yerel minimum noktalarını belirlemeleri istenmektedir. Bu soruda öğretmen adaylarından beklenen, fonksiyonun türevi ile artan veya azalan olma durumunu, buna bağlı olarak yerel ekstremum noktalarını ilişkilendirmeleridir. Bu soruda ancak 10 öğretmen adayının (%19,60) sorunun ilk maddesine doğru yanıt vererek, ilgili fonksiyonun artan ve azalan olduğu aralıkları belirleyebildiği, 1 öğretmen adayının (%1,96) ise sorunun ikinci maddesine doğru yanıt verebildiği ve fonksiyonun yerel ekstremum noktalarını doğru olarak belirleyebildiği görülmüştür. Dolayısıyla öğretmen adaylarının türev kavramını fonksiyonların artan ve azalan olma durumu ile ilişkilendirmekte ve buna bağlı olarak extremum noktaları belirlemede güçlük çektikleri görülmektedir.

Soru bir bütün olarak değerlendirildiğinde ise ancak 6 öğretmen adayının (%11,76) sorunun her iki maddesi için doğru, 45 öğretmen adayının (%84,31) ise eksik veya yanlış yanıtlar verdikleri görülmüştür. 2 öğretmen adayı (%3,92) ise sorunun her iki maddesini de yanıtsız bırakmışlardır.

Bu alt boyutta yer alan eksik veya yanlış yanıtlar incelendiğinde söz konusu yanıtların 35'inde (%68,62) öğretmen adaylarının benzer yanılgıyla hareket ettikleri ve özellikle belirtilmesine rağmen, soruda verilen grafiği, fonksiyonun türevinin değil kendisinin grafiği gibi yorumladıkları görülmüştür. Bunun dışında kalan 10 öğretmen adayı ile yapılan mülakat süreçlerinde, öğretmen adaylarının çoğunun yanıtlarından emin olmadıklarını ifade ettikleri görülmüştür. Bu öğretmen adaylarının belirgin yanılgılara sahip olmadıkları ve kavramları tam olarak öğrenememiş olmalarına bağlı olarak sistematik olmayan hatalar barındıran dönütler verdikleri gözlenmiştir. Tüm bunların dışında 3 öğretmen adayının benzer şekilde x=6 noktasında türevin sıfır değerini alacağını ve buna bağlı olarak fonksiyonun ilgili aralıklarda işaretinin değişeceğini ifade ettikleri görülmüştür. Bu duruma bağlı olarak fonksiyonun artan ve azalan olduğu aralıkları yanlış belirlemişlerdir. Hâlbuki x=6 noktasında türev fonksiyonu x eksenine teğet olduğu için işareti değişmemektedir. 1 öğretmen adayı ise verilen grafik ile ilişkili bir işaret tablosu oluşturmaya çalışmış fakat grafik ile tabloyu yanlış ilişkilendirmeye bağlı olarak yanlış yanıtlar vermiştir. Söz konusu öğretmen adayı ile yapılan mülakat sürecinin ilgili bölümü Şekil 11'de verilmektedir.



A: Burada ne yaptığını anlatır mısın?
Ö4: -1 ve 6 minimum noktalardır. Bunun dışında kalanlar ise dönüm noktalarıdır.
A: Neden? Nasıl karar verdin buna?
Ö4: Çünkü grafik -1 ve 6'da çukur şeklini alıyor. Onun dışındakilerde böyle bir durum yok. O nedenle diğerleri minimum nokta değildir. O halde dönüm noktasıdır.
A: Peki tabloyu dönüm noktalarına göre mi oluşturdun?
Ö4:Evet. (-∞,-3) aralığında fonksiyon azalandır (grafikten yorumluyor), -3 noktası dönüm noktası olduğu için işaret değişir burada artan olur ((-3,-1) aralığını gösteriyor), -1 dönüm noktası olmadığı için işaret değişmez….Bu şekilde yaptım.
A: Peki tabloda -3 noktasına yerel minimum demişsin?
Ö4:Tabloya göre öyle oluyor. Yine 0 yerel maksimum, 3 noktası da yerel minimum oluyor.
A: Peki bu noktalara dönüm noktası demiştin sen?
Ö4:Hmm, evet, karıştırmışım galiba..

Şekil 11. K_4 kodlu öğretmen adayı ile yürütülen mülakat sürecinin ilgili bölümü

Şekil 11'de verilen mülakat sürecinde öğretmen adayının, sahip olduğu birtakım bilgilerle hareket ettiği fakat çelişkili ifadeler kullandığı görülmektedir. Dolayısıyla söz konusu durumun nedeni olarak kavramların tam ve birbiri ile ilişkili olarak öğrenilememesi gösterilebilir.

3.3. Gerçek yaşamla ilişkilendirme (GYİ) boyutundan elde edilen bulgular

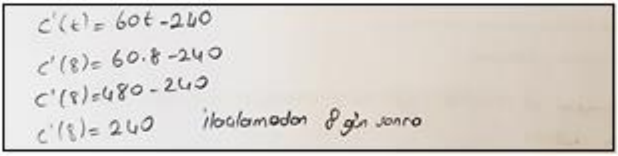
Kavramı gerçek yaşam durumlarında kullanma (GYİ1) alt boyutundan elde edilen bulgular

Bu alt boyutta türev kavramının gerçek yaşamla ilişkili olarak kullanılmasını gerektiren bir gerçek yaşam problemi yer almaktadır. Bu soruda öğretmen adaylarından beklenen, mevcut problemin çözümü için türev kavramını kullanabilmeleri ve elde ettikleri sonucu problemle ilişkili olarak yorumlayabilmeleridir. Bu soruya öğretmen adaylarının 23'ü (%45,09) doğru yanıt vermişlerdir. 15 öğretmen adayı (%29,41) eksik veya yanlış ilişkilendirmelere bağlı olarak soruya eksik veya yanlış yanıtlar verirken, 9 öğretmen adayı (%17,64) ise soruyu yanıtlamamışlardır. Tüm bunların dışında 4 öğretmen adayı (%7,84) ise sorunun çözümünü türev kavramını kullanmadan doğru olarak oluşturmuşlardır.

Bu soruya verilen yanlış yanıtlar incelendiğinde, 4 öğretmen adayının fonksiyonun iki kez üst üste türevini aldıkları ve elde ettikleri sayısal değeri yanıt olarak kullandıkları görülmüştür.

Şekil 12. K_{39} kodlu öğretmen adayının yanıtı

3 öğretmen adayı ise fonksiyonun bir kez türevini almışlar ve türev fonksiyonunun kökü olan değeri (x=4) fonksiyonun ilk halinde yerine koymuşlardır (Şekil 12).



Şekil 13. K_{51} kodlu öğretmen adayının yanıtı

Bunun dışında 2 öğretmen adayı ise fonksiyonun tanım aralığının uç noktalarını türev fonksiyonunda yerine koyarak soruyu yanıtlamışlardır (Şekil 13). Tüm bunların dışında kalan diğer yanlış yanıtların, belirgin yanılgılar barındırmayan ve tesadüfi hatalara bağlı olan yanıtlar olduğu tespit edilmiş ve bu nedenle burada yer verilmemiştir.

Kavramın gerçek yaşamda kullanımına örnek gösterme (GYİ2) alt boyutundan elde edilen bulgular

Bu alt boyutta öğretmen adaylarından türev kavramının gerçek yaşamda kullanımı durumuna bir sözel örnek vermeleri istenmiştir. Öğretmen adaylarından beklenen türev kavramını gerçek yaşamla ilişkilendirebilmeleridir. Bu soruya verilen yanıtlar incelendiğinde, tamamının genel ifadelerden oluştuğu görülmüştür. Yani öğretmen adayları türevin kullanım biçimlerinden ziyade kullanım alanlarını örneklendirmişlerdir. Söz konusu yanıtlar yanlış olmamakla birlikte öğretmen adayının türev kavramını gerçek yaşamla ilişkilendirme durumunu tam olarak ortaya koymamaktadır. Dolayısıyla bu soru için 16 öğretmen adayının (%31,37) bu soruya eksik veya yanlış yanıtlar verdiği söylenebilir. Öğretmen adaylarının 35'i (%68,62) ise soruyu yanıtsız bırakmışlardır. Bu soru için verilen yanıtlar aşağıda örneklendirilmiştir.

12 öğretmen adayı bu soru için genel ifadeler kullanmışlardır. Bunlar; *Bir arabanın ivmesini türev yardımıyla bulabilirim* (E_{33}), *Türev inşaatlarda kullanılır (*K_{19}, K_{24}*)*, *Kimyasal değişmeler (*E_{49}*)*, *Bilgisayar yazılımları* (K_{19}, K_{21}, K_{22}, K_{23}), *Mühendislikte* (K_{12}), *Proje çizimlerinde* (E_{26}), *Mimaride* (K_{29}) biçiminde örneklendirilebilir. Bunun dışında 6 öğretmen adayı yanlış ifadeler kullanmışlardır. Söz konusu yanıtlardan biri Şekil 14ile örneklendirilmiştir.

Şekil 14. K_{14} kodlu öğretmen adayının yanıtı

Bunların dışında 1 öğretmen adayı ise *türev kavramını matematik dışında günlük hayatta hiç kullanmadım* (K_{31}) şeklinde yanıt vermiştir.

3.4. Farklı disiplinlerle ilişkilendirme (FDİ) boyutundan elde edilen bulgular

Kavramı farklı bir disiplin bağlamında kullanma (FDİ1)alt boyutundan elde edilen bulgular

Bu alt boyutta bir soru ve iki soru maddesi yer almaktadır. Bu maddelerde öğretmen adaylarına sırasıyla, herhangi bir x anındaki konumu verilmiş olan bir aracın anlık hız fonksiyonu ve belirli anlardaki hızları sorulmaktadır. Öğretmen adaylarından beklenen, verilen fonksiyonun türevinin anlık hız fonksiyonu olduğunu ifade edebilmeleri ve verilen anlardaki anlık hız değerlerine ulaşmak için, verilen değerleri anlık hız fonksiyonunda yerine yazmalarıdır. Bu soruyu 24 öğretmen adayı (%47,05) yanıtsız bırakırken, 7 öğretmen adayı (%13,72) ise her iki maddeyi doğru yanıtlamışlardır.

Bu soru için verilen diğer yanıtlar incelendiğinde 11 öğretmen adayının (%21,56) soruya eksik yanıtlar verdikleri görülmektedir. Bu öğretmen adayları soruda yer alan maddelerden sadece birini doğru yanıtlayabilmişlerdir. Buna göre anlık hız fonksiyonunu doğru biçimde ifade edebilen öğretmen adaylarının sayısı 2 iken, belirli anlardaki anlık hızları doğru olarak hesaplayabilen öğretmen adaylarının ise 9 kişi olduğu görülmüştür.

Kavramın farklı disiplinlerde kullanımına örnek gösterme (FDİ2) alt boyutundan elde edilen bulgular

Bu alt boyutta öğretmen adaylarında türev kavramının farklı disiplinlerde kullanımına sözel örnek vermeleri istenmiştir. 31 öğretmen adayı (%60) bu soruyu yanıtsız bırakırken, 12 öğretmen adayı (%23,52) ise soruyu geçerli ifadeler kullanarak yanıtlayabilmişlerdir. Bunlar dışında kalan yanıtlar incelendiğinde 5 öğretmen adayı türevin kullanıldığı disiplinleri ifade etmekle birlikte, kullanım biçimi hakkında fikirleri olmadığını söylemiş, 3 öğretmen adayı ise yanlış yanıtlar vermişlerdir.

4. Sonuçlar ve Tartışma

Araştırmanın amacı öğretmen adaylarının matematiksel ilişkilendirme becerilerinin özel bir matematik kavramı bağlamında incelenmesidir. Bu kapsamda türev kavramı ele alınarak, öğretmen adaylarının söz konusu kavramı hem farklı matematiksel kavramlarla hem de gerçek yaşamla ilişkilendirme durumları incelenmeye çalışılmıştır. Çalışmadan elde edilen sonuçlar incelendiğinde öğretmen adaylarının, türev kavramı için farklı gösterimler arası ilişkilendirme becerilerini %3,92; kavramlar arası ilişkilendirme becerilerini %16,50; gerçek yaşamla ilişkilendirme becerilerini %22,54; ve farklı disiplinlerle ilişkilendirme becerilerini ise %18,62 oranında kullanabildikleri görülmüştür.

Tüm bu sayısal değerlerin ortalaması göz önüne alınırsa, genel olarak öğretmen adaylarının türev kavramını farklı kavramlarla ve gerçek yaşamla ilişkilendirme becerilerini %15,39 oranında kullanabildikleri görülmektedir. Elde edilen bu sonuç öğretmen adaylarının türev kavramı için ilişkilendirme becerilerini etkili olarak kullanamadıkları biçiminde yorumlanabilir. Çalışmanın bu noktasında öncelikle, matematiksel ilişkilendirme becerisi, daha sonra türev kavramının anlamlandırılması ile ilgili olarak alan yazında yer alan çalışmaların sonuçları, bu çalışmadan elde edilen sonuçlar ile ilişkili olarak tartışılmaya çalışılacaktır.

İlişkilendirme Becerisi ile İlgili Elde Edilen Sonuçlar ve Tartışma

İlişkilendirme becerisi üzerine yapılan çalışmalar genel olarak öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin matematiksel ilişkilendirme becerilerini yeterli düzeyde kullanamadıkları sonucunu ortaya koymaktadırlar (Businskas, 2008; Dilberoğlu, 2015; Eli, 2009; Gülten, Ilgar ve Gülten, 2009; Kızıloğlu ve Konyalıoğlu, 2002; Leikin & Levav-Waynberg, 2007; Özgen, 2013a, 2013b; Taşdan, Uğurel ve Koyunkaya, 2017). Bu çalışmalar incelendiğinde ilişkilendirme becerisinin farklı biçimlerde ve farklı kuramsal çerçevelerde ele alınarak yorumlandığı görülmektedir. Bu çalışmada ele alınan kuramsal yapıya benzer bir yapının kullanıldığı çalışmalardan bazıları Özgen (2013a, 2013b) ve Karslı (2016)'nın çalışmalarıdır. Sözü edilen çalışmalar aynı kuramsal yapıyı kullanmışlar ve ilişkilendirme becerisinin alt boyutlarını, matematiği kendi içinde ilişkilendirme (MKİİ), farklı disiplinlerle ilişkilendirme (FDİ) ve günlük yaşamla ilişkilendirme (GYİ) olarak ifade etmişlerdir. Özgen (2013a) öğretmen adaylarının problem çözme bağlamında ilişkilendirme becerilerini belirlemeyi amaçladığı çalışmasında, veri toplama aracı olarak rutin olmayan problemleri kullanmıştır. Çalışma sonucunda öğretmen adaylarının ilişkilendirme becerilerinin düşük düzeyde olduğu belirlenmiştir. İlişkilendirme becerisinin alt boyutları göz önüne alındığında ise, matematiği kendi içinde ilişkilendirmenin istenen düzeyde olmadığı, farklı disiplinler ve günlük yaşamla ilişkilendirmenin ise çok düşük düzeylerde kaldığı görülmüştür. Dolayısıyla bu çalışmadan elde edilen sonuçların, söz konusu çalışmanın genel sonuçları ile örtüştüğü gözlenmekle birlikte beceri türleri göz önüne alındığında sonuçların farklılaştığı söylenebilir. Çünkü bu çalışmanın sonuçlarına göre öğretmen adaylarının en düşük performansı sırasıyla farklı gösterimler arası ilişkilendirme ve kavramlar arası ilişkilendirme becerilerinde gösterdikleri görülmüştür. Elde edilen bu farklılık, çalışmaların uygulama/veri toplama süreçlerinin biçimsel farklılığı ile ilişkili olarak yorumlanabilir. Aynı yazarın ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel ilişkilendirmeye yönelik görüşlerini ve becerilerini incelediği bir başka çalışmasında (Özgen, 2013b) öğretmen adaylarından matematiksel ilişkilendirmeyi örnekleyecek bir matematiksel problem durumu geliştirmeleri istenmiştir. Çalışma sonucunda öğretmen adaylarının, ilişkilendirme kavrayışlarında günlük yaşamla ilişkilendirmenin, farklı disiplinlerle ilişkilendirme ve matematiği kendi içinde ilişkilendirmeye nazaran daha baskın olduğu belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının günlük yaşamla ilişkilendirmeye yönelik olumlu görüş ve üst düzey farkındalığa sahip oldukları görülmekle birlikte, farklı disiplinlerle ilişkilendirme ve matematiği kendi içinde ilişkilendirmeye yönelik görüşlerinin sınırlı düzeyde kaldığı ve bu durumun uygulamada çok fazla ortaya çıkmadığı sonucu elde edilmiştir. Dolayısıyla elde edilen sonuçların kısmen bu çalışma sonuçları ile benzerlikler gösterdiği söylenebilir. Özgen (2013b)'in çalışmasında öğretmen adaylarının kurdukları problemler incelendiğinde bunların ders kitaplarında yer alan ve günlük yaşamdan senaryoların kullanıldığı sözel problemler olduğu görülmektedir. Dolayısıyla burada matematiksel kavramların gerçek yaşamla ilişkili olarak anlamlandırılmasından ziyade, gerçek yaşamla ilişkili senaryolar içeren problemlerin oluşturulduğu söylenebilir. Söz konusu durum bu çalışma için de mevcuttur. Zira, matematiği gerçek yaşamla ilişkilendirme boyutunda öğretmen adaylarının büyük bir bölümü, gerçek yaşam senaryosu içeren problemi başarıyla çözerken (ki bu problem ders kitaplarında yer alan problemlere benzer yapıdadır), hiçbiri ele alınan kavramı günlük yaşamla ilişkilendiren sözel bir örnek verememişlerdir. Yine konu ile ilgili olarak öğretmen adayları ile yürütülen çalışmalardan biri olan Taşdan, Uğurel ve Koyunkaya (2017) ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının, matematik öğretiminde matematik içi ilişkilendirmenin gerekli olduğunu düşündüklerini fakat bu görüşlerini geliştirdikleri matematik öğrenme etkinliklerine sınırlı biçimde yansıtabildiklerini ifade etmektedirler. Ayrıca söz konusu çalışmada öğretmen adaylarının matematik öğretiminde matematik içi ilişkilendirmenin nasıl yapılacağına yönelik bilgilerinin de geliştirilmesi gerektiği ifade edilmiştir.

İlişkilendirme becerisi için farklı kuramsal yapılar kullanılan çalışmalardan Eli (2009) ilgili beceriyi, işlemsel, karakteristik/özellik, cebirsel/geometrik, türevsel ve 2/ 3 boyutlu olmak üzere beş farklı tür olarak ele almıştır. Bu çalışmada öğretmen adaylarının matematiksel ilişkilendirme becerilerini daha çok işlemsel boyutta kullanabildikleri ifade edilmiş ve bu durumun nedeni olarak ilişkisel anlamadan ziyade işlemsel anlamaya ağırlık veren geleneksel müfredatlar ve öğretim yöntemleri işaret edilmiştir. İlişkilendirme becerisini farklı bir boyutta ele alan Dilberoğlu (2015) ise, ortaokul matematik öğretmeni adaylarının alan derslerindeki matematik ile okul matematiğini ilişkilendirme becerilerini inceledikleri çalışmalarında, öğretmen adaylarının öğrendikleri temel matematik bilgilerini, ortaokul matematik konuları ve matematik öğretiminin gerekçeleri ile ilişkilendirmede zorluklar yaşadıkları sonucunu elde etmişlerdir.

Çalışmadan elde edilen duruma özgü ama bir o kadar önemli bir sonuç, öğretmen adaylarının farklı gösterimler arası ilişkilendirme türünde en düşük performansı göstermiş olmalarıdır. Matematiksel gösterimler matematik eğitimi alanında oldukça önemli bir yere sahiptir zira bir kavramı çeşitli şekillerde sunma yeteneği, bu kavramın derin bir anlayışını göstermektedir. Yapılan çalışmalar, öğretimin, sadece işlem bilgisi düzeyinde kalmayarak, kavramsal anlama seviyesine çıkmasında, farklı temsiller arasında geçiş yapabilme becerilerinin geliştirilmesi gerekliliği üzerinde durmaktadır (Goerdt, 2007; Goldin, 2004; Kendal, 2002; NCTM, 2000). Gagatsis ve Elia (2004) alternatif gösterimlerin farkına varma veya bunları oluşturma yeteneğinin, matematiksel bir ilişkiyi kavramsallaştırmanın önemli bir yolu olduğunu, Reead ve Jazo (2002) ise söz konusu gösterimler arasında yapılan dönüşümlerin, matematiksel ilişkilendirmelerin bir göstergesi olduğunu ifade etmektedir. Konu ile ilgili olarak yapılan farklı çalışmaların (Billings & Klanderman, 2000; Çelik ve Sağlam-Arslan, 2012; Davis & Johnson, 2007; Delice ve Sevimli, 2010; İpek ve Okumuş, 2012; Mhlolo, Venkat & Schafer, 2012) sonuçları incelendiğinde, öğretmen ve öğretmen adayları ile ilgili olarak benzer sonuçların elde edildiği görülmektedir. İpek ve Okumuş (2012) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerinde ne tür temsil kullandıkları ve bu temsillerle ilgili yaşadıkları sorunları araştırdıkları çalışmalarında, adayların probleme uygun temsil oluşturamama ve temsiller arasında geçiş yapamama gibi sorunlar yaşadıklarını gözlemlemişlerdir. Çelik ve Sağlam-Arslan (2012) sınıf öğretmen adaylarının sözel, tablo, şekilsel gösterimler ve grafikler arasında geçiş yapabilme becerilerini inceledikleri çalışmalarında, öğretmen adaylarının verilen gösterimler arasından uygun olanı belirleme konusunda, gösterim oluşturmaya göre çok daha başarılı olduklarını ve bununla birlikte verdikleri cevapları bilimsel nitelikte açıklayamadıkları sonucunu elde etmişlerdir. Delice ve Sevimli (2010) öğretmen adaylarının kullandıkları temsil türleri bağlamında kavramsal ve işlemsel bilgi düzeylerini inceledikleri çalışmalarında kavram bilgisi yönüyle başarılı adayların, farklı temsilleri ilişkilendirerek kullanabildiklerini, işlem bilgisi yönüyle başarılı adayların ise cebirsel temsilleri kullanmaya daha meyilli oldukları sonucunu elde etmişlerdir. Mhlolo ve arkadaşları (2012) öğretmenler tarafından yapılan matematiksel ilişkilendirmelerin doğasını ve niteliğini, öğretmenlerin kullandıkları gösterimler yoluyla inceledikleri araştırmalarında söz konusu gösterimlerin çoğu zaman hatalı veya yüzeysel olduğu sonucunu elde etmişlerdir. Söz konusu çalışmada öğretmenlerin kullandıkları gösterimlerin ancak %10'unun kavram ve prosedürlerle ilgili olarak derin bir anlayış geliştirme potansiyeline sahip olduğu ifade edilmiştir. Davis ve Johnson (2007) benzer şekilde, öğretmenlerin sınıf içerisindeki zamanlarının çoğunu matematiksel tanım ve kuralları açıklamak için kullandıklarını, çoğu öğretmenin sınıf içerisinde, söz konusu tanımların kaynağı ve nedenleri ile ilgili tartışmalara yer vermediğini ifade etmişlerdir. Dolayısıyla burada ifade edilen çalışmaların sonuçlarının bu çalışmadan elde edilen sonuçlar ile benzerlik taşıdığı ve öğretmen ve öğretmen adaylarının matematiksel ilişkilendirme süreci içerisinde kavramların farklı gösterim/temsil biçimlerini kullanmada sıkıntı yaşadıkları söylenebilir.

Çalışmadan elde edilen bir diğer sonuç ise öğretmen adaylarının matematiği farklı disiplinlerle ilişkilendirme becerilerini ancak %24 oranında kullanabilmeleri olmuştur. Öğretmen adaylarının verdikleri yanıtlar incelendiğinde, matematiğin farklı disiplinlerle ilişkilendirilmesi durumuna sözel örnek verebilen öğretmen adaylarının oranının oldukça düşük olduğu gözlenmiştir. Yapılan farklı çalışmalar da (Dervişoğlu ve Soran, 2003; Sağlam-Arslan ve Arslan, 2010; Yıldırım, 1996) bu çalışma sonuçlarına benzer olarak öğrencilerin matematiği farklı disiplinlerle ilişkilendirmede sıkıntılar yaşadıklarını ortaya koymaktadır. Bu durumun nedeni olarak Yıldırım (1996), öğretmenlerin sadece bir alana özgü konularla derslerini yürütmekte olduklarını ve konuyu diğer alan(lar) ile ilişkilendirmediklerini, Haynie ve Greenberg (2001) ise bir alandaki bilgiye yeterince hâkimken bununla ilişkili farklı disiplinlerdeki bilgilere yeterince sahip olamadıklarını ifade etmektedirler. Dervişoğlu ve Soran (2003), durumun öğrenciler için de aynı olduğunu, özellikle Üniversite Giriş Sınavlarında tek bir disipline özgü soruların yöneltilmesi ile öğrencilerin disiplinler arası çalışmalara olumlu bakmadıklarını söylemektedir. Buna karşın disiplinler arası yürütülen çalışmalar sayesinde öğrenciler günlük hayatlarında karşılaştıkları sorunları farklı disiplinleri de kullanarak daha rahatlıkla çözmektedir (Carrejo, 2004; Carrejo & Marshall, 2007; Prins, Bulte, Van Driel & Pilot, 2009).

Öğretmen adaylarının matematiksel ilişkilendirme durumlarının incelendiği bu çalışmanın sonuçlarının tartışılması noktasında, günümüz öğretim ortamlarının çalışma ile ilişkili olarak niteliğinin belirlenmesi de önem arz etmektedir. Bu nedenle çalışmanın bu bölümünde matematik öğretmenlerinin örneklem olarak alındığı çalışmalardan söz edilecektir. Karakoç ve Alacacı (2015) çalışmasında lise matematik öğretmenleri ve akademisyenler açısından, matematik derslerinde gerçek dünya bağlantılarının kullanılmasının fizibilitesini araştırmışlardır. Söz konusu çalışma sonucunda öğretmenlerin çoğunun gerçek hayat ilişkileri kurmak için hazır olmadıkları ve bu nedenle de bu tür ilişkiler kurmada gönülsüz oldukları belirtilmiştir. Öğretmenler, sınıf düzeyi yükseldikçe konuların soyutlaştığını ve gerçek hayat ilişkilendirmelerinin zorlaştığını ifade etmişlerdir. Benzer şekilde Kızıloğlu ve Konyalıoğlu (2002), matematik öğretmenlerinin derslerinde ön öğrenmelerle ilişkilendirmeye gereken önemi vermediklerini belirlemişlerdir. Businskas (2008), ortaöğretim öğretmenlerinin matematiksel ilişkileri kavramsallaştırma durumlarını incelediği çalışmasında, matematik öğretmenlerinin matematiksel ilişkiler hakkındaki düşüncelerinin büyük oranda onların öğretim hakkındaki düşünceleri ile bağlantılı olduğu ifade edilmiştir. Çalışmada yer alan öğretmenler matematiksel ilişkilerden söz ederken gerçek yaşamla ve öğrencilerin ön bilgileri ile kurulan ilişkilerden söz etmişler fakat bu tür ilişkiler için öğrencilerine oldukça yetersiz örnek durumlar gösterebilmişlerdir. Söz konusu öğretmenlerden bazıları matematiksel ilişkiler hakkında doğru düşüncelere sahip olduklarını düşünürken diğerleri ise kavramları öğretme ve algoritmaları öğretme hususlarında kendilerini rahatsız hissettiklerini ifade etmişlerdir. Öğretmenlerin bazı özel matematiksel ilişkilerin bilgisine sahip oldukları fakat bunu açıkça ifade edemedikleri görülmüştür. Öğretmenlerin ifade ettikleri ilişkiler genel olarak ders kitaplarında yer alan dar kapsamlı ilişkilerdir. Öğretmenlerin, yeni bir kavramı öğretirken bir dizi örnek kullandıkları veya öğrencilerin öğrenmesini kolaylaştırıcı yöntemlere başvurdukları görülmekle birlikte çok az öğretmenin kavramlar arası ilişkileri kullandıkları görülmüştür. Leikin ve Levav-Waynberg (2007) çalışmalarında, ortaokul öğretmenlerinin ilişkilendirme etkinlik örnekleri vermede güçlük yaşadıklarını, somut olmayan örnekler verdiklerini ve bunun deneyim eksikliğinden kaynaklanabileceğini belirtmişlerdir. Dolayısıyla alan yazında yer alan farklı çalışmaların sonuçları incelendiğinde, genel olarak matematik öğretmenlerinin derslerinde ilişkisel ve kavramsal anlamadan ziyade işlemsel anlamaya odaklandıkları, matematiksel ilişkilendirmeleri ihmal ettikleri ve kavramların öğretiminde matematiksel ilişkilere yeteri kadar vurgu yapmadıkları söylenebilir.

Günümüzde matematiğin ilişkisel olarak öğretilmesi ön planda olmakla ve gerçek yaşamla ilişkili matematiğe vurgu yapılmakla birlikte, burada sözü edilen durumlar, matematik öğretiminde hedeflere tam olarak ulaşılamadığının bir göstergesi olarak kabul edilebilir. Son yıllarda ülkemizde geliştirilen öğretim programlarında ve yapılan akademik çalışmalarda, matematiğin gerçek yaşamla olan ilişkisi vurgulanmakta, bu görüşe uygun olarak ders programları (MEB, 2018a, s.4; MEB, 2018b, s. 4) ve kitapları yenilenmekte, matematiksel kavramlar günlük yaşamla ilişkilendirilmeye çalışılmaktadır. Fakat burada eksik olan nokta, kavramların gerçek yaşamla ilişkili olarak anlamlandırılmasından ziyade, kavramların gerçek yaşamla ilişkili senaryolar kullanılarak öğretilme çabasından kaynaklanmaktadır. Bu iki süreç birbiri ile benzer gibi görünse de ilkinde gerçek yaşamla ilişkilendirmeye bağlı olarak kavramsal anlamanın desteklenmesine, ikinci durumda ise sadece gerçek yaşamla ilişkilendirmeye önem verilmektedir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının, matematiğin gerçek yaşamla olan ilişkisini, aşina oldukları belirli durumlar söz konusu olduğunda kurabildiği, bunun dışında farklı ilişkilendirmeler içeren orijinal durumları kendilerinin oluşturamadığı görülmektedir. Bu durum aslında matematiksel ilişkilendirme türlerinin hepsi için söz konusudur. Matematik sınıflarında öğretmenler tarafından yapılan matematiksel ilişkilendirmeler, maalesef kavramsal anlamadan ziyade konuların pekiştirilmesine yönelik olarak gerçekleştirilmektedir. Bu nedenle söz konusu beceriye yönelik yapılan çalışmaların sonuçları olumsuz olmaktadır. Araştırmanın bu bölümünde ele alınan tüm çalışmalar bu hipotezi destekler niteliktedir.

Türev Kavramı ile İlgili Elde Edilen Sonuçlar ve Tartışma

Çalışmanın bu bölümünde türev kavramının öğrenenler tarafından anlamlandırılması üzerine elde edilen sonuçlarla ilişkili olarak yapılmış farklı çalışmaların sonuçlarına da yer verilecektir. Öğretmen adaylarının türev kavramını anlamlandırmaları ile ilişkili olarak bu çalışmadan elde edilen genel sonuçlar aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

- Öğretmen adayları türevin farklı gösterimlerini anlamlandırmakta ve türevin anlamı ile ilişkilendirmekte zorluklar yaşamaktadır. Özel olarak türevin limit kavramı ile ifade edilen cebirsel gösterimini kısmen tanımakta ve ifade edebilmekte, fakat bu gösterimi türev kavramının anlamı ile ilişkilendirememekte ve doğru biçimde kullanamamaktadırlar.
- Öğretmen adayları türev kavramını limit ve süreklilik kavramlarıyla ilişkilendirmekte güçlük çekmekte, türevin özel bir limit değeri olduğunu kavrayamamaktadırlar.
- Öğretmen adayları, türevin teğetin eğimi olduğunu, ezberi bir bilgi olarak kabaca ifade etseler de bu bilgiyi anlamlandırmakta ve kullanmakta güçlük çekmektedirler.
- Öğretmen adayları türev kavramını fonksiyonların artan veya azalan olma durumlarıyla ilişkilendirememekte, birinci ve ikinci türev kavramlarını bu bağlamda kullanmakta güçlük çekmektedirler.
- Öğretmen adayları sadece ders kitaplarında yer alan örneklere benzer durumlarda türev kavramını gerçek yaşamla ilişkilendirebilmekte, bunun dışında kendileri söz konusu ilişkiye yönelik sözel örnek vermekte zorlanmaktadırlar.
- Öğretmen adayları anlık hız kavramını türev kavramıyla ilişkilendirmekte güçlük çekmekte, türevin farklı disiplinlerde kullanımına sözel örnek verememektedirler.

Alan yazında yer alan farklı çalışmalarda (Açıkyıldız, 2013; Amit & Vinner, 1990; Amoah & Laridon, 2004; Aspinwall & Miller, 1997; Baker, Cooley & Triguros, 2000; Berry & Nyman, 2003; Bezuidenhout, 1998; Duru, 2006; Ferrini-Mundy & Graham, 1991, 1994; Hacıömeroğlu, 2007; İşleyen ve Akgün; 2009; Kertil, 2014; Orton, 1983;

Park, 2011; Thompson, 1994; Ubuz, 2001; Yiğitcan-Nayir, 2013) da söz konusu sonuçlara benzer sonuçların elde edildiği görülmektedir. Bu çalışmalardan biri olan Yiğitcan-Nayir (2013), öğretmen adaylarının türev kavramı ile ilgili çeşitli zorluklar yaşadıklarını, anlık hızı, ortalama değişim oranından ayırt edemediklerini, fonksiyonun özellikleri ile birinci ve ikinci türevi arasındaki ilişkiyi anlamakta zorlandıklarını, birinci ve ikinci türev arasındaki ilişkiyi de anlamlandırmakta problemler yaşadıklarını ifade etmektedir. Ayrıca söz konusu çalışmada öğretmen adaylarının bir gösterimden diğer gösterime geçerken problemler yaşadıkları ifade edilmektedir. Kertil (2014) öğretmen adaylarının kovaryasyonel düşünmede zorluk yaşadıklarını, değişim oranı ve bir fonksiyon ile o fonksiyonun türevi arasındaki grafiksel ilişkiye dair bilgilerinin oldukça yetersiz olduğunu söylemektedir. Açıkyıldız (2013) çalışmasında, öğretmen adaylarının türevin limitle ilişkili cebirsel ifadesini kısmen tanıyabildiklerini fakat bu ifadenin alt yapısını açıklayamadıklarını, türev ile limit ve süreklilik kavramları arasındaki ilişkiyi yanlış yorumladıklarını ve temelde bu kavramlar arasındaki ilişkiyi tam olarak oturmadıklarını, farklı gösterimlerle verilen soruların çözümünde zorlandıklarını, türev-teğet/eğim ilişkisini kavrayamadıklarını ifade etmiştir. Ubuz (1996) ile Amoah ve Laridon (2004) öğrencilerin analizi zayıf kavramsal imgeler üzerine kurulan algoritmik düzeyde öğrendikleri ve çoklu temsiller arasındaki geçişte sıkıntı yaşadıkları sonucuna ulaşmıştır. Dolayısıyla buradaki sonuçların, bu çalışmadan elde edilen sonuçlarla benzer olduğu söylenebilir.

Duran ve Kaplan (2016) ise yukarıda sözü edilen çalışmalardan farklı olarak lise matematik öğretmenlerinin türev kavramına yönelik konu alanı bilgilerini incelemişlerdir. Bu çalışmada öğretmenlerin türevin tanımına, türevin tanımının görselleştirilmesine ve türev-süreklilik arasındaki ilişkinin belirtilmesine yönelik konu alanı bilgilerinin yeterli olmadığı ve türevin tanımı, türevin tanımının görselleştirilmesi ve türeve günlük hayattan örnekler verilmesi konusunda bazı zorluklara sahip oldukları ifade edilmiştir. Söz konusu çalışmada ayrıca, bu çalışmayla benzer olarak, öğretmenlerin türev kavramına yönelik günlük hayattan verdikleri örneklerin ders kitaplarında yer alan prototip örneklerle sınırlandığı ifade edilmektedir. Açıkyıldız (2013) ile Vinner (1992)'in çalışmaları da öğretmen adaylarının türev kavramına yönelik günlük hayattan verdikleri örneklerin prototip örnekler olduğu bulgusunu destekler niteliktedir. Bu durumla ilgili olarak Tsamir, Tirosh ve Leverson (2008) bir kavram öğrenilirken sadece prototip örneklerle öğretimde bulunmanın öğrenenlerin sınırlı kavram imajı oluşturmasına neden olduğunu ifade etmektedir.

5. Öneriler

Çalışmanın tartışma bölümünde ifade edilen farklı çalışmaların sonuçları ile bu çalışmadan elde edilen sonuçlar karşılaştırıldığında, ülkemizdeki öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin türev kavramı ile ilgili olarak kavramsal anlamalarının genel olarak yeterli düzeyde olmadığı söylenebilir. Ele alınan kavramın özelliğine bağlı olarak özelde türev kavramının, genelde ise matematiğin anlamlı öğrenilmesi ve farklı alanlarla ilişkilendirilebilmesi için öğretmenlerin matematiği öğretme bilgilerinin niteliği oldukça önemli bir faktördür. Öğrencilerin matematiksel ilişkilendirme performanslarının artırılması için öncelikle matematiği anlamlı öğrenmeleri gerekmektedir. Bunun için matematik öğrenme ortamlarında öğretmenler, kavramsal anlamaya odaklanmalı, kavramların gerçek yaşamla ve matematik dışında farklı disiplinlerle ilişkilendirilerek anlamlı öğrenilmesini sağlamaya çalışmalıdırlar. Bunun yolu, sadece belirli örneklerle söz konusu ilişkilendirmeleri sınırlı olarak göstermek olmamalıdır. Türev kavramını örnek alacak olursak, türevin gerçek yaşamla olan ilişkisi öğrenciye sadece maksimum-minimum problemleri ile verilmemelidir. Türevin gerçek yaşamla ilişkili olarak anlamlandırılmasını sağlayıcı nitelikte farklı bağlamlar ve problem durumları öğrencilere gösterilmelidir. Türevin kullanımını gerektiren orijinal problem durumları oluşturulmalı, öğrencilerden de farklı problemleri kendilerinin oluşturmaları ve çözmeleri istenmelidir. Tüm bunlar dışında matematiksel kavramların kendi içerisinde ilişkilendirilmesine yönelik farklı materyallerin kullanılabileceği farklı etkinlikler ve proje çalışmaları sınıf içinde planlanıp yürütülebilir. Öğretmen adaylarının ise, matematiksel ilişkilendirmelerin farkında olmaları ve söz konusu beceriyi etkili olarak kullanabilmeleri bağlamında, lisans öğrenim programlarında yeni ve farklı derslerle karşılaştırılmaları gerekmektedir. Bu derslerde matematiğin gerçek yaşamla ilişkisinin yanında, kendi içindeki kavramlar arası ilişkileri de vurgulanmalıdır.

Konu ile ilgili olarak, matematiksel kavramların öğretim süreçlerini ilişkilendirme becerisi ile ilişkili olarak ele alarak yorumlayan ve bu bağlamda öğretim süreçlerine yeni alternatif yöntemler getiren çalışmaların planlanarak yürütülmesi önerilmektedir.

A Theoretical Examination of the Mathematical Connection Skill: The Case of the Concept of Derivative

Extended Abstract

Introduction

One of the general objectives of mathematics education is to equip individuals with mathematical knowledge they may need in their lives and with basic skills that will enable them to use such knowledge in different areas of their lives (Baki, 2014, p.34; Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013, p.1; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000, p. 4). To achieve this objective, students must be provided with basic mathematical skills such as understanding and interpreting mathematical concepts and relationships between them, using them in their lives, and connecting mathematics with different fields and disciplines (Ball, 1990; Kinach, 2002; Vale, McAndrew & Krishnan, 2011; NCTM, 2000; Skemp, 1978; Van de Walle, 2013). In this regard, current mathematics curricula or standards documents evidently highlight connection as one of the most important skills of the processes of learning and doing mathematics (Chapman, 2012; MEB, 2013).

Previous studies on the connection skill (Başkan-Takaoğlu, 2015; Delice and Sevimli, 2010; Ersoy and Aydın, 2017; Gagatsis and Shiakalli, 2004; Birgin and Gürbüz, 2009; Hotmanoğlu, 2014; Sağırlı, Baş, Çakmak & Okur, 2016; Özgen, 2013b) predominantly focus on the connection of mathematics with real life. Thus, it can be stated that they treat the connection skill based on a limited coverage of the concept (Businskas, 2008). Differently from previous studies, the present study takes this skill as a whole and tries to ensure that the connection processes within mathematics itself are also observed. Therefore, through use of a specific mathematical concept, the study plans to make a detailed analysis of these processes. Within the framework of this plan, the overall aim of this study is to is to explore and interpret the mathematical connection skills of pre-service teachers within the context of the concept of derivative.

One reason for selecting the concept of derivative in particular is the possibility it gives to use relationships that are multi-dimensional. Derivative can be expressed as the slope of a curve in geometric terms and as the rate of change in physical terms, and it also has applications in other disciplines thanks to its usability for describing anything from fluctuations in interest rates to rates of fish dying in oceans and rates of moving gas molecules (Hughes-Hallett et. al., 1992, p. 119; Barnett, Zeigler & Byleen, 2005, p. 131, as cited from Sağırlı, Kırmacı & Bulut, 2010, p. 227). Previous studies report that students cannot achieve complete learning of the concept of derivative especially in secondary education and thus have difficulty in the analysis courses they take in university (Burton, 1989). These studies state that students particularly have difficulty and some misconceptions in topics such as algebraic definition of derivative (Gür and Barak, 2007), derivative-limit relationship (Orton, 1983), understanding the derivative and continuity of function (Viveros and Sacristan, 2002), and explaining the concept of rate of change

(Orton, 1983). The present study also investigates the reflections of these difficulties in university education, which is an upper level to secondary education, thereby determining the difficulties students fail to overcome with regards to the concept of derivative in particular. This is because individuals who have encountered the concept of derivative in secondary education and have an opportunity to learn the concept in more depth in university are expected to eliminate their deficiencies about the concept during their undergraduate education even if they have some imperfect knowledge remaining from secondary education. In this regard, the sub-problems of the present study are as listed below.

With regards to the concept of derivative, to what extent can pre-service teachers use;

- the skill of connecting between different representations (CBDR),
- the skill of connecting between concepts (CBC),
- the skill of connecting with real life (CRL),
- the skill of connecting with different disciplines (CDD),
- the general connection (GC) skill?

Method

This is a qualitative case study. The most important characteristic of a qualitative case study is that it allows exploring a case or several cases in depth (Merriam, 1998; Yıldırım and Şimşek, 2013). This method was considered appropriate for the present study as it investigated the connection skill, which is a specific mathematical skill, together with its sub-dimensions.

The study group consists of 51 senior students of the department of mathematics education of a state university in Turkey who were voluntary to take part in the study. Considering the undergraduate courses the concept of derivative was associated with and the terms these courses were given in, it was assured that the pre-service teachers taking part in the study group had received the relevant courses. The participants were the final-year students of the primary mathematics education department. Data were collected through the Connection Skill Test (CST-Annex 1), developed by the researcher, and the clinical interviews conducted with the pre-service teachers. The conceptual framework given in Figure 2 was used for determining the dimensions of the test. According to this, CST has four components: Connection Between Concepts (CBC), Connection Between Different Representations (CBDR), Connection with Real Life (CRL), and Connection with Different Disciplines (CDD). CST consists of 10 questions (i.e. there is a single question for each dimension of the conceptual framework developed within the scope of the study). In the first step of the research process, CST, developed by the researcher, was applied to the pre-service teachers included in the study group.

Results

With regards to the concept of derivative, the pre-service teachers were seen to be capable of using their skill of connecting between different representations at the rate of 3.92%, the skill of connecting between concepts at the rate of 16.50%, the skill of connecting with real life at the rate of 22.54%, and the skill of connecting with different disciplines at the rate of 18.62%. Considering the average of all these numeric data, the pre-service teachers, in general, can use the skill of connecting the concept of derivative with different concepts and real life at the rate of 15.39%. This finding implies that the pre-service teachers cannot effectively use their connection skill within the context of the concept of derivative.

Recommendations

Students need to achieve the meaningful learning of mathematics above all for their mathematical connection performance to improve. Thus, in mathematics learning environments, teachers should focus on conceptual understanding and try to ensure that the meaningful learning of concepts is achieved through connection with real life and other disciplines than mathematics. Pre-service teachers should be exposed to new and different courses during their undergraduate education for them to be aware of mathematical connections and use this skill effectively. These courses should emphasize not only the connection of mathematics with real life but also connections between the concepts within mathematics itself. Furthermore, it is recommended to plan and conduct studies that address the processes of teaching mathematical concepts in connection with the connection skill and introduce new, alternative methods to be applied in teaching processes.

Kaynaklar/References

Açıkyıldız, G. (2013). *Matematik öğretmeni adaylarının türev kavramını anlamaları ve yaptıkları hatalar* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Ainsworth, S. (1999). The functions of multiple representations. *Computers & Education*, *33*(2), 131-152.

Ainsworth, S., & Van Labeke, N. (2004). Multiple forms of dynamic representation. *Learning and Instruction*, *14*(3), 241-255.

Akkoç, H. (2006). Fonksiyon kavramının çoklu temsillerinin çağrıştırdığı kavram görüntüleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *30*, 1-10.

Akkuş, O. (2008). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiği günlük yaşamla ilişkilendirme düzeyleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *35*(1), 1-12.

Amit, M., & Vinner, S. (1990). Some misconceptions in calculus: Anecdotes or the tip of an iceberg? In G. Booker, P. Cobb & T. N. De Mendicuti (Eds.), *Proceedings of the 14th International Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 3–10). Cinvestav, Mexico: PME.

Amoah, V., & Laridon, P. (2004). Using multiple representations to assess students' understanding of the derivative concept. *Proceeding of the British Society for Research into Learning Mathematics*, *24*(1), 1-6.

Aspinwall, L., & Miller, D. (1997). Students' positive reliance on writing as a process to learn first semester calculus. *Journal of Instructional Psychology, 24*(4), 253–261.

Baker, B., Cooley, L., & Trigueros, M. (2000). A calculus graphing schema. *Journal for Research in Mathematics Education*, *31*(5), 557-578.

Baki, A. (2014). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi.* Ankara: Harf Yayıncılık.

Ball, D. L. (1990). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. The *Elementary School Journal, 90*(4), 449-466.

Ball, D. L., Hill, H., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, *29*(3), 14-46.

Barmby, P., Harries, T., Higgins, S., & Suggate, J. (2009). The array representation and primary children's understanding and reasoning in multiplication. *Educational Studies in Mathematics*, *70*(3), 217−241.

Başkan-Takaoğlu, Z. (2015). Matematiksel modelleme kullanılan fizik derslerinin öğretmen adaylarının ilgi, günlük hayat ve diğer derslerle ilişkilendirmelerine etkisi. *Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 12*(1), 223-263.

Berry, J. S., & Nyman, M. N. (2003). Promoting students' graphical understanding of the calculus. *Journal of Mathematical Behavior*, *22*(4), 481-497.

Bezuidenhout, J. (1998). First-year university students' understanding of rate of change. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *29*(3), 389–399.

Billings, E. M., & Klanderman, D. (2000). Graphical representations of speed: Obstacles preservice K-8 teachers experience. *School Science and Mathematics*, *100*(8), 440-450.

Bingölbali, E. ve Coşkun, M. (2016). İlişkilendirme becerisinin matematik öğretiminde kullanımının geliştirilmesi için kavramsal çerçeve önerisi. *Eğitim ve Bilim*, *41*(183), 233-249.

Birgin, O. ve Gürbüz, R. (2009). İlköğretim II. kademe öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerinin incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 22*(2), 529-550.

Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H. W., & Niss, M. (2007). *Modelling and applications in mathematics education*. New York: Springer.

Boaler, J. (1993). Encouraging the transfer of 'school' mathematics to the 'real world' through the integration of process and content, context and culture. *Educational Studies in Mathematics*, *25*(4), 341-373.

Bosse, M. J. (2003). The beauty of "and" and "or": Connections within mathematics for students with learning differences. *Mathematics and Computer Education*, *37*(1), 105-114.

Bransford, J. D., Brown, A. L., & Cocking, R. R. (Eds.) (1999). *How people learn: Brain, mind, experience, and school*. Washington, DC: National Academy Press.

Burton, M. B. (1989). The effect of prior calculus experience on "introductory" college calculus. *The American Mathematical Monthly*, *96*(4), 350-354.

Businskas, A. M. (2008). *Conversations about connections: How secondary mathematics teachers conceptualize and contend with mathematical connections* (Unpublished doctoral dissertation). Simon Fraser University, Canada.

Carpenter, T. P., & Lehrer, R. (1999). Teaching and learning mathematics with understanding. In E. Fennema & T. A. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 19–32). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Carpenter, T. P., Franke, M. L., & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in the elementary school.* Portsmouth, NH: Heinemann.

Carpenter, T. P., Levi, L., Franke, M. L., & Zeringue, J. K. (2005). Algebra in elementary school: Developing relational thinking. *ZDM*, *37*(1), 53-59.

Carrejo, D. (2004). *Mathematical modelling and kinematics: A study of emerging themes and their implications for learning mathematics through an inquiry-based approach* (Unpublished doctoral dissertation). University of Texas, Austin.

Carrejo, D. J., & Marshall, J. (2007). What is mathematical modelling? Exploring prospective teachers' use of experiments to connect mathematics to the study of motion. *Mathematics Education Research Journal*, *19*(1), 45–76.

Chapman, O. (2012). Challenges in mathematics teacher education. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *15*(4), 263-270.

Cherniak, C., Changizi, M., & Kang, D. W. (1999). Large-scale optimization of neuron arbors. *Physical Review*, *59*(5), 6001–6009.

Çelik, D. ve Sağlam-Arslan, A. (2012). Öğretmen adaylarının çoklu gösterimleri kullanma becerilerinin analizi. *İlköğretim-Online*, *11*(1), 239-250.

Davis, Z., & Johnson, Y. (2007). Failing by example: Initial remarks on the constitution school mathematics, with special reference to the teaching and learning of mathematics in five secondary schools. In M. Setati, N. Chitera & A. Essien (Eds.), *Proceedings of the 13th Annual National Congress of the Association for Mathematics Education of South Africa*, (Vol. 1, pp. 121−136). White River: AMESA.

Delice, A. ve Sevimli, E. (2010). Öğretmen adaylarının çoklu temsil kullanma becerilerinin problem çözme başarılarının incelenmesi: Belirli integral örneği. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, *10*(1), 111-149.

Dervişoğlu, S. ve Soran, H. (2003). Orta öğretim biyoloji eğitiminde disiplinler arası öğretim yaklaşımının değerlendirilmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *25*(25), 48-57.

Dilberoğlu, M. (2015). *An investigation of pre-service middle school mathematics teachers' ability to connect the mathematics in content courses with the middle school mathematics* (Unpublished doctoral dissertation). Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Duran, M. ve Kaplan, A. (2016). Lise matematik öğretmenlerinin türevin tanımına ve türev-süreklilik ilişkisine yönelik pedagojik alan bilgileri. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *18*(2), 795-831.

Duru, A. (2006). *Bir fonksiyon ve onun türevi arasındaki ilişkiyi anlamada karşılaşılan zorluklar* (Yayınlanmamış doktora tezi). Atatürk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.

Eli, J. A. (2009). *An exploratory mixed methods study of prospective middle grades teachers' mathematical connections while completing investigative tasks in geometry*. Retrieved January 5, 2018 from https://uknowledge.uky.edu/cgi/viewcontent.cgi?referer=https://www.google.com.tr/&httpsredir=1&article=1784&context=gradschool_diss

Empson, S. B., Levi, L., & Carpenter, T. P. (2010). The algebraic nature of fractions: Developing relational thinking in elementary school. In J. Cai & E. Knuth (Eds.), *Early algebraization: Cognitive, curricular, and instructional perspectives* (pp. 409-428). New York: Springer.

Ersoy, E. ve Aydın, E. (2017). İlköğretim öğrencilerinin matematiğin günlük yaşamla olan ilişkisine yönelik metaforik algıları. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 33*, 1-17.

Ferrini-Mundy, J., & Graham, K. G. (1991). An overview of the calculus curriculum reform effort: issues for learning, teaching, and curriculum development. *The American Mathematical Monthly*, *98*(7), 627-635.

Ferrini-Mundy, J., & Graham, K. G. (1994). Research in calculus learning: understanding of limits, derivatives, and integrals. In J. J. Kaput & E. Dubinsky (Eds.), *Research issues in undergraduate mathematics learning* (pp. 31-45). Washington, DC: Mathematics Association of America.

Gagatsis, A., & Elia, I. (2004). The effects of different modes of representation on mathematical problem solving. In M. J. Høines & A.B. Fuglestad (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 447−454). Bergen: Bergen University College.

Gagatsis, A., & Shiakalli, M. (2004). Ability to translate from one representation of the concept of function to another and mathematical problem solving. *Educational Psychology*, *24*(5), 645-657.

Goerdt, S. L. (2007). The effect of emphasizing multiple representations on calculus students' understanding of derivative concept (Unpublished doctoral dissertation). University of Minnesota, Minneapolis.

Goldin, G. A. (2004). Representations in school mathematics: A unifying research perspectives. In J. Kilpatrick, W. G. Martin & D. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 275-285). Reston, VA: NCTM.

Green, A. E. (2016). Creativity, within reason: Semantic distance and dynamic state creativity in relational thinking and reasoning. *Current Directions in Psychological Science*, *25*(1), 28-35.

Greeno, J. G., Colliins, A. M., & Resnick, L. (1996). Cognition and learning. In D. C. Berliner & R. C. Calfee (Eds.), *Handbook of educational psychology* (pp. 15-46). New York: Macmillan.

Gülten, D. Ç., Ilgar, L. ve Gülten, İ. (2009). Lise 1. sınıf öğrencilerinin matematik konularının günlük yaşamda kullanımı konusundaki fikirleri üzerine bir araştırma. *Hasan Ali Yücel Eğitim Fakültesi Dergisi*, *11*(1), 51-62.

Gür, H., & Barak, B. (2007). The erroneous derivative examples of eleventh grade students. *Educational Sciences: Theory & Practice*, *7*(1), 474-480.

Hacıömeroğlu, E. S. (2007). *Calculus students' understanding of derivative graphs: Problems of representations in calculus* (Unpublished doctoral dissertation). Florida State University, Florida.

Haynie, W. J., & Greenberg, D. (2001). Genetic disorders: An integrated curriculum project. *The Technology Teacher*, *60*(6), 10-13.

Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 65-97). New York: Mcmillan.

Hotmanoğlu, Ç. (2014). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin grafik çizme yorumlama ve grafikleri diğer gösterimlerle ilişkilendirme becerilerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Hunter, J. (2007). Relational or calculational thinking: Students solving open number equivalence problems. In J. Watson & K. Beswick (Eds.), *Proceedings of the 30th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (Vol. 2, pp. 421-429). Adelaide: MERGA.

İpek, A. S. ve Okumuş, S. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmede kullandıkları temsiller. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *11*(3), 681-700.

İşleyen, T. ve Akgün, L. (2009, Ekim). *Matematik öğretmen adaylarının türev ve diferansiyel kavramlarını algılama düzeyleri.* XVIII. Ulusal Eğitim Bilimleri Kurultayı'nda sunulan bildiri, Ege Üniversitesi, İzmir.

Ji, E. L. (2012). Prospective elementary teachers' perceptions of real-life connections reflected in posing and evaluating story problems. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *15*(6), 429–452.

Karakoç, G., & Alacacı, C. (2015). Real world connections in high school mathematics curriculum and teaching. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *6*(1), 31-46.

Karslı, N. (2016). *Buluş yoluyla öğrenme yaklaşımını esas alan matematik öğretiminin 8. sınıf öğrencilerinin akıl yürütme ve ilişkilendirme becerilerine etkisi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Başkent Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Kendal, M. (2002). *Teaching and learning introductory differential calculus* (Unpublished doctoral dissertation). The University of Melbourne, Australia.

Kertil, M. (2014). *Pre-service elementary mathematics teachers' understanding of derivative through a model development unit* (Unpublised doctoral dissertation). Middle East Technical University, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Kızıloğlu, F. N. ve Konyalıoğlu, A. C. (2002). Matematik öğretmenlerinin sınıf içi davranışları. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *10*(1), 119-124.

Kinach, B. M. (2002). Understanding and learning-to-explain by representing mathematics: Epistemological dilemmas facing teacher educators in the secondary mathematics methods course. *Journal of Mathematics Teacher Education, 5*(2), 153-186.

Leikin, R., & Levav-Waynberg, A. (2007). Exploring mathematics teacher knowledge to explain the gap between theory-based recommendations and school practice in the use of connecting tasks. *Educational Studies in Mathematics, 66*(3), 349-371.

Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education.* San Francisco: Jossey-Bass Publishers.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2009). *İlköğretim matematik dersi öğretim programı*. Ankara: T.C. Milli Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2013). *Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı*. Ankara: T.C. Milli Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018a). *Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı*. Ankara: T.C. Milli Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018b). *İlköğretim matematik dersi öğretim programı*. Ankara: T.C. Milli Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Mhlolo, M. K., Venkat, H., & Schafer, M. (2012). The nature and quality of the mathematical connections teachers make. *Pythagoras, 33*(1), 1-9.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM Publications.

National Research Council (2001). The strands of mathematical proficiency. In J. Kilpatrick, J. Swafford, & B. Findell (Eds.), Adding it up: Helping children learn mathematics (pp. 115–155). Washington, DC: National Academy Press.

Noss, R., & Hoyles, C. (1996). *Windows on mathematical meaning: Learning cultures and computers* (Vol. 17). Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Narlı, S. (2016). İlişkilendirme becerisi ve muhtevası. E. Bingölbali, S. Arslan ve İ. Ö. Zembat (Eds.) *Matematik eğitiminde teoriler* içinde (s. 231-244). Ankara: PEGEMA Yayınevi.

Orton, A. (1983). Students' understanding of differentiation. *Educational Studies in Mathematics*, *14*(3), 235–250.

Özgen, K. (2013a). Problem çözme bağlamında matematiksel ilişkilendirme becerisi: Öğretmen adayları örneği. *E-Journal of New World Sciences Academy, 8*(3), 323-345.

Özgen, K. (2013b). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel ilişkilendirmeye yönelik görüş ve becerilerinin incelenmesi. *Turkish Studies, 8*(8), 2001-2020.

Özmantar, M. F., Akkoç, H., Bingölbali, E., Demir, S., & Ergene, B. (2010). Pre-service mathematics teachers' use of multiple representations in technology-rich environments. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, *6*(1), 19-37.

Pang, J., & Good, R. (2000). A review of the integration of science and mathematics: Implications for further research. *School Science and Mathematics*, *100*(2), 73-82.

Park-Rogers, M. A., & Abell, S. K. (2007). Perspectives: Connecting with other disciplines. *Science and Children*, *44*(6), 58-59.

Park, J. (2011). *Calculus instructors' and students' discourses on the derivative* (Unpublished doctoral dissertation). Michigan State University, East Lansing, Michigan.

Patton, M. Q. (1987). *How to use qualitative methods in evaluation*. CA: Sage.

Prins, G., T., Bulte, A. M. W., Van Driel, J. H., & Pilot, A. (2009). Students' involvement in authentic modelling practices as contexts in chemistry education. *Research Science Education*, *39*(5), 681–700.

Rasila, A., Malinen, J., & Tiitu, H. (2015). On automatic assessment and conceptual understanding. *Teaching Mathematics and Its Applications: An International Journal of the IMA*, *34*(3), 149-159.

Reead, S. K., & Jazo, L. (2002). Using multiple representations to improve conceptions of average speed. *Journal of Educational Computing Research*, *27*(1/2), 147−166.

Sağırlı, M. Ö., Kırmacı, U. ve Bulut, S. (2010). Türev konusunda uygulanan matematiksel modelleme yönteminin ortaöğretim öğrencilerinin akademik başarılarına ve öz-düzenleme becerilerine etkisi. *Erzincan University Journal of Science and Technology, 3*(2), 221-247.

Sağırlı, M. Ö., Baş, F., Çakmak, Z. ve Okur, M. (2016). Gerçek yaşam içerikli öğretim uygulamalarının ilköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiği günlük yaşamla ilişkilendirebilme düzeylerine etkisi. *Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 13*(1), 164-193.

Sağlam-Arslan, A. ve Arslan, S. (2010). Mathematical models in physics: A study with prospective physics teacher. *Scientific Research and Essays, 5*(7), 634-640.

Şahin, Z., Yenmez, A. A., & Erbas, A. K. (2015). Relational understanding of the derivative concept through mathematical modeling: A case study. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education, 11*(1), 177-188.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, *77,* 20-26.

Skemp, R. R. (1978). Faux amis. *The Arithmetic Teacher, 26*(3), 9-15.

Star, J. R. (2014). Relational and instrumental understanding in mathematics education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 304-307). Netherlands: Springer.

Taşdan, B. T., Uğurel, I. ve Koyunkaya, M. Y. (2017, Mayıs). *Matematik öğretmen adaylarının geliştirdikleri matematik öğrenme etkinliklerinin matematik içi ilişkilendirmeye ilişkin görüşleri kapsamında incelenmesi.* 3. Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu'nda sunulan bildiri, Afyon.

Tchoshanov, M. A. (2011). Relationship between teacher knowledge of concepts and connections, teaching practice, and student achievement in middle grades mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *76*, 141-164.

Thompson, P. W. (1994). Images of rate and operational understanding of the fundamental theorem of calculus. *Educational Studies in Mathematics*, *26*, 229–274.

Tsamir, P., Tirosh, D., & Levenson, E. (2008). Intuitive nonexamples: The case of triangles. *Educational Studies in Mathematics*, *69*(2), 81-95.

Ubuz, B. (1996). *Evaluating the impact of computers on the learning and teaching of calculus* (Unpublished doctoral dissertation). University of Nottingham, United Kingdom.

Ubuz, B. (2001). First year engineering students' learning of point of tangency, numerical calculation of gradients, and the approximate value of a function at a point through computers. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, *20*(1), 113–137.

Vale, C., McAndrew, A., & Krishnan, S. (2011). Connecting with the horizon: Developing teachers' appreciation of mathematical structure. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *14*(3), 193-212.

Van de Walle, J. A. (2013). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (7th ed.). Boston: Allyn and Bacon.

Van Den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics*, *54*(1), 9-35.

Whitacre, I., Schoen, R. C., Champagne, Z., & Goddard, A. (2017). Relational thinking: What's the difference? *Teaching Children Mathematics*, *23*(5), 302-308.

Vinner, S. (1992). The function concept as a prototype for problems in mathematics learning. In G. Harel & E. Dubinsky (Eds.), The concept of a function: Aspects of epistemology and pedagogy (pp. 195-213). Washington, DC: Mathematical Association of America.

Viveros, K., & Sacristán, A. (2002). College students' conceptual links between the continuity and the differentiability of a function. In D. S. Mewborn, P. Sztajin, D. Y. White, H. G. Wiegel, R. L. Bryant, & K. Nooney (Eds.), *Proceedings of the 24th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1-4, pp.353-363). Athens, Georgia: ERIC.

Yıldırım, C. (1996). *Matematiksel düşünme*. İstanbul: Remzi Kitabevi.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2013). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (9. baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yiğitcan-Nayir, Ö. (2013). *İlköğretim matematik öğretmenliği adaylarının türevi kavrayışlarının bilişe iletişimsel yaklaşım açısından incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Ek 1. İlişkilendirme Beceri Testi (İBT)

<u>Kavramın Farklı Gösterimleri Arasında İlişkilendirme</u>

$f: R \rightarrow R$ bir fonksiyon olmak üzere

$f(x)= x^2 - x$ ise

1. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{f(x)-f(2)}{2-x}$ limitinin hangi matematiksel kavramın farklı bir gösterimi olduğunu ifade ederek söz konusu ilişkiyi gösteriniz.

2. $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(3)-f(3+h)}{h}$ limitinin hangi matematiksel kavramın farklı bir gösterimi olduğunu ifade ederek söz konusu ilişkiyi gösteriniz.

3. Yukarıdaki limitlerin anlamlarını, seçtiğiniz bir durum üzerinden geometrik olarak yorumlayınız.

<u>Kavramlar Arası İlişkilendirme</u>

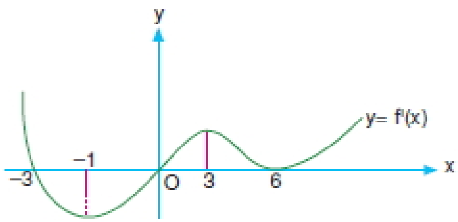
Kavramla öncül kavramlar arasında ilişki kurma

4. Türev kavramını, sırasıyla limit ve süreklilik kavramları ile ilişkili olarak açıklayınız. (Kavramlar arasındaki ilişkileri ifade ediniz).

Kavramla diğer kavramlar arasında ilişki kurma

5. $f(x) = \sin x + \cos x$ eğrisine $x = 0$ noktasında çizilen teğet doğrusunun denklemini yazınız?

6. Aşağıda $y=f(x)$ fonksiyonunun türevinin grafiği verilmiştir. Buna göre $f(x)$ fonksiyonunun;



i. artan ve azalan olduğu aralıkları
ii. yerel maximum ve yerel minimum noktalarını belirleyiniz.

<u>Gerçek Hayatla İlişkilendirme</u>

Kavramı bir bağlam içerisinde ele alma

7. Bir yüzme havuzu zararlı bakterilerin yok edilmesi için periyodik olarak ilaçlanıyor. İlaçlama yapıldıktan t gün sonra havuz suyunun her cm3 ünde
   $C(t) = 30\ t2 - 240\ t + 500,\ 0 \leq t \leq 8$
   adet bakteri görülüyor. Havuzdaki bakteri sayısı ilaçlamadan kaç gün sonra minimum olur?

Gerçek hayattan sözel örnek verme

8. Türev kavramına yönelik gerçek hayattan sözel örnek veriniz. (Gerçek yaşamdan seçtiğiniz bir kavramı/olguyu/olayı türev kavramını kullanarak ifade ediniz).

<u>Farklı Disiplinlerle İlişkilendirme</u>

Kavramı farklı bir disiplin bağlamı içerisinde ele alma

9. y - ekseni üzerinde hareket eden bir nesnenin x anındaki yeri $y = x^{3} - 6x^{2} + 9$ olarak veriliyor. Bu aracın;
   i. anlık hız fonksiyonunu yazınız.
   ii. x = 2 ve x = 5 teki hızlarını hesaplayınız.

Farklı disiplinlerle ilişkilendirmeye sözel örnek verme

10. Türev kavramının farklı disiplinlerde kullanımına sözel örnek veriniz. (Örneğin; Türev …. disiplininde……..da kullanılır).