

Maden yataklarının değerlendirilmesinde geliştirilmiş yöntemler: halka ayrışım yöntemi ve uygulaması

Improved methods for ore deposit evaluation: ring decomposition method and its application

Cem SARAÇ, Sermin KOÇER, Arzu Giray YURDAGÜL

ÖZ

Bu çalışmada maden yataklarının değerlendirilmesinde kullanılan jeostatistiksel simülasyon yöntemlerinden "alt ve üst üçgensel matris ayrışım tekniği" ayrıntılı olarak anlatılmaktadır. Kovaryans matrisinin üçgensel analizini kullanarak, orta boyuttaki gridler üzerinde hızlı bir şekilde koşullu simülasyonu gerçekleştiren alt ve üst üçgensel matris tekniğinin algoritmasının büyük boyutlu gridler üzerinde simülasyonu sağlayamadığı gösterilmektedir.

Çalışmada bu yönteme alternatif olarak geliştirilen ve halka ayrışım tekniği adı verilen matris analizi alternatif olarak sunulmakta ve önerilen yeni teknik büyük boyutlu gridler üzerinde kullanılabilir. Geliştirilen yeni yöntemin matematiksel temeli verildikten sonra her iki yönteme ilişkin koşullu simülasyon uygulamaları sunulmaktadır. İlk önce yöntemleri birbirleriyle karşılaştırmak amacıyla 400 x 400 kovaryans matrisinden oluşan simülasyon uygulaması alt/üst üçgensel matris tekniği ve halka ayrışım tekniği kullanarak çözülmekte, ardından da alt/üst üçgensel matris tekniğiyle ayrıştırılmayacak boyutlarda olan 1500 x 1500 kovaryans matrisinden oluşan simülasyon, önerilen halka ayrışım tekniğiyle çözülmektedir.

Anahtar kelimeler: Halka ayrışım yöntemi, Jeostatistiksel simülasyon, Kovaryans, Maden yatakları

EXTENDED ABSTRACT

Ore deposit evaluation techniques by geostatistical simulation were first introduced some 25 years ago, it has not fulfilled its promise as a major tool in the earthsciences. This has been largely due to two main reasons: there are some shortcomings in the method which, although recognized early on by some practitioners, have been slow to be acknowledged and rectified, and alternatively wide usage of kriging methods (there is although a big difference between kriging and simulation). A survey of geostatistical simulation methods is given in Dowd (1992). Amongst proposed methods is Davis' (1987a) LU (lower and upper) decomposition method and related matrix polynomial approximation method (Davis, 1987b). The LU-matrix (lower and upper) decomposition method of conditional simulation allows fast generation of stochastic processes on small-moderate sized grids. The method is simple and based on the LU triangular decomposition of the matrix of covariances between data locations and simulation grid locations (Davis, 1987a; Alabert, 1987). Covariances matrices are symmetric and positive-definite and therefore can be decomposed into the product of a lower and an upper triangular matrix.

The advantages of the LU method are that it is simple to implement, performs conditioning simultaneously with simulation, is not limited to particular forms of covariance functions and handles anisotropies. The main drawback of this method is the amount of storage required which, at least in its general form as presented, effectively limits its application to less than 1000 grid locations. When there are many data or when there is a large number of points on which values are to be simulated, the correspondingly large matrices cannot be handled by classical decomposition algorithms.

This paper shows how ring decomposition can be used to extend the use of LU decomposition to larger simulations. Ring decomposition can be applied to reduce significantly this memory-size problem, and therefore proposed method can be used for large grid locations. After introducing the mathematical background of ring decomposition method, conditional simulation applications using lower-upper and ring decomposition methods are presented in the study. For the purpose of providing a comparison, simulations on 400 x 400 covariance matrix were performed using both LU decomposition and ring decomposition. The results are shown in Figures 1 and 2. The both methods yield satisfactory simulations. Finally a 1500 x 1500 covariance matrix which is too large for LU decomposition method is solved by ring decomposition and the result is given in Figure 3.

Key words : Covariance, Geostatistical simulation, Ore deposits, Ring decomposition method

GİRİŞ

Jeoistatistiksel simülasyon yöntemleri kullanılarak maden yataklarının değerlendirilmesi yaklaşık olarak 25 yıl önce ortaya konulmasına rağmen, yer-bilimlerdeki uygulamalarında henüz tam olarak çok güçlü bir araç olarak yaygın olarak kullanılmamaktadır. Bunun başlıca iki önemli nedeni bulunmaktadır. Bunlardan birincisi, jeoistatistiksel simülasyon yöntemlerinde görülen çeşitli eksikliklerin oldukça yavaş olarak düzeltilmesi ve ikincisi ise jeoistatistiksel kriging yöntemlerinin alternatif olarak (simülasyon ve kriging arasında büyük farklılıklar bulunmasına rağmen) daha yaygın olarak kullanılmasıdır. Özellikle geçtiğimiz 10 yıl boyunca jeoistatistiksel simülasyon yöntemlerinin geliştirilmesinde çok önemli gelişmeler kaydedilmiştir. Journel ve Alabert (1989, 1990) 'in geliştirdikleri ardışıklı simülasyon (sequential simulation) yöntemi, indikatör simülasyon yöntemi (Suro-Perez and Journel, 1990; Gomez-Hernandez and Srivastava, 1990) bunlara örnek olarak verilebilir. Bu yöntemlerin en önemlilerinden bir tanesi de Davis (1987a) ve Alabert (1987) tarafından geliştirilen "alt ve üst üçgensel matris ayrışım yöntemi" (AÜM) dir. Basit bir tekniği olan AÜM analiz yöntemi, maden yatağındaki veri lokasyonları ile simülasyon grid lokasyonları arasında kovaryans matrisinin üçgensel analizi üzerine kurulmuştur.

AÜM yönteminin en büyük avantajı uygulanmasının basit olması, koşullandırmayı simülasyonla birlikte simültane olarak gerçekleştirmesi, ayrıca kovaryans fonksiyonlarının ve kullanılan anizotropilerin özel yapılarıyla sınırlı olmamasıdır. Ancak uygulamalarda bu yöntem simülasyon sonuçlarını depola-

ma ve zaman sorunu nedenleriyle sınırlıdır ve bundan dolayı da ancak küçük ve orta boyuttaki gridlere uygulanabilmektedir (Deutsch and Journel, 1998).

Çalışmada, ilk olarak AÜM analizi ile koşullu ve koşulsuz simülasyon incelenmiş; ardından "halka ayrışım yöntemi" (HAY) adı verilen yeni bir yaklaşım sunulmaktadır.

ALT VE ÜST ÜÇGENSEL MATRİS YÖNTE- MİYLE (AÜM) KOŞULSUZ SİMÜLASYON

Bir değişkenin rasgele değerlerde olduğu grid noktaları setinin simüle edildiğini düşünelim. Bu değişkenin kovaryans matrisleri C ($n \times n$ boyutunda) aşağıdaki gibi gösterilebilir:

$$C_{ij} = \text{Kov}(Z_i, Z_j) \quad (1)$$

Z_i yukarıda örnek olarak verilen değişkendir. C 'nin Cholesky algoritmasıyla alt ve üst olarak iki matrise ayrıldığını varsayarsak, $C = A\bar{U}$ (A : alt matris; \bar{U} : üst matris) şeklinde olacaktır. Buna göre w 'nin rastlantısal bir vektör olduğu düşünülerek, y vektörü aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$y = Aw \quad (2)$$

y vektörüne benzer şekilde, rasgele değişken olan Y 'nin tanımı:

$$\begin{aligned} \text{Kov}(Y) &= E[(Aw)(Aw)'] = E(Aww'Ü) \\ &= A \bar{U} E(ww') \\ &= A \bar{U} I = C \end{aligned} \quad (3)$$

olacaktır. Böylece y , Z 'nin koşulsuz simülasyonu olacaktır.

ALT VE ÜST ÜÇGENSEL MATRİSYÖNTE-MİYLE (AÜM) KOŞULLU SİMÜLASYON

Koşullu veri (genellikle cevherleşmelerden gelen sondaj verileri) ve grid noktaları setinin simüle edildiğini düşünürsek, bu setlere benzer olarak kovaryans matrisi $C_{VV}, C_{VG}, C_{GV}, C_{GG}$ olarak ayrılabilir:

$$C = \begin{pmatrix} C_{VV} & C_{VG} \\ C_{GV} & C_{GG} \end{pmatrix}$$

Yukarıda verilen matriste:

C_{VV} maden yatağındaki veri noktaları arasındaki kovaryans matrisi,

C_{GV} grid ve veri noktaları arasındaki kovaryans matrisi,

C_{GG} grid noktaları arasındaki kovaryans matrisidir.

C aynı zamanda alt ve üst matrislerine ayrılabilir, bu durumda yukarıdaki ifade

$$C = \begin{pmatrix} C_{VV} & C_{VG} \\ C_{GV} & C_{GG} \end{pmatrix} = A\bar{U} = \begin{pmatrix} A_{VV} & 0 \\ A_{GV} & A_{GG} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{U}_{VV} & \bar{U}_{VG} \\ 0 & \bar{U}_{GG} \end{pmatrix}$$

şeklinde yazılabilir ve bu ilişkiden aşağıdaki eşitlikler elde edilir:

$$\begin{aligned} C_{VV} &= A_{VV} \bar{U}_{VV} \\ C_{VG} &= A_{VV} \bar{U}_{VG} \\ C_{GV} &= A_{GV} \bar{U}_{VV} \\ C_{GG} &= A_{GV} \bar{U}_{VG} + A_{GG} \bar{U}_{GG} \end{aligned}$$

w_G rasgele vektör ve w_V koşullu vektör ise w vektörü $\begin{pmatrix} w_V \\ w_G \end{pmatrix}$ olarak tanımlanacaktır. Buna göre:

$$\bar{U}_{VV} w_V = z_V \quad (4)$$

Yukarıdaki eşitlikte, z_V koşullu veriyi göstermektedir.

$$y: \begin{pmatrix} y_V \\ y_G \end{pmatrix} = \bar{U}_{VV} \text{ olarak tanımlanabilir.}$$

$$y_V = A_{VV} w_V = z_V$$

$$y_G = A_{GV} w_V + A_{GG} w_G$$

Sonuç olarak grid noktalarındaki değerlerin koşullu simülasyonu ;

$$y_G = A_{GV} A_{VV}^{-1} z_V + A_{GG} w_G \quad (5)$$

şeklinde ifade edilebilecektir. 5 numaralı eşitlikte $A_{GV} A_{VV}^{-1} z_V$ koşullu verileri sağlayan bir bileşen, $A_{GG} w_G$ ise çeşitli simülasyonların yapılmasına olanak tanıyan diğer bir bileşendir ve simülasyon sonuçları da A_{GG} 'ye bağlı bulunmaktadır.

HALKA AYRIŞIM YÖNTEMİYLE (HAY) KOŞULLU SİMÜLASYON

AÜM yöntemi kovaryans matrisinin üçgensel analizlerini gerektirmektedir, eğer veri sayısı çoksa veya simüle edilen değer sayısı çok fazlaysa, benzer olarak büyük matrisler klasik analiz algoritmaları ile kullanılmaz (Dowd, 1992). Bunun temel nedeni de, AÜM algoritmasının hafızasının grid sayısının karesi ile ve hesaplama zamanının ise grid sayısının kübü ile artmasıdır (Dowd and Saraç, 1993). AÜM yönteminde matris boyutları Cholesky algoritması kullanılarak en fazla 1000x1000'dir, yani bu yöntem en fazla 1000 simülasyon değeriyle sınırlıdır.

AÜM yönteminin yukarıda belirtilen sınırı, bu çalışmada halka analiz teorisi kullanılarak genişletilmiş ve böylece yöntemin daha büyük boyutlu simülasyonlar yapmasına olanak sağlanmıştır.

Anderson and Fuller (1992)'ye göre M simgesi ile gösterilen ve R halkalarından oluşan modül; B_i alt modüllerinin cinslerinin $\{B_i | i \in I\}$ toplamı olarak tanımlanmaktadır. Buna göre aşağıdaki tanımlamalar yazılabilir:

$$M = R^n = R \oplus \dots \oplus R \quad (6)$$

$$\sum_{i \in I} B_i = \left\{ \sum_{\text{sontu}} b_i | b_i \in B_i \right\}; \quad (7)$$

$$M = \bigoplus_{i \in I} B_i \leftrightarrow \begin{cases} 1.) M = \sum_{i \in I} B_i \\ 2.) \forall j \in I \left[B_j \cap \sum_{i \in I} B_i = 0 \right] \end{cases} \quad (8)$$

Hepsi için $i \in I$, $0 \in B_i$ olduğu varsayılarak; indeks seti için $I = (1, \dots, n)$ ise M aynı zamanda $M = B_1 \oplus \dots \oplus B_n$ olarak ve C_{ij} $n \times n$ matrisi $C = (C_{ij})$ şeklinde yazılabilir (Kasch, 1982). Bu durumda I i'inci pozisyonda $n \times n$ birim matrisi, $e_i = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)$ olacaktır.

$B_i = e_i C$ 'yi tanımlarsak;

$$C = \bigoplus B_i$$

$$e_i C = (C_{i1}, C_{i2}, \dots, C_{in}) \quad (9)$$

(C_{i1}, \dots, C_{ij}) vektörü aşağıda görüldüğü gibi B_i ile tanımlanabilir.

$$\begin{aligned} C &= e_1 C \oplus e_2 C \oplus \dots \oplus e_n C \\ &= B_1 \oplus B_2 \oplus \dots \oplus B_n \end{aligned} \quad (10)$$

Bundan sonraki adım aşağıda gösterildiği şekilde B_i 'yi alt ve üst üçgensel matrisler şeklinde ayırmaktır.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{i1} & C_{i2} & \dots & C_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & 0 & \dots & 0 \\ A_{21} & A_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{i1} & A_{i2} & \dots & A_{in} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{11} & \dots & U_{1n} \\ 0 & U_{22} & \dots & U_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & U_{nn} \end{pmatrix}$$

Böylece büyük boyutlu simülasyonlara olanak veren eşitlikler aşağıdaki gibi genelleştirilebilir:

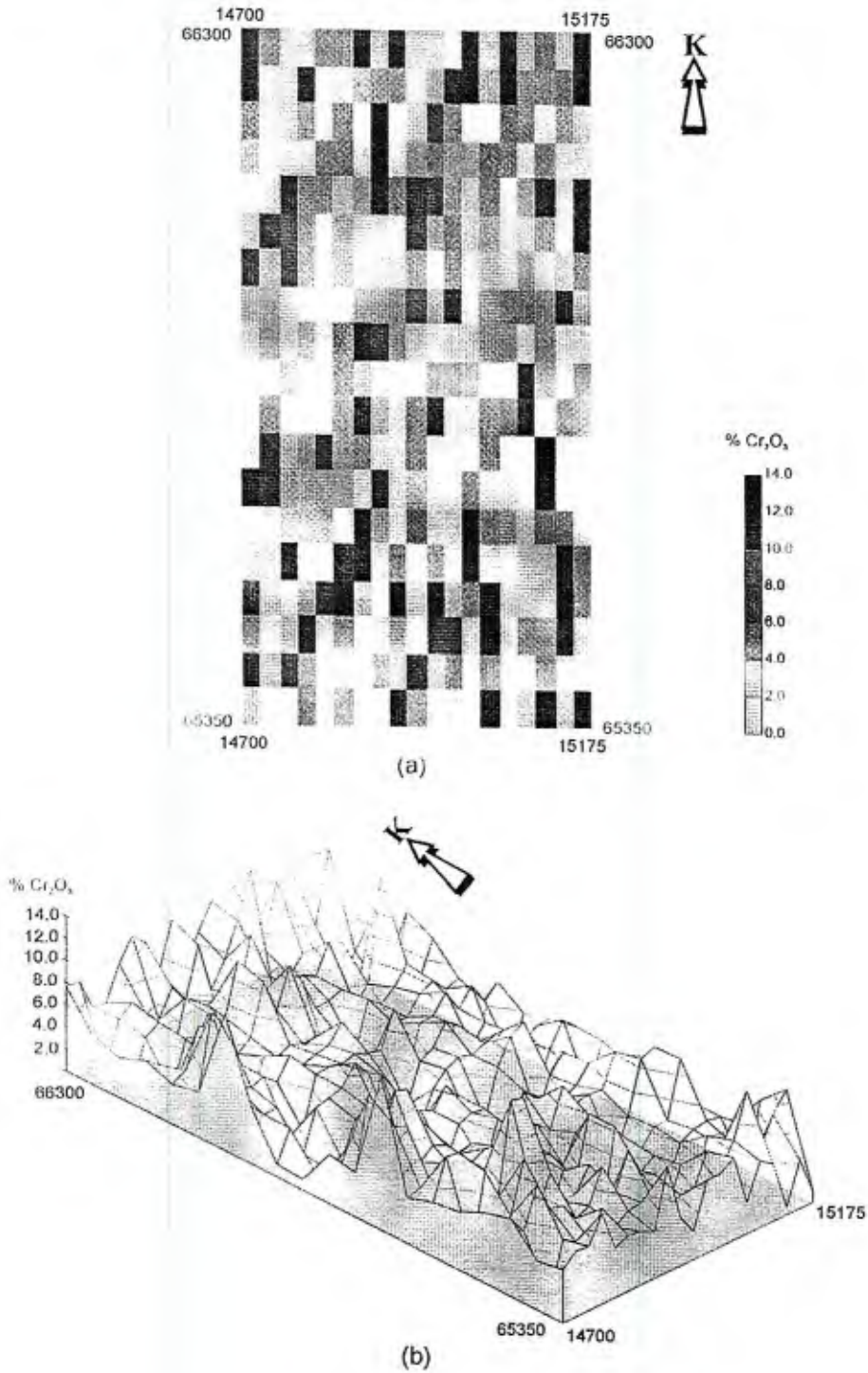
$$A_{11} \bar{U}_{11} = C_{11} \quad (\text{Cholesky ayrışımı kullanarak})$$

$$A_{i1} = C_{i1} \quad i \geq 2$$

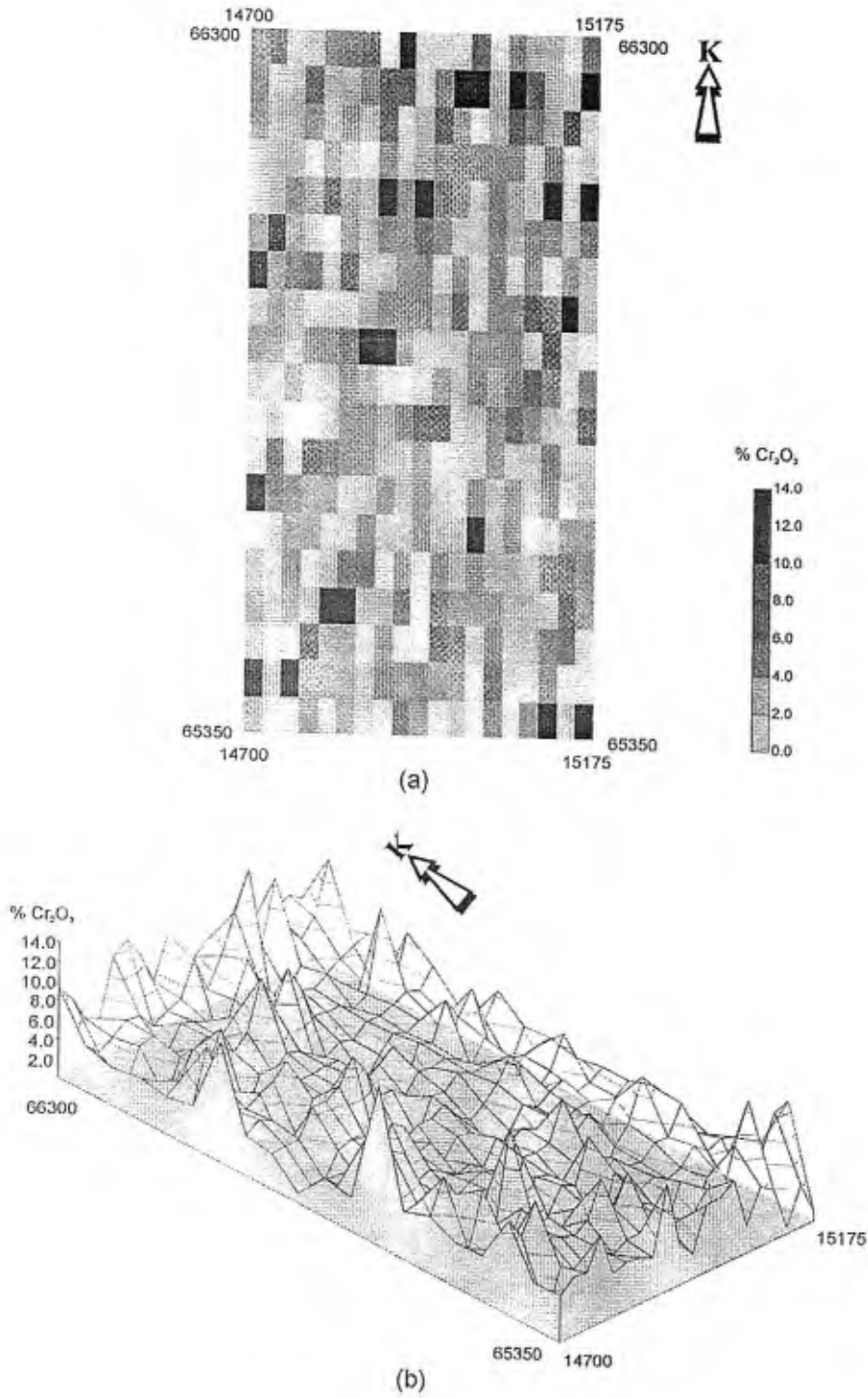
$$A_{ij} = C_{i,j-1} - C_{ij} \quad 2 \leq j \leq i-1$$

$$A_{ii} \bar{U}_{ii} = C_{i,i-1} - C_{ii} \quad i \geq 2 \quad (\text{Cholesky ayrışımı kullanarak})$$

$$A_{ij} = 0 \quad j > i$$



Şekil 1. AÜM yöntemiyle cevherleşmenin 1050 metre katı için gerçekleştirilen koşullu simülasyon sonuçları (a): Tenör blok dağılımı (b): Tenör değerlerinin blok diyagramı



Şekil 2. HAY yöntemiyle cevherleşmenin 1050 metre katı için gerçekleştirilen koşullu simülasyon sonuçları (a): Tenör blok dağılımı (b): Tenör değerlerinin blok diyagramı

Sonuç olarak grid noktalarındaki değerlerin koşullu simülasyonu;

$$y_G = A_{GV} A_{VV}^{-1} z_V + A_{GG} w_G \quad (11)$$

eşitliği kullanılarak elde edilecektir.

Her bir n_y değeri için elde edilen AGG matrisi hesaplanırken aynı zamanda A_{GG} ve A_{VV}^{-1} matrisleri de elde edilecektir. Yöntemde alt matrisler, iki ve ya üç boyutlu simülasyon hacminin herhangi bir alt bölümü için saptanabilir. Seçilen alt bölümler grid noktalarının kendine özgü üç boyutlu düzenine bağlı olacak ve uygulamalarda simüle edilen değerlerin artan bir aralıkla birbirlerini tutması zorunluluğu da bulunmamaktadır ($n_y=1,2,3$). Ancak uygulamalarda yeterli alt bölümlerin seçilmesi önerilmektedir.

UYGULAMA

AÜM yöntemi ve bu çalışmada önerilen HAY yönteminin uygulaması karşılaştırmalı olarak Karşantı, Adana krom cevherleşmesine uygulanmıştır. Cevherleşme alanında, Saraç ve Tercan (1992) tarafından rezerv ve tenör dağılım çalışması; Tercan ve Saraç (2000) tarafından da jeostatistiksel yöntemlerle jeolojik yapının ve tenör değerlerinin değişimi incelenmiştir. Bu nedenlerden dolayı sondaj verilerine ilişkin bilgiler, cevherleşmeden elde edilen variogram değerleri ve model parametreleri bu çalışmada verilmemiştir, ayrıntılı jeostatistiksel bilgiler yukarıdaki çalışmalardan edinilebilir.

Koşullu simülasyon krom cevherleşmesinin 1050 metre katı için gerçekleştirilmiş olup, x eksenini (doğu-batı doğrultusunda) boyunca 20 grid ve y eksenini (kuzey-güney doğrultusunda) boyunca 20 grid olmak üzere toplam 400 adet grid noktasında tenör değerlerinin simülasyonu yapılmıştır. Koşullandırma işlemi için cevherleşmeden elde edilen 289 veri değeri (% Cr_2O_3) kullanılmış ve grid boyutları x ekseninde 25

metre, y ekseninde 50 metre olarak alınmıştır. Buna göre x ekseninde 14700 m. ve 15175 m. arasında, y ekseninde 65350 m. ve 66300 m. arasındaki koordinatlarda 400 blok için tenör değerlerinin koşullu simülasyonu gerçekleştirilmiştir.

AÜM yöntemi ile yapılan koşullu simülasyon sonucu Şekil 1'de, HAY yöntemi ile yapılan koşullu simülasyon sonucu da Şekil 2'de sunulmaktadır. Her iki şekilden de görüldüğü gibi yöntemler birbirleriyle oldukça uyuşan tenör sonuçları vermişlerdir. Ancak uygulamada 400 adet simülasyon sonucu yerine 1000 adet ya da daha büyük bir sayıda çözüm istenilseydi, AÜM yöntemi buna yanıt veremeyecektir. Örnek olarak, cevherleşmede x eksenini boyunca 10 metre aralıklı 50 adet grid noktasındaki ve y eksenini boyunca da 35 metre aralıklı 30 adet grid noktasındaki tenör değerlerinin simülasyonu (toplam 1500 blokta Cr_2O_3 değeri) bu çalışmada önerilen HAY yöntemi ile aşağıdaki şekilde gerçekleştirilebilir.

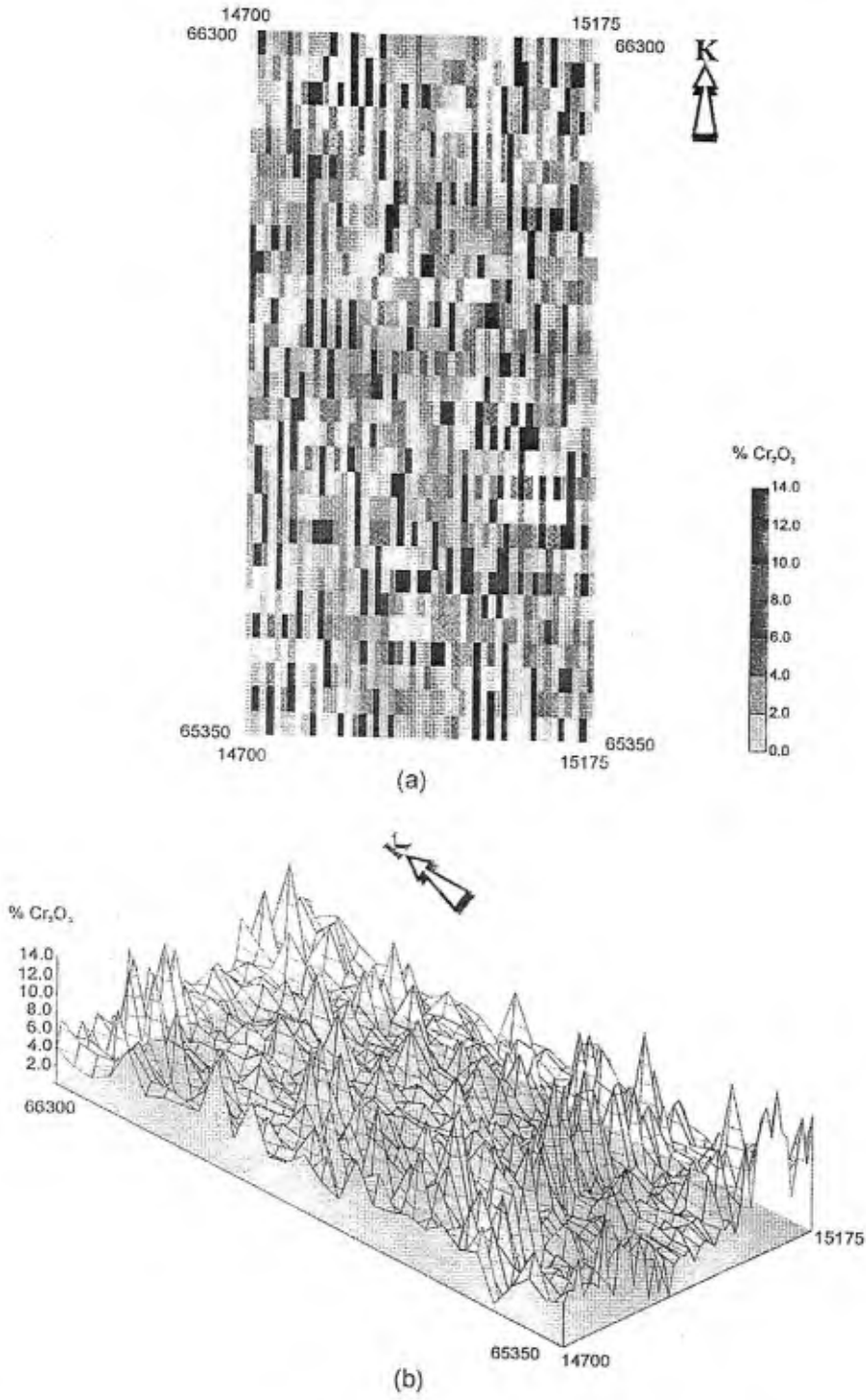
$$C = \begin{pmatrix} C_{VV} & C_{VG} \\ C_{GV} & C_{GG} \end{pmatrix} \quad (12)$$

Bu uygulamada 1500 x 1500 'lük bir kovaryans matrisi olan C_{GG} , AÜM yöntemi için oldukça geniş bir matristir. Bu nedenle istenilen simülasyon halka ayrışımıyla n_y 'nin herbir değeri için tanımlanan alt matrislerle çözülebilir.

$$C_{GG} = \begin{pmatrix} C_1 & C_2 & C_3 \\ C_4 & C_5 & C_6 \\ C_7 & C_8 & C_9 \end{pmatrix} \quad (13)$$

Her alt matris 500 x 500 ($n_x \times n_x$)'lük bir boyuta sahiptir ve 3 x 3 ($n_y \times n_y$) alt matrislerine ayrılarak, halka teorisinin blok analiz tekniğini uygulanmış ve C_{GG} aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır;

$$C_{GG} = e_1 C_{GG} \oplus e_2 C_{GG} \oplus e_3 C_{GG} \quad (14)$$



Şekil 3. HAY yöntemiyle cevherleşmenin 1050 metre katı için 1500 adet grid lokasyonu için gerçekleştirilen koşullu simülasyon sonuçları (a): Tenör blok dağılımı (b): Tenör değerlerinin blok diyagramı

Yukarıdaki eşitlikte (14 numaralı) e birim kareleri birbirine eşit olan matrisi simgelemektedir; $e_1 = (1,0,0)$; $e_2 = (0,1,0)$ ve $e_3 = (0,0,1)$ 'dir.

$$C_{Gz} = \begin{pmatrix} C_1C_2C_3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ C_1C_3C_4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ C_2C_4C_5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} C_1C_2C_3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 & A_1^T z_1 & A_1^T z_2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ C_1C_3C_4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ C_2 & A_2 z_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ C_2C_4C_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & C_{Gz} \end{pmatrix}$$

$$y_G = A_{GV} A_{VV}^{-1} z_V + A_{GG} w_G$$

eşitliği uygulanarak 1500 x 1500 boyutundaki kovaryans matrisi çözülerek koşullu simülasyon sağlanmıştır. Elde edilen tenör sonuçları Şekil 3'de blok diyagram ve kat tenör dağılımı olarak gösterilmektedir.

SONUÇLAR

AÜM yönteminin en büyük avantajı koşullandırmayı simülasyonla birlikte simültane olarak gerçekleştirmesi, uygulanmasının basit olması, ayrıca kovaryans fonksiyonlarının ve kullanılan anizotropilerin özel yapılarıyla sınırlı olmamasıdır. Ancak uygulamada bu yöntem simülasyon sonuçlarını depolama ve zaman sorunu nedenleriyle sınırlıdır ve bundan dolayı da ancak küçük-orta boyuttaki gridlere uygulanabilmektedir. Genel olarak AÜM yönteminin uygulama limiti yaklaşık olarak 1000 adet grid lokasyonundan daha azdır.

Çalışmada AÜM yöntemine alternatif olarak sunulan HAY yönteminde grid lokasyonları arasındaki kovaryans matrisi, simülasyon grid noktalarının her

bir alt bölümü için elde edilerek büyük boyutlardaki gridlerin simülasyonunun sağlandığı gösterilmiştir. 400 x 400 kovaryans matrisinden oluşan simülasyon uygulaması, alt/üst üçgensel matris tekniği ve halka ayrışım tekniği kullanarak çözümlenerek yöntemler karşılaştırılmış ve 1500 x 1500 kovaryans matrisinden oluşan alt/üst üçgensel matris tekniğiyle ayrıştırılmayacak boyutlarda olan simülasyon, önerilen halka ayrışım tekniğiyle çözülmüştür.

DEĞİNİLEN BELGELER

- Alabert, F., 1987, The practise of fast conditional simulations through the LU decomposition of the covariance matrix: *Mathematical Geology*, v. 19, no. 5, 369-386.
- Anderson, F.W. and Fuller, K.R., 1992, Rings and categories of modules: Second Edition, Graduate texts in mathematics, Springer-Verlag New York Inc., no. 13.
- Davis, M., 1987a, Production of conditional simulations via the LU decomposition of the covariance matrix: *Mathematical Geology*, v. 19, no. 2, 91-98.
- Davis, M., 1987b, Generating large stochastic simulations-the matrix polynomial approximation method: *Mathematical Geology*, v. 19, no. 2, 99-108.
- Deutsch, C.V., and Journel, A.G., 1998, GSLIB, Geostatistical Software Library and User's Guide: Second Edition, Oxford University Press, New York, 369 s.
- Dowd, P.A., 1992, A review of recent developments in geostatistics: *Computers and Geosciences*, v. 17, no. 10, 1481-1500.
- Dowd, P.A. and Saraç, C., 1993, An extension of the LU decomposition method of simulation, in *Geostatistical Simulations*, eds: P.A. Dowd and M. Armstrong: Kluwer Academic Publishers, The Netherlands, 23-36.

- Gomez-Hernandez, J.J. and Srivastava, R.M., 1990, ISIM3D: an ANSI-C three-dimensional multiple indicator conditional simulation program: *Computer and Geosciences*, v. 16, no. 4, 395-440.
- Journel, A.G. and Alabert, F., 1989, Non-Gaussian data expansion in the earth science: *Terra Nova*, v. 1, 123-134.
- Journel, A.G. and Alabert, F., 1990, New method for reservoir mapping: *Journal of Petroleum Technology*, v. 42, no. 2, 212-218.
- Kasch, F., 1982, *Modules and rings*: London Mathematical Society, Academic Press Inc., England.
- Saraç, C. and Tercan, A.E., 1992, A geostatistical case study of the Kizilyuksek-Yataardic chromium orebody: The first international symposium on Eastern Mediterranean Geology, Çukurova University, Adana, Turkey, 219-229.
- Suro-Perez, V. and Journel, A.G., 1990, Stochastic simulation of lithofacies and improved sequential indicator approach: *Proc. Second European Conference on the Mathematics of Oil Recovery (ECMOR)*, Publ. Technip, Paris, 3-10.
- Tercan, A.E. and Saraç, C., 2000, Spatial variability of Cr_2O_3 % in Kizilyuksek-Yataardic chromium deposit (Adana, Turkey): *International Geology Review* (in press).