Çukurova Üniversitesi
Mühendislik Fakültesi Dergisi
Çukurova University
Journal of the Faculty of Engineering
ISSN: 2757-9255 CİLT/VOLUME: 40 SAYI/ISSUE: 1 OCAK/JANUARY 2025

İki Boyutlu Kesme ve Çizelgeleme Problemi için Bütünleşik Bir Matematiksel Model ve Bir Matsezgisel Algoritma

Tuğba SARAÇ [1,a], Büşra TUTUMLU [2,b]

[1]*Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Eskişehir*
[2]*Kütahya Dumlupınar Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Kütahya*

[a]***ORCID**: 0000-0002-8115-3206;* [b]***ORCID**: 0000-0002-0662-8128*

Makale Bilgileri
Geliş : 08.05.2024
Kabul : 25.03.2025
DOI: 10.21605/cukurovaumfd.1665964

Sorumlu Yazar
Tuğba SARAÇ
tsarac@ogu.edu.tr

Anahtar Kelimeler
İki boyutlu kesme problemi
Karma tamsayılı programlama
Teslim zamanı
Matsezgisel algoritma

***Atıf şekli:** SARAÇ, T., TUTUMLU, B., (2025). İki boyutlu Kesme ve Çizelgeleme Problemi için Bütünleşik Bir Matematiksel Model ve Bir Matsezgisel Algoritma. Çukurova Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi Dergisi, 40(1), 179-191.*

ÖZ

İki boyutlu kesme problemi, büyük ebatlı bir levhadan küçük boyutlu parçaların nasıl kesileceğinin belirlenmesi problemidir. Endüstride yaygın bir uygulama alanına sahip olması nedeniyle literatürde de sıklıkla ele alınmaktadır. Bu çalışmalarda genellikle en az ana malzeme kullanımı ya da en az fire amaçlanmakta ancak çizelgeleme boyutu ihmal edilmektedir. Literatürde bu iki önemli problemi birlikte dikkate alan çalışmalarda ise sipariş parçalarının 90° döndürülmesi, ya da farklı ana malzeme ebatlarının varlığı gibi problemin karmaşıklığını daha da arttıracak durumlar göz ardı edilmekte ya da sadece birisi ele alınmaktadır. Oysa bu özelliklerin her biri problemin daha başarılı çözümlerinin elde edilebilmesine olanak yaratmaktadır. Bu nedenle bu çalışmada, parçaların 90° döndürülmesine izin verilen iki amaçlı, iki boyutlu kesme, ana malzeme seçimi ve çizelgeleme problemi ele alınmıştır. Ele alınan problemin amaçları toplam firenin ve toplam sipariş gecikmelerinin enküçüklenmesidir. Problemin çözümü için bütünleşik bir matematiksel model ve bir matsezgisel algoritma önerilmiştir. Önerilen çözüm yaklaşımlarının performansı farklı boyutlara sahip test problemleri kullanılarak gösterilmiştir.

An Integrated Mathematical Model and a Matheuristic Algorithm for the Two-Dimensional Cutting and Scheduling Problem

Article Info
Received : 08.05.2024
Accepted : 25.03.2025
DOI: 10.21605/cukurovaumfd.1665964

Corresponding Author
Tuğba SARAÇ
tsarac@ogu.edu.tr

Keywords
Two-dimensional cutting problem
Mixed-integer programming
Due date
Matheuristic algorithm

***How to cite:** SARAÇ, T., TUTUMLU, B., (2025). An Integrated Mathematical Model and a Matheuristic Algorithm for the Two-Dimensional Cutting and Scheduling Problem. Cukurova University, Journal of the Faculty of Engineering, 40(1), 179-191.*

ABSTRACT

The two-dimensional cutting problem is the problem of determining how to cut small-sized pieces from a large-sized plate. Since it is widely applied in industry, it is frequently addressed in the literature. In these studies, the aim is usually to minimize the use of stock materials or to minimize waste, but the scheduling dimension is neglected. In the literature, studies that consider these two essential problems together either ignore or consider only one of them, such as the 90° rotation of the order pieces or the presence of different stock material sizes, which would further increase the complexity of the problem. However, each of these features can lead to more successful solutions to the problem. Therefore, in this study, we consider a bi-objective, two-dimensional cutting, assortment, and scheduling problem where the order pieces are allowed to be rotated by 90°. The objectives of the problem are to minimize total waste and total order tardiness. An integrated mathematical model and a matheuristic algorithm are proposed to solve the problem. The performance of the proposed solution approaches is demonstrated using test problems with different sizes.

1. GİRİŞ

Kesme işlemi, en genel hali ile farklı veya aynı geometrik şekillere sahip bir dizi büyük nesneden bir dizi küçük nesne elde edilmesidir. Küçük nesnelerin kesildiği büyük nesneler genellikle ana malzeme olarak adlandırılmaktadır. Küçük nesnelere ise genellikle sipariş parçası denmektedir. Sipariş parçalarının bir ana malzeme üzerine nasıl yerleştirildiğini gösteren plana ise kesme planı denmektedir. Kesme problemleri kesme aşamasında dikkate alınan boyut sayısına göre bir, iki ve üç boyutlu olmak üzere üç ana sınıfa ayrılabilir. İki boyutlu kesme problemi belirli sınırlara sahip iki boyutlu ana malzemelerden daha küçük boyutlu sipariş parçaları kesildiğinde ortaya çıkar. Ana malzeme ve sipariş parçaları dikdörtgen, üçgen, daire vb. geometrik şekillere sahip olabileceği gibi düzensiz bir yapıda da olabilir [1-3]. Sanayide iki boyutlu kesme problemleri ile çelik veya cam levhaların daha küçük parçalara kesilmesi, mobilya üretmek için ahşap levhaların kesilmesi vb. [4] çok yaygın karşılaşılmaktadır. Bu örneklerin önemli bir bölümünde hem ana malzeme hem de sipariş parçaları dikdörtgen biçimindedir.

Problem toplam firenin enküçüklemesi amacı ve sipariş parçalarının en az talep kadar kesilmesi kısıtı ile modellendiğinde kesme problemi olarak adlandırılmaktadır. Aynı problem her sipariş parçası bir ana malzemeye yerleştirilmeli kısıtı ve kullanılacak ana malzeme sayısının enküçüklenmesi amacı ile modellendiğinde ise genellikle paketleme problemi olarak adlandırılmaktadır. Eğer problemde talep kısıtları yer alıyorsa bu kısıt genellikle büyük eşitlik biçiminde olmaktadır. Oysa özellikle sipariş tipi üretim yapan işletmeler için talep fazlası her üretim önemli bir maliyet kalemidir. Bu tip modeller, amaç fonksiyonları da firenin en küçüklenmesi biçiminde tariflenmiş ise firesiz kesme planlarından çok büyük sayılarda türetebilir ve çok fazla sayıda talep fazlası ürün kesilmesini planlayabilirler. Bu nedenle amaç fonksiyonu firenin en küçüklenmesi biçimde ise talep fazlası üretimin önüne geçebilmek için talep kısıtlarının eşitlik biçiminde tariflenmesi önemlidir.

Sipariş parçalarının kesileceği ana malzemelerin hepsi aynı boyuta sahip değilse ve her bir ana malzeme tipinden stokta belirli sayıda mevcutsa, sipariş parçalarının nasıl kesileceğinin belirlenmesinin yanı sıra her bir kesme planının hangi boyuta sahip ana malzemeden kesileceğinin de belirlenmesi gerekir. Bu karar doğal olarak problemin karmaşıklığını arttıracaktır ancak firelerin azaltılabilmesine de önemli bir fırsat yaratacaktır. Benzer şekilde parçaların ana malzemeye 90° döndürülerek de yerleştirilebilmesi durumunun dikkate alınması da hem problem karmaşıklığını hem de toplam firenin azaltılması fırsatını birlikte arttırmaktadır.

Kesme problemleri, endüstride yaygın bir kullanım alanına sahip olması nedeniyle son yıllarda da araştırmacıların ilgi odağı olmaya devam etmektedir. Russo ve arkadaşları [5], üretim başta olmak üzere çok sayıda gerçek uygulama çalışması dikkate alındığında iki boyutlu kesme problemine büyük bir ilginin olduğundan bahsetmişlerdir. Literatürdeki iki boyutlu kesme problemini ele alan çalışmalar incelendiğinde çoğunlukla firelerin azaltılmasına odaklanıldığı görülmektedir [6-9]. Oysa pek çok işletme için sipariş parçalarının firesiz/en az ana malzeme ile üretimi kadar üretilen sipariş parçalarının müşteriye zamanında teslim edilmesi de kritiktir. Bu nedenle, son yıllarda kesme ve paketleme problemleri, çizelgeleme problemleri ile birlikte ele alınarak siparişlerin teslim zamanları göz önünde bulundurulmaktadır [10-17]. Kesme ve çizelgeleme bütünleşik problemini birlikte ele alan ve siparişlerin teslim zamanlarını dikkate alan çalışmalar Çizelge 1'de verilmiştir. Çizelge 1, altı bölümden oluşmaktadır. İlk bölümde incelenen çalışma ikinci bölümde problemin tipi; kesme (*K*) ya da paketleme (*P*), üçüncü bölümde talep kısıtlarının yapısı; büyük eşitlik (≥) ya da eşitlik (=), dördüncü bölümde ana malzemenin özellikleri; hepsinin aynı boyutta olması (*A*), farklı boyutta olması (*F*), stok miktarlarının sınırlı olması (*S*), beşinci bölümde sipariş parçalarının kesme planına yerleştirilirken 90° döndürülmesine izin verilip verilmediği ve son bölümde de çözüm yöntemi verilmiştir.

Çizelge 1 incelendiğinde, problem kesme problemi biçiminde modellendiğinde genellikle talep kısıtlarının büyük eşitlik biçiminde olduğu ve ana malzemelerin stoktaki miktarlarının sınırlandırılmadığı göze çarpmaktadır. Sadece iki çalışmada farklı ana malzeme ebatlarının olabildiği durum incelenmiştir. Problem paketleme problemi biçiminde modellendiğinde ise her parça bir ana malzemeye atandığından talep tam olarak karşılanmakta talep fazlasına izin verilmemektedir. Bu çalışmalarda genellikle ana malzemenin aynı ebatlara sahip olduğu durum incelenmiştir. Az sayıda çalışmada [15-17] parçaların 90° döndürülmesine izin verilmiştir. Kesme ve çizelgeleme bütünleşik problemi oldukça karmaşık bir problemdir bu nedenle karmaşıklığı daha da arttıracak ana malzeme seçimi ya da parçaların 90° döndürülme kararı gibi ek karlardan genellikle kaçınılmış ya da sadece birisi göz önünde bulundurulmuştur. Çizelgeden de görülebileceği gibi, bu çalışma kesme ve çizelgeleme bütünleşik problemine ana malzeme seçimi ve 90° döndürme ek kararlarının birlikte dahil edildiği ilk çalışmadır.

Çizelge 1. Siparişlerin teslim zamanlarını dikkate alan çalışmalar

Çalışma	*Problem*	*Talep kısıtları*		*Ana malzeme*			*90^0 dönme*	*Çözüm yöntemi*
		≥	=	*A*	*F*	S		
Bu çalışma	*K*		✓		✓	✓	✓	Matsezgisel algoritma
[10]	*K*	✓			✓			Sezgisel yöntemler
[11]	*K*	✓		✓				Sezgisel yöntem
[12]	*K ve P*	✓		✓		✓		Guguk kuşu arama, yarasa algoritması ve çiçek tozlaşma algoritması
[13]	*P*		✓		✓	✓		Yinelemeli açgözlü algoritma
[14]	*P*		✓	✓		✓		Kısıtlı programlama
[15]	*P*		✓	✓		✓	✓	Yinelemeli kısıtlı programlama
[16]	*P*		✓	✓			✓	Sıralı değer düzeltme sezgisel yöntemi
[17]	*P*		✓	✓			✓	Genetik algoritma

K: kesme, *P:* paketleme, *A:* aynı boyut, *F:* farklı boyut *S*: stok miktarı sınırlı

Çizelge 1'de yer alan çalışmalar çözüm yöntemleri açısından değerlendirildiğinde problemin NP zor doğası nedeniyle tümünün sezgisel veya metasezgisel çözüm yöntemlerini benimsedikleri görülmektedir. Bu çalışma ele alınan probleme ilk defa bütünleşik bir matematiksel model ve matsezgisel algoritma önerilmesi yönüyle de özgündür.

Çalışmanın izleyen bölümünde ele alınan problem ayrıntılı bir şekilde açıklanmış ve önerilen bütünleşik matematiksel model sunulmuştur. Üçüncü bölümde geliştirilen matsezgisel algoritmaya, dördüncü bölümde ise deneysel sonuçlara yer verilmiştir. Çalışmanın son bölümünde elde edilen sonuçlar tartışılmış ve geleceğe yönelik öneriler sunulmuştur.

2. ELE ALINAN PROBLEM VE ÖNERİLEN MATEMATİKSEL MODEL

n çeşit sipariş parçası m çeşit ana malzemeden kesilecektir. Hem sipariş parçaları hem de ana malzemeler dikdörtgen biçimindedir. Kesilecek parçalar ana malzemeye çakışmayacak şekilde yerleştirilmelidir. Bir ana malzeme üzerine sipariş parçalarının nasıl yerleştirilmesi gerektiğini gösteren çizime kesme planı denir. Sipariş parçaları ana malzemeye 90° döndürülerek de yerleştirilebilir. Ayarlanabilir en ve boy bıçaklarına sahip bir kesme makinası bulunmaktadır, dolayısıyla giyotin kesme şartı yoktur. Bir ana malzeme için hazırlık ve kesme süresi toplamı (γ) sabittir. Bir ana malzeme kesildiğinde sipariş parçaları dışında kullanılmayan parçalar oluştu ise bunlar fire olarak adlandırılmaktadır. Ele alınan problem üç temel problemin bir arada dikkate alındığı bütünleşik yapıdadır. Bu problemler sırasıyla (1) kullanılacak ana malzemelerin belirlenmesi (2) herbir ana malzemeden kesilecek sipariş parçalarının belirlenmesi ve (3) ana malzemelerin kesim sırasının belirlenmesidir. Müşteriden gelen her siparişin (r) bir teslim zamanı (d_r) vardır. Bir siparişte yer alan tüm parçalar farklı bir indis numarası ile işaretlenirler. Ancak her sipariş parçasının hangi siparişe ait olduğu bir parametrede (t_i) saklanır. Bir siparişin tamamlanma zamanı (C_r), siparişteki son parçanın tamamlanma zamanına eşittir. Örneğin son parçası 6. sırada kesilen bir siparişin tamamlanma zamanı 6γ'dır. Bir sipariş teslim zamanından sonra tamamlanırsa $(C_r > d_r)$ sipariş gecikir. r. siparişin gecikme süresi (T_r), tamamlanma zamanından teslim zamanını çıkarılarak $(C_r - d_r)$ hesaplanır. Her ana malzemeden stokta belli bir sayıda (s_p) mevcuttur. Bir ana malzeme en fazla stok sayısı kadar kullanılabilir. Ele alınan problemin toplam firenin enküçüklenmesi ve toplam gecikmenin enküçüklenmesi olmak üzere iki amacı vardır.

Ele alınan problemin çözümü için bir matematiksel model geliştirilmiştir. Önerilen matematiksel modelin varsayımları, indisleri, parametreleri ve karar değişkenleri aşağıda listelenmiştir.

varsayımlar:

- Elde tüm ürünlerin taleplerinin karşılanabileceği kadar ana malzeme stoğu mevcuttur.
- m çeşit ana malzemeden her biri sınırlı sayıda stoğa sahiptir. Ve bir ana malzemenin kullanımı stoğunu aşamaz.
- Kesme ve kesmeye hazırlık süresi kesilecek ana malzeme ve sipariş parçalarından bağımsızdır. Sabit bir süredir ve bilinmektedir.
- Her bir parçadan tam talep kadar kesilecektir. Talep karşılandıktan sonra fazladan üretim yapılmayacaktır.
- En küçük ana malzeme boyutları en büyük sipariş parçasına eşit ya da daha büyüktür.

indisler:

$i, j \in I = \{1, 2, \dots, n\}$ sipariş parçası indisi
$p \in P = \{1, 2, \dots, m\}$ ana malzeme indisi
$k \in K = \{1, 2, \dots, q\}$ kesme planı (sıra) indisi
$r \in R = \{1, 2, \dots, o\}$ sipariş indisi

parametreler:

L_p : p. ana malzemenin boyu
W_p : p. ana malzemenin eni
l_i : *i.* sipariş parçasının boyu
w_i : *i.* sipariş parçasının eni
s_p : p. ana malzemeden stokta bulunan adet
t_i : *i.* sipariş parçasının ait olduğu sipariş
d_r : *r.* siparişin teslim zamanı
d'_i : *i.* sipariş parçasının teslim zamanı $d'_i = d_{t_i}$
γ : bir kesme işlemi için hazırlık ve kesme süresi toplamı
M : yeterince büyük pozitif bir sayı
F_{enb}: bütünleşik modelin ilk amacı (toplam fire) için üst sınır değeri $F_{enb} = \frac{\sum_p W_p}{m} \times \frac{\sum_p L_p}{m} \times \frac{q}{4}$
T_{enb}: bütünleşik modelin ikinci amacı (toplam gecikme) için üst sınır değeri $T_{enb} = \sum_r (q\,\gamma - d_r)$

karar değişkenleri:

z_{ik}^B : *i.* sipariş parçası *k.* kesme planında kesilecekse 1, kesilmeyecekse 0.
π_k : *k.* kesme planı oluşturulduysa 1, oluşturulmadıysa 0.
x_i : *i.* sipariş parçasının ağırlık merkezinin x koordinatı
y_i : *i.* sipariş parçasının ağırlık merkezinin y koordinatı
a_{pk}^B : *k.* kesme planı için *p.* ana malzeme seçildi ise 1, seçilmedi ise 0.
u_i : *i.* sipariş parçası 90^0 döndürüldüyse 1, döndürülmediyse 0.
α_{ij} : *i.* ve *j.* sipariş parçalarının enleri toplamının yarısı
β_{ij} : *i.* ve *j.* sipariş parçalarının boyları toplamının yarısı
$e_{ij}^1, e_{ij}^2, b_{ij}^1, b_{ij}^2$: *i.* ve *j.* sipariş parçalarının çakışmama kısıtlarında kullanılan 0-1 karar değişkenleri
C'_i : *i.* işin tamamlanma zamanı
C_r : *r.* siparişin tamamlanma zamanı
T_r : *r.* siparişin gecikme süresi

(M^B): *Bütünleşik matematiksel model*

amaç fonksiyonları:

$$\text{enk} f_1^B = \left(\sum_p \sum_k L_p W_p a_{pk}^B - \sum_i \sum_k l_i w_i z_{ik}^B\right) \quad (1)$$
$$\text{enk } f_2^B = \sum_r T_r \quad (2)$$

kısıtlar:

$$\sum_k z_{ik}^B = 1 \qquad \forall i \quad (3)$$
$$\sum_p a_{pk}^B = \pi_k \qquad \forall k \quad (4)$$

$$\sum_i z_{ik}^B \le n\pi_k \qquad \forall k \qquad (5)$$

$$\sum_k a_{pk}^B \le s_p \qquad \forall p \qquad (6)$$

$$x_i - x_j - \alpha_{ij} + M\left(3 - z_{ik}^B - z_{jk}^B - e_{ij}^1\right) \ge 0 \qquad \forall i,j|i \ne j,k \qquad (7)$$

$$x_j - x_i - \alpha_{ij} + M(3 - z_{ik}^B - z_{jk}^B - e_{ij}^2) \ge 0 \qquad \forall i,j|i \ne j,k \qquad (8)$$

$$y_i - y_j - \beta_{ij} + M(3 - z_{ik}^B - z_{jk}^B - b_{ij}^1) \ge 0 \qquad \forall i,j|i \ne j,k \qquad (9)$$

$$y_j - y_i - \beta_{ij} + M(3 - z_{ik}^B - z_{jk}^B - b_{ij}^2) \ge 0 \qquad \forall i,j|i \ne j,k \qquad (10)$$

$$e_{ij}^1 + e_{ij}^2 + b_{ij}^1 + b_{ij}^2 = 1 \qquad \forall i,j|i \ne j \qquad (11)$$

$$\frac{l_i(1-u_i)+w_iu_i}{2} \le y_i \qquad \forall i \qquad (12)$$

$$\sum_p L_p a_{pk}^B - \frac{l_i(1-u_i)+w_iu_i}{2} \ge y_i - M(1 - z_{ik}^B) \qquad \forall i,k \qquad (13)$$

$$\frac{w_i(1-u_i)+l_iu_i}{2} \le x_i \qquad \forall i \qquad (14)$$

$$\sum_p W_p a_{pk}^B - \frac{w_i(1-u_i)+l_iu_i}{2} \ge x_i - M(1 - z_{ik}^B) \qquad \forall i,k \qquad (15)$$

$$\alpha_{ij} = \frac{w_i(1-u_i)+w_j(1-u_j)+l_iu_i+l_ju_j}{2} \qquad \forall i,j|i \ne j \qquad (16)$$

$$\beta_{ij} = \frac{l_i(1-u_i)+l_j(1-u_j)+w_iu_i+w_ju_j}{2} \qquad \forall i,j|i \ne j \qquad (17)$$

$$C_i' \ge k\gamma z_{ik}^B \qquad \forall i,k \qquad (18)$$

$$C_r \ge C_i' \qquad \forall i,r|t_i = r \qquad (19)$$

$$T_r \ge C_r - d_r \qquad \forall r \qquad (20)$$

$$x_i, y_i, C_i' \ge 0 \qquad \forall i \qquad (21)$$

$$\alpha_{ij}, \beta_{ij} \ge 0 \qquad \forall i,j \qquad (22)$$

$$T_r, C_r \ge 0 \qquad \forall r \qquad (23)$$

$$z_{ik}^B \in \{0,1\} \qquad \forall i,k \qquad (24)$$

$$u_i \in \{0,1\} \qquad \forall i \qquad (25)$$

$$a_{pk}^B \in \{0,1\} \qquad \forall p,k \qquad (26)$$

$$e_{ij}^1, e_{ij}^2, b_{ij}^1, b_{ij}^2 \in \{0,1\} \qquad \forall i,j \qquad (27)$$

İlk amaç (1) toplam firenin, ikinci amaç (2) ise sipariş gecikmeleri toplamının enküçüklenmesidir. Kısıt (3) her parçanın bir kesme planına atanmasını, kısıt (4) ise oluşturulan her kesme planının kesileceği ana malzemenin seçilmesini sağlar. Kısıt (5), ancak bir kesme planı oluşturulduysa bu kesme planına sipariş parçası atanabilmesine izin verir. Kısıt (6), ana malzeme kullanımlarının stokları aşmamasını garanti eder. Kısıt (7)-(11) aynı kesme planı için seçilen herhangi iki parçanın çakışmamasını sağlar. Kısıt (12)-(15), kesilecek parçaların x ve y koordinatlarının ana malzemenin eni ve boyu sınırları içerisinde olmasını sağlamaktadır. Kısıt (16), *i.* ve *j.* parçaların enlerinin toplamının yarısının hesaplanmasını sağlar. Kısıt (17), *i.* ve *j.* parçaların boylarının toplamının yarısının hesaplanmasını sağlar. Kısıt (18), bir parçanın, kısıt (19), bir siparişin tamamlanma zamanının hesaplar. Kısıt (20), siparişlerin gecikmelerini belirler. Kısıt (21)-(27) işaret kısıtlarıdır.

Amaçlar klasik ağırlıklandırma yöntemi ile birleştirilmiştir. Amaçların aynı ölçeğe getirilebilmesi için her iki amaçta üst sınır değerlerine bölünmüştür. Amaçlar eşit öneme sahip olduğundan ağırlıkları 0,5 olarak alınmıştır. Birleştirilmiş amaç fonksiyonu Eşitlik (28)'de verilmiştir.

$$enk\ f^B = 0{,}5\frac{f_1^B}{F_{enb}} + 0{,}5\frac{f_2^B}{T_{enb}} \qquad (28)$$

3. GELİŞTİRİLEN MATSEZGİSEL ALGORİTMA

Geliştirilen matsezgisel algoritmanın temel mantığı, her seferinde teslim zamanı yaklaşan sipariş parçalarını, seçilen bir ana malzemeye en az fire oluşturacak şekilde yerleştirmek ve bu şekilde bir kesme planı oluşturmaktır. Oluşturulan kesme planında yer alan parçalar hangi siparişe ait iseler ilgili siparişten düşülürler. Kullanılan ana malzeme de stoktan düşülür. Kesilecek parçalar tamamlanana kadar kesme planı oluşturulmaya devam edilir. Algoritmada kesme planı oluşturma alt problemi bir matematiksel model (M^A) ile çözülür. Her seferinde sadece bir kesme planı oluşturulacağından, bütünleşik matematiksel modelin amaç fonksiyonlarının bu modelde doğrudan kullanılabilmesi mümkün değildir. Bu nedenle alt problemin amaç fonksiyonları asıl amaç fonksiyonlarına hizmet edecek şekilde yeniden tasarlanmıştır. Alt problemin ilk amacı seçilen ana malzemenin firesini enküçüklemektir. Bu amaç bu haliyle ele alındığında kesilmeyen parçaları göz ardı etmektedir. Kalan parçalarında göz önünde bulundurulabilmesi için kalan parçaların alanları toplamı küçük bir katsayı ile çarpılarak ceza olarak amaç fonksiyonuna eklenmiştir. Bu sayede alt problemin kesme planı oluştururken mümkün olduğunca çok sipariş parçası seçmesi sağlanmıştır. Alt problemin ikinci amacı, seçilen parçaların teslim zamanları toplamını enküçüklemektir. Benzer şekilde yine kalan parçaların göz önünde bulundurulabilmesi için seçilmeyen parçaların teslim zamanları ceza olarak eklenmiştir. Önerilen matsezgisel algoritmada kullanılan parametreler ve algoritmanın adımları aşağıda verilmiştir.

parametreler:
s'_p: p. ana malzemeden stokta kalan adet
μ_i: i.sipariş parçası kesildi ise 1, kesilmedi ise 0.
ρ: çok küçük pozitif sayı (0,001)
τ: pozitif sayı (1000)

Matsezgisel Algoritma

Girdi. Sipariş teslim zamanları (d_r), sipariş parçalarının hangi siparişe ait olduğu (t_i), ana malzeme stok adetleri $\left(s_p\right)$ ve bir kesme işleminin süresi (γ).

Adım 0. Kesme planı/sıra indisini (k) sıfır yap, $k = 0$. Sipariş parçalarının teslim zamanlarını (d'_i) ait oldukları siparişin teslim zamanına eşitle, $d'_i = d_{t_i}$. Ana malzemelerin kalan stok adetlerini (s'_p), başlangıç stok adetlerine eşitle, $s'_p = s_p$. Tüm sipariş parçalarını hangi siparişe ait olduklarına göre ilgili V_r kümesine ata. $V_1 \cup V_2 \cup \ldots .\cup V_o = V$.

Adım 1. Kesme planı/sıra indisini bir arttır. $k = k + 1$. (M^A) modelini çözerek $s'_p > 0$ olan bir ana malzeme (p') seç ve V kümesindeki sipariş parçalarını kullanarak kesme planı k'yı türet. (M^A) modeli tarafından seçilen sipariş parçalarını k. kesme planına aktar, $z'_{ik} = z_i$. İlgili kesme planının firesini (F_k) hesapla, $F_k = \sum_p L_p W_p a_p - \sum_i l_i w_i z_i$.

Adım 2. Kesme planı k'da yer alan sipariş parçalarını ilgili V_r kümesinden çıkar. Eğer r. sipariş tamamlandıysa, $V_r = \emptyset$, r. siparişin tamamlanma zamanını (C_r) hesapla, $C_r = k\gamma$. r. siparişin gecikmesini (T_r) hesapla, $T_r = \begin{cases} C_r - d_r & C_r > d_r \\ 0 & C_r \le d_r \end{cases}$. k. kesme planı için toplam gecikmeyi (θ_k) hesapla, $\theta_k = \sum_r T_r$.

Adım 3. Kullanılan ana malzemenin stoğunu güncelle. $s'_p = s'_p - 1$. Eğer herhangi bir ana malzemeden elde kalmadı ise ($s'_p = 0$) bu ana malzeme sonraki kesme planları için (M^A) modeli tarafından seçilemez.

Adım 4. $V \neq \emptyset$ ise *Adım1*'e git, $V = \emptyset$ ise DUR. Toplam fireyi (F^T) hesapla, $F^T = \sum_k F_k$. Toplam gecikmeyi (θ^T) $\theta^T = \sum_k \theta_k$ formülü ile hesapla. Birleştirilmiş amaç fonksiyonu değerini (z), z $= \frac{F^T}{F_{enb}} + \frac{\theta^T}{T_{enb}}$ formülü ile hesapla.

Çıktı. Kesme planlarının sırası (k), her bir kesme planında hangi sipariş parçalarının yer aldığı (z'_{ik}), siparişlerin tamamlanma zamanları (C_r), gecikme süreleri (T_r), ana malzeme kalan miktarlar (s'_p), toplam fire (F^T) ve toplam gecikme (θ^T).

Önerilen matsezgisel algoritmanın *Adım 1*'inde kullanılan (M^A) modeli için tanımlanan ek karar değişkenleri, modelin amaç fonksiyonları ve kısıtları aşağıda verilmiştir.

karar değişkenleri:
z_i^A: *i.* sipariş parçası kesilecekse 1, kesilmeyecekse 0.
a_p^A: *p.* ana malzeme seçildi ise 1, seçilmedi ise 0.

(M^A): *Alt problem*

amaç fonksiyonları:

$$\text{enk } f_1^A = \frac{\left(\sum_p L_p W_p a_p^A - \sum_i l_i w_i z_i^A\right)}{(W_{ort} L_{ort}/2)} + \rho \sum_{i|\mu_i>0} l_i w_i (1 - z_i^A) \quad (29)$$

$$\text{enk} f_2^A = \frac{\sum_i d_i' z_i}{\sum_{i|\mu_i>0} d_i'} + \tau \sum_{i|\mu_i>0} \frac{1}{d_i'} (1 - z_i) \quad (30)$$

kısıtlar:

$$x_i - x_j - \alpha_{ij} + M(3 - z_i^A - z_j^A - e_{ij}^1) \geq 0 \qquad \forall i,j|i \neq j \quad (31)$$

$$x_j - x_i - \alpha_{ij} + M\left(3 - z_i^A - z_j^A - e_{ij}^2\right) \geq 0 \qquad \forall i,j|i \neq j \quad (32)$$

$$y_i - y_j - \beta_{ij} + M(3 - z_i^A - z_j^A - b_{ij}^1) \geq 0 \qquad \forall i,j|i \neq j \quad (33)$$

$$y_j - y_i - \beta_{ij} + M(3 - z_i^A - z_j^A - b_{ij}^2) \geq 0 \qquad \forall i,j|i \neq j \quad (34)$$

$$e_{ij}^1 + e_{ij}^2 + b_{ij}^1 + b_{ij}^2 = 1 \qquad \forall i,j|i \neq j \quad (35)$$

$$\sum_p a_p^A = 1 \quad (36)$$

$$\frac{l_i(1-u_i)+w_i u_i}{2} \leq y_i \qquad \forall i \quad (37)$$

$$\sum_p L_p a_{pk}^B - \frac{l_i(1-u_i)+w_i u_i}{2} \geq y_i \qquad \forall i \quad (38)$$

$$\frac{w_i(1-u_i)+l_i u_i}{2} \leq x_i \qquad \forall i \quad (39)$$

$$\sum_p W_p a_p - \frac{w_i(1-u_i)+l_i u_i}{2} \geq x_i \qquad \forall i \quad (40)$$

$$\alpha_{ij} = \frac{w_i(1-u_i)+w_j\left(1-u_j\right)+l_i u_i+l_j u_j}{2} \qquad \forall i,j|i \neq j \quad (41)$$

$$\beta_{ij} = \frac{l_i(1-u_i)+l_j\left(1-u_j\right)+w_i u_i+w_j u_j}{2} \qquad \forall i,j|i \neq j \quad (42)$$

$$z_i^A \leq \mu_i \qquad \forall i \quad (43)$$

$$a_p^A \leq s_p' \qquad \forall p \quad (44)$$

$$x_i, y_i \geq 0 \qquad \forall i \quad (45)$$

$$\alpha_{ij}, \beta_{ij} \geq 0 \qquad \forall i,j \quad (46)$$

$$z_i^A, u_i \in \{0,1\} \qquad \forall i \quad (47)$$

$$a_p^A \in \{0,1\} \qquad \forall p \quad (48)$$

$$e_{ij}^1, e_{ij}^2, b_{ij}^1, b_{ij}^2 \in \{0,1\} \qquad \forall i,j \quad (49)$$

İlk amaç (29) firenin enküçüklenmesidir. İkinci amaç (30) ise seçilen sipariş parçalarının teslim zamanları toplamının enküçüklenmesidir. Bu amaç gecikmelerin azaltılmasına hizmet etmektedir. Kısıt (31)-(35), dikdörtgen ana malzemeden kesilmek üzere seçilen herhangi iki parçanın çakışmamasını sağlar. Kısıt (36) bir ana malzemenin seçilmesini sağlamaktadır. Kısıt (37)-(40), kesilecek parçaların x ve y koordinatlarının ana malzemenin eni ve boyu sınırları içerisinde olmasını sağlamaktadır. Kısıt (41), *i.* ve *j.* parçaların enlerinin toplamının yarısının hesaplanmasını sağlar. Kısıt (42), *i.* ve *j.* parçaların boylarının toplamının yarısının hesaplanmasını sağlar. Kısıt (43), sadece henüz kesilmemiş parçaların seçilmesine izin verir. Kısıt (44), sadece stokta kalan ana malzemelerden birisinin seçilmesine izin verilir. Kısıt (45)-(49) işaret kısıtlarıdır.

4. DENEYSEL SONUÇLAR

Farklı boyutlardaki test problemleri, önerilen bütünleşik matematiksel model ve matsezgisel algoritmanın performanslarını göstermek için kullanılmıştır. Tüm testler, GAMS 44.4'ün CPLEX çözücüsü ile 2.40 GHz Intel Core i5 ve 8 GB RAM'e sahip bir bilgisayarda çözülmüştür. Çözüm süresi 10800 saniye ile sınırlandırılmıştır.

4.1. Oyuncak Problem

11×13 ve 15×15 ebatlarına sahip iki ana malzemeden 6 farklı boyuta sahip sipariş parçaları kesilecektir. Üreticinin elinde birinci ana malzemeden 1 adet ikinci ana malzemeden ise 3 adet mevcuttur. Sipariş parçalarının en (w_i) ve boyları (l_i) Çizelge 2'de verilmiştir.

Çizelge 2. Sipariş parçalarının en ve boyları

i	w_i	l_i
1	2	5
2	6	9
3	5	13
4	3	4
5	4	9
6	5	13

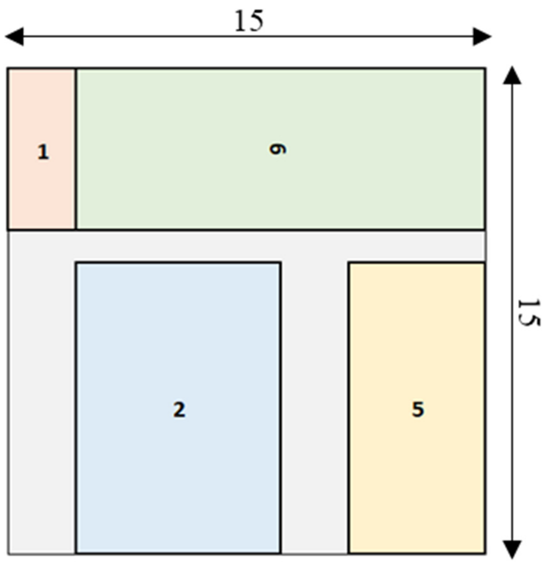
Çizelge 2'de verilen sipariş parçalarının her biri bir siparişe aittir. Bu oyuncak problemde toplam üç sipariş bulunmaktadır. Birinci sipariş; sipariş parçası 1 ve 2, ikinci sipariş; sipariş parçası 3 ve 4, üçüncü sipariş; sipariş parçası 5 ve 6'dan oluşmaktadır. Siparişlerin teslim zamanları sırasıyla, 20, 35 ve 30'dur. Her bir kesme işlemi için hazırlık ve kesme süresi toplamı sabit olup 20'dir.

Oyuncak problem hem önerilen bütünleşik model hem de matsezgisel algoritma ile çözülmüştür. Bütünleşik model ile 4,31 saniye de eniyi çözüme ulaşılmıştır. Toplam fire 126 ve toplam gecikme 5 olarak elde edilmiştir. Siparişler iki kesme planı oluşturularak tamamlanmıştır. Oluşturulan ilk kesme planında sipariş parçalarının ağırlık merkezlerinin koordinatları Çizelge 3'de, kesme planı ise Şekil 1'de verilmiştir.

Çizelge 3. İlk kesme planında sipariş parçalarının ağırlık merkezlerinin koordinatları

i	x_i	y_i
1	1,0	2,5
2	5,0	10,5
5	13,0	10,5
6	8,5	2,5

Çizelge 3'ten de görülebileceği gibi ilk kesme planında 1, 2, 5 ve 6 numaralı sipariş parçaları yer almıştır. İlk kesme planı kesildiğinde, 1. ve 2. sipariş parçalarından oluşan birinci sipariş ve 5. ve 6. sipariş parçalarından oluşan üçüncü sipariş tamamlanmıştır. Her iki siparişin tamamlanma zamanları 20 olarak gerçekleşmiş ve gecikme yaşanmamıştır. Şekil 1'den görülebileceği gibi ilk kesme planı 15×15 ebatlarına sahip ikinci ana malzemeden kesilmiştir. 6. sipariş parçası kesme planına 90 derece döndürülerek yerleştirilmiştir.



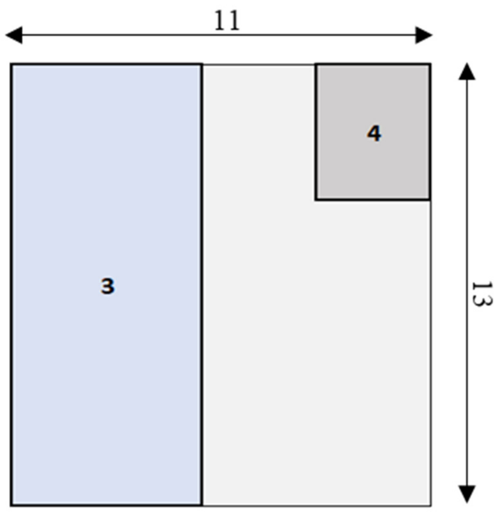
Şekil 1. Bütünleşik model ile elde edilen ilk kesme planı

Oluşturulan ikinci kesme planında sipariş parçalarının ağırlık merkezlerinin koordinatları Çizelge 4'de, kesme planı ise Şekil 2'de verilmiştir.

Çizelge 4. İkinci kesme planında sipariş parçalarının ağırlık merkezlerinin koordinatları

i	x_i	y_i
3	2,5	6,5
4	9,5	2,0

Çizelge 4'den de görüldüğü üzere, ikinci kesme planında 3 ve 4 numaralı sipariş parçaları yer almıştır. İkinci kesme planı kesildikten sonra 4. ve 5. sipariş parçalarından oluşan ikinci sipariş tamamlanmıştır. Sipariş tamamlanma zamanı 40 olarak gerçekleşmiş ve sipariş 5 birim gecikmiştir. Şekil 2'den de görülebileceği gibi, ikinci kesme planı 11×13 ebatlarına sahip birinci ana malzemeden kesilmiştir.



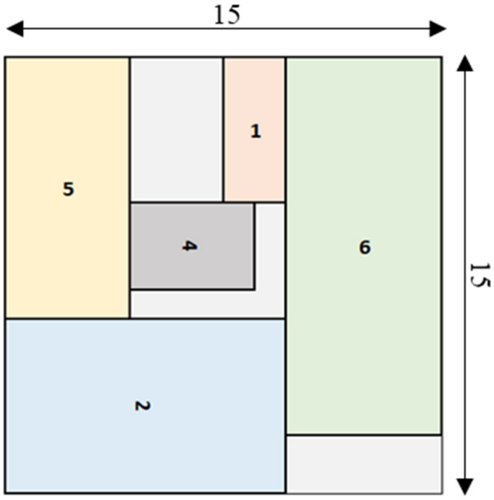
Şekil 2. Bütünleşik model ile elde edilen ikinci kesme planı

Oyuncak problem, matsezgisel algoritma ile çözülmüş ve 0,11 saniyede eniyi çözüme ulaşılmıştır. Bütünleşik modelde olduğu gibi siparişler iki kesme planı oluşturularak tamamlanmıştır. Oluşturulan ilk kesme planında sipariş parçalarının ağırlık merkezlerinin koordinatları Çizelge 5'de, kesme planı ise Şekil 3'de verilmiştir.

Çizelge 5. İlk kesme planında sipariş parçalarının ağırlık merkezlerinin koordinatları

i	x_i	y_i
1	9,0	2,5
2	4,5	12,0
4	6,0	6,5
5	2,0	4,5
6	12,5	6,5

Çizelge 5'de de verildiği üzere, ilk kesme planında 1, 2, 4, 5 ve 6 numaralı sipariş parçaları yer almıştır. Toplam fire 126 ve toplam gecikme 5 olarak elde edilmiştir. Şekil 3'den de görülebileceği gibi, bu kesme planı 15×15 ebatlarına sahip ikinci ana malzemeden kesilmiştir. 2. ve 4. sipariş parçaları kesme planına 90 derece döndürülerek yerleştirilmiştir.



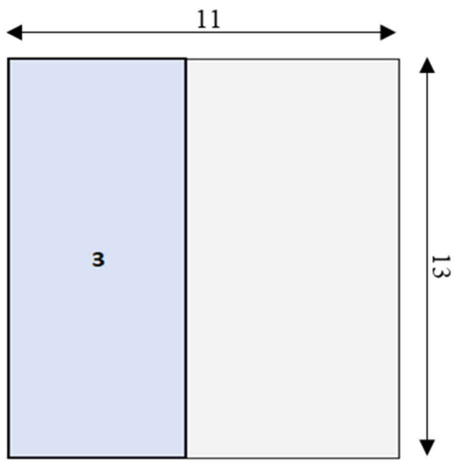
Şekil 3. Matsezgisel algoritma ile elde edilen ilk kesme planı

Oluşturulan ikinci kesme planında sipariş parçasının ağırlık merkezlerinin koordinatları Çizelge 6'da, kesme planı ise Şekil 4'de verilmiştir.

Çizelge 6. İkinci kesme planında sipariş parçalarının ağırlık merkezlerinin koordinatları

i	x_i	y_i
3	2,5	6,5

Çizelge 6'dan da görülebileceği gibi, ikinci kesme planında 3 numaralı sipariş parçası yer almıştır. Şekil 4'den görüldüğü üzere, bu kesme planı 11×13 ebatlarına sahip birinci ana malzemeden kesilmiştir. 3. sipariş parçası kesme planında döndürülmeden yer almıştır.



Şekil 4. Matsezgisel algoritma ile elde edilen ikinci kesme planı

Her ne kadar hem matematiksel model hem de matsezgisel algoritma ile eniyi çözüme ulaşmış ve aynı amaç fonksiyonu değeri elde edilmiş olsa da, matsezgisel algoritmanın her kesme planına mümkün olduğunca çok sipariş parçası sığdırma çabası ilk kesme planlarının daha az fireli olmasını sağlamakta firenin önemli bir kısmı son kesme planında oluşmaktadır. Bu da kalan firenin daha sonra başka sipariş parçalarının kesilmesinde kullanılabilme şansı yaratmaktadır.

4.2. Test Problemleri

Önerilen bütünleşik matematiksel modelin ve matsezgisel algoritmanın performanslarını değerlendirebilmek için toplam 12 test problemi türetilmiştir. n, o, t_i, l_i ve w_i parametrelerinin değerleri, Beasley [15]'nin OR Kütüphanesi'ndeki ngcutinfo adlı 2, 4, 6, 8, 10 ve 12 numaralı test problemlerinden alınmıştır. m, L_p ve W_p'de Beasley [15]'in test problemleri dikkate alınarak türetilmiştir. s_p değerleri, Eşitlik (50)'de verilen formülasyon ile hesaplanmıştır. γ değeri 50 olarak alınmıştır. q değerleri ise Eşitlik (51)'de verilen formülasyon ile hesaplanmıştır. d_r parametre değerleri [1, q γ] aralığında kesikli düzgün dağılıma uygun olarak türetilmiştir.

$$s_p = \left\lceil \frac{\frac{(\sum_i l_i w_i)\,2}{m}}{L_p W_p} \right\rceil \qquad \forall p \qquad (50)$$

$$q = \left\lceil \frac{\sum_i l_i w_i}{enk_p(L_p W_p)} \right\rceil \qquad (51)$$

Test problemleri, *TP-örnek numarası-m* şeklinde adlandırılmıştır. Örneğin *TP-1-2* adlı test problemi iki çeşit ana malzemenin olduğu ilk test problemini ifade etmektedir. Test problemlerinin özellikleri Çizelge 7'de verilmiştir. Bu çizelge dört sütundan oluşmaktadır. İlk sütunda test problemi ismi, ikinci sütunda ana malzemelerin ebatları (L_p, W_p), üçüncü sütunda sipariş sayısı (o) ve son sütunda ise kesilecek sipariş parça sayısı (n) verilmiştir.

Çizelge 7. Test problemlerinin özellikleri

Test problemi	(L_p, W_p)	o	n	*Test problemi*	(L_p, W_p)	o	n
TP-1-2	(10,10) (30,30)	5	7	*TP-4-2*	(10,10) (30,30)	7	17
TP-1-4	(10,10) (15,10) (20,20) (30,30)	5	7	*TP-4-4*	(10,10) (15,10) (20,20) (30,30)	7	17
TP-2-2	(10,10) (30,30)	7	13	*TP-5-2*	(30,30) (40,40)	5	13
TP-2-4	(10,10) (15,10) (20,20) (30,30)	7	13	*TP-5-4*	(30,30) (35,30) (35,35) (40,40)	5	13
TP-3-2	(10,10) (30,30)	10	15	*TP-6-2*	(30,30) (40,40)	10	22
TP-3-4	(10,10) (15,10) (20,20) (30,30)	10	15	*TP-6-4*	(30,30) (35,30) (35,35) (40,40)	10	22

4.2. Test Sonuçları

Test problemleri önerilen bütünleşik model ve matsezgisel algoritma ile çözülmüştür. Elde edilen çözümler, Çizelge 8'de verilmiştir. Tablo üç bölümden oluşmaktadır. İlk bölümde test problemlerinin isimleri, ikinci ve üçüncü bölümlerde ise sırasıyla bütünleşik model ve matsezgisel algoritma ile elde edilen toplam fire (f_1), toplam sipariş gecikmesi (f_2) ve çözüm süresi (*süre*) değerleri yer almaktadır.

Çizelge 8. Test problemlerinin sonuçları

Problem	Bütünleşik model			Matsezgisel algoritma		
	f_1	f_2	*süre(sn.)*	f_1	f_2	*süre(sn.)*
TB-1-2	**738**	**25**	0,12	**738**	**25**	0,22
TB-1-4	**88**	**25**	0,86	238	25	0,80
TB-2-2	**267**	**36**	33,97	**267**	**36**	1,03
TB-2-4	**167**	**79**	10800	**267**	**36**	2,88
TB-3-2	**610**	**71**	1,64	**610**	**71**	0,56
TB-3-4	**60**	**74**	10800	**110**	**71**	15,19
TP-4-2	**23**	**216**	10800	**623**	**154**	6,38
TB-4-4	**73**	**179**	10800	**123**	**154**	37,28
TB-5-2	**780**	**57**	10800	**780**	**57**	500,14
TB-5-4	**230**	**137**	10800	**780**	**133**	500,13
TP-6-2	**204**	**262**	10800	**904**	**161**	500,25
TB-6-4	354	65	10800	**354**	**42**	500,28

Çizelge 8'den de görülebileceği gibi, matematiksel model ve matsezgisel algoritma ile elde edilen çözümler baskınlık açısından değerlendirilmiş ve baskın çözümler koyu renk ile işaretlenmiştir. Sadece *TB-1-2* problemi için matematiksel modelle elde edilen çözüm matsezgisel çözümüne zayıf baskındır. *TB-6-4* problemi için ise matsezgisel algoritma ile elde edilen çözüm matematiksel model çözümüne zayıf baskındır. Diğer tüm problemler için elde edilen çözümler birbirine baskın değildir. Dolayısıyla çözüm kalitesi açısından değerlendirildiğinde her iki çözüm yaklaşımının da problemlerin %92'sinde başarılı olduğu görülmektedir. Parça sayısının 13 ve üzerine çıktığı test problemlerinde bütünleşik modelin çözüm süresinin çok arttığı ve süre limiti ile durduğu görülmektedir. Ancak matsezgisel algoritma tüm problemler için enfazla 500 sn. içinde başarılı çözümlere ulaşmıştır. Çözüm süresi açısından karşılaştırma yapıldığında özellikle problem boyutu büyüdükçe matsezgisel algoritmanın önemli bir avantaja sahip olduğu görülmektedir. Matsezgisel algoritma matematiksel modele kıyasla ortalama %72 daha kısa sürede başarılı çözümlere ulaşabilmiştir. Özetle, küçük boyutlu problemler için bütünleşik modelin, 13 ya da daha fazla sipariş parçasına sahip daha büyük boyutlu problemler için ise geliştirilen matsezgisel algoritmanın kullanılması önerilmektedir.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, siparişlerin teslim zamanlarının dikkate alındığı iki boyutlu kesme ve çizelgeleme problemi ele alınmıştır. Ayrıca farklı boyutlarda ana malzemelerin olduğu ve sipariş parçalarının 90° dönmesine izin verildiği durumlarda göz önünde bulundurulmuştur. Ele alınan problemin çözümü için fire miktarının ve siparişlerin teslim zamanının enküçüklenmesini amaçlayan bütünleşik çok amaçlı bir matematiksel model ve bir matsezgisel algoritma önerilmiştir. Önerilen modelin ve algoritmanın performanslarını gösterebilmek için farklı boyutlarda test problemleri çözülmüştür. Elde edilen çözümler incelendiğinde, hem önerilen model hem de algoritma ile problemlerin %92'sine başarılı çözümler bulunmuştur. Önerilen model, küçük boyutlu problemler için makul sürede yüksek kaliteli çözümler bulabilmektedir ancak problem boyutu arttıkça çözüm süreside artmaktadır. Bu nedenle büyük boyutlu problemlerin çözümü için ayrıca bir matsezgisel algoritmada geliştirilmiştir. Yapılan deneyler önerilen matsezgisel algoritmanın çözüm süresini ortalama %72 kısaltığını ve özellikle büyük boyutlu problemleri makul süreler içinde başarıyla çözebildiğini göstermiştir. Bu sayede, matsezgisel algoritma çözüm süresi açısından işletmelere önemli bir katkı sağlayacaktır. Gelecekte, teslimat süreleri gerçek dünya belirsizliklerini daha iyi yansıtmak için stokastik olarak modellenebilir. Dinamik talep koşulları, kalite kontrol gereksinimleri ve yalnızca malzeme israfını değil aynı zamanda enerji tüketimini de en aza indirmeye odaklanan hedefler gibi ek özellikler de problem çerçevesine dahil edilebilir. Ek olarak, ele alınan problemin çözümü için melez algoritmalar ve makine öğrenimi tabanlı sezgisel yöntemler dahil olmak üzere gelişmiş optimizasyon tekniklerini kullanan yeni çözüm yaklaşımları geliştirilebilir.

6. KAYNAKLAR

1. Souza Queiroz, L.R.D. & Andretta, M. (2022). A branch-and-cut algorithm for the irregular strip packing problem with uncertain demands. *International Transactions in Operational Research, 29*(6), 3486-3513.
2. Tsao, Y.C., Delicia, M. & Vu, T.L. (2022). Marker planning problem in the apparel industry: Hybrid PSO-based heuristics. *Applied Soft Computing, 123,* 108928.
3. Yang, Y., Liu, B., Li, X., Jia, Q., Duan, W. & Wang, G. (2024). Fidelity-adaptive evolutionary optimization algorithm for 2D irregular cutting and packing problem. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 1-19.
4. Baldacci, R. & Boschetti, M.A. (2007). A cutting-plane approach for the two-dimensional orthogonal non-guillotine cutting problem. *European Journal of Operational Research, 183*(3), 1136-1149.
5. Russo, M., Boccia, M., Sforza, A. & Sterle, C. (2020). Constrained two-dimensional guillotine cutting problem: upper-bound review and categorization. *International Transactions in Operational Research, 27*(2), 794-834.
6. Goncalves, J.F. & Wascher, G. (2020). A mip model and a biased random-key genetic algorithm based approach for a two-dimensional cutting problem with defects. *European Journal of Operational Research, 286*(3), 867-882.
7. D'Amato, J.P., Mercado, M., Heiling, A. & Cifuentes, V. (2016). A Proximal optimization method to the problem of nesting irregular pieces using parallel architectures. *Revista Iberoamericana De Automatica E Informatica Industrial, 13*(2), 220-227.
8. Chen, Q. & Chen, Y. (2024). Heuristics for the two-dimensional cutting stock problem with usable leftover. *Intelligent Data Analysis*, *(Preprint),* 1-21.
9. Nascimento, D.N., Cherri, A.C., Oliveira, J.F. & Oliveira, B.B. (2023). The two-dimensional cutting stock problem with usable leftovers and uncertainty in demand. *Computers & Industrial Engineering, 186,* 109705.
10. Arbib, C., Marinelli, F. & Pizzuti, A. (2021). Number of bins and maximum lateness minimization in two-dimensional bin packing. *European Journal of Operational Research, 291*(1), 101-113.
11. Polyakovskiy, S. & M'Hallah, R. (2021). Just-In-Time Two-Dimensional Bin Packing. *Omega, 102,* 102311.
12. Virk, A.K. & Singh, K. (2019). Application of nature inspired algorithms to optimize multi-objective two-dimensional rectangle packing problem. *Journal of Industrial Integration and Management, 4*(4), 1950010.
13. Demir, Y. (2024). An iterated greedy algorithm for the planning of yarn-dyeing boilers. *International Transactions in Operational Research, 31*(1), 115-139.
14. Polyakovskiy, S. & M'Hallah, R. (2018). A hybrid feasibility constraints-guided search to the two-dimensional bin packing problem with due dates. *European journal of operational research, 266*(3), 819-839.
15. Braga, N., Alves, C., Macedo, R. & de Carvalho, J.V. (2015). A model-based heuristic for the combined cutting stock and scheduling problem. *In Computational Science and Its Applications-ICCSA 2015: 15th International Conference*, Banff, AB, Canada, June 22-25, 2015, Proceedings, Part II 15, 490-505.
16. Bennell, J.A., Lee, L.S. & Potts, C.N. (2013). A genetic algorithm for two-dimensional bin packing with due dates. *International Journal of Production Economics, 145*(2), 547-560.
17. Li, S. (1996). Multi-job cutting stock problem with due dates and release dates. *Journal of the Operational Research Society, 47*(4), 490-510.
18. Beasley, J.E. (1985). An exact two-dimensional nonguillotine cutting tree search procedure. *Operations Research, 33,* 49-64.