

Research Article/Araştırma Makalesi

Investigation of Prototypicality of Triangle Shapes in Mathematics Textbooks

Ali İhsan MUT ^{1*}  Muhammed Ahmet PEKYEN ²  Himmet KORKMAZ ³ 

¹ Dicle University, Diyarbakır, Türkiye, aliihsan.mut@dicle.edu.tr

² Ministry of National Education, Diyarbakır, Türkiye, muhammedpekyen@gmail.com

³ Ordu University, Ordu, Türkiye, himmetskorkmaz@ordu.edu.tr

* Corresponding Author: aliihsan.mut@dicle.edu.tr

Article Info

Received: 26 March 2025

Accepted: 02 July 2025

Keywords: Prototypical examples, prototype, mathematics textbook, geometric shapes, triangles

 10.18009/jcer.1666414

Publication Language: Turkish

Abstract

The aim of this study is to examine the triangle examples in the mathematics textbooks used in schools under the MoNE for grades 1-12 in 2022-2023 academic year, in the context of prototypicality. The data were presented in tables using descriptive statistics, including frequencies and percentages. According to the findings, although the use of prototypical examples decreased as the grade level progressed from elementary to high school, it was found that the rates of prototypical example usage were very similar across the grade levels. However, it was found that the use of prototypical triangles in mathematics textbooks was overwhelmingly dominant over the use of non-prototypical triangles, and that no examples of non-prototypical triangles were found in the 7 mathematics textbooks.



To cite this article: Mut, A.İ., Pekyen, M.A., & Korkmaz, H. (2025). Matematik ders kitaplarında bulunan üçgen şekillerinin prototipiklik durumlarının incelenmesi. *Journal of Computer and Education Research*, 13 (26), 1008-1037. <https://doi.org/10.18009/jcer.1666414>

Matematik Ders Kitaplarında Bulunan Üçgen Şekillerinin Prototipiklik Durumlarının İncelenmesi

Makale Bilgisi

Geliş: 26 Mart 2025

Kabul: 02 Temmuz 2025

Anahtar kelimeler: Prototipik örnekler, prototip, matematik ders kitabı, geometrik şekiller, üçgenler

 10.18009/jcer.1666414

Yayın Dili: Türkçe

Öz

Bu çalışmanın amacı 2022-2023 eğitim öğretim yılında MEB'e bağlı okullarda 1.sınıftan 12.sınıf düzeyine kadar okutulan matematik ders kitaplarındaki üçgen örneklerini prototipiklik bağlamında incelemektir. Veriler betimsel istatistik ile frekans ve yüzdelere hesaplanarak tablolar halinde sunulmuştur. Çalışmanın bulgularına göre ilköğretim, ortaokul ve lise kademelerinde sınıf düzeyi ilerledikçe prototipik örnek kullanımının azaldığı görülse de sınıf düzeylerinde prototipik örnek kullanım oranlarının birbirlerine çok yakın olduğu tespit edilmiştir. Fakat matematik ders kitaplarında kullanılan prototipik üçgen kullanımının prototipik olmayan üçgen kullanımına göre çok baskın olduğu, 7 adet matematik ders kitabında ise prototipik olmayan üçgen örneğinin bulunmadığı tespit edilmiştir.

Summary

Investigation of Prototypicality of Triangle Shapes in Mathematics Textbooks

Ali İhsan MUT ^{1*}  Muhammed Ahmet PEKYEN ²  Himmet KORKMAZ ³ 

¹ Dicle University, Diyarbakır, Türkiye, aliihsan.mut@dicle.edu.tr

² Ministry of National Education, Diyarbakır, Türkiye, muhammedpekyen@gmail.com

³ Ordu University, Ordu, Türkiye, himmetkorkmaz@ordu.edu.tr

* Corresponding Author: aliihsan.mut@dicle.edu.tr

Introduction

Geometry plays a crucial role in understanding shapes, improving problem-solving skills, and enhancing spatial reasoning (Develi & Orbay, 2003). However, students often face challenges in learning geometry (Kuzniak & Rauscher, 2011). One reason for these challenges is that geometric concepts, such as triangles, are based on abstract and undefined concepts.

Triangles are fundamental shapes in geometry, used in constructing various shapes, structures, and for calculating areas. However, students face difficulties when learning triangles (Akkaya, 2018). A weak understanding of triangles hinders the comprehension of subsequent concepts (Çelik & Güneş, 2007), highlighting the importance of effective learning of triangles. Triangles are often understood through their properties, but are frequently conceptualized via drawings to make them more concrete. However, relying on such drawings may result in limited understanding of triangles (Koğ et al., 2011).

Limited learning can stem from the use of prototypical examples, which are the most basic and general forms of a shape (Tapan-BROUTIN, 2014). While these examples facilitate concept learning, relying solely on them may lead to misconceptions (Akkoç, 2006).

Students' drawings are often limited to prototypical shapes found in textbooks and used by teachers (Ergün, 2010). This focus on prototypical examples can restrict students' understanding and lead prototypical drawings by students. The Stoics recognized in the 3rd century BC that representations of geometric objects were often inadequate (Tapan-BROUTIN, 2016). Relying on prototypical examples worsens this limitation, as they fail to fully represent geometric shapes.

The research problem is stated as follows: “How is the distribution of triangles in terms of their prototypicality in all mathematics textbooks used in private and public schools in Turkey during the 2022-2023 academic year?”.

Method

This study devised the document analysis method. As in other research methods, the goal of document analysis is to collect data and extract meaningful insights from it. This study analyses 28 mathematics textbooks in 2022-2023 academic year, covering grades 1-12 in MoNE-affiliated schools. It includes 16 primary textbooks (two per grade, one from MoNE and one from a private publisher) and 12 secondary textbooks (three per grade, with one private and two MoNE). The form entitled as “Form for Analysing the Prototypicality of Triangle Figures in Mathematics Textbooks” was used to analyse the data. A shape was classified as prototypical if one of its edges was parallel to the horizontal or vertical axis of the paper. The equilateral triangle was considered prototypical when presented as the first example for triangles. Triangle drawings in solution sections or those appearing in tangram shapes were excluded from analysis, as were triangles used as symbols in mathematical expressions, such as $81 \Delta 9 \blacksquare 9 = 84$.

Results, Discussion, and Conclusion

The findings regarding the distribution of the prototypicality of triangle shapes in the textbooks according to publisher type, the section where the triangles are found, grade level, education levels, and learning area are presented in order.

Table 1 presents the distribution of triangle prototypicality in mathematics textbooks based on publisher type. In MEB textbooks, 1235 out of 1283 triangles (96.3%) are prototypical, while in textbooks from private publishers, 591 out of 667 triangles (88.6%) are prototypical. Table 2 shows that the rate of prototypical triangles is highest in end-of-unit assessment tests (97,4%) and lowest in the sections for lesson content (91,1%). The rate in the examples sections is 96%.

Table 3 shows that the rate of prototypical triangles in textbooks is consistently high across all grades, ranging from 85.7% to 100%. Notably, no non-prototypical triangles were found in the grade 1 textbooks, whereas the 9th grade, which has a more intensive focus on triangles, exhibits a high prototypical triangle rate of 91.9%.

Table 4 shows that the usage of non-prototypical triangles is highest (8.5%) in high school mathematics textbooks. In contrast, the proportion of prototypical triangles used in elementary and middle school textbooks is higher than in high school textbooks. Table 5 presents the distribution of triangle prototypicality in mathematics textbooks according to learning areas, considering education levels. It shows that all triangle examples used in the ‘measurement’ learning area at the elementary school level, the ‘numbers and operations’ learning area at the middle school level, and the ‘numbers and algebra’ and ‘data, counting, and probability’ learning areas at the high school level are prototypical.

The lack of non-prototypical triangles and limited exposure to diverse prototypical triangles in elementary school textbooks can create the perception that triangles have a fixed position and orientation. This may cause a limited perception of triangle concept (Marchini & Rinaldi, 2005). Despite the 9th grade mathematics curriculum allowing for the use of triangles in various positions and orientations through transformations such as rotation, translation, reflection, and dilation-especially in topics like congruence and similarity-the number of non-prototypical triangles in the textbooks remains remarkably low, even in 9th-grade textbooks.

As previously stated, exposing elementary school students, who are encountering triangles for the first time, to a high proportion of prototypical triangles can lead to misconceptions, such as limited perception and over-generalization, which are among four types of misconceptions (Marchini & Rinaldi, 2005; Zembat, 2014). Gezgin and Bal (2021) noted that the examples in elementary students’ textbooks were limited and required greater variety. Similarly, Akko  (2006) emphasized that while prototypical triangles facilitate learning, their frequent use can result in a limited perception.

Mathematics textbooks across grade levels consistently use prototypical examples, with little variation in their frequency. Similar trends have been observed in international studies, where prototypical examples are also prevalent (Clements & Sarama, 2007; Gutiérrez, 2014). For example, Monaghan (2000) found that the rectangle is commonly presented as the prototypical quadrilateral in London textbooks, mirroring the trend seen with triangles in this study.

To enhance students’ understanding of geometric shapes, textbooks should include a variety of examples, not just prototypical ones, and present shapes through different

representations. Real-life triangle examples or shapes created with dynamic geometry tools like GeoGebra should be shown in different orientations.

No comprehensive studies have been found regarding the use of prototypical triangles in Turkey. The purpose of this study is to fill this gap. Additionally, it was noted that there are few, if any, studies focusing on other geometric shapes like rectangles, squares, cubes, and cylinders. Based on the findings, it is suggested that further research on these concepts would be valuable.

Giriş

Eğitim, bireylerin hayati ihtiyaçlarını kar ılamalarında temel bir role sahip olmasının yanında bireylerin kendilerini geliştirmesi için en önemli araçtır (G l, 2004). Toplumlar, bireylerine eğitim ile hedeflenen kazanımları kazandırma i ini ilgili  ğretim programları aracılığıyla ger ekle t rir ve bu anlamda,  ğretim programlarının bir araç olarak bu hedefleri ger ekle tirmedeki rolü çok önemlidir (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018; Ornstein & Hunkins, 2017). Zira, her bir ders kendi  ğretim programı ile hedeflenen amaçları öğrencilere aktarmaya çalışır. Eğitimin en önemli içeriklerinden bir tanesi de matematiktir. Matematik bir ders olarak okul öncesinden  niversite düzeyine kadar  ğretim programlarında yer almasının önemli gerekçeleri bulunmaktadır. Bu bran ın öğretimine ilişkin kendine özgü usul ve esasların ortaya konulması için yapılan birçok çalışma sonucunda bir disiplin olarak matematik eğitimi ortaya çıkmıştır (Furinghetti vd., 2012). Matematik eğitimi, geçmişten günümüze hemen her toplum için ön planda tutulan ve önem verilen özel bir alan olmuştur (Işık vd., 2010). Matematik eğitimi; bireylerin  stbili sel bilgi ve becerilerini geli tirebilmeyi, bilgiyi üretilip kullanmayı, araştırma yapmayı, nesneler arasındaki ilişkileri anlamayı ve bunlara ek olarak problem çözme becerilerini geliştirmeyi hedeflemektedir (MEB, 2018).

Matematik ba lı başına geniş bir disiplin olarak sayılar teorisi, cebir, kombinatorik, topoloji, matematiksel analiz ve geometri gibi saf matematik olarak adlandırılan alt dalları olduğu gibi olasılık ve istatistik, hesaplamalı bilimler, matematiksel fizik gibi uygulamalı matematik olarak ifade edilen alt dalları da bulunmaktadır. Matematik geçmişten günümüze hem önem atfedilmi  hem de geçerliliğini her dönemde s rd re gelmiştir (Mamirov, 2024). Geçmişte yaşayan pek çok d   n r n de matematiğe ayrı bir değer verdiği görülmektedir. Örneğin, Atina'da kurulan ve ilk akademi olma özelliğini taşıyan Platon akademisinin kapısında "Geometri Bilmeyen Giremez!" yazılmış olduğu bilinmektedir. Bu ve bunun gibi pek çok örnek, matematiğin her çağda önemsendiğini, öğrenilip öğretilmesi için çaba sarf edilen bir alan olduğunu göstermektedir.

Matematik alt dallarından biri olan geometri, içinde bulunduğumuz dünyayı ve yaşadığımız çevreyi tanımada ve anlamlandırmada önemli bir araçtır (Smith, 2010; Türnüklü vd., 2016). Ayrıca geometri, bireylerin günlük hayatta gördüğü  ekil ve cisimleri anlamlandırmasında, çevreyi tanıyıp değerlendirmesinde ve analiz etmesinde, problem

çözme stratejilerini geliştirmesinde ve uzamsal becerilerini geliştirmesinde önemli bir yere sahiptir (Develi & Orbay, 2003). Geometrinin, bireylerin önemli becerilerin geliştirilmesi noktasında payı büyük olmasına karşın öğrencilerin geometriyi öğrenmede güçlükler yaşadıkları görülmektedir (Gal & Linchevski, 2010; Kuzniak & Rauscher, 2011). PISA ve TIMSS gibi öğrencilerin çeşitli alanlardaki bilgi ve becerilerini global ölçekte ölçmeye çalışan sınavlarda Türkiye'nin geometri öğrenme alanında genel ortalamanın altında kaldığı, geometri başarısının yeterli düzeyde olmadığı ve geometri öğretiminde ciddi sorunların olduğu raporlanmaktadır (Çepni, 2016).

Geometri öğrenme alanında öğrencilerin başarısız olmalarının birçok sebebi bulunmaktadır. Bu sebeplerden bazıları; geometri konularının matematik öğretim programlarında son ünitelerde olmasından dolayı müfredatın yetiştirilememesi, yanlış öğretim yöntemlerinin kullanılması (Olkun & Aydoğdu, 2003), kavram öğreniminde aksaklıkların olması ve kavram yanlışlarının gözlemlenmesi (Mitchelmore & White, 2000), öğrencilerin görselleştirmede yaşadıkları sınırlılıklar (Gal & Linchevski, 2010) ve geometriye karşı olumsuz tutum geliştirmeleri, geometrik düşünme yapısına sahip olamamaları (Okur, 2006) ve öğrencilerin geometriyi günlük hayatta kullanılabilir olmadığını düşünmeleri (Ünlü, 2014) olarak sıralanabilir. Ayrıca, geometrinin temelleri; nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve düzlem gibi tanımsız ve soyut kavramlardan oluştuğundan ve öğrencilerin bu kavramları zihinlerinde tam olarak oluşturamadıklarından dolayı geometri, öğrencilerin en çok zorluk çektiği öğrenme alanlarından biridir (Bishop, 1986). Geometri öğrenme alanındaki üçgenler gibi diğer kavramlar da Öklid geometrisinin sistematik doğası gereği bu soyut ve tanımsız kavramların üzerine bina edilmiştir (León, 2021; Smith, 2010).

Üçgenler geometri dünyasını oluşturan ve günlük hayatta yer alıp kullanılan temel geometrik şekillerden biridir. Ayrıca, üçgenler; diğer geometrik şekillerin ve yapıların oluşturulmasında ve onların alan hesaplamalarıyla beraber çeşitli özelliklerinin incelenmesinde kullanılmaktadır. Fakat, üçgenler farklı öğrenim kademelerindeki geometri öğrenimi için büyük bir öneme sahip olmasına rağmen öğrenciler üçgenleri öğrenmede yetersiz kalmakta ve zorluklar yaşamaktadırlar (Akkaya, 2018; Demirer, 2019; Kaya, 2018; Parlak, 2019; Şengül-Akdemir, 2017). Dolayısıyla, geometrinin temel kavramı niteliğinde olan üçgen kavramının yeterli düzeyde öğrenilememesi, daha sonra öğrenilecek olan konuların da öğrenilmesini engellemektedir (Çelik & Güneş, 2007). Bu nedenle, geometri

öğretiminin doğru bir şekilde gerçekleşmesi için öğrencilerin üçgenler alt öğrenme alanını etkili bir şekilde öğrenmeleri gerekmektedir.

Yapısı gereği pek çok soyut kavramı içermesi ve bu kavramların anlaşılmasının zor olması geometrinin anlaşılmasını da zorlaştırmaktadır. Bu duruma örnek olarak verilecek soyut kavramlardan biri de üçgenlerdir (Hershkowitz, 1989). Üçgenler, çokgenler ailesinin en temel üyelerinden biridir. Üçgenler, kendine ait özellikleri yardımıyla anlamlandırılmaya çalışılsa da zihinde yer edinebilmesi için genellikle çizimlerden yararlanılır. Bu çizimlerin amacı soyut olan üçgenleri somut hale getirmeye çalışmaktır. Üçgenler, genellikle iki boyutlu tasarlanıp bir yüzey üzerinde çizim yapılarak öğrenilmeye çalışılır (Koğ vd., 2011). İki boyutlu çizimler beraberinde bazı kısıtlılıklar doğurabilmektedir. Bu sınırlılıklar, anlatılması hedeflenen kavramın da kısıtlı öğrenimine sebebiyet verebilmektedir (Hitt, 1998).

Kısıtlı öğrenmelerin sebeplerinden biri de prototipik örneklerin bilinçli bir şekilde kullanılmamasıdır. Prototipik örnekler, bir şeklin ilk ve en genel türevleri olarak adlandırılmakta (Tapan-Broutin, 2014) olup bu türden örnekler, soyut kavramların ilk çizimlerinde sıklıkla başvurulan yöntemlerden biridir. Genellikle, kavrama ait temel özellikleri barındıran ve günlük hayatta karşılaşılma ihtimali daha fazla olan prototipik örnekler, öğrenmenin günlük hayatla ilişkilendirilmesi bakımından faydalı olmaktadır (Rawson vd., 2015). Örneğin, dikdörtgen kavramının günlük hayatla daha rahat ilişkilendirilebilmesine yönelik olarak bu kavram; tablo, tahta veya kapı gibi etrafımızda bulunan nesnelerle ilişkilendirilebilmektedir. Fakat, dikdörtgenle ilişkilendirilip örnek olarak gösterilen nesnelerin tamamının herhangi bir kenarının dikdörtgenin bulunduğu platforma bir şekilde paralel olması dikdörtgen kavramını kısıtlamakta ve bu kavramın anlaşılmasını zorlaştırmaktadır (Duatepe-Paksu, 2016; Olkun & Aydoğdu, 2003). Böylece, öğrenciler için herhangi bir kenarı tabana paralel olmayan dikdörtgenler sadece paralelkenar olarak algılanabilmektedir. Bu ve buna benzeyen durumlarda sıklıkla akla ilk gelen örnekler “prototipik örnekler” kavramını gündeme getirmektedir. Buna karşın, kavramların ilk öğrenimini hızlandıran prototipik örnekler, prototipik olmayan örneklerle zenginleştirilmemesi durumunda kavram algısı daralmaktadır. Bu durumda öğrenmeler sınırlanıp aşırı özelleme veya kısıtlı algılama türünden kavram yanlışlarının oluşabileceğini ve öğrenmeyi olumsuz bir şekilde etkileyeceğini belirten pek çok bilimsel çalışma bulunmaktadır (Akkoç, 2006; Ayaz, 2016; Aydın-Karaca, 2014; Özkan, 2019; Sarı-Arkan,

2019). Bu olumsuz duruma rağmen, Özkan (2019), dörtgenlerin çiziminde öğrencilerin ve öğretmen adaylarının prototipik çizimlerin dışına çıkamadıklarını raporlamıştır.

Öğrencilerin geometrik şekil çizimlerinde prototipik temsillere yönelmelerinde başat etkenlerden biri olarak öğretim materyalleri (özellikle ders kitapları) ve öğretmenlerin sınıf içi uygulamaları öne çıkmaktadır. Geometri öğrenme alanına yönelik yapılan araştırmalar, öğrencilerin çizim tercihlerinin çoğunlukla öğretmenler tarafından modellenen şekillerle ve ders kitaplarında sunulan prototipik örneklerle örtüştüğünü ve bu durumun kavramsal çeşitliliği sınırlayabildiğini göstermektedir (Ergün, 2010; Türnüklü & Berkün, 2013). Bu durum, Cornu'nun (2002) öğrenci yanlışlarının nedenlerinden birinin olarak tanımladığı pedagojik kaynaklı faktörleri akla getirmektedir. Bu faktörler; öğretmenler, ders kitapları, ders programları ve yardımcı kitaplar gibi öğretmeye aracılık edenlerden kaynaklı kavram yanlışları olarak belirlemektedir. Özel olarak, öğretmenlerin derste sürekli prototipik çizimlere yer vermesi ve ders kitaplarında geometrik şekilleri temsil eden prototipik dışı çizimlerin az olması öğrencilerin şekilleri kısıtlı olarak kalıplaştırmalarına neden olmaktadır. Bunun sonucunda da öğrenciler şekillerin farklı temsil biçimlerini düşünememektelerdir (Güven, 2002).

Ders kitaplarındaki prototipik çizim örneklerinin çok baskın olmasının söz konusu şekillerin kavram imajlarının öğrenciler tarafından kısıtlı olarak algılanmasında ve şekillenmesinde, dolayısıyla öğrencilerin prototipik çizimler yapmasında dolaylı veya direk olarak etkili olduğu düşünülebilir. Üçgen kavramı bu durumun anlaşılması için en iyi örneklerden biridir. Zira, “üçgen” ilkökul birinci sınıftan itibaren doğrudan veya dolaylı olarak matematik ders kitaplarının içerisinde bulunmakta olup 12 yıllık zorunlu eğitim-öğretimin sürecinin her aşamasında öğrencilerin karşısına herhangi bir bağlamda çıkabilmektedir.

Öğrenciler, üst sınıflara doğru ilerledikçe üçgen kavramını ayrıntılı olarak öğrenmektedirler. Fakat, özellikle üçgen kavramıyla ilk defa karşılaşacak olan bireylerin üçgenlerin özelliklerini eksik veya hatalı öğrenmeleri ileride kavram yanlışlarının oluşmasına sebebiyet vermesi söz konusudur (Gutiérrez & Jaime, 1999). Örneğin, ders kitaplarda üçgenlerin jenerik olmayan örnek olarak hem eşkenar üçgen türünde verilmesi hem de verilen üçgen örneklerinin en az bir kenarının bulundukları sayfaların enine veya

boyuna paralel olacak şekilde ve prototipik olarak nitelendirilecek formatta sunulması, bahsedilen kavram yanlışlarına bir başlangıç olarak düşünülmektedir.

Geometrik nesnelerin somutlaştırılması için kullanılan temsillerin yetersiz doğası M.Ö. III. yüzyılda Stoacılar tarafından da ele alındığı anlaşılmaktadır (Tapan-Brouin, 2016). Çizimlerin (şekillerin) geometrik nesneleri temsil etmede veya yansıtmada yetersiz oldukları belirtilmişken bir de geometrik şekilleri prototipik örnekler üzerinden öğrencilere sunma alışkanlığı, bu yetersizliği daha fazla derinleştirmektedir. Ayrıca, Türkiye’de kavram yanlışları ile ilgili yapılan çalışmaların birçoğunda ders kitaplarındaki örneklerin içerik ve format bakımlarından zenginleştirilmesi ve çeşitlendirilmesi gerektiği önerilmektedir (Lezgi, 2023). Ayrıca, matematik ders kitaplarını çeşitli perspektiflerden inceleyen pek çok bilimsel çalışma bulunmaktadır (Artut & Ildır, 2013; Şirin & Yıldız, 2020; Zeybek vd., 2018). Her ne kadar, matematik ders kitaplarını çeşitli odaklarda inceleyen bilimsel araştırmalar bulunsada Türkiye’de matematik ders kitaplarındaki üçgenleri prototipik olup olmamaları bağlamında inceleyen herhangi bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Uluslararası yayınlar incelendiğinde de matematik eğitiminde prototipik üçgen kullanımına yönelik olarak az sayıda çalışmaya (Levenson vd., 2008; Lupyan, 2016; Rosch, 1973; Schwarz & Hershkowitz, 1999) rastlanılmıştır. Fakat, eğitim- öğretim kademesindeki bütün sınıf düzeylerinde okutulan matematik ders kitaplarında bulunan üçgenlerin prototipiklik bağlamında incelendiği herhangi bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Dolayısıyla bu araştırmada ilkökul, ortaokul ve lise sınıf düzeylerinin tamamını kapsayan 12 yıllık zorunlu eğitim – öğretim sürecinde öğrencilere MEB’e bağlı kurumlar tarafından 2022 – 2023 yılları arasında okutulan matematik ders kitaplarının, prototipik üçgenlerin kullanımı bağlamında incelenmesi amaçlanmıştır.

Buraya kadar belirtilen hususların ışığında, bu araştırmanın problemi; *“Türkiye’de 2022-2023 eğitim-öğretim yılında hem özel hem devlet okullarında okutulan tüm matematik ders kitaplarındaki üçgenlerin prototipik olup olmamaları bağlamında dağılımı nasıldır?”* şeklinde ifade edilmiştir. Bu amaç özelinde aşağıda bulunan araştırma soruları cevaplanmaya çalışılmıştır: *Türkiye’de 2022-2023 eğitim-öğretim yılında okutulan tüm matematik ders kitaplarında kullanılan üçgenlerin prototipik olup olmamaları bağlamında;*

1. MEB ve özel yayınevlerine göre nasıl bir dağılım göstermektedir?
2. Üçgenlerin bulunduğu kısımlara göre nasıl bir dağılım göstermektedir?

3. Sınıf düzeylerine göre nasıl bir dağılım göstermektedir?
4. Okul kademesine göre nasıl bir dağılım göstermektedir?
5. Öğrenme alanlarına göre nasıl bir dağılım göstermektedir?

Yöntem

Araştırmanın Modeli

Bu çalışmada matematik dersi öğretim programına uygun şekilde hazırlanıp Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (TTKB) tarafından onaylanan ilkokul, ortaokul ve lise öğrencileri için hazırlanan bütün ders kitaplarının (28 adet) üçgenler ünitelerinde yer alan üçgen şekillerinin prototipik olup olmamaları bakımından incelenmesi amaçlanmıştır. Çalışmanın amacını gerçekleştirmek için nitel araştırma yöntemlerinden doküman incelemesi yöntemi benimsenmiştir. Doküman incelemesi, yalnız başına veri toplama aracı olarak kullanılabilmesinin yanında diğer veri toplama araçlarıyla beraber destekleyici ve teyit edici olarak veri çeşitlemesi amacına da hizmet edebilmektedir (Sak vd., 2021; Yıldırım & Şimşek, 2021). Araştırmanın problemi referans alınacak dokümanların türünü etkilemektedir. Dolayısıyla, eğitim ile ilgili yapılan bilimsel araştırmalarda ders kitaplarının kullanımına sık olarak rastlanması doğaldır. Diğer araştırma yöntemlerinde olduğu gibi doküman incelemesinde de amaç verilerin toplanması ve elde edilen verilerden anlam çıkarılmasıdır. Doküman incelemesinde ulaşılması hedeflenen veriler yazılı veya dijital ortamlar yardımıyla elde edilebilmektedir (Bowen, 2009). Her ne kadar çalışmanın kapsamını oluşturan kitaplar okullarda öğrencilere basılı olarak dağıtılsa da bu çalışmada elde edilen verilerin kaynakları olan matematik ders kitaplarına resmi platformlardan elektronik olarak ulaşılmıştır.

Araştırmanın Kapsamı

Bu çalışmanın kapsamını 1.-12. sınıf düzeylerinde 2022-2023 yılında MEB'e bağlı okullarda okutulan 28 adet matematik ders kitabı oluşturmaktadır. Araştırmanın kapsamı belirlenirken, amaçlı örnekleme yöntemlerinden biri olan ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Amaçlı örnekleme yöntemi, araştırılması hedeflenen olayların keşfedilmesi ve açıklanması sürecinde önemli rol oynamakta olup ölçüt örnekleme yöntemi ile araştırma da elde edilecek verilerle ilgili istenen özellikleri dikkate alarak tüm durumları inceleme imkânı olabilmektedir (Yıldırım & Şimşek, 2021). Bu çalışmadaki veri kaynaklarının seçiminde

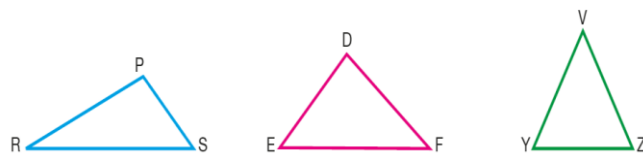
dikkat edilen ölçütler; matematik kitaplarının 2022-2023 eēitim- ēretim yılında ve MEB’e baēlı okullarda ders kitabı olarak okutulmu  olmasındır.

Araştırmanın kapsamını oluşturan ders kitapları, ilköēretim kademesinin (1.-8. sınıflar) her bir düzeyinde biri özel yayınevi ve diēeri MEB yayını olmak üzere 2’ er tane ders kitabından toplam 16 adet, orta ēretim kademesinin (9.-12. sınıflar) her bir düzeyinde biri özel yayınevi ve diēer ikisi MEB yayını olmak üzere 3’er tane ders kitabından toplam 12 adet olarak belirlemektedir. Ayrıca, araştırma doküman incelemesine dayalı bir çalışma olduēundan veri toplama süreci öncesinde etik kurul izni almayı gerektirmemi tir.

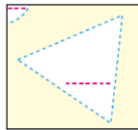
Verilerin Analizi

Bu çalışmada elde edilen veriler analiz edilirken araştırmacılar tarafından hazırlanan ve Ek 2’de sunulan “*Matematik Ders Kitaplarındaki   gen şekillerinin Prototipiklik Durumunu İnceleme Formu*” kullanılmıştır. Söz konusu veri toplama aracı, matematik ders kitaplarındaki üçgenlere ait prototipiklik durumu, sınıf düzeyi, yayınevi türü, sayfa aralıēı, konusu ve bulunduēu kısım gibi bilgilerin toplanması amacıyla yapılandırılmıştır. Elde edilen veriler bilgisayar ortamına aktarılarak bulguların yorumlanabilmesi için veriler frekans-yüzde baēlamında ifade edilmiştir. Araştırmanın verilerinin toplanması sürecinde, matematik  ēretmen adaylarının ve  ēretmenlerinin g r   leri de dikkate alınarak veri toplama süreci  ekillendirilmi tir. Sınıf içi tartışmalar ı ıēında   geni temsil eden bir şeklin prototipik olup olmaması, üzerinde mutabık olmayı gerektiren bir sorun olarak belirmiştir. Bu belirsizliēi gidermek bakımından bir şeklin en temel  zelliēi olarak daha önceden de ifade edildiēi gibi analize tabi tutulan şeklin kenarlarından birinin, şeklin ait olduēu düzlemin yatay veya düşey eksenine paralel olması referans alınmıştır. Dolayısıyla, bu nitelendirmeye uyan üçgenler prototipik olarak kabul edilmiştir. Ayrıca,   gen için eşkenar üçgenin ilk örnek olarak verilmesi de prototipik örnek olarak nitelendirilmiştir. Sürecin içerisinde bulunan ve çalışmanın g venirliēini artırmak için g r   lerine başvurulan alanında uzman kişilerin dönütleri neticesinde araştırmanın amacının başka araştırma konularının kapsamıyla karıştırılmaması için (a) ders kitaplarında örneklerin veya a ı tırmaların çözüm kısımlarındaki üçgen çizimleri, (b) problemin kökünde üçgen olduēu belirtilmediēi halde çözüm esnasında ortaya çıkmış olan üçgenler ve (c) tangram gibi birden fazla üçgen şeklini içerisinde bulunduran çizimler, veri analizinin kapsamına alınmamıştır. İlaveten, “ $81 \triangle 9 \blacksquare 9 = 84$ ” gibi üçgenin bir sembol olarak kullanıldıēı matematiksel ifadelerdeki

üçgenler de veri analizine dahil edilmemiştir. Dolayısıyla, asıl vurgulanmak istenen amaç olarak sınıf içerisinde öğretilen üçgen şekillerine odaklanmak hedeflenmiştir. Böylelikle matematik ders kitaplarında kullanılan prototipik üçgenlerin ve prototipik olmayan üçgenlerin sayılarının karşılaştırılması daha sağlam temellere oturtulmuştur. Ayrıca elde edilen; prototipik ve prototipik olmayan üçgenlerin daha rahat karşılaştırılabilmesi ve verilerin analizinin daha iyi anlaşılabilmesi için matematik ders kitaplarından alınan görsellerden hareketle prototipik olan ve prototipik olmayan üçgen şekillerinden kastedileni temsilen birer örnek Şekil 1’de sunulmuştur.



Şekil 1. Prototipik üçgen örnekleri (Cırıtcı vd., 2021, s. 230)



Şekil 2. Prototipik olmayan üçgen örneği (Bayram, 2022, s. 110)

Geçerlik ve Güvenirlik

Bu araştırmanın verileri 2022-2023 yıllarında MEB'e bağlı okullarda okutulan ders kitaplarının analiz edilmesiyle elde edilmiştir. Veri toplama aracı, "Matematik Ders Kitabı İncelemesi" dersi kapsamında dersin yürütücüsü olan öğretim üyesinin gözetiminde lise matematik öğretmenliği programına kayıtlı olan öğretmen adaylarıyla paylaşılmıştır. Adaylar gruplara ayrılarak ilgili ders kitaplarını inceleyip formları doldurmuşlardır. Bu süreçte matematik öğretmen adayları ile prototipik üçgenler ve ders kitapları hakkında sürekli fikir alışverişi yapıp tartışma ortamı oluşturularak var olan; veri, bilgi ve çalışmalar değerlendirilerek ortak sonuçlara ulaşılmaya çalışılmıştır. Ayrıca, aralarında aktif olarak uzun yıllar matematik öğretmenliği görevini yürütüp matematik eğitimi alanında yüksek lisans yapan öğretmenlerin de bulunduğu bir araştırmacı grup tarafından, elde edilen veriler analiz edilmiş olup gerekli dönütler araştırmacı tarafından kaydedilmiştir. Elde edilen tüm bu veriler çalışmanın gidişatında bazı değişiklikleri gerekli kılmış ve yeni sorulara cevap

aranmasını gerektirmiştir. Nihayetinde gruplardan elde edilen veriler, araştırmacılar tarafından elde edilen verilerle karşılaştırılmış ve görüş ayrılıkları üzerinde tartışılarak veri analizinin ilk aşaması tamamlanmıştır. Matematik öğretmen adayları ve araştırmacılar ortak bir mutabakatla ders kitaplarındaki üçgenleri prototipiklik bağlamında inceleyip frekansları oluşturmalarına ek olarak, veri toplama süreci ve veri analizi kısımlarında belirtilen kriterlere göre iki ders kitabı (6.sınıf MEB yayınları ders kitabı ile 11.sınıf Anka yayınları) birbirinden bağımsız olarak araştırmacı ve dersin yürütücüsü tarafından analiz edilmiştir. Bu iki analiz sonucunda elde edilen uyum derecesi “Güvenirlilik = $\frac{\text{Görüş Birliği}}{\text{Görüş Birliği} + \text{Görüş Ayrılığı}} * 100$ ” formülü ile hesaplanmıştır (Miles & Huberman, 1994). Hesaplama sonucunda iki araştırmacının bağımsız olarak yaptıkları analizlerin uyumuna yönelik güvenirlilik derecesi her iki ders kitabı için toplamda %96 olarak bulunmuştur. Miles ve Huberman (1994) iki farklı kodlayıcı arasındaki tutarlılığın %70 ve üzerinde olmasının veri analizlerindeki güvenirlilik için yeterli bir değer olduğunu belirtmektedir. Tüm bu bilgiler ve analizler ışığında, veri analizinin güvenilir olduğu kanaatine varılmıştır. Bu durum sonucunda, diğer ders kitaplarının analizini araştırmacı bu kriterlere göre bağımsız bir şekilde ve farklı zamanlarda olmak üzere her bir ders kitabı için üçer kez tekrarlamış ve aynı frekans değerlerini elde etmiştir.

Nitel araştırma yöntemlerinde geçerlik dört boyut altında incelenmektedir: İnanırcılık, aktarılabirlik, tutarlık ve teyit edilebilirlik (Yıldırım & Şimşek, 2021). Bir çalışmanın inandırıcı olabilmesi için bazı önemli kriterlere uyulması gerekmektedir. Bu kriterler; uzun süreli etkileşimin olması, derin odaklı veri toplama, çeşitleme, uzman incelemesi ve katılımcı teyididir. Bu çalışma özelinde araştırmacılar, araştırmanın veri kaynakları ile uzun süreli bir etkileşim içinde olmuşlardır. Araştırmada ders kitaplarının incelenmesi gerekliliğinden yola çıkılarak kitapların hepsi detaylı ve derinlemesine konu bağlamında tetkik edilerek veriler toplanmıştır. Çeşitleme ise veri kaynaklarının, yöntem ve araştırmacıların farklılaştırılması ve böylece elde edilen bulguların kapsam bakımından daha zengin ve doyurucu olmasına hizmet etmektedir. Bu bağlamda mevcut çalışmada veri kaynakları olarak 1. sınıftan 12. sınıfa kadar bütün matematik ders kitapları en fazla çeşitliliği sağlamak için araştırmaya dahil edilmiştir. Diğer taraftan yöntem olarak sadece doküman incelemesinin kullanılması ve veri çeşitlemesini tam olarak sağlayamamış olunması bu araştırmanın doğası ve araştırmanın amacı ile ilişkilidir. Araştırmacıların sayı

olarak birden fazla olması nedeniyle araştırmacılar da çeşitlemenin sağlandığı söylenebilir. Araştırma sürecinde konu bakımından uzman olan bir araştırmacı sürekli olarak yapılan araştırmayı farklı boyutlarıyla incelemiş ve elde edilen verilerin sağlıklı olması konusunda gerekli hassasiyeti göstermiştir. Aktarılabirlik; araştırma sonunda ulaşılan sonuçların benzer durumlara uygulanabilirliğine yönelik “geçici yargılara ulaşılması ve test edilebilecek denenceler oluşturulması” manasını içermektedir (Yıldırım & şimşek, 2021, s. 294). Guba ve Lincoln (1985) nicel araştırma yöntemlerindeki tekrar edilebilirliği ifade eden güvenirlik yerine tutarlık ifadesini kullanmışlardır. Nitel araştırmalarda çalışma sonuçlarının gerçek durumu göstermesi ve araştırmacının tarafsız bir şekilde bunları ortaya koyması teyit edilebilirlik kavramı ile açıklanmıştır. Bu  alışma bağlamında bahsedilen geçerlik boyutlarına sadık kalınmaya çalışılmıştır.

Bulgular

Araştırma soruları bağlamında ders kitaplarında üçgenler ünitelerinde kullanılan üçgen şekillerinin prototipiklik durumlarının yayınevi türü, üçgenlerin bulunduğu kısım, sınıf düzeyi, okul kademesi ve öğrenme alanı değişkenlerine göre dağılımlarına yönelik bulgular sırayla verilmiştir.

Matematik ders kitaplarında kullanılan üçgenlerin prototipiklik durumlarının yayınevi türüne göre dağılımı nasıldır?

Matematik ders kitaplarında kullanılan üçgenlerin prototipiklik durumlarının yayınevi türüne göre dağılımını yansıtan bulgular Tablo 1’de verilmiştir. Tablo 1 incelendiğinde tüm sınıf düzeylerinden MEB yayınları matematik ders kitaplarında kullanılan toplam 1283 üçgenin 1235 tanesinin (%96,3) ve özel yayınevlerine ait ders kitaplarında kullanılan 667 üçgenin 591 tanesinin (%88,6) prototipik üçgen kategorisinde olduğu tespit edilmiştir. Kullanılan   gen sayısının MEB yayınevine ait ders kitaplarında daha fazla olmasının sebebi çalışmanın kapsamını oluşturan ders kitaplarının 24 tanesinin MEB yayınevi tarafından ve 12 tanesinin ise özel yayınevi tarafından basılmış olmasından kaynaklanmaktadır. Fakat, oran olarak bakıldığında her ne kadar yayınevi türüne göre prototipik üçgen kullanımı her iki yayınevine ait matematik ders kitaplarında çok yüksek olsa da bu oranın MEB yayınevi tarafından hazırlanan ders kitaplarında daha fazla olduğu görülmektedir. Matematik ders kitaplarına yayınevi türü fark etmeksizin toplamda

bakıldığında prototipik üçgen şekli kullanma oranının %93,6 değeriyle yüksek bir oranda olduğu tespit edilmiştir.

Tablo 1. Ders kitaplarında kullanılan üçgenlerin prototipiklik durumlarının yayınevi türüne göre dağılımı

Yayınevi	Prototipik olan		Prototipik olmayan		Toplam
	f	%	f	%	
Özel	591	88,6	76	11,4	667
MEB	1235	96,3	48	3,7	1283
Toplam	1826	93,6	124	6,4	1950

Matematik ders kitaplarında kullanılan üçgenlerin prototipiklik durumlarının bulundukları kısımlara göre dağılımı nasıldır?

Yayınevi ve sınıf düzeyi ayırt edilmeksizin matematik ders kitaplarında kullanılan üçgenlerin prototipiklik durumlarının üçgenler ünitesinin kısımlarına göre dağılımı Tablo 2’de verilmiştir. Bu dağılıma bakıldığında öncelikle prototipik üçgen şeklinin kullanım oranının çok yüksek olduğu anlaşılmaktadır. Genel olarak prototipik üçgen kullanım oranının %93,6 olduğu hesaplanmıştır. Özel olarak, prototipik üçgen kullanım oranının ünite sonunda bulunan ünite değerlendirme testlerinde %97,4 oran ile en fazla, konu anlatımı kısmında ise %91,1 oranla en az olduğu görülmektedir. Ayrıca,  çgenler ünitelerinin örnek sorular kısımlarında prototipik üçgen kullanım oranının %96,4 ve alıştırmalar kısmında ise bu oranın %91,3 olduğu bulunmuştur.

Tablo 2. Ders kitaplarında kullanılan üçgenlerin prototipiklik durumlarının bulundukları kısımlara göre dağılımı

Üçgenin bulunduğu kısım	Prototipik olan		Prototipik olmayan		Toplam
	f	%	f	%	f
�rnek sorular	531	96,4	20	3,6	551
Konu anlatımı	460	91,1	45	8,9	505
Alıştırmalar	532	91,3	51	8,7	583
�nite değerlendirme	303	97,4	8	2,6	311
Toplam	1826	93,6	124	6,4	1950

Ders kitaplarında kullanılan üçgenlerin prototipiklik durumlarının sınıf düzeyine göre dağılımı nasıldır?

Matematik ders kitaplarında kullanılan üçgenlerin prototipiklik durumlarının sınıf düzeyine göre dağılımını yansıtan bulgular Tablo 3'te sunulmuştur.

Tablo 3. Ders kitaplarında kullanılan üçgenlerin prototipiklik durumlarının sınıf düzeylerine göre dağılımı

Sınıf düzeyi	Prototip olan		Prototip olmayan		Toplam
	f	%	f	%	
1. sınıf	128	100	0	0	128
2. sınıf	147	98,7	2	1,3	149
3. sınıf	67	93,1	5	6,9	72
4. sınıf	58	87,9	8	12,1	66
5. sınıf	81	93,1	6	6,9	87
6. sınıf	62	87,3	9	12,7	71
7. sınıf	19	90,5	2	9,5	21
8. sınıf	324	98,5	5	1,5	329
9. sınıf	696	91,9	61	8,1	757
10. sınıf	22	95,7	1	4,3	23
11. sınıf	180	90,9	18	9,1	198
12. sınıf	42	85,7	7	14,3	49

Tablo 3 incelendiğinde matematik ders kitaplarında prototipik üçgen şekli kullanma oranının tüm sınıf düzeylerinde %85,7 ve %100 aralığında olmak üzere yüksek ve benzer bir dağılım gösterdiği anlaşılmaktadır. Özel olarak bakıldığında, 1. sınıf düzeyindeki matematik ders kitaplarında prototipik üçgen kullanım oranının %100 olduğu anlaşılmaktadır. Diğer bir ifadeyle, 1. sınıf düzeyinde kullanılan 2 ders kitabında da prototipik olmayan üçgen şeklinin hiç kullanılmadığı anlaşılmaktadır. Ayrıca, ortaokul kademesinde 8. sınıf matematik ders kitabında prototipik üçgen kullanımının %98,5 ile yine çok yüksek bir oranda olduğu anlaşılmaktadır. Sınıf düzeyi bağlamında prototipik üçgen kullanım oranının %85,7 ile en az 12. sınıf düzeyinde olduğu tespit edilmiştir. Son olarak, üçgenler ünitesinin çok yoğun olduğu 9. sınıf düzeyinde ise prototipik üçgen kullanım oranının %91,9 ile yine yüksek bir oranda olduğu anlaşılmaktadır.

Ders kitaplarında kullanılan üçgenlerin prototipiklik durumlarının okul kademesine göre dağılımı nasıldır?

Matematik ders kitaplarında kullanılan üçgenlerin prototipiklik durumlarının okul kademelerine göre dağılımı Tablo 4'te verilmiştir. Bu dağılım incelendiğinde, prototipik olmayan üçgen kullanımının en fazla olduğu okul kademesinin %8,5 oranıyla lise matematik ders kitapları olduğu anlaşılmaktadır. Diğer bir ifadeyle, ilkokul (%96,4) ve ortaokul (%95,7) kademelerine ait matematik ders kitaplarında kullanılan prototipik üçgen oranının lise (%91,5) kademesindeki ders kitaplarında göreceli olarak daha fazla olduğu anlaşılmaktadır.

Tablo 4. Ders kitaplarında kullanılan üçgenlerin prototipiklik durumlarının okul kademesine göre dağılımı

Okul kademesi	Prototipik olan		Prototipik olmayan		Toplam
	f	%	f	%	
�lkokul	400	96,4	15	3,6	415
Ortaokul	486	95,7	22	4,3	508
Lise	940	91,5	87	8,5	1027

Ders kitaplarında kullanılan üçgenlerin prototipiklik durumlarının öğrenme alanlarına göre dağılımı nasıldır?

Matematik ders kitaplarında kullanılan üçgenlerin prototipiklik durumlarının öğrenme alanlarına göre dağılımını yansıtan bulgular Tablo 5'te sunulmuştur.

Tablo 5. Ders kitaplarında kullanılan üçgenlerin prototipiklik durumlarının öğrenme alanlarına göre dağılımı

Okul kademesi	öğrenme alanı	Prototip olan		Prototip olmayan		Toplam
		f	%	f	%	
�lkokul	Geometri	396	96,4	15	3,6	411
	�l�me	4	100	0	0	4
Ortaokul	Geometri ve �l�me	472	95,7	21	4,3	493
	Cebir	10	90,9	1	9,1	11
	Sayılar ve �şlemler	4	100	0	0	4
Lise	Geometri	919	91,4	87	8,6	1006
	Sayılar ve Cebir	7	100	0	0	7
	Veri, Sayma ve Olasılık	14	100	0	0	14

Farklı okul kademelerinin matematik dersi öğretim programlarındaki öğrenme alanı-alt öğrenme alanı yapısı farklı olduğundan dolayı matematik ders kitaplarında kullanılan üçgenlerin prototipiklik durumlarının öğrenme alanlarına göre dağılımı okul kademeleri de dikkate alınarak sunulmuştur. Buna göre, ilkokul kademesinde “ölçme” alanında, ortaokul kademesinde “sayılar ve işlemler” öğrenme alanında ve lise kademesinde “sayılar ve cebir” ve “veri, sayma ve olasılık” öğrenme alanlarında kullanılan tüm üçgen örneklerinin prototipik olduğu Tablo 5’ten anlaşılmaktadır. İlâveten, her üç kademe de matematik ders kitaplarında “geometri” öğrenme alanında kullanılan üçgen şekillerinin en fazla %8,6 oranında olmak üzere prototipik olmayan üçgen şekillerinden oluştuğu tespit edilmiştir.

Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada, Türkiye’de 2022-2023 eğitim-öğretim yılında hem özel hem devlet okullarında okutulan tüm matematik ders kitaplarında kullanılan üçgenlerin prototipik olup olmamaları bağlamında incelenmesi amaçlanmıştır. Matematik ders kitaplarında kullanılan üçgenlerin prototipiklik durumlarının sınıf düzeylerine göre dağılımı incelendiğinde, 1. sınıf matematik ders kitaplarında kullanılan üçgenlerin tamamının (%100), 2. sınıf matematik ders kitaplarında kullanılan üçgenlerin ise %98,7’sinin prototipik üçgenlerden oluştuğu görülmektedir. İlkokula yeni başlayan öğrencilerin bir eğitim-öğretim yılı boyunca prototipik olmayan herhangi bir üçgenle karşılaşmaması ve takip eden diğer eğitim-öğretim döneminde ise yalnızca 2 tane prototipik üçgen ile karşılaşması üçgenlerin tek tip konum ve pozisyonundan müteşekkil olduğu algısını oluşturmaktadır. Bu durum, üçgenlerin tanım ve kavram imajıyla alakalı olarak sınırlı bir algı oluşturup kısıtlı kavram algısına sebebiyet verebilmektedir (Marchini & Rinaldi, 2005).

Frekans bazında incelendiğinde, en fazla üçgen kullanımının toplam 757 üçgen ile 9. sınıf matematik ders kitaplarında olduğu tespit edilmiştir. Alt öğrenme alanı olarak üçgenlerin müstakil bir şekilde yer aldığı iki sınıf seviyesinden biri 9.sınıf matematik dersi öğretim programıdır. 9. sınıf geometri öğrenme alanında ele alınan üçgenler alt öğrenme alanının, 16 kazanım ve 70 ders saati ile 9. sınıf matematik öğretim programının ağırlık olarak %32’si gibi büyük bir kısmını oluşturması (MEB, 2021b), diğer sınıf seviyelerine göre yüksek frekanslı üçgen kullanımını açıklamaktadır. 9. sınıf matematik ders kitaplarındaki üçgenler prototipiklik bakımından incelendiğinde, prototipik üçgen kullanım oranının %91,9 olduğu görülmüştür. Kullanılan üçgen sayısının ve müfredat içeriğinin yoğun olmasına

rağmen prototipik üçgen kullanımının bu denli yüksek olması dikkat çekmektedir. Diğer bir ifadeyle, 9. sınıf matematik öğretim programı üçgenlerde eşlik ve benzerlik gibi üçgenlerin döndürme, öteleme ve ölçeklendirme hareketleri sonucunda farklı konum ve pozisyonlardan üçgenlerin kullanılmasına ve elde edilmesine elverişli olmasına rağmen bu araştırma kapsamındaki matematik ders kitaplarında prototipik olmayan üçgen sayısının 9. sınıf matematik ders kitaplarında dahi çok az olması dikkat çekmektedir.

Matematik ders kitaplarında kullanılan üçgenlerin prototipiklik durumlarının okul kademelerine göre dağılımını gösteren Tablo 4 incelendiğinde, ilkökul matematik ders kitaplarının tamamında toplam olarak 415 üçgen şekli kullanıldığı ve bu üçgenlerden 400 tanesinin prototipik üçgenlerden oluştuğu tespit edilmiştir. Elde edilen veriler ışığında, 12 yıllık zorunlu eğitim-öğretim sürecinin ilk halkasını oluşturan ilkökul kademesindeki öğrencilerin kullandıkları ders kitaplarında bulunan üçgenlerin %96,4'ünün prototipik üçgen olduğu görülmüştür. Üçgen şekilleriyle ilk defa tanışan ilkökul kademesindeki öğrencilerin bu denli yüksek oranlarda prototipik üçgenlerle karşılaşmaları daha önce de ifade edildiği üzere dört farklı kavram yanılgısı çeşidinden kısıtlı algılama ve aşırı özelleme türünden kavram yanılgılarına sebebiyet verebilmektedir (Marchini & Rinaldi, 2005; Zembat, 2014). Nitekim, Gezgin ve Bal'ın (2021) yaptığı çalışmada da ilkökul öğrencilerine dağıtılan ders kitaplarındaki örnek çeşitliliğinin kısıtlı olduğu ve zenginleştirilmesi gerektiği belirtilmiştir. Benzer şekilde, Akkoç'ta (2006) yapmış olduğu çalışmasında prototipik üçgenlerin öğrenmeye katkı sağladığını fakat bu türden örneklerin çok sık kullanılmasının öğrencilerde kısıtlı algılamaya sebebiyet verebileceğini de vurgulamıştır.

Ortaokul matematik ders kitapları incelendiğinde, toplamda 508 üçgen şeklinin kullanıldığı ve bu üçgenlerden 486 tanesinin prototipik üçgenlerden oluştuğu tespit edilmiştir. Elde edilen bulgulara göre ortaokul matematik ders kitaplarında kullanılan üçgenlerin %95,7'sinin prototipik olduğu görülmüştür. Matematik öğretim programları ve bu programlara göre hazırlanan matematik ders kitapları incelendiğinde, üçgenlerin; ortaokul kademesinde, ilkökul kademesine göre daha ayrıntılı bir şekilde ele alındığı anlaşılmaktadır. Özellikle 5. sınıf ve 8. sınıf matematik müfredatlarında üçgenler daha ayrıntılı bir şekilde ele alınmaktadır (MEB, 2021a). Örneğin, 8. sınıf matematik dersi öğretim programında üçgenler; "eşlik ve benzerlik" ve "dönüşüm geometrisi" konularıyla birlikte toplam 10 kazanım ve 36 ders saati ile 8. sınıf müfredatının ağırlık olarak %20'sini teşkil

etmektedir (MEB, 2021a). Buna rağmen ortaokul matematik ders kitaplarında kullanılan üçgenlerdeki prototipiklik oranı ilkokul kademesinde kullanılan matematik ders kitaplarıyla %1'in altında bir fark göstermektedir. Halbuki, ortaokul öğrencilerinin daha fazla sayıda ve çeşitlilikte prototipik üçgenlerle deneyim yaşaması beklenmektedir. Fakat, elde edilen verilere bakıldığında böyle bir tablonun olmadığı görülmektedir. Ortaokul matematik ders kitaplarında kullanılan üçgenlerin %95,6'sının prototipik üçgenlerden oluşması öğrencilerin üçgenleri kısıtlı algılamasına sebebiyet verebilmektedir. Nitekim, Türnüklü ve Berkün (2013) yaptığı çalışmada ortaokul öğrencilerinin, prototipik örnekleri çok sık kullandıklarını belirtmiştir. Aynı çalışmada elde edilen diğer bir bulguya göre ortaokul öğrencileri, üçgenin bir kenarının tabana paralel olması gerektiğini düşünmektedir. Öğrencilerdeki bu eğilime, pedagojik nedenlerden kaynaklı kavram yanılgıları (Bingölbali & Özmantar, 2015) olarak sınıflandırılan ve öğretmenlerin ve ders kitaplarının sebep olduğu düşünülmektedir. Nitekim, Gökbulut ve Ubuz (2013) ile Alkış-Küçükaydın ve Gökbulut (2013) sınıf öğretmeni adayları ve sınıf öğretmenleriyle, Uslu (2023) ise lise matematik öğretmenleri ile yürüttükleri çalışmalarında katılımcıların prototipik örnek kullanımına çok sık başvurduklarını ifade etmektedir. Bir başka deyişle, matematik öğretmenlerinin kullandıkları veya ders kitaplarında sunulan tek tip örneklerin sonucu, yani prototipik örnek kullanma alışkanlığının bu tip bir eğilimi neticelendirdiği söylenebilir.

Lise matematik ders kitapları incelendiğinde, toplamda 1027 üçgen şekli kullanıldığı ve bu üçgenlerden 940 tanesinin prototipik üçgenlerden oluştuğu tespit edilmiştir. Elde edilen verilere göre lise kademesindeki öğrencilerin kullandıkları ders kitaplarında bulunan üçgenlerin %91,5'inin prototipik olduğu görülmüştür. Lise kademesinde ele alınan üçgenler, müfredatın içeriği gereği olarak ilkokul ve ortaokul kademelerine göre çok daha ayrıntılı işlenmektedir. Bu sebeple lise kademesindeki matematik ders kitaplarında bulunan toplam üçgen sayısı, ilkokul ve ortaokul kademesindeki matematik ders kitaplarında bulunan üçgen sayısının tamamından daha fazladır. Bu durumun gerçekleşmesi çok doğal bir sonuç olarak belirmektedir. 12 yıllık zorunlu eğitim-öğretim sürecinin son halkasını oluşturan lise kademesindeki öğrencilerin kullanmış oldukları matematik ders kitaplarında, prototipik olmayan örnek yoğunluğunun daha fazla olması beklenen bir sonuç olarak kabul edilebilir. Fakat, bu fark ortalama %4-5 gibi nispeten büyük olmayan bir oran farkı olarak ölçülmüştür. Lise kademesinde prototipik örneklerin bu denli sık kullanılması, ilkokul ve ortaokul

kademesindeki matematik ders kitaplarında kullanılan prototipik üçgen yoğunluğuna bağlı olarak ortaya çıkan kısıtlı algılamayı pekiştirebilmektedir. Bu çalışmayı destekler nitelikte, Eroğlu ve Akkuş (2021) tarafından yapılan çalışmada ortaöğretim matematik ders kitabındaki girdi temsillerinin çeşitliliğinin eksik olduğu belirtilmiştir. Girdi temsillerinin eksikliği veya yanlışlığı, çıktıları yani öğrenci öğrenmelerini olumsuz etkilemektedir (Sierpinski, 1992). Akkoç (2006) çalışmasında ortaöğretim öğrencilerinin prototipik örnekleri kullanmalarının öğrenmeyi olumlu etkilediğini belirtmişse de prototipik örneklerin çok sık kullanılması ve prototipik olmayan örnekler yer verilmemesinin, öğrencilerin kavramları kısıtlı algılamalarına sebebiyet verebileceğini de vurgulamaktadır. Sonuç olarak, matematik ders kitaplarında kullanılan prototipik üçgen oranlarının sınıf düzeylerine göre ciddi bir farklılık göstermediği ve ders kitaplarında çok sık prototipik örnekler kullanıldığı görülmektedir. Yurtdışındaki matematik ders kitaplarıyla ilgili yapılan çalışmalarda da bu araştırmanın bulgularına benzer bulgular bulunmuş ve matematik ders kitaplarında prototipik örneklerin sıklıkla kullanıldığı raporlanmıştır (Bütüner & Filiz, 2017; Clements & Sarama, 2007; Gutiérrez, 2014; Monaghan, 2000; Rivera, 2015; Vinner, 1991). Örneğin, bu çalışmada üçgenler bağlamında elde edilen bulgulara paralel olarak Monaghan'ın (2000) dörtgenler bağlamında yapmış olduğu çalışma, Londra'da bulunan ders kitabı materyallerinin çoğunda dikdörtgenin prototipik olarak sunulduğunu raporlamıştır.

Sonuç olarak prototipler, bir kavramın diğer örnekleriyle en yüksek korelasyona sahip olan ve dolayısıyla kavramın yapısını bir bütün olarak diğer örneklerden daha iyi yansıtmaya eğiliminde olan standart pozisyonundaki örneklerdir (Yerushalmy & Chazan, 1990). Ancak, prototipler bir kavramın ilk öğreniminde etkili olsa da çok sık prototipik örnek kullanımının; bireylerde bilişsel oluşumu, akıl yürütmeyi ve daha kapsamlı kavram öğreniminin gelişimini engelleyebileceği öne sürülmektedir (Kellogg, 1980; Levenson vd., 2008).

Bu çalışmanın bulgu ve sonuçlarına dayalı olarak matematik eğitimi alanından araştırmacılara, matematik öğretmenlerine ve öğretmen adaylarına, matematik ders kitabı hazırlayan komisyonlara ve matematik eğitiminde rol alan diğer paydaşlara yönelik bazı öneriler sunulmuştur. Her ne kadar, pratiğe ve teoriğe yönelik tavsiye edilen öneriler matematik eğitimi özelinde teklif edilse de bu önerilerin çeşitli branşların alan eğitimi bağlamında da dikkate alınmasının faydalı olacağı düşünülmektedir.

Yeni bir konunun öğretme sürecinin başlarında prototipik şekillerin kullanılması öğrenmeyi etkin kılması açısından önerilmektedir. Söz konusu bu durum üçgenler konusunun öğretilmesi özelinde de geçerlidir. Fakat konu genişledikçe çeşitli konum, pozisyon ve büyüklüklerde farklı örnekler öğrencilere sunulmazsa öğrencilerin söz konusu bu kavramlarla ilgili kısıtlı öğrenmeleri ortaya çıkabilir. Dolayısıyla, öğrenme girdileri yani öğrenciye aktarılan üçgenler farklı şekillerde, büyüklüklerde ve pozisyonlarda tasarlanarak ve özel-genel durumlar dikkate alınarak öğrencilere aktarılmalıdır.

Geometrik şekiller öğretilirken, birbiriyle ortak özellikleri bulunan şekillerin karıştırılmaması için benzer ve farklı yönler kavram hiyerarşisi de dikkate alınarak açık bir şekilde ifade edilmelidir. İki kavram arasında kavram yanlışlarına sebebiyet verebilecek boşlukların oluşmaması gerekliliği dikkate alınmalıdır. Örneğin, eşkenar üçgenlerin; ikizkenar üçgenlerin özel bir türü olduğu açık bir şekilde belirtilmelidir. Bu durum farklı geometrik şekiller için de düşünülmelidir. Karenin dikdörtgen için, eşkenar dörtgenin deltoid için özel bir tür bağlamında düşünülmesi gerektiği de bu türden bir yaklaşımdır. Öğretmenlerin sınıf ortamında geometrik şekilleri çizerken sürekli tek tip konumda ve biçimde olan şekilleri çizmeleri veya sınıf tahtası, kapı, pencere, resim çerçeveleri gibi hep aynı konum ve biçimdeki standart günlük yaşam örneklerini kullanmaları, öğrencilerin bu şekilleri kalıplaştırmalarına neden olabilmektedir. Bunun sonucunda da öğrencilerin yaratıcı düşünememe durumunun ortaya çıkabilmesi olasıdır. Öyle ki; Purevdorj (2016) ilkökul 1-5. sınıf öğrencilerinin çevrelerindeki görsel prototipleri, öğrenilen kavramın yerine koyduğunu belirterek bu durumun oluşturabileceği probleme temas etmiştir.

Öğrencilerin geometrik şekillere yönelik sahip oldukları kavram imajlarını geliştirmek ve zenginleştirmek için ders kitaplarında kavramlara ait örneklerin prototipik örneklerle sınırlı olmaması ve farklı temsil biçimleriyle verilmesi gereklidir. Zira öğrencilerin prototipik çizimler ile sınırlı kalmalarında, öğretmenler ve ders kitapları etkili hatta baskın bir faktör olarak belirlemektedir. Geometrik kavram yanlışlarını konu alan çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin yaptığı çizimlerin genellikle ders kitaplarında verilen örnekler ve/veya öğretmenlerin sınıfta kullandıkları prototipik çizimlerle paralel olduğu tespit edilmiştir. Günlük hayattan verilen üçgen örnekleri veya Geogebra, Geometer's Sketchpad gibi dinamik geometri yazılımları aracılığıyla oluşturulan şekiller farklı açılarda konumlandırılarak öğrencilere aktarılmalıdır. Böylelikle tek tip üçgen öğrenimi engellenerek

farklı üçgen çeşitlerinin ve bunları temsil eden şekillerinin olduğu anlaşılmış olur. Ayrıca, Sevgi'nin (2019) ifade ettiği üzere dönüşüm geometrisi altında dört çeşit dönüşüm hareketi olarak “öteleme, dönme, yansıma ve genişletme (dilation)” bulunmaktadır. Bu hareketler, referans alınan geometrik yapıların farklı konum, pozisyon veya büyüklüklerde neticelenmesini gerektirmektedir. Böylelikle öğrencilerin eğitimlerinin ilerleyen dönemlerinde karşılaşacakları ve prototipik olmayan şekiller için örtük de olsa bir temel veya aşinalık oluşturulması açısından geometrik şekillerin öğretilmesi sürecinde prototipik şekillerle sınırlı kalınmaması önemli olmaktadır. Nihayetinde prototipik üçgen kullanımı bütünü doğru veya bütünü yanlış değildir.

İlgili literatür, prototipik örneklerin ilk öğrenmeleri kolaylaştırdığına ve kararında kullanılması halinde faydalı olacağına işaret etmektedir. Fakat, incelenen ders kitaplarına bu perspektiften bakıldığında prototipik örnek kullanımının prototipik olmayan örnek kullanımına göre çok yüksek oranlarda olduğu görülmektedir. Yani matematik ders kitapları hazırlanırken bu hususun göz ardı edildiği söylenebilir. Oysa yapılan çalışmalar, prototipik örneklerle ilgili kalınmasının yeterli olamayacağını da net bir şekilde belirtmektedir. Dolayısıyla, hayatımızdaki her şey gibi bunun da kararında kullanılması öğrenme açısından daha uygun olacaktır. Zira, öğrencilerin veya öğretmenlerin tek bir forma bağlı kalarak öğrenme çeşitliliğinin azaltılması; öğrenme konumunda olan her bireyin zihninde veya düşüncelerinde daralmaya sebebiyet verecektir. Örneğin, Tezer (2018) üçgenleri; eşkenar üçgen şeklinde temsil etmenin tamamen yanlış bir tutum olduğunu ve bu tutumun gerçekten matematik adına kötü bir geleceğin habercisi olduğunu ifade etmektedir. Söz konusu bu durum, sadece matematik veya geometri özelinde geçerli olmayıp hayatın her alanında karşımıza çıkmaktadır. Yani her alanda çok sık “prototip” kullanımından kaçınmak ürün ve düşünce zenginliğini geliştirebilecektir. Türkiye’de prototipik üçgen kullanımıyla ilgili kapsamlı bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Mevcut çalışma ile söz konusu bu eksiğin kapatılması hedeflenmiştir. Fakat, üçgenlerle beraber; dikdörtgen, kare, küp, silindir vb. diğer geometrik şekillerle ilgili karşılaşılan çalışmaların da yok denecek kadar kısıtlı olduğu görülmüştür. Elde edilen veriler ışığında bu kavramlarla ilgili bilimsel çalışmaların yapılmasının faydalı olacağı düşünülmektedir.

Sınırlılıklar

Bu çalışma, doküman incelemesi yöntemiyle Türkiye'de 2022-2023 eğitim-öğretim yılında Millî Eğitim Bakanlığı tarafından yayımlanan matematik ders kitaplarında yer alan üçgen örneklerinin prototipiklik açısından incelenmesiyle sınırlıdır. Bu bağlamda çalışmanın aşağıdaki sınırlılıkları bulunmaktadır:

Zaman Sınırlılığı: Çalışma yalnızca 2022-2023 eğitim-öğretim yılına ait ders kitaplarını kapsamaktadır. Bu nedenle farklı yıllarda yayımlanan ders kitaplarıyla karşılaştırmalı bir değerlendirme yapılamamıştır.

Kaynak Sınırlılığı: İncelenen ders kitapları yalnızca Millî Eğitim Bakanlığı ve özel yayınevleri tarafından resmî olarak yayımlanan matematik ders kitaplarıyla sınırlıdır. Özel yayınevlerine ait yardımcı kaynaklar veya öğretmen kılavuz kitapları gibi kitaplar çalışmaya dâhil edilmemiştir.

Yöntemsel Sınırlılık: Doküman incelemesi yöntemi gereği, üçgenlerin prototipiklik düzeyi yalnızca görsel özellikler üzerinden yorumlanmıştır. Öğrencilerin bu görsellere yönelik algıları, prototipik temsillerin öğrenmeye etkisi ya da öğretmenlerin kullanım biçimleri gibi uygulamalı veriler çalışmaya dâhil edilmemiştir.

Değerlendirme Ölçütü Sınırlılığı: Prototipiklik değerlendirmesi belirli literatür esas alınarak yapılmış ve üçgenlerin belirli görsel ve yapısal özellikleri (örneğin eşkenar, düzgün konumlandırılmış, iç açılarının kolaylıkla ayırt edilebildiği) dikkate alınmıştır. Bu nedenle farklı bakış açılarıyla yapılacak değerlendirmelerde sonuçlar değişebilir.

Son olarak araştırmada genelleme amacının güdülmemesi de araştırmanın bir diğer sınırlılığıdır.

Bilgilendirme

Bu çalışmada insan veya hayvan deneklerinden veri toplanmamıştır. Bu nedenle çalışma, etik kurul onayı gerektiren çalışmalar kapsamında yer almadığından etik kurul onayı alınmamıştır.

Yazar Katkı Beyanı

Ali İhsan MUT: Literatür taraması, veri toplama formunun hazırlanması ve geliştirilmesi, verilerin yorumlanması, inceleme-yazma, düzenleme.

Muhammed Ahmet PEKYEN: Literatür taraması, verilerin toplanması ve işlenmesi, verilerin analizi, inceleme-yazma.

Himmet KORKMAZ: Kavramsallaştırma, metodoloji, denetim, inceleme-yazma, düzenleme.

Kaynaklar

- Akkaya, S. (2018). *İlkokul dördüncü sınıf matematik dersinde geometri alt öğrenme alanlarına ilişkin kavram yanlışlarının giderilmesinde oyun temelli öğretimin etkisi* (Tez No. 520309). [Doktora Tezi, İnönü Üniversitesi]
- Akkoç, H. (2006). Fonksiyon kavramının çoklu temsillerinin çağrıştırdığı kavram görüntüleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(30), 1-10.
- Alkış-Küçükaydın, M. & Gökbulut, Y. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının geometrik cisimlerin tanımlanması ve açılımlarına ilişkin kavram yanlışları. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 2(1), 2147-1606.
- Artut, P. D., & Ildırı, U. A. (2013). Matematik ders ve çalışma kitabında yer alan problemlerin bazı kriterlere göre incelenmesi. *Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 22(2), 349-364.
- Ayaz, Ü. B. (2016). *Ortaokul öğrencilerinin dörtgenlere ait kavram imajları* [Yüksek lisans tezi]. Necmettin Erbakan Üniversitesi
- Aydın-Karaca, Ö. (2014). *8. sınıf öğrencilerin uzunluk, alan ve hacim ölçme kavramlarını anlamaya ilişkin yeterliliklerinin incelenmesi*. [Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi]. Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Bayram, A. A. (2022). *İlkokul matematik 2. sınıf ders kitabı*. Pasifik Yayınları.
- Bingölbali, E., & Özmantar, M. F. (2015). *Matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri. Matematiksel kavram yanlışları: sebepleri ve çözüm arayışları*. Pegem Akademi Yayıncılık.
- Bishop, A. J. (1986). What are some obstacles to learning geometry. *Studies in mathematics education*, 5, 141-159.
- Bowen, G. A. (2009). Document analysis as a qualitative research method. *Qualitative Research Journal*, 9(2), 27-40. <https://doi.org/10.3316/QRJ0902027>.
- Bütünler, S. Ö. & Filiz, M. (2017) Exploring high-achieving sixth grade students' erroneous answers and misconceptions on the angle concept. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 48(4), 533-554.
- Cırtıcı, H., Gönen, İ., Araç, D., Özarslan, M., Pekcan, N., & Şahin, M. (2021). *Ortaokul ve imam hatip ortaokulu matematik ders kitabı 5*. Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. In F. K. Lester, Jr. (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 461-555). New York: Information Age Publishing.
- Cornu, B. (2002). Limits. In: Tall, D. (eds) *Advanced mathematical thinking*. Mathematics Education Library, vol 11. Springer, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_10
- Çelik, D. & Güneş, G. (2007). 7, 8 ve 9. Sınıf öğrencilerinin olasılık ile ilgili anlama ve kavram yanlışlarının incelenmesi. *Millî Eğitim Dergisi*, 173, 361-375.
- Çepni, S. (2016). *PISA ve TIMSS mantığını ve sorularını anlama*. Pegem Akademi.
- Demirer, M. (2019). *Teknoloji destekli yürütülen üçgenler konusunun öğretim sürecinden yansımalar: Kavram imajı örneği*. [Yüksek lisans tezi]. Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi, Zonguldak.
- Develi, M. H. & Orbay, K. (2003). İlköğretimde niçin ve nasıl bir geometri öğretimi. *Millî Eğitim Dergisi*, 157(1).
- Duatepe-Paksu, A. (2016). Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri . E. Bingölbali, S. Arslan, & İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler* (s. 265-275). Pegem Akademi.
- Ergün, S. (2010). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin çokgenleri algılama, tanımlama ve sınıflama biçimleri* [Yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi.

- Eroğlu, D. & Akkuş, B. (2021). 9. sınıf matematik ders kitabındaki üçgenler ünitesinin çoklu temsiller bağlamında incelenmesi. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi*, 12(2), 786-804.
- Furinghetti, F., Matos, J. M., & Menghini, M. (2012). From mathematics and education, to mathematics education. In *Third International and Book of Mathematics Education* (pp. 273-302). Springer New York.
- Gal, H., & Linchevski, L. (2010). To see or not to see: Analyzing difficulties in geometry from the perspective of visual perception. *Educational studies in mathematics*, 74, 163-183.
- Gezgin,  . & Bal, A. P. (2021).  lkokul 1. sınıf matematik dersi   retim programının de erlendirilmesi. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 20(77), 17-39.
- Gökbulut, Y. & Ubuz, B. (2013). Sınıf   retmeni adaylarının prizma bilgileri: Tanım ve örnekler oluşturma. * lk  retim Online Dergisi*, 12(2), 401-412.
- Guba, Y. S. & Lincoln, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry*. Sage.
- Guti rrez, A. (2014). Geometry. In P. Andrews, & T. Rowland (Eds.), *Master class in mathematics education: International perspectives on teaching and learning* (pp. 151- 164). Bloomsbury. <https://doi.org/10.5040/9781350284807.ch-013>
- Gutiérrez, A., & Jaime, A. (1999). Preservice primary teachers' understanding of the concept of altitude of a triangle. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 2(3), 253-275.
- G l, G. (2004). Birey toplum e itim ve   retmen. *Hasan Ali Y cel E itim Fakültesi Dergisi (HAYEF)* 1(1), 223-236.
- Güven, B. (2002). *Dinamik geometri yazılımı Cabri ile ke federek   renme*. [Yüksek lisans tezi] Karadeniz Teknik Üniversitesi
- Hershkowitz, R. (1989). Visualization in geometry-Two sides of the coin. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(1), 61-76.
- Hitt, F. (1998). The role of semiotic representations in the learning of mathematics. Bills, L. (Ed.) *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 18(3), 23-28.
- Işık, A.,  ilta , A., & Bekdemir, M. (2010). Matematik E itiminin Gereklili i ve  nemi. *Atat rk Üniversitesi Kazım Karabekir E itim Fakültesi Dergisi*, 17, 174-184.
- Kaya, N. (2018). *Ortaokul sekizinci sınıf   rencilerinin üçgenler konusundaki kavram yanlışlıklarının incelenmesi*. [Yüksek lisans tezi].  n n   niversitesi.
- Kellogg, R. (1980). Feature frequency and hypothesis testing in the acquisition of rulegoverned concepts. *Memory & Cognition*, 8, 297-303
- Ko , O. U., Uysal Ko , O. & Ba er, N. (2011). G rselle tirme yakla ımının matematikte   renilmi   aresizli e ve soyut d   nmeye etkisi. *Batı Anadolu E itim Bilimleri Dergisi*, 2(3), 89-108.
- Kuzniak, A., & Rauscher, J. C. (2011). How do teachers' approaches to geometric work relate to geometry students' learning difficulties?. *Educational studies in Mathematics*, 77, 129-147.
- León, A. (2021). New elements of Euclidean geometry, viewed. https://www.researchgate.net/publication/355042152_New_Elements_of_Euclidean_Geometry
- Levenson, E., Tirosh, D. & Tsamir, P. (2008). Intuitive nonexamples: The case of triangles. *Educational Studies in Mathematics*, 69(2), 81-95.
- Lezgi, M. (2023). *Türkiye'de geometri   renme alanındaki kavram yanlışlı arı üzerine yapılı  bilimsel  alı maların analizi*. [Yüksek lisans tezi]. Dicle Üniversitesi
- Lupyan, G. (2017). The paradox of the universal triangle: Concepts, language, and prototypes. *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 70(3), 389-412.

- Mamirov, M. (2024). Historical development of mathematics: ancient mathematicians, their works, and contributions to the development of mathematics. *Journal of Management and Economics*, 4(11), 13–19. Retrieved from <https://inlibrary.uz/index.php/jme/article/view/57703>
- Marchini, C., & Rinaldi, M.G. (2005). Geometrical pre-conceptions of 8 years old pupils. In *European Research in Mathematics Education IV Congress proceedings*, Spain, 17-21 February, 748-755.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2nd ed.). Sage Publications, Inc.
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2018). *Matematik dersi  ğretim programı ( lkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Devlet Kitapları Müdürlüğü. Son erişim tarihi: 14.12.2024
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2021a). *Matematik dersi  ğretim programı ( lkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Devlet Kitapları Müdürlüğü.
- Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2021b). *Matematik dersi  ğretim programı (Ortaöğretim 9, 10, 11 ve 12. Sınıflar)*. Devlet Kitapları Müdürlüğü.
- Mitchelmore, M., & White, P. (2000). Development of angle concepts by progressive abstraction and generalization. *Educational Studies in Mathematics*, 41(3), 209–238.
- Monaghan, F. (2000). What difference does it make? Children's views of the difference between some quadrilaterals. *Educational Studies in Mathematics*, 42, 179-196.
- Okur, T. (2006). *Geometri dersindeki başarsızlıkların nedenleri ve     m yolları* [Yüksek lisans tezi, Sakarya Üniversitesi].
- Olkun, S., & Aydoğdu, T. (2003).     nc  uluslararası matematik ve fen araştırması (TIMSS) nedir? Neyi sorgular?  rnek geometri soruları ve etkinlikler. * lk ğretim Online*, 2(1), 28-35.
- Ornstein, A. C., & Hunkins, F. P. (2017). *Curriculum: Foundations, principles, and issues*. 7th ed. Pearson.
-  zkan, K. (2019). *Farklı  ğretim kademesindeki öğrencilerin dörtgenlere ilişkin bilgi düzeyleri ve kavram yanılığlarının incelenmesi* [Yüksek lisans tezi]. Uşak Üniversitesi
- Parlak,  .  . (2019). *9.sınıf  ğrencilerinin üçgenlerde temel kavramlara ilişkin kavram yanılığlarının incelenmesi*. [Yüksek lisans tezi]. Gazi Üniversitesi.
- Purevdorj, O. (2016). Teacher mathematical knowledge for teaching geometry in mongolian secondary schools-focusing on concept image and concept definition theory. *Journal of JASME: Research in Mathematics Education*, 22(1), 79-104.
- Rawson, K.A., Thomas, R.C. & Jacoby, L.L. (2015). The power of examples: Illustrative examples enhance conceptual learning of declarative concepts. *Educ Psychol Rev* 27, 483–504. <https://doi.org/10.1007/s10648-014-9273-3>
- Rivera, F. (2015). *Effect of instruction and textbook adoption procedures on kindergarten students' learning of the concept of rectangle* [Unpublished doctoral dissertation]. The University of Texas-Pan American, Edinburg, TX
- Rosch, E. H. (1973). Natural categories. *Cognitive Psychology*, 4(3), 328-350.
- Sak, R., şahin Sak,  . T., öneren-şendil,  ., & Nas, E. (2021). Bir araştırma yöntemi olarak doküman analizi. *Kocaeli Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 4(1), 227-250.
- Sarı-Arkan, S. (2019). *Bir ortaokul matematik öğretmeninin dörtgenler konusundaki söylemlerinin değişiminin incelenmesi* [Doktora Tezi]. Hacettepe Üniversitesi
- Schwarz, B., & Hershkowitz, R. (1999). Prototypes: brakes or levers in learning the function concept? *Journal for Research in Mathematics Education*, 30, 362-389.

- Sevgi, S. (2019). *Dönüşüm geometrisi etkinliklerine kültürel bağlamın dahil edilmesi sonucu oluşan öğrenci yaklaşımları* [Yüksek Lisans Tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi.
- Sierpinska, A. (1992). On understanding the notion of function. In G. Harel & E. Dubinsky (Eds.), *The concept of function, aspects of epistemology and pedagogy* (Vol. 25, pp. 25–58). Washington DC: Mathematical Association of America.
- Smith, J. T. (2010). Definitions and nondefinability in geometry. *The American Mathematical Monthly*, 117(6), 475–489. <https://doi.org/10.4169/000298910X492781>
- Şengül-Akdemir, T. (2017). *Ortaokul öğrencilerinin açılar ve üçgenler ile ilgili kavram imgeleri* [Yüksek lisans tezi]. Dokuz Eylül Üniversitesi.
- Şirin, B. & Yıldız, A. (2020). 8.sınıf matematik ders kitabının PISA temel matematik beceri seviyelerine göre incelenmesi. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 9(4), 1158-1176.
- Tapan-BROUTIN, M.S. (2014). Matematiksel nesnelerin yapısı ve temsiller: Klasik semiyotik üçgenin geometri öğretimine yansımalarının analizi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27(1), 255-282. <https://doi.org/10.19171/uuefd.49474>
- Tapan-BROUTIN, M. S. (2016). Çizim- geometrik şekil – geometrik nesne kavramları ışığında çizimlerin yorumlanmasının etkileyen faktörler. E. Bingölbali, S. Arslan, & İ. Ö. Zembat (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler* (s. 307-323). Pegem Akademi Yayıncılık.
- Tezer, C. (2018). Math 373 – Geometry I Lecture Notes. Erişim tarihi: 09.01.2024 <https://ocw.metu.edu.tr/course/view.php?id=31>
- Türnüklü, E., & Berkün, M. (2013). İlköğretim 5 ve 7. sınıf öğrencilerinin çokgenleri sınıflandırma stratejileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 21(1), 337-356.
- Türnüklü, E., Gündoğdu-Alaylı, F., Ergin, A. S., Baştürk-Şahin, B. N. (2016). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının şekil oluşturma düzeylerinin bazı değişkenlerle ilişkisi. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education*, 10(1). <https://doi.org/10.17522/nefmed.54491>
- Uslu, E. (2023). *Matematik öğretmenlerinin dörtgen tanımları ve dörtgen sınıflandırmaları*. [Yüksek lisans tezi]. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi
- Ünlü, M. (2014). *Geometri başarısını etkileyen faktörler: Bir yapısal eşitlik modellemesi* [Doktora tezi]. Necmettin Erbakan Üniversitesi
- Vinner, S. (1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In: Tall, D. (eds) *Advanced mathematical thinking*. Mathematics Education Library, 11, 65-81. Springer, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_5
- Yerushalmy, M., & Chazan, D. (1990). Overcoming visual obstacles with the aid of the Supposer. *Educational Studies in Mathematics*, 21(3), 199-219.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2021). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. (12. Baskı). Seçkin.
- Zembat, İ. Ö. (2014). Sayıların farklı algılanması-sorun sayılarda mı, öğrencilerde mi yoksa öğretmenlerde mi? In M. F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç, *Matematiksel kavram yanlışları ve çözüm önerileri* (ss. 41-59). Pegem.
- Zeybek, Z., Üstün, A., & Birol, A. (2018). Matematiksel ispatların ortaokul matematik ders kitaplarındaki yeri. *İlköğretim Online*, 17(3), 1317-1335.

Ek 1.

İncelenen Ders Kitapları

Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2022a). İlköğretim 1. sınıf matematik ders kitabı. Açılım Matbaacılık.
 Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2022b). İlköğretim 1. sınıf matematik ders kitabı. MEB Matbaacılık.
 Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2022c). İlköğretim 2. sınıf matematik ders kitabı. Pasifik Matbaacılık.
 Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2022ç). İlköğretim 2. sınıf matematik ders kitabı. MEB Matbaacılık.
 Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2022d). İlköğretim 3. sınıf matematik ders kitabı. Tuna Matbaacılık.
 Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2022e). İlköğretim 3. sınıf matematik ders kitabı. MEB Matbaacılık.
 Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2022f). İlköğretim 4. sınıf matematik ders kitabı. Sevgi Matbaacılık.
 Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2022g). İlköğretim 4. sınıf matematik ders kitabı. MEB Matbaacılık.
 Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2022ğ). İlköğretim 5. sınıf matematik ders kitabı. Özgün Matbaacılık.
 Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2022h). İlköğretim 5. sınıf matematik ders kitabı. MEB Matbaacılık.
 Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2022i). İlköğretim 6. sınıf matematik ders kitabı. KOZA Matbaacılık.
 Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2022ı). İlköğretim 6. sınıf matematik ders kitabı. MEB Matbaacılık.
 Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2022j). İlköğretim 7. sınıf matematik ders kitabı. Berkay Matbaacılık.
 Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2022k). İlköğretim 7. sınıf matematik ders kitabı. MEB Matbaacılık.
 Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2022l). İlköğretim 8. sınıf matematik ders kitabı. Koza Matbaacılık.
 Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2022m). İlköğretim 8. sınıf matematik ders kitabı. MEB Matbaacılık.
 Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2022n). Ortaöğretim 9. sınıf matematik ders kitabı. Pasifik Matbaacılık.
 Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2022o). Ortaöğretim 9. sınıf matematik ders kitabı. MEB Matbaacılık.
 Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2022ö). Ortaöğretim 9. sınıf matematik ders kitabı. MEB Matbaacılık.
 Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2022p). Ortaöğretim 10. sınıf matematik ders kitabı. Anka Matbaacılık.
 Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2022r). Ortaöğretim 10. sınıf matematik ders kitabı. MEB Matbaacılık.
 Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2022s). Ortaöğretim 10. sınıf matematik ders kitabı. MEB Matbaacılık.
 Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2022ş). Ortaöğretim 11. sınıf matematik ders kitabı. Anka Matbaacılık.
 Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2022t). Ortaöğretim 11. sınıf matematik ders kitabı. MEB Matbaacılık.
 Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2022u). Ortaöğretim 11. sınıf matematik ders kitabı. MEB Matbaacılık.
 Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2022ü). Ortaöğretim 12. sınıf matematik ders kitabı. Tutku Matbaacılık.
 Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2022v). Ortaöğretim 12. sınıf matematik ders kitabı. MEB Matbaacılık.
 Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) (2022y). Ortaöğretim 12. sınıf matematik ders kitabı. MEB Matbaacılık.

Ek 2.

Matematik Ders Kitaplarındaki Üçgen Şekillerinin Prototipiklik Durumunu İnceleme Formu

Sınıf	Kitap	Yayınevi	Sayfa Aralığı	Konu	Geometrik Şekil	Konu Anlatım		Örnek Sorular		Alıştırmalar		Ünite Değerlendirme Soruları	
						Prototipik Örnek Sayısı	Prototipik Olmayan Örnek Sayısı	Prototipik Örnek Sayısı	Prototipik Olmayan Örnek Sayısı	Prototipik Örnek Sayısı	Prototipik Olmayan Örnek Sayısı	Prototipik Örnek Sayısı	Prototipik Olmayan Örnek Sayısı