

Bir Mantık Sistemini Aforoz Etmek: İkinci Derece Mantığın Statüsü Hakkında Yeni Tartışmalar

Excommunicating a Logical System: New Debates on the Status of Second-Order Logic

Ali Bilge Öztürk¹  

¹ Akdeniz Üniversitesi, Edebiyat Fakültesi, Felsefe Bölümü, Antalya, Türkiye.

Öz

Biçimsel mantık sistemleri bir ifadenin değillenmiş biçiminin nasıl kurulacağını biçimsel yolla gösterir, her ne kadar çeşitli mantık sistemlerinin değilleme anlayışları farklı olsa da. Peki, bir mantık sisteminin kendisi nasıl değillenir? Diğer bir ifadeyle, bir argümanlar topluluğunu geçerli kılan bir kalkülüs, ne zaman, yani hangi koşullarda (sözcüğün belirli bir anlamında) “yanlış” görülüp terk edilir? Mantık tarihi incelendiğinde bunun açık bir ölçütünü bulmak güç bir iştir. Ancak bu çalışmada, böyle bir terkin henüz tamamen gerçekleşmemiş olsa da olası bir örneği incelenmektedir. 20. yüzyılın başında biçimsel mantığın doğal bir sistemi olarak görülen ikinci derece mantık (İDM), görece uzun zamandır mantıktan aforoz edilmektedir. Bu aforoz uluslararası eğitim kurumlarında ve pedagojik yapıtlarda büyük oranda tamamlanmıştır. Buna karşın çeşitli matematik ve felsefe çevreleri ikinci derece mantığın terk edilmemesi gerektiğini savunmaya devam etmektedir. Bu çalışmada işaret edilen tartışmalar teknik boyutlarıyla birlikte incelenmekte ve konuya dair son yıllardaki önemli gelişmeler de okuyucuya sunulmaktadır.

Abstract

Formal logical systems demonstrate, by formal means, how to construct the negated form of a statement—even though different logical systems may conceive of negation differently. But how might a logical system itself be negated? In other words, under what conditions (in a particular sense of the word) is a calculus that validates a given body of arguments deemed 'wrong' and subsequently abandoned? When one looks to the history of logic, it becomes apparent that there is no readily available or well-defined criterion by which such abandonment is decided. Nevertheless, this study examines a possible instance of such an abandonment, even if it has not yet been fully realized. Second-order logic (SOL), which was once considered a natural extension of formal logic in the early 20th century, has for some time been excommunicated from the domain of logic. This excommunication has been largely accomplished within international academic institutions and pedagogical texts. Nevertheless, various mathematical and philosophical circles continue to argue that second-order logic should not be forsaken. The present study investigates the technical dimensions of these debates and presents the reader with recent significant developments on the subject.

Anahtar Kelimeler

Niceleme • mantıksalcılık • adcılık • çoğul niceleme • metamantık

Keywords

Quantification • logicism • nominalism • plural quantification • metalogic



“ Atıf | Citation: Öztürk, Ali Bilge. "Excommunicating a logical system: New debates on the status of second-order logic". *Felsefe Arkivi–Archives of Philosophy* no. 63 (2025): 353–375. <https://doi.org/10.26650/arcp.1675596>

 This work is licensed under Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License.  

 2025. Öztürk, A. B.

 Sorumlu Yazar | Corresponding author: Ali Bilge Öztürk alibilgeozturk@akdeniz.edu.tr



Extended Summary

This study investigates the historical transformation of modern logic, specifically focusing on the status of second-order logic (SOL). In the early 20th century, the scope of "formal logic" was broad enough to include higher-order systems. However, following the mid-20th century, a significant shift occurred, establishing First-Order Logic (FOL) as the core, and often the sole, legitimate system of logic. This process of marginalization, described in this article through the metaphor of "excommunication," resulted in SOL being largely excluded from standard curricula and pedagogical texts. This paper examines the philosophical and methodological grounds for this exclusion and reassesses the status of SOL in light of contemporary debates.

Although the marginalization of SOL had already taken root in the post-World War II era due to mathematics-centered developments, it was philosophically legitimized by specific theoretical objections that questioned its very status as logic. The philosophical justification for this exclusion relies primarily on two major criticisms. The first criticism concerns ontological commitment. According to this view, famously articulated by W. V. O. Quine, logic must be "topic-neutral" and "ontologically innocent." Quine characterized SOL as "set theory in sheep's clothing," arguing that quantifying over predicate variables treats them as names for entities, such as sets, classes, or properties. This second-order quantification thereby commits logic to the existence of these entities, violating the neutrality required of a logical system. The second criticism focuses on the metatheoretical property of completeness. As emphasized by figures like Leslie Tharp, a genuine deductive system must allow its users to effectively determine validity—a requirement that SOL fails to meet under its standard semantics due to its inherent incompleteness. These arguments effectively served to cement the removal of SOL from the domain of legitimate logic. The paper reconstructs these criticisms in detail and subsequently outlines a range of responses developed by defenders of SOL, including George Boolos, Stewart Shapiro, Otávio Bueno, Massimiliano Carrara, and Enrico Martino. These defenses are categorized into two main strategies: the "costlessness objection" and the "cost of abandonment objection."

The costlessness objection aims to refute the claim that SOL carries ontological commitments. George Boolos played a pivotal role here by interpreting second-order quantification through natural language plural quantification (e.g., "there are some things") rather than through singular quantification over sets, classes, or properties. This interpretation suggests that SOL can be used without committing to the existence of entities beyond the individuals in the domain. The paper also discusses recent technical expansions of this strategy by Carrara and Martino, who propose using "ideal agents" and "acts of choice" to handle polyadic second-order logic without relying on additional ontological baggage.

The cost of abandonment objection, supported by scholars like Shapiro and Bueno, accepts that SOL may lack certain properties under its standard semantics but argues that abandoning it incurs a far greater cost to mathematics and philosophy. These scholars highlight that FOL is too weak to express certain fundamental mathematical concepts. Furthermore, SOL possesses the virtue of categoricity (e.g., in characterizing arithmetic), a property that FOL lacks due to the existence of non-standard models. Bueno argues that the "minimal requirement" for a logic is soundness, not completeness, and that the expressive power of SOL outweighs its metatheoretical limitations. The cost of abandonment objection finds further support in the recent interest in higher-order systems driven by formal metaphysics. Contemporary philosophers like Timothy Williamson argue that restricting philosophy to first-order languages is insufficient for analyzing concepts such as properties, relations, and modality. Williamson contends that FOL is neither universal nor neutral and that higher-order modal logic offers indispensable tools for metaphysical inquiry.

In conclusion, the study asserts that the "excommunication" of SOL was not merely the marginalization of a single formalism; rather, it reflects the deeper and ongoing divide between first-orderism and higher-orderism. In this conflict, SOL constitutes the contested boundary line; recognizing it as a logical system effectively opens the door to higher-order systems (third, fourth, or n-th order), thereby challenging the strict restriction of logic to the first-order level. While first-orderism remains the dominant paradigm, the history of logic demonstrates that excluded systems can return to prominence, as evidenced by the trajectory of modal logic—once marginalized, now essential. A similar revision may yet be open to SOL, particularly as its unique position on this boundary becomes increasingly central to debates in formal metaphysics.

Giriş

Birinci seviye mantık veya birinci derece mantık (kısaca: BDM) görece uzun zamandır matematiksel ve felsefi tartışmalarda modern mantığın çekirdek sistemi durumundadır. Bu durum, modern mantığa giriş niteliğindeki pedagojik yapıtlarda ve uluslararası öğretim kuruluşlarının ders müfredatlarında da açıkça görülmektedir. Öyle ki bugün modern mantığı öğrenmek, BDM'ı öğrenmekle uygulamada neredeyse eşanlamlı hale gelmiştir.

Diğer taraftan 20. yüzyılın başında “modern mantık” teriminin kapsamı daha genişti. Çünkü bu terimle yalnızca *BDM* değil, *ikinci derece mantık* (kısaca: *İDM*) ve daha yüksek derece mantıklar da (*higher-order logics*) kastedilmekteydi. *BDM* bu dönemde sıklıkla “daraltılmış fonksiyonlar hesabı” (*restricted functional calculus*) adıyla anılmaktaydı.¹ Bu addan da anlaşılacağı üzere *BDM*, *fonksiyonlar hesabının* ya da *yüklem mantığının* tamamı değil, yalnızca “daraltılmış” bir kısmıydı. Bugün ise mantığa giriş niteliğindeki çalışmalara ve uluslararası öğretim müfredatlarına bakıldığında *BDM* yüklem mantığının tamamıymış gibi bir görüntü ortaya çıkmaktadır. Bu dönüşümün kısaca ifadesi ise şudur: *BDM*, modern mantığın merkezi veya çekirdek sistemi haline gelirken, *İDM*’ı da içerecek şekilde modern mantığın belirli bir kısmı ya da David Hilbert’in terminolojisiyle, yüklem mantığının “genişletilmiş”² kısmı bir kenara atılmış gibidir.

Okuduğunuz çalışmanın konusuna gelince, bu çalışmada *BDM*’in nasıl bağımsız bir mantık sistemi olarak ortaya çıktığı, modern mantığın merkezi sistemi hale geldiği ve *İDM*’in büyük oranda kenara atılmasına yol açtığı analiz edilmektedir. Çünkü, bu nokta halihazırda çok değerli çalışmaların konusu olmuştur.³ Çalışmanın konusu, bu dönüşümün kendisinden ziyade beraberinde getirdiği tartışmalarla ilgilidir. José Ferreirós’un da belirttiği gibi:

II. Dünya Savaşı’ndan sonra, giderek yükselen bir mantıkçılar topluluğu, *BDM*’i mantığın doğal sistemi veya *diğerlerine üstün* [*par excellence*] biçimsel mantık olarak tercih etti. Bilim tarihçileri, bu kadar köklü değişikliklerin dirençle karşılaşmadan gerçekleşmesinin nadir olduğunu bilirler. 1956’da [...] Hilbert’in izinden giderek yüksek derece mantık lehine konuşmaya devam eden Church gibi bir örneğe sahibiz. Ancak matematiksel mantığa giriş dersleri giderek daha fazla *BDM*’a odaklanarak, bu konuyu modern mantığın nasıl yapılması gerektiğinin en iyi örneği olarak sunmaya başladı. Yine bu dönemde, Quine örneğinde olduğu gibi, *BDM*’in ilk felsefi partizanlarını görüyoruz.⁴

Diğer bir deyişle, matematikçiler ve felsefeciler kapsamlı ve ayrıntılı bir mantık felsefesini benimseyip bu temelde *BDM*’i mantığın merkezi sistemi haline getirmemiştir. Bu dönüşüm çeşitli nedenlerle ve özellikle matematik merkezli gelişmeler sonucu zaten gerçekleşmiştir. Ancak Willard Van Orman Quine’in öncü çalışmalarından başlayarak bu yeni normali savunan *felsefi argümanlar* sonradan ortaya çıkmıştır. Ayrıca Ferreirós’un Alonzo Church’te gözlemlediği “direnç” aslında günümüzde dahi devam etmektedir. İşte bu çalışma, o dönemden beri bu yeni normali savunan ve bu yeni normale direnmeye devam eden düşünürlerin süregiden tartışmalarının bir özetini sunmaya ve bu yolla konuya dair Türkçe literatürdeki önemli bir eksiği kapatmaya çabalamaktadır.

Çalışmada iki noktaya dikkat edilmiştir. Birincisi, çalışma didaktik amaçla hazırlanmış olup herhangi bir taraf tutulmamış, hiçbir argüman lehine veya aleyhine konum alınmamıştır. İkincisi, çalışmada ilgili tartışmaların *kapsamı sınırlandırılmış* bir özeti sunulmaktadır. Çünkü *İDM* ve daha yüksek derece sistemlere yöneltilen eleştiriler aslında çok çeşitlidir ve bunların hepsini tartışmak bu çalışmanın sınırlarını aşmaktadır. Bu nedenle çalışma, *İDM*’a yöneltilen eleştirilerden yalnızca ikisi etrafındaki tartışmalarla sınırlandırılmıştır.

Çalışmada odaklanılan birinci eleştiri, *İDM*’in (ve daha yüksek derece sistemlerin) *konusuz* (*topic-neutral*) olmadığı, ontolojik kabuller veya taahhütler (*ontological commitments*) barındırdığı bu nedenle gerçek bir mantık sistemi sayı-

¹Bazı önemli örnekler: David Hilbert ve Wilhelm Ackermann, *Principles of Mathematical Logic*, çev. Lewis M. Hammond ve George G. Leckie, ed. Robert E. Luce and F. Steinhardt (New York: Chelsea Publishing Company, 1950); Kurt Gödel, “The Completeness of the Axioms of the Functional Calculus of Logic,” *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931* içinde, ed. Jean van Heijenoort (Cambridge, MA: Harvard University Press, 1967), 582–591; Rudolf Carnap, “The Logicist Foundations of Mathematics,” *Philosophy of Mathematics: Selected Readings* içinde, ed. Paul Benacerraf ve Hilary Putnam, 2nd ed. (Cambridge: Cambridge University Press, 1983), 41–52; Alfred Tarski, “On the Calculus of Relations,” *The Journal of Symbolic Logic* 6, no. 3 (1941): 73–89, <https://doi.org/10.2307/2268577>.

²Hilbert ve Ackermann, *Principles of Mathematical Logic*, 125.

³Şu çalışmalar özellikle görülmelidir: José Ferreirós, “The Road to Modern Logic—An Interpretation,” *The Bulletin of Symbolic Logic* 7, no. 4 (2001): 441–484, <https://doi.org/10.2307/2687794>; Gregory H. Moore, “The Emergence of First-Order Logic,” *History and Philosophy of Modern Mathematics* içinde, ed. William Aspray ve Philip Kitcher (Minneapolis: University of Minnesota Press, 1988), 94–135; William Ewald, “The Emergence of First-Order Logic,” *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2019 Edition) içinde, ed. Edward N. Zalta (Stanford, CA: Stanford University, 2019), <https://plato.stanford.edu/archives/spr2019/entries/logic-firstorder-emergence/>.

⁴Ferreirós, “The Road to Modern Logic,” 448.



lamayacağını öne sürmektedir. İkinci eleştiri ise *İDM*'in tam (*complete*) olmadığı, bu nedenle yine gerçek bir mantık sistemi sayılamayacağını öne sürmektedir. Böylece bu iki eleştiri, yalnızca *BDM* lehine *İDM*'i (ve daha yüksek sistemleri) eleştirmekle kalmayıp aynı zamanda onları mantıktan da aforoz etmektedir. Bu iki eleştiri incelenmeyi önemle hak etmektedir. Çünkü öncelikle mantık tarihi incelendiğinde bu tür aforoz örneklerine rastlamak oldukça güçtür.⁵ Ayrıca bu iki eleştiri “Bir mantık sistemi ne zamana kadar benimsenip ne zaman terk edilir?” sorusu veya “Mantığın sınırları nedir? Bir biçimsel kalkülüs hangi şartlarda mantık sistemi sayılabilir?” gibi mantık felsefesi sorularının yanıtlarını kapsamlı biçimde düşünmek için de önemli örnekler sunmaktadır. Ancak bunları tartışmadan önce, *İDM*'i kısaca tanımanın faydası bulunmaktadır.

Kısaca *İDM*'in Bazı Özellikleri

Öncelikle *İDM*, *BDM*'in bütün söz varlığını ve bütün çıkarım kurallarını içeren bir biçimsel sistemdir. Ancak *BDM*'tan farklı olarak söz varlığında yalnızca nesneleri değil, aynı zamanda özellikleri ve ilişkileri niceleyen ikinci derece niceleyici ve ikinci derece değişkenlere ($\exists X, \forall X$) sahiptir. Ayrıca doğal olarak, bu niceleyicilerle ilgili özelleme/örnekleme (*instantiation*) ve genelleme (*generalization*) kurallarını da ifade dönüştürme kuralları arasında barındırmaktadır. Basit bir örnek olarak “Can Antalyalıdır” gibi bir ifadeyi göz önünde bulunduralım. Eğer “*Ax*” ifadesini “*x* Antalyalıdır” şeklinde yorumlarsak *BDM* sözdiziminde şöyle bir biçimselleştirme yapabiliriz:

1. *Ac* // Can Antalyalıdır.

Bu ifadeden birinci derece tikeli genelleme (*first-order existential generalization*; kısaca BDTG) kuralını kullanarak şöyle bir çıkarım yapabiliriz:

$\therefore (\exists x)Ax$ // (2, BDTG; En az bir şey Antalyalıdır.)

Ancak aynı ifadeden, *BDM* içinde gerçekleştirilemeyecek bir çıkarım olan ikinci derece tikeli genelleme (*second-order existential generalization*; kısaca İDTG) kuralını kullanarak şöyle bir çıkarımda da bulunabiliriz:

$\therefore (\exists x)Xc$ // (2, İDTG; Can'ın bir özelliği var; yani Antalyalı olmak)

Benzer şekilde, “*x, y*’den uzundur” biçimde yorumlanabilecek “*Uxy*” ilişkisini göz önünde bulundurarak “Can, Ece’den uzundur” ifadesini şöyle biçimselleştirebiliriz.

1. Uce

Bu ifadeden de BDTG ve İDTG kurallarını kullanarak şunları türetebiliriz:

$\therefore (\exists x)Ucx$ // (1, BDTG; Can'ın uzun olduğu biri var.)

$\therefore (\exists x)Uxe$ // (1, BDTG; Ece’den uzun olduğu biri var.)

$\therefore (\exists x)Xce$ // (1, İDTG; Can ve Ece üzerinde geçerli ilişki var (yani uzunluk/boy ilişkisi))

Böylece *İDM* aslında *BDM*'a göre daha zengin bir dil ve çıkarım olanakları sunmaktadır. Çünkü *İDM*, *BDM*'ta mümkün olmayan şekilde “bir özellik vardır” ve “bir ilişki vardır” şeklinde yorumlanabilecek ifadelerin kurulabilmesine ve bu ifadelerden (veya bu ifadelerle sonuçlanan) çıkarımlar yapmaya izin vermektedir. Bu olanak ise *İDM*'i hem gündelik yaşam çıkarımlarında hem de kuramsal çözümlemelerde güçlü bir araç haline getirmektedir.

Gündelik yaşamdan bir örnek için bir araç satışı senaryosu göz önünde bulundurulabilir. Satıcı vitrindeki aracın satıldığını fakat depoda, vitrindeki satılmış araçla “bütün özellikleri” aynı olan başka bir araç daha bulunduğunu alıcıya bildirmektedir. Bu durumda alıcı şu tür usamlamalarda bulunabilir: “Eğer (*v*)itrindeki araçta *A* özelliği varsa, (*d*)epodaki

⁵Bu noktada sembolik mantığın Aristotelesçi kategorik kıyas kuramının yerine geçmesinin böyle bir örneği daha önceden zaten sunmuş olduğu öne sürülebilir. Ancak kategorik kıyas kuramının terk edilmesi tam bir aforoz örneği değildir. Çünkü öncelikle bu kuram çeşitli nedenlerle dünya çapında felsefe ve ilahiyat bölümlerinin mantık müfredatlarında hala önemli bir yer tutmakta ve pedagojik yapılarda da sıklıkla yer almaktadır. Ancak, *İDM* ve daha yüksek dereceli sistemler için bu durum söz konusu değildir. Daha da önemlisi Aristotelesçi kategorik kıyas kuramı, gerçek bir mantık yaklaşımı olmadığını öne süren bir eleştiriyile muhatap olmamıştır.

araçta da vardır.” Böyle bir çıkarım *BDM* sözdiziminde ifade edilemez veya teknik bir ifadeyle *birincidereceleştirilemez* (*nonfirstorderizable*). Çünkü *BDM*’ta özellikler üzerine nicelme yapmayı sağlayacak bir niceleyici yoktur. Buna karşın *IDM*’ın söz varlığı, özellikleri niceleyebilen ikinci derece niceleyiciler ve değişkenler içerdiği için böyle bir usamlamanın biçimsel olarak çalışılmasını sağlayabilir:

1. $(\forall P)(Pv \leftrightarrow Pd)$ // Vitrindeki ve depodaki araçlar bütün özellikler bakımından eşdeğer.

∴ $(Av \rightarrow Ad)$ // O halde vitrindeki araçta A özelliği varsa depodaki araçta da vardır.

Bu tür gündelik örneklerden çıkıp daha kuramsal konulara geçildiğinde *BDM*’ın yetersizliği daha fazla açığa çıkmaktadır. Örneğin matematikte pek çok birincidereceleştirilemez fakat önemli ifade örneği bulunmaktadır. Bir örnek olarak, küme kuramsal bir özellik olan *iyi-sıralılık özelliği*ni (*well-ordering property*) göz önünde bulunduralım. Bu özellik, her boş olmayan altkümünün bir en küçük öğeye sahip olduğunu belirtir ve bu özelliği tam anlamıyla ifade etmek ikinci derece nicelme gerektirir:

$$(\forall P)((\exists x)Px \rightarrow (\exists x)(Px \wedge (\forall y)(Py \rightarrow (y = x \vee x < y))))$$

Benzer şekilde matematikte pek çok teoremin kanıtlanmasında kullanılan *zayıf tümevarım aksiyomu* göz önünde bulundurulabilir. Bu aksiyomun arkasındaki fikir hem *birinci derece Peano aritmetiği*nde (PA_1), yani *BDM* sözdiziminde ifade edilmiş Peano aksiyonlarında hem de *ikinci derece Peano aritmetiği*nde (PA_2), yani *IDM* sözdiziminde ifade edilmiş Peano aksiyomlarında içermektedir. Fakat gerçekte bu aksiyomun tam bir ifadesi ikinci derece nicelme gerektirmektedir:

$$(\forall P)((P0 \wedge \forall x(Px \rightarrow P(Sx)) \rightarrow \forall P(Px))$$

Aynı aksiyom *birinci derece Peano aritmetiği*nde (PA_1), *BDM*’ın sözdizimsel sınırları nedeniyle tam olarak ifade edilemediği için, her Φ yüklemi için yeni bir aksiyom üretmeye yarayan bir *aksiyom şeması* olarak yer almaktadır:

“Her Φ yüklemi için:

$$(\Phi(0) \wedge (\forall x)(\Phi(x) \rightarrow \Phi(S(x)))) \rightarrow (\forall x)\Phi(x)”^6$$

Yine benzer şekilde *Zermelo-Fraenkel küme kuramı* (*ZFC*) hatırlanabilir. Bu kuram her ne kadar geleneksel olarak birinci derece dilde formüle edilse de tam anlamıyla ifadesi ancak ikinci derece değişkenler ve niceleyiciler yoluyla mümkün olan ifadeler barındırmaktadır. Bir örnek olarak *ayırma aksiyomu* (*axiom of separation*) göz önünde bulundurulabilir. Bu aksiyom “her x kümesi ve her P özelliği için x ’in yalnızca P özelliğine sahip nesnelerden oluşan bir alt kümesi vardır” biçiminde ifade edilebilir. Ancak “her P özelliği için” ifadesini biçimselleştirmek özellikleri niceleyen niceleyicileri, böylece *IDM*’ı gerektirir:

$$(\forall P)(\forall x)(\exists y)(\forall z)(z \in y \leftrightarrow (z \in x \wedge P(z)))$$

Ancak bu aksiyom *ZFC* içinde *BDM*’ın sözdizimsel sınırları nedeniyle bir aksiyom olarak değil, her Φ yüklemi için yeni bir aksiyom üretmeye yarayan bir aksiyom şeması olarak içermektedir:

“Her $\Phi(z)$ yüklemi için:

$$(\forall x)(\exists y)(\forall z)(z \in y \leftrightarrow (z \in x \wedge \Phi(z)))”^7$$

İşte bu yüksek ifade gücü sayesinde *IDM*, *BDM*’ın aksine, çeşitli bazı matematiksel yapıları *kategorik* olarak karakterize edebilmektedir. Bir matematik kuramı, bu kuramın aksiyomlarını gerçekleştiren tek bir model varsa veya birden fazla model olup da bu modeller *eşyapılı* (*isomorphic*) ise kategoriktir. Bu tanım açısından bakıldığında *ikinci derece Peano aritmetiği* (PA_2) kategoriktir, çünkü yalnızca tek bir modeli, yani standart aritmetik modelini $\{0,1,2,3,\dots\}$ karakterize eder. Buna karşın *birinci derece Peano aritmetiği* (PA_1) standart aritmetik modelinden başka standart olmayan modellere

⁶Roy T. Cook, *A Dictionary of Philosophical Logic* (Edinburgh: Edinburgh University Press, 2009), s. 218.

⁷Cook, *A Dictionary of Philosophical Logic*, s. 315.

de sahiptir. Böylece eşyapılı olmayan modellere sahip olduğu için kategorik değildir. Dolayısıyla *İDM*'in yüksek ifade gücü yalnızca çeşitli önemli matematiksel ifadeleri tam anlamıyla ifade edebilmek açısından değil aynı zamanda çeşitli matematiksel yapıları kategorik olarak karakterize edebilmek açısından da fayda sağlamaktadır.

Diğer taraftan *İDM*, bu yüksek ifade gücü nedeniyle, mantık felsefesi literatüründe oldukça tartışmaya yol açmış bir özelliğe de sahiptir. *BDM* aksine *İDM* standart semantiğinde herhangi bir iyi tanımlanmış yüklem bir *kavramı* tanımlayabileceğini belirten bir *kapsama ilkesi* (*comprehension principle*) içermektedir. Bu ilke biçimsel olarak şöyle ifade edilebilir:

$$(\exists x)(\forall y)(X(y) \leftrightarrow \Phi(y))^8$$

Örneğin “y bir Φ 'dir” ifadesi “y bir asal sayıdır” olarak yorumlandığında bu ilke “tamamen asal sayılardan oluşan nesneleri temsil eden bir kavram vardır” biçiminde yorumlanabilecek bir ifade olur ve bu ifade, *İDM*'in kapsama ilkesi nedeniyle geçerli bir ifadeye dönüşür. Dahası “y bir Φ 'dir” ifadesi kendi kendisiyle özdeş olmak ($y = y$) biçiminde yorumlanırsa, bu ilkeden şunu elde ederiz: $(\exists x)(\forall y)(X(y) \leftrightarrow y=y)$. Böylece *evrensel kümenin* varlığına dair ifade *İDM*'ta geçerli hale gelmiş olur. Yine dahası “y bir Φ 'dir” ifadesi kendi kendisiyle özdeş olmamak ($\neg y=y$) biçiminde tanımlanırsa *İDM*'ta geçerli olan şöyle bir ifadeyi elde etmiş oluruz: $(\exists x)(\forall y)(X(y) \leftrightarrow \neg y=y)$. Bu ifade ise aslında küme kuramının aksiyomlarından biri olan ve boş kümenin varlığını belirten “ $(\exists x)(\forall y)(y \notin x)$ ” önermesini ifade etmenin farklı bir yoludur. Böylece çeşitli “küme kuramsal” iddialar, ilginç bir şekilde bir “mantık sistemi” olan *İDM*'ta da geçerli ifadeler haline gelmektedir.

2. *İDM*'a Yöneltilen Konu ve Ontolojik Taahhüt İçerme Eleştirisi

İşte *İDM*'in yukarıda işaret edilen bu özelliği önemli bazı eleştirilerin de hedefi haline gelmesine neden olmuştur. Ferreirós'un ifadesiyle *BDM*'in “ilk felsefi partizanlarından” biri olan W. V. O. Quine, *İDM*'in bu tür çeşitli küme kuramsal özellikler barındırmasından yola çıkarak bu sistemi “koyun [mantık] postunda küme kuramı” olarak görmüştür. Böylece Quine'a göre *BDM* aksine *İDM* gerçek bir mantık sistemi sayılamaz. Şimdi, aşağıda Quine'in çağdaş mantık felsefesinde oldukça hacimli tartışmalara yol açmış bu eleştirisi açık kılınacaktır.

Başlamadan önce iki noktaya dikkat çekmenin faydası bulunuyor. Birincisi Quine, *BDM*'tan yüksek hiçbir sistemi “mantık sistemi” olarak kabul etmez. Quine'in kendine özgü terminolojisinde *BDM*, “saf niceleme kuramı”⁹ (*pure quantification theory*), “asıl niceleme kuramı”¹⁰ (*quantification theory proper*) veya kısaca “niceleme mantığı”¹¹ (*logic of quantification*) gibi ifadelerle anılmıştır. Niceleme mantığı, yani *BDM*, önermeler mantığı ile birlikte “temel mantığı” (*elementary logic*) oluşturur. Temel mantığın özelliği “ontolojik olarak saf” (*ontologically innocent*) olmasıdır.¹² Burada “ontolojik saflık”, temel mantığın herhangi bir küme (*set*), sınıf (*class*) veya niteliği (*attribute*) varsaymadığı, yani bu tür şeyleri *ontolojik olarak taahhüt* (*ontological commitment*) etmediği anlamına gelmektedir. *Temel mantığın* dışında kalan daha yüksek sistemler ise (örneğin *İDM*, tipler kuramı vb.) Quine'a göre “mantık” değil “küme kuramı” kapsamında değerlendirilmelidir. Çünkü Quine'a göre bunlar kümeleri varsaymakta, yani kümelerin varlığını taahhüt etmektedir.¹³ Bu nedenle Quine'in terminolojisinde “birinci derece mantık”, “ikinci derece mantık” ya da “yüksek derece mantıklar” gibi ifadeler yer almamaktadır.¹⁴

⁸*İDM*'in sahip olduğu bu kapsama ilkesi, Bertrand Russell ve Ernst Zermelo'nun Georg Cantor'un naif küme kuramında bulunduğu paradoksun kaynağı olan sınırlandırılmamış kapsama (*unrestricted comprehension*) ilkesine oldukça benzerdir. Karşılaştırma için: $(\exists x)(\forall y)(y \in x \leftrightarrow \Phi(y))$. Bu nedenle bu ilke de çeşitli paradokslara açıktır.

⁹Willard Van Orman Quine, *From a Logical Point of View: Logico-Philosophical Essays*, 2nd ed., rev. (New York: Harper & Row, 1961), s. 115

¹⁰Willard Van Orman Quine, *Set Theory and Its Logic*, revised ed. (Cambridge, MA: The Belknap Press of Harvard University Press, 1969), s. 258.

¹¹Willard Van Orman Quine, *Philosophy of Logic* (Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1970), s.68.

¹²Quine, *From a Logical Point of View*, s. 114.

¹³Quine, *Set Theory and Its Logic*, s. 258.

¹⁴Burada Quine'in bu tür terimleri bilmediği kastedilmemektedir. Quine elbette bu terminolojiye hakimdir. Quine, *Set Theory and Its Logic*, s. 258; ancak, kendisi bu terminolojiyi kabul etmez.

İkinci olarak Quine'in *İDM*'a eleştirileri, *mantıksalci* matematik felsefesine (*logicism*) yönelttiği eleştirilerden bağımsız olarak değerlendirilemez. Bilindiği üzere Gottlob Frege ve Bertrand Russell'in öncülüğünü yaptığı *mantıksalcılık*, özelde aritmetiğin (daha genel olarak ise bütün saf matematiğin) nihai olarak mantığa indirgenebileceği tezidir. Böylece mantıksalcılığa göre mantık ile matematik arasında kökten bir farklılık yoktur. Ancak Quine'a göre mantık ile matematik birbirlerinden indirgenemez biçimde farklıdır. Mantıksalcıların programı ise aritmetiği mantığa değil, mantık ve küme kuramına indirgemek olarak görülmelidir.¹⁵ Bu bağlamda Quine'a göre *İDM*'a dair temel sorun, aşağıda da inceleneceği üzere, mantık ile küme kuramı (dolayısıyla matematik) arasındaki keskin sınırı bulanıklaştırmasıdır.

O halde konuya öncelikle Quine'in mantık ile matematik (dolayısıyla küme kuramı) arasında yaptığı ayırmadan başlamanın yararı bulunuyor. Quine'a göre mantıksal doğrular, matematiksel doğrulardan çeşitli açılardan ayrılmaktadır. Bunlardan biri *konusuzluktur* (*topic-neutrality*). Matematiksel doğruların aksine mantıksal doğruların kendine özgü bir konusu yoktur. Quine'in ifadesiyle:

İkinci bir koşul, özel bir konu alanının bulunmayışıdır: Mantık, söz listesinin [*lexicon*] hiçbir ayırt edici kısmını tercih etmez ve değişkenlerin değerlerinin bir alt alanını diğerine tercih etmez. [...] Matematik, mantığın aksine, ayırt edici bir söz listesine ve ayırt edici şekilde ilgili değişken değerlerine sahiptir. Fakat bütün bunlara rağmen, matematik doğa bilimlerine, mantığın yaptığı kadar tarafsız bir görünüm sunar. Çünkü matematiğin ayırt edici terimleri ve ayırt edici nesneleri, çoğunlukla doğa bilimlerinin bir dalını diğerine tercih etmeme eğilimindedir.¹⁶

Quine'in buradaki tezi basitçe şudur: Matematiğin aksine mantık, konuştuğumuz dilin söz listesine (*lexicon*) değil, *dilbilgisine* (*grammar*) bağlıdır. Bir insanın yeni bir dili öğrenirken geçirdiği süreçleri davranışçı (*behaviorist*) bir gözle incelediğimizde (ki bu tek makul seçeneğimizdir¹⁷) aslında öğrendiğimiz en temel şey o dilin dilbilgisidir. İlgili alanlarımız ve eğitimimiz temelinde o dile ait *sözvarlığımız* (*vocabulary*), yani dilin söz listesi arasında neleri bildiğimiz değişebilir; ancak dilbilgimiz ortaktır. Mantıksal doğrular ise dilin bütün konuşmacılarında ortak olan dilbilgisine bağlı olduğu için, tartışılan/soruşturulan konulara dair söz listesindeki değişimlerden bağımsız olarak, en fazla kabul edilen doğrular arasındadır.¹⁸ Ayrıca aynı nedenle mantıksal doğruların bir konusu da yoktur. Çünkü mantıksal doğrular dilin söz listesine değil, dilbilgisine bağlı olduğu için “ayırt edici” (*distinctive*) bir söz listesi ve bu liste denetiminde belirlenen “ayırt edici” bir değer alanına sahip değildir. Bir örnek olarak “ $(\exists x)Fx$ ” gibi bir *BDM* ifadesini ele alalım. Bu ifadede x 'in hiçbir ayırt edici değer alanı yoktur. Böylece “ x ” herhangi bir şey (*entity*) olabilir. “ F ” harfi ise zaten bir değişken değildir. Çünkü “ F ” bir sahte yüklemidir (*dummy predicate*).¹⁹ Yani bir yüklem yerine geçirilmiş, değeri aralığı olmayan bir *şematik harf* olarak görülmelidir.

Mantığın aksine matematiğin (örneğin küme kuramının) konusu vardır. Diğer bir deyişle yukarıdaki alıntıda da belirtildiği gibi “ayırt edici” bir söz listesi, yani kendine özgü “terimler” ve “nesneler” içermektedir. Örneğin küme kuramının “ayırt edici” yüklemi, *elemanı olma* (ϵ).²⁰ Bu yüklem sayesinde küme kuramı, “ayırt edici şekilde ilgili değişken değerlerine sahiptir”. Quine'in bu görüşünü anlamak için *ZFC* aksiyomlarından biri olan “ $(\exists x)(\forall y)(y \notin x)$ ” boş küme aksiyomunu ele alalım. Burada “ x ” ve “ y ” değişkenlerinin değerleri herhangi bir şey olamaz. Çünkü ifade “ ϵ ” gibi ayırt edici bir küme kuramsal yüklemle oluşturulmuştur. Bu nedenle x ve y değişkenlerinin değerleri yalnızca *kümeler* olabilir. Böylece değişkenlerinin değerleri yalnızca kümeler olduğu için “ $(\exists x)(\forall y)(y \notin x)$ ” ifadesi kümeleri konu eder.

¹⁵Quine, *Philosophy of Logic*, ss. 65-66. Daha açık ifadelerle: Willard Van Orman Quine, *Ontological Relativity and Other Essays* (New York: Columbia University Press, 1969), s. 69.

¹⁶Quine, *Philosophy of Logic* s. 98.

¹⁷Willard Van Orman Quine, *Pursuit of Truth* (Cambridge, MA: Harvard University Press, 1990), ss. 37-38.

¹⁸Quine, *Philosophy of Logic* ss.101-102.

¹⁹Quine, *Philosophy of Logic* s. 28; Quine, *From a Logical Point of View*, s. 110.

²⁰Quine, *Philosophy of Logic* s. 64.

Aynı nedenle mantıksal ve matematiksel doğrular ontolojik taahhütleri açısından da ayrılır. Quine'in ifadesiyle: "Genel olarak, belirli bir türden varlıklar, ancak ve ancak, kuramın onayladığı [*affirm*] ifadelerin doğru olabilmesi için, değişkenlerin değerleri arasında onlardan bazılarının sayılması gerekiyorsa, o kuram tarafından varsayılmış olur."²¹ Örneğin belirli bir küme kuramını kabul ettiğimizde belirli kümelerin varlığını da içeren bir ontolojiyi kabul etmiş oluruz.²² Benzer şekilde " $(\exists x)(x \text{ asal} \wedge x > 1.000.000)$ " (bir milyondan büyük asallar vardır) gibi bir aritmetik (sayı kuramı) ifadesini kurduğumuzda, sayıları da içeren bir ontolojiyi kabul etmiş oluruz; çünkü x bağıl değişkeninin değerleri yalnızca sayılar olabilir.²³ Özetle bir matematik kuramı, bir konu, böylece "ayırt edici" bir söz listesi ve bu listedeki terimlerce denetlenen değişken değerleri içerir ve bu kuramı *doğru* kabul ettiğimizde Quine'in ontolojik taahhüt ölçütüne göre bu kuramda onaylanan ifadelerin doğru olabilmesi için varsayılan nesneleri de ontolojimize eklemiş oluruz. Böylece matematiksel doğrular *ontolojik olarak saf* değildir: Onları kabul etmek ontolojimizde genişleme yapmak gibi bir bedeli beraberinde getirmektedir.

Ancak Quine'in "temel mantık" dediği sistemler, yani önermeler mantığı ve BDM ontolojik olarak saftır. Örneğin önermeler mantığında veya Quine'in kendine özgü terminolojisinde "mantığın en temel kısmında, yani doğruluk işlevleri mantığında"²⁴ " $((p \rightarrow q) \wedge \neg q) \rightarrow \neg p$ " gibi bir ifade kurduğumuzda " p " ve " q " gibi harfler bir değişken değildir. Bunun yerine birtakım ifadelerin yerine koyduğumuz, onların yerine geçen (fakat onları adlandırmayan) şematik harfler olarak görülmelidir. Böylece bu ifade hiçbir ayırt edici söz listesi hakkında değildir. Bunun yerine "betimlenen biçimdeki bütün gerçek ifadelerin doğru olduğu bir şema ya da diyagram olarak" görülmelidir.²⁵ BDM'a gelindiğinde ise örneğin "bazı köpekler beyazdır" gibi bir birinci derece ifade kurduğumuzda ve bunu " $(\exists x)(Kx \wedge Bx)$ " olarak biçimselleştirdiğimizde burada " K " ve " B " harfleri bir niteliği (köpeklik, beyazlık vb.) veya bir kümeyi (köpekler kümesi, beyaz şeyler kümesi vb.) adlandıran, yani "ayırt edici" bir değer adı olan ve nicelenmeye açık harfler olarak görülmemelidir. Örneğin " Kx " ifadesi " x 'in K gibi bir niteliği vardır" biçiminde veya " x , K kümesinin elemanıdır" biçiminde okunmamalıdır. Esasta " K " harfi, " x köpektir" şeklindeki ifadede "köpek" yüklemi yerine koyduğumuz bir sahte yüklem veya şematik harften başka bir şey değildir. Böylece " $(\exists x)(Kx \wedge Bx)$ " gibi bir birinci derecede ifade, doğru olmak için hiçbir niteliği, sınıfı veya kümeyi varsaymamızı gerektirmeyen bir ifadedir ve böylece ontolojik olarak saftır.²⁶

Şimdi, Quine'in mantıksal doğrulara dair buraya kadarki düşünce zincirini toparlamak için şöyle bir şema kullanılabilir: (1) *Dilbilgisine bağlılık*: Mantıksal doğruların ayırt edici bir söz listesine değil ortak dilbilgisine bağlı olması → (2) *Evrensellik* veya *evrensel uygulanabilirlik*: Mantıksal doğruların söz listesindeki değişikliklerden bağımsız olarak doğru olması, böylece bütün soruşturulan/tartışılan konulara uygulanabilmesi → (3) *Konusuzluk*: Mantıksal doğruların hiçbir ayırt edici söz listesine (böylece nesnelere) sahip olmaması ve mantıksal doğruların, değişkenlerin değerlerinin bir alt alanını diğerine tercih etmemesi. → (4) *Ontolojik saflık*: Mantıksal doğruların hiçbir *nitelik*, *küme* veya *sınıfı* taahhüt etmemesi.

Diğer taraftan Quine'a göre temel mantığın bu özellikleri bazı mantıkçılar tarafından gözden kaçırılmıştır. Bu noktayı anlamak için Quine'in şu görüşünden başlanabilir:

Niceleme mantığının saf [*innocent*] ' Fx ' ifadesinde, şematik harf ' F ' bir yüklem yerini tutar. [...] Önemli olan şudur ki, ' F ' ve ' Fx ' yazarken yalnızca cümleleri ve onların parçalarını şematik olarak taklit ediyoruz; yüklemelere ya da başka

²¹Quine, *From a Logical Point of View*, s. 103.

²²Hangi kümelerin varlığını kabul ettiğimiz, benimsediğimiz küme kuramına göre değişir. Çünkü çeşitli küme kuramları, hangi kümelerin var olduğunu söylemeleri açısından birbirinden ayrılır: Quine, *Philosophy of Logic* s. 65.

²³Quine, *From a Logical Point of View*, ss. 8, 103.

²⁴Quine, a. g. e., s. 108.

²⁵Quine, a. g. e., s. 109.

²⁶Elbette istersek kümeler, sınıflar ve hatta nitelikler hakkında da konuşabiliriz. Örneğin "köpekler kümesi" veya "köpeklik niteliği" hakkında söz söyleyebiliriz. Bu durumda değişkenlerin değerleri kümeler, sınıflar veya nitelikler olarak belirlenecek şekilde ayırt edici bir söz listesi kullanmalıyız. Örneğin: " $(\exists x)(x \in y \rightarrow x \in z)$ ". Ancak unutulmamalıdır ki bunu yaptığımızda kümelerin, sınıfların ve hatta niteliklerin varlığı sorununa tarafsız yaklaşan, böylece ontolojik olarak saf olan "temel mantıktan" çıkıp, bu tür şeyleri değişkenlerin değerleri olarak varsayan bir "sınıflar kuramına" giriş yapmış oluruz: Quine, a. g. e., s. 114.

işaret dizilerine göndermede bulunmuyoruz, niteliklere ya da kümelere de göndermede bulunmuyoruz. Ancak bazı mantıkçılar, farklı bir çizgi izleyerek ‘F’yi bir nitelik değişkeni, ‘Fx’i ise “x’in F’si vardır” şeklinde okumuşlardır.²⁷

Yani bazı mantıkçılar “Fx” gibi bir önerme fonksiyonundaki “F” harfini bir sahte yüklem veya şematik harf olarak değil, bir bağıl değişkenin değeri olabilen harfler olarak yorumlamıştır. Bu değer ise *nitelikler*dir. Böylece “Fx” ifadesini “x bir F’dir” olarak yorumlamak yerine, “x’in F’si vardır” (yani “x’in F gibi bir niteliği vardır”) şeklinde yorumlama hatasına düşmüştür. Quine, çeşitli mantıkçıların bu hataya farklı nedenlerle düştüğünü öne sürer. Örneğin Gottlob Frege bu hataya bilerek düşmüştür. Çünkü Frege nitelikleri varsaymak bakımından müsrif [*prodigal*] bir mantıkçıdır. Bertrand Russell ise bilerek değil, tamamen kafa karışıklığı [*confused*] nedeniyle aynı hatayı tekrarlamıştır.²⁸ Bu konuda Quine çeşitli yapıtlarında özellikle Russell’i eleştirmiştir. Quine’a göre “Fx” gibi bir önerme fonksiyonu özünde bir *açık cümle*dir (*open sentence*). Görevi çeşitli cümleleri veya cümleleri oluşturan parçaları simüle etmek veya yapay şekilde canlandırmaktır. Fakat Russell, tipler kuramını geliştirirken “Fx” ifadesini bazen bir açık cümle, bazen de bir niteliğin ifadesi olarak kullanmıştır. Çünkü Russell, simüle edici *açık cümleler* ile *nitelikler*i birbirine karıştırmıştır.²⁹ Dahası, bu temelde geliştirdiği tipler kuramı yoluyla küme kuramını (ve genel olarak matematiği) az sayıda saf mantıksal temelden türetmiş görüntüsü vermiştir.³⁰ Ancak Quine’a göre bu *mantıksal*cı görüntü aldatıcıdır. Çünkü daha önce de belirtildiği gibi “Fx” veya benzeri bir yüklem fonksiyonundaki yüklem harfleri, bir değer (örneğin niteliğin, sınıfın, kümenin vb.) adı olan harfler gibi görülüyorsa *temel mantığın* sınırlarından çıkılıp ontolojik olarak saf olmayan daha yüksek bir dile geçiş yapılıyor demektir.

Şimdi, Quine’ın *İDM*’a eleştirileri ise yukarıda incelenen eleştirilerinin bir devamıdır. Öncelikle “ikinci derece mantık” ifadesinin öncüsü David Hilbert ve asistanı Wilhelm Ackermann değildir.³¹ Ancak bu ifadeyi bugünkü anlamıyla tanınır hale getirenler bu isimler ve ek olarak Alonzo Church’tür.³² Hilbert ve Ackermann *İDM*’ı, “önerme ve yüklem değişkenlerine tümel ve tikel niceleyicilerin uygulanması” yoluyla elde edilen ve *BDM*’ın “doğal uzantısı” olan bir sistem olarak tanıtmıştı.³³ Quine da *İDM*’ı eleştirirken Hilbert, Ackermann ve Church gibi isimlerin yapıtlarını dikkate almış olup, Quine’a göre bu isimlerin çalışmalarında tanıtılan *İDM*, aslında daha önceden Russell’in gerçekleştirmeye çalıştığı “küme kuramını mantığa asimile etme” girişiminin bir benzeri olarak görülmelidir.³⁴

Quine’a göre Hilbert ve Ackermann’ın ve (Church gibi) “takipçilerinin” hatası, yine Russell’in yaptığı gibi, “Fx” gibi bir önerme fonksiyonunu bir açık cümle olarak görmemektir. Böylece fonksiyondaki “F” harfi, şematik bir harf olarak görülmek yerine bir değişkenin değeri olan ve nicelenebilen harfler olarak görülür. Ancak *İDM*’ta, Russell’in yaklaşımından farklı olarak bu tür harfler niteliklerin değil, nihai olarak kümelerin adlarıymış gibi anlaşılır.³⁵ Dolayısıyla “Fa” gibi bir ifadeden *ikinci derece tikel genelleme* (İDTG) kuralını kullanarak “(∃x)Xa” gibi bir ifadeye ulaştığımızda X değişkeninin değerleri kümeler haline gelmektedir.

Ancak Quine’a göre burada şöyle bir kritik sorun ortaya çıkmaktadır: Bir *BDM* teoremi olan “(∀x)(Fx ↔ Fx)” ifadesini ele alalım. Bu ifadedeki “F” harfini şematik bir harf olarak değil de bir değer (örneğin niteliğin, sınıfın, kümenin vb.) adı olan ve nicelenebilen bir değişken

²⁷Quine, *Philosophy of Logic*, s. 66.

²⁸Quine, a. g. e., s. 66.

²⁹Quine, *Set Theory and Its Logic*, s. 258; Quine, *From a Logical Point of View*, s. 122; Quine, *Philosophy of Logic*, s. 68.

³⁰Quine, *Philosophy of Logic*, s. 68.

³¹Örneğin Frege’de daha önceden “birinci derece” ve “ikinci derece” (*zweiter Ordnung*) kavramlar ayrımı bulunmaktadır: Gottlob Frege, *Aritmetiğin Temelleri: Sayı Kavramı Üzerine Mantıksal-Matematiksel Bir İnceleme*, çev. H. Bülent Gözkân (İstanbul: Yapı Kredi Yayınları, 2008), §53. Yine Charles Sanders Peirce’te “birinci yönelim mantığı” ve “ikinci yönelim mantığı” (*second-intentional logic*) ayrımı bulunmaktadır: C. S. Peirce, “On the Algebra of Logic: A Contribution to the Philosophy of Notation” *American Journal of Mathematics* 7, no. 2 (January 1885), s. 193; C. S. Peirce, “On the Algebra of Logic” *American Journal of Mathematics* 7, no. 3 (April 1885), s. 199.

³²Hilbert ve Ackermann, *Principles of Mathematical Logic* yapıtları ek olarak Alonzo Church, *Introduction to Mathematical Logic* (Princeton, NJ: Princeton University Press, 1956) yapıtları *İDM*’a dair en temel klasik metinlerdir.

³³Hilbert ve Ackermann, *Principles of Mathematical Logic*, s. 125.

³⁴Quine, *Set Theory and Its Logic*, s. 258.

³⁵Quine, *Set Theory and Its Logic*, s. 257, Quine, *Philosophy of Logic*, s. 68.

olarak görürsek, İDTG kuralını kullanarak “ $(\exists x)(\forall y)(x \leftrightarrow Fy)$ ” gibi bir ifadeye (yani *ikinci derece kapsama ilkesine*) kolayca ulaşabiliriz. Ancak bu ifade dikkat edilirse *naif küme kuramının* en temel ilkesi olan “ $(\exists x)(\forall y)(y \in x \leftrightarrow \Phi(y))$ ” sınırlandırılmamış kapsama (*unrestricted comprehension*) ilkesinin *İDM* sözdiziminde yeniden ifade edilmesinden başka bir şey değildir. Bu durumda *İDM*, her “ Fx ” biçimindeki açık cümleyle belirlenen bir kümenin var olduğu biçimindeki bir ilkeyi barındırır ve dolayısıyla *naif küme kuramının* ontolojik taahhütleri (ve hatta paradoksları), *İDM*’ın da taahhütleri haline gelir.³⁶ Bu örnekle Quine’in *İDM* hakkında vurguladığı sorun, nihai olarak bir *konu* ve *ontolojik taahhütler* sorunudur: Bir “mantık” sistemi, sanki bir matematik kuramıymış gibi kümelerin varlığından bahsetmektedir. Kendisinin de belirttiği gibi: “Küme kuramının sarsıcı [*staggering*] varlık varsayımları [*existential assumptions*] artık şematik yüklem harfinden nicelemeye elverişli küme değişkenine yapılan örtük kaydırmada ustaca gizlenmiştir”.^{37ve38} Sonuç olarak Quine’a göre yalnızca Russell’in tipler kuramı değil, aynı zamanda *İDM* da “koyun postunda küme kuramıdır”.³⁹

Quine’in *İDM* aleyhine yukarıda kısaca incelenen görüşlerine karşı çeşitli itirazlar geliştirilebilir. Örneğin *BDM*’ın da ontolojik olarak saf olmadığı, çünkü bazı şeylerin varlığını öne süren “ $(\exists x)(Px \vee \neg Px)$ ” gibi ifadelerin *BDM*’ın da teoremi olduğu, dolayısıyla ontolojik saflığın “saf mantıksal” olmanın bir ölçütü olmadığı öne sürülebilir. Ancak yukarıda incelenen görüşleri temelinde Quine’in olası savunması şu şekilde olurdu: “ P ” harfi yüklemeleri simüle etmesi için kullanılan bir şematik harftir ve herhangi bir kümenin, sınıfın veya niteliğin adı değildir. Ayrıca bu ifade hiçbir “ayırt edici” söz listesi (örneğin elemanı olmak “ $\in$ ”, toplamak “ $+$ ”, büyük olmak “ $>$ ” vb.) yoluyla oluşturulmadığı için birinci derece “ x ” değişkeni hiçbir “ayırt edici” değer aralığına sahip değildir. Böylece “ x ” herhangi bir şey olabilir. Sonuç olarak bu ifade, bir bütün olarak nitelikler, sınıflar, kümeler, sayılar veya başka bir “ayırt edici” (*distinctive*) nesneyi taahhüt etmez ve ontolojik olarak saftır.

Bir diğer olası itiraz, *BDM*’ın ifade gücünün zayıflığını vurgulamak olabilir. Quine yukarıdaki görüşlerinde katı biri *birinci derecedeki* (*first-orderist*), yani mantığı birinci derece mantıkla sınırlandırma taraftarı görüntüsü vermektedir. Ancak bir önceki bölümden biliyoruz ki *BDM*’ın ifade gücü, çeşitli kuramsal soruşturma sahaları bir yana pek çok gündelik dil ifadesini biçimsel olarak çalışmak için dahi yeterli değildir. O halde *birincidereceleştirilemez* (*nonfirstorderizable*) ifadeleri biçimsel olarak çalışmak için nasıl bir yol izlemeliyiz? Diğer bir deyişle *İDM*’ı nasıl ikame edebiliriz? Quine’in bu soruya yanıtını anlamak için “ Fx ” önerme fonksiyonundaki “ F ” sahte yüklem harfini nicelemenin motivasyonunu tekrar hatırlayalım. Yukarıda da incelendiği gibi Quine’a göre bu tür harfleri nicelenebilir gören kimseler, bunları bir niteliğin, kümenin veya sınıfın adıymış gibi düşünmektedir. Bu temelde Quine’in teklifi şudur:

[...] Nitelikleri kabul eden biri bile ‘ $F(x)$ ’ ifadesini ‘ x ’in ‘ F ’si vardır’ biçiminde, böylece ‘ F ’ bir ad konumundaymış gibi okumamalıdır; bunun yerine ‘ x ’in ‘ y ’si vardır’ yazmalıdır (...). Benzer şekilde, birisi nicelenebilir değişkenlerin değerleri olarak kümeleri kabul etmek istiyorsa ‘ $x \in y$ ’ yazmalıdır (...). [Böylece] küme-kuramsal benzerine açıkça geçiş yapılmalıdır. Yüklem harfi ‘ F ’, (...) değer alabilen bir değişken değil, yalnızca yerine bir şey konulabilen şematik bir harftir.⁴⁰

Yani *IDM*’ı ikame etmenin yolu, ifadelerin “küme kuramsal benzerine açıkça geçiş yapmaktır”. Bir örnek olarak şu cümleyi inceleyelim: “Bazı kimseler ancak bir diğerini takdir eder”. Uluslararası literatürde Geach-Kaplan cümlesi olarak

³⁶Quine, *Set Theory and Its Logic*, s. 257.

³⁷Quine, *Philosophy of Logic*, s. 68. Aynı kitabın 1986’daki ikinci baskısında Quine, bu eleştirisinin tonunu şu şekilde hafifletmiştir: “[...] küme kuramının önemli bir kısmı fark edilmeden içeri sızmış olur”: W. V. Quine, *Philosophy of Logic*, 2nd ed. (Cambridge, MA: Harvard University Press, 1986), s. 68.

³⁸Quine’in *Philosophy of Logic* yaptığını (her iki baskısını) inceleyen bir yorumcu bu eleştirinin *İDM* aleyhine yöneltilmediğini düşünebilir. Çünkü yapıtta Quine “ikinci derece” mantık ifadesine yerine “yüksek derece” (*higher-order*) ifadesini kullanmıştır. Ancak şu iki nokta dikkate alınmalıdır. Birincisi Quine, eleştirilerinin hedefinin *IDM* olduğunu başka bir kitabında açıkça ifade etmektedir: Quine, *Set Theory and Its Logic*, s. 258. İkincisi Quine bu eleştirisini geliştirirken “Hilbert’in takipçileri” olarak andığı Church’ü de göz önünde bulundurmıştır ve Church, yapıtının pek çok yerinde *BDM*’tan yüksek sistemleri (*IDM*’ı da içerecek şekilde) “yüksek derece” mantıklardan saymıştır. Örneğin: Church, *Introduction to Mathematical Logic*, s. 288.

³⁹Quine, *Philosophy of Logic*, s. 66.

⁴⁰Quine, a. g. e., s. 67.

bilinen bu cümle birincidereleştirilemezdir.⁴¹ Buna karşın eğer “Txy” ifadesi “x, y’yi takdir eder” olarak yorumlanırsa bu ifadeyi *IDM* içinde şöyle ifade edebiliriz:

$$(\exists x)((\exists x)Xx \wedge (\forall x)(\forall y)((Xx \wedge Txy) \rightarrow (x \neq y \wedge Xy)))$$

Quine ise *Methods of Logic* yapıtının sonraki baskılarında, “küme kuramsal benzerine açıkça geçiş” yapma önerisini somutlaştırarak bu ifadeyi şöyle biçimselleştirmiştir:

$$(\exists z)((\exists x)x \in z \wedge (\forall x)(x \in z \rightarrow (\exists y)Txy \wedge (\forall y)(Txy \rightarrow (x \neq y \wedge y \in z))))^{42}$$

Böylece Quine’in önerisi *BDM*’a sadık kalmak; ancak *BDM*’ın sözdiziminin yetmediği durumlarda ikinci derece niceleyicilere başvurmak yerine küme kuramsal operatörlerden yardım almış gibi görünmektedir.⁴³

IDM ile İlgili Kanıt Kuramsal Sorun

Birinci sorun kadar olmasa da *IDM* ile ilgili tartışmaların yoğunlaştığı bir nokta daha bulunuyor. Bu nokta ise *IDM*’ın tam olmamasıyla ilgilidir. Kısaca belirtmek gerekirse bazı filozoflar *IDM*’ın tam olmamasını gerekçe göstererek onun gerçek bir mantık sistemi sayılamayacağını öne sürmektedir.

Tipik olarak mantık sistemleri, anlambilimsel (*semantik*) ve sözdizimsel (*sentaktik*) olmak üzere iki ana bileşenden veya alt sistemden oluşur. Bir mantık sisteminin anlambilimsel kısmı, bu sistemin biçimsel dilinde ifade edilebilecek önermelerin anlamını, yani bu ifadelerin ne zaman doğru olduğunu belirleyen kurallardan oluşur. Örneğin önermeler mantığında “(P → Q)”, “(P ∧ Q)” ve bunun gibi ifadelerin anlamının ne olduğunu önermeler mantığının semantiği belirler. *BDM*’ın semantiği, önermeler mantığının semantiğine ek olarak “(∃x)” ve “(∀x)” gibi nicelemelerle oluşturulan ifadelerin anlamını belirler. *IDM*’ın semantiği (daha doğrusu semantikleri) ise *BDM*’ın semantiğine ek olarak “(∃X)” ve “(∀X)” gibi nicelemelerle oluşturulan ifadelerin anlamını belirler. Mantık sistemlerinin semantiği bu yolla bu sistemlere dair iki önemli unsuru belirlemektedir. (1) Birincisi sistemin *mantıksal doğruları* (*logical truth*) veya *anlambilimsel olarak geçerli* (*semantically valid*) ifadeleridir. Eğer bir ifade bir mantık sisteminin yalnızca semantik kuralları temelinde doğruysa bu ifadeye o sistemin bir mantıksal doğrusu denir. Örneğin (P ∨ ¬P) önermeler mantığının (ÖM) bir mantıksal doğrusu veya semantik olarak geçerli ifadesidir ve bunu şöyle gösteririz: “ $\models_{\text{ÖM}} (P \vee \neg P)$ ”. (2) İkincisi ise bu sistemin *anlambilimsel sonuç* (*semantic consequence*) ilişkisidir. Örneğin önermeler mantığında “(P ∧ Q)” gibi önermenin anlamı göz önünde bulundurulduğunda, bu ifadenin bütün yorumlarında “P” önermesi de doğrudur. Dolayısıyla “P” ifadesi “(P ∧ Q)” ifadesinin anlambilimsel sonucudur ve bunu şöyle gösteririz: “ $(P \wedge Q) \models_{\text{ÖM}} P$ ”.

Bir mantık sisteminin sözdizimsel bileşeni veya alt sistemi ise en başta o sistemin ifade dönüştürme kuralları veya diğer adıyla çıkarım kuralları temelinde oluşur. Örneğin önermeler mantığının sözdizimi, mantıksal bağlaçlara dair çıkarım kurallarını içerir: “(P → Q) ifadesi (¬P ∨ Q) ifadesine dönüştürülebilir” veya “(P ∧ Q) ifadesinden P ifadesine ve Q ifadesine ayrı ayrı ulaşılabilir” gibi. *BDM*, önermeler mantığının sözdizim sistemine ek olarak “(∃x)” ve “(∀x)” gibi nicelemelere dair özelleme ve genelleme kurallarını, *IDM* ise *BDM* sözdizimine ek olarak “(∃X)” ve “(∀X)” gibi ikinci derece nicelemelere dair özelleme ve genelleme kurallarını içerir. Bu yolla mantık sistemlerinin sözdizimi, bu sistemler hakkında iki önemli unsuru tanımlar. (1) Birincisi, sistemin *teoremleri*dir. Bir mantık sisteminin *sıfır öncül*den, yalnızca sistemin çıkarım kuralları kullanılarak türetilen ifadeleri o sistemin *teoremi* olarak adlandırılır. Örneğin “(P ∨ ¬ P)” ifadesi

⁴¹Çünkü cümle birbirlerini takdir eden eleştirmenlerden oluşan bir kümenin varlığından bahsediyormuş gibi yorumlanmaktadır ve *BDM* “öyle bir küme vardır ki” şeklinde yorumlanabilecek bir sözvarlığına sahip değildir.

⁴²W. V. Quine, *Methods of Logic*, 4th ed. (Cambridge, MA: Harvard University Press, 1982), s. 293. Bu yolla Quine ifadeyi şöyle yorumlamış görünmektedir: “Öyle bir boş olmayan küme vardır ki, bu kümenin her ögesi kümedeki kendinden başka bir ögeyi taktir eder”

⁴³Mantık ile küme kuramı ilişkisi Quine sonrasında da tartışma konusu olmuştur. Örneğin George Boolos 1975’te *IDM*’ın yalnızca boş kümelerin varlığını kabul etmeyi gerektirdiğini öne sürdü: George S. Boolos, “On Second-Order Logic,” *The Journal of Philosophy* 72, no. 16 (September 18, 1975), s. 520. Ancak bu durum Boolos’a göre *IDM*’ın “mantık” statüsüne zarar vermemekteydi. Boolos sonraları bu kanaatinden vazgeçerek, *IDM*’ın boş küme de dahil hiçbir kümeyi varsaymayı gerektirmediğini öne süren daha güçlü bir strateji geliştirdi. Bu nokta sonraki bölümlerde daha geniş şekilde incelenecektir. Steward Shapiro ise Quine’in görüşlerini tartıştığı bir çalışmada “eğer mantık ile matematik arasında keskin bir sınır olsaydı *IDM* matematik tarafına düşerdi; ancak bu ikisi arasında keskin bir sınır yoktur” şeklinde özetlenebilecek bir görüşü savundu. Ardından aynı çalışmada, *IDM*’ta biri ancak küme kuramsal bir hipotez olan *süreklilik hipotezi* (*continuum hypothesis*) doğruysa mantıksal doğru olabilecek bir önermenin, bir de bu hipotez yanlış olsaydı mantıksal doğru olabilecek başka bir önermenin formüle edilebileceğini gösterdi. Shapiro, Stewart. *Foundations without Foundationalism: A Case for Second-Order Logic*. Oxford: Clarendon Press, 1991; s. 105.

önergeler mantığının yalnızca bir mantıksal doğrusu değil, aynı zamanda bir teoremdir ve teoremler şöyle gösterilir: “ $\vdash_{\text{öM}} (P \vee \neg P)$ ”. İkincisi ise bu sistemin *sözdizimsel sonuç* (*syntactic consequence*) ilişkisidir. Örneğin “P” ifadesi “ $(P \wedge Q)$ ” ifadesinin yalnızca anlambilimsel sonucu değil, aynı zamanda sözdizimsel sonucudur. Çünkü “P”, *tümel evetlemeyi yalınlaştırma* (*conjunction elimination*) gibi herhangi bir çıkarım kuralı ile “ $(P \wedge Q)$ ” ifadesinden türetilir. Bu durum şöyle ifade edilir: “ $(P \wedge Q) \vdash_{\text{öM}} P$ ”.

Mantık sistemlerinin *tamlığı*, semantik ve sentaktik ana bileşenlerinin arasında tanımlanan özel bir ilişkidir.⁴⁴ Eğer bir mantık sisteminin bütün *mantıksal doğruları* aynı zamanda bu sistemin *teoremiye* (yani bu sistemde düzgün şekilde kurulabilen her φ ifadesi için: $\models \varphi \Rightarrow \vdash \varphi$ ise) o zaman bu sistem *zayıf anlamda tamdır* (*weak completeness*). Dahası aynı sistemde φ gibi bir ifadenin K gibi herhangi bir ifadeler kümesinin semantik sonucu olduğu her durumda bu sistemin çıkarım kuralları kullanılarak K temelinde φ kanıtlanabiliyorsa (yani $K \models \varphi \Rightarrow K \vdash \varphi$ ise) o zaman bu sistem *güçlü anlamda da tamdır* (*strong completeness*). Bir mantık sisteminin güçlü anlamda tamlığı kanıtlandığında zayıf anlamda tamlığı da kanıtlanmış olur; ancak aksi geçerli değildir.⁴⁵

Şimdi, çeşitli klasik mantık sistemleri bu açıdan incelendiğinde *önergeler mantığının* ve *BDM*’in güçlü anlamda tam olduğu kanıtlanmıştır. Ancak bu iki sistemin aksine *İDM*, en azından standart semantiğinde, zayıf anlamda dahi tam değildir. Bunu Richard Dedekind’in ikinci derece Dedekind-Peano aritmetiğinin (PA_2) kategorik olduğuna ilişkin teoremi ve Kurt Gödel’in birinci eksiklik teoremi sayesinde biliyoruz. Dolayısıyla *İDM*, önergeler mantığı ve *BDM*’in aksine eksik bir ispat kuramı vaat etmektedir.

Tamlık elbette mantık sistemlerinin istendik özelliklerinden biridir. Diğer her şey eşitken tam bir mantık sistemini eksik bir mantık sistemine göre daha fazla tercih ederiz. Ancak bazı düşünürler tamlığın yalnızca istendik bir özellik olmadığını, tam olmayan bir sistemin “mantık” sistemi bile sayılamayacağını öne sürmüştür. Böylece bu düşünürler açısından *İDM*’ı mantıktan aforoz etmek için bir neden daha ortaya çıkmaktadır.

İDM’in eksikliği yönünden mantıktan aforoz edilmesinin öncüsü yine Quine’dir. Quine hiçbir zaman *İDM*’in ve tipler kuramı gibi daha yüksek sistemlerin tam olmadıkları için mantık sistemi sayılamayacağını açıkça ifade etmemiştir; fakat mantıksal doğruluğun doğasına dair çeşitli görüşleri bu sonuca götürmektedir.

Bu noktayı anlamak için mantık ile matematik arasındaki ayrıma geri dönelim. Önceki bölümde incelendiği gibi Quine’a göre mantıksal doğruları matematiksel doğrulardan ayıran ölçütlerden biri konu ve ontolojik taahhütler içermemesidir. Ancak Quine, bir ölçütten daha bahsetmiştir: *Apaçıklık* (*obviousness*) veya en azından *olası apaçıklık* (*potentially obviousness*). Yani “mantık” işlevi görecek bir sistemin doğruları *apaçık* olmalıdır.

“ $(P \rightarrow P)$ ” gibi bir klasik mantık doğrusunu veya “ $1+1=2$ ” gibi bir matematik doğrusunu ele alalım. Bunlar herkese açık görünür. Burada apaçıklık epistemolojik değil davranışsal bir terimdir. Yani bu ifadelerin apaçık olduğunu söylediğimizde bunların neden doğru olduğunu belirtmiş olmayız. Yalnızca İngilizce (ve elbette Türkçe) konuşan kimselerin (nedeni ne olursa olsun) bu tür ifadeleri hızla kabul etmeye eğilimli olduğunu (davranışsal olarak) gözlemleyebileceğimizi söylemiş oluruz.⁴⁶ Ancak bazı matematiksel doğrular apaçık olsa da bütün matematiksel doğrular kümesi apaçık değildir. Örneğin temel sayı kuramı apaçık olmadığı gibi en azından olasılıkla apaçık bile değildir. Çünkü (Kurt Gödel’in birinci eksiklik teoreminin gösterdiği üzere) ilgili anlamda (yani olumsuzlamalı tamlık anlamında) tam bir kanıt prosedürüne sahip

⁴⁴Diğer bir deyişle, mantık sistemleri her zaman belirli bir *biçimsel semantiğe* göre tamdır veya değildir.

⁴⁵Şu nokta gözden kaçırılmamalıdır: Burada konu bir *biçimsel kuramın* (*formal theory*) değil bir *mantık sisteminin* tam olup olmamasıdır. Mantık sistemleri çoğu zaman çeşitli biçimsel kuramlar oluşturmak için kullanılmaktadır. Örneğin birinci derece Peano aritmetiği (PA_1), ikinci derece Peano aritmetiği (PA_2), birinci derece Zermelo Fraenkel küme kuramı (ZFC_1) vb.. Biçimsel kuramlar biçimsel mantık sistemleri içinde ifade edilen ve *tümdengimsel içerim* (*deductive implication*) altında *kapalı* olan ifade kümeleridir. Amaçları belirli matematiksel çalışma sahalarına (örneğin doğal sayılar, kümeler vb.) dair doğruları elde etmektir. Bu nedenle mantık sistemlerinden farklı olarak biçimsel kuramlarda aranan özelliklerden biri *olumsuzlamalı tamlıktır* (*negation completeness*). Olumsuzlamalı tamlığa sahip bir kuramda ya φ gibi bir düzgün oluşturulmuş ifade ya da bu ifadenin olumsuzu olan $\neg\varphi$ teoremdir. Biçimsel olarak: $\vdash \varphi \vee \vdash \neg\varphi$. Ancak mantık sistemlerinin tamlığından veya eksikliğinden bahsedilirken göz önünde bulundurulacak tamlık çeşidi *olumsuzlamalı tamlık* veya *olumsuzlamalı eksiklik* (*negation-incompleteness*) değildir.

⁴⁶Quine, *Philosophy of Logic*, s. 82.

değildir.⁴⁷ Benzer şekilde küme kuramı da tam olmadığı için apaçık değildir. Hatta küme kuramı, tam olmamasına ek olarak, birbirlerine rakip küme kuramlarının mevcudiyeti nedeniyle de apaçık değildir.⁴⁸

Buna karşın birinci derece mantıksal doğrular apaçıklığa veya en azından olası apaçıklığa sahiptir, çünkü ilgili anlamda (yani *zayıf tamlık* anlamında) tam bir kanıt prosedürüne sahiptir. Bir birinci derece ifade ne kadar uzun ve karmaşık olursa olsun, eğer *BDM*'in bir mantıksal doğrusuysa o zaman bir kanıt da sahiptir. Dolayısıyla apaçık olmayan *BDM* doğruları bile en azından olası apaçıklığa sahiptir. Hatta mantıksal doğrular kümesini yalnızca önermeler mantığı ve *BDM*'in mantıksal doğrularıyla sınırlarsak, bir mantıksal doğruyu “bir kanıt prosedürüne sahip doğru” olarak bile tanımlayabiliriz.⁴⁹ve⁵⁰

İDM'a gelince, ikinci derece niceleyicilerin değerleri kümeler olduğu için ve Quine kümeleri veya sınıfları nicelenebilir değişkenlerin değerleri belirleyen sistemleri küme kuramı saydığı için ve böylece bunlar “tam kanıt prosedürlerinin sınırlarını” aştıkları için⁵¹ *İDM* da Quine'in ölçütlerine göre mantık sistemi sayılamaz. Burada şu noktayı tekrar vurgulamak gerekmektedir: Quine'a göre saf mantıksallığın ölçütü tamlık değil, apaçıklık veya olası apaçıklıktır. Ancak bunun göstergelerinden biri ilgili anlamda tamlıktır.

Eksikliğini gerekçe göstererek *İDM*'ı mantıktan aforoz etmeye yönelik bir diğer ünlü girişim, Quine'in *Philosophy of Logic* kitabının ilk baskısından birkaç yıl sonra, Leslie H. Tharp'tan gelmiştir. Quine tam olmayan bir sistemin doğrularının apaçık olmadığını öne sürerken Tharp, böyle bir sistemin “tündengelim sistemi” sayılamayacağını savunmuştur:

Sonuçta, tamlık bir sistemin yalnızca hoş bir özelliği değildir. Herhangi bir tündengelim sistemi sunulduğunda, en temel sorulardan biri, onun (ilgili anlamda) tam olup olmadığıdır. Eğer tüm geçerli (veya doğru) formüller kurallar aracılığıyla kanıtlanabiliyorsa uzunluk ve karmaşıklık gibi pratik sınırlamalar dışında, onların geçerli (veya doğru) oldukları bilinebilir. Bu, önerilebilecek en ilginç ve önemli kriterlerden biriymiş gibi görünmektedir.⁵² (1975, ss. 5-6)

Metinde de görülebileceği gibi Tharp'a göre tamlık, yalnızca bir sistemi tercih etmemizi sağlayan “hoş” bir özellik değildir. “Mantık” sistemi sayılabilecek bir kalkülüs bize bir “tündengelim sistemi” sağlamalıdır. Tündengelim sistemi olmanın gerek koşullarından biri ise tam olmaktır. Peki, neden? Tharp bu konuda iki farklı gerekçe öne sürmüştür. Bunlardan biri *tarihsel gerekçedir*. *BDM* veya Tharp'ın terminolojisiyle “temel mantık” (*basic logic*) bilinen en iyi mantık sistemi olarak ortaya çıktıktan sonra bu tarihsel gelişme “bir mantık anlayışı” oluşturmuş ve “diğer rakiplere uygulanacak bir standart” belirlemiştir.⁵³ Diğeri ise *epistemolojik gerekçedir*. Tharp'a göre bir tündengelim sisteminin neyi mantıksal doğru kabul ettiği *bilinebilir* olmalıdır. Bu açıdan bakıldığında, tam sistemlerin neyi mantıksal doğru kabul ettiği “etkili biçimde sıralanabilir”.⁵⁴ Ancak tam olmayan sistemlerde bu sıralama yapılamayacağından “mantığın ilkelerinin çoğunun bilinemez olması ya da yalnızca *ad hoc* ya da kesin olmayan argümanlar yoluyla belirlenebilir olması” sorunuyla karşılaşılır.⁵⁵ Sonuç olarak *İDM*, tarihsel anlayışın zorlaması ve epistemolojik nedenlerle gerçek bir tündengelim sistemi, dolayısıyla bir mantık sistemi sayılamaz.

⁴⁷Quine, a. g. e., s. 98.

⁴⁸Quine, a. g. e., s. 72.

⁴⁹Quine, a. g. e., s. 56-58.

⁵⁰Quine bu tamlık ölçütünü özdeşlik operatörüyle (=) ilgili tartışmalara da uygulamıştır. 20. yüzyılın başında özdeşlik operatörünün saf mantıksal bir operatör olup olmadığı sıkça tartışılmıştır. Quine ise *BDM*'in tamlığının özdeşlik operatörüyle genişletilmiş *BDM*'a (*first-order logic with identity*) genişletilebilmesinden yola çıkarak bu operatörü matematikten çok mantığa daha yakın bir operatör saymıştır: Quine, a. g. e., s. 62.

⁵¹Quine, a. g. e., s. 72.

⁵²L. H. Tharp, “Which Logic Is the Right Logic?” *Synthese* 31, no. 1 (1975): ss. 5-6.

⁵³Tharp, a. g. e., s. 6.

⁵⁴Tharp, a. g. e., s. 4.

⁵⁵Tharp, a. g. e., s. 7.

İDM'ı Kurtarmak

Böylece yukarıda incelendiği üzere İDM'in (ayrıca daha yüksek sistemlerin) mantıktan aforozu lehine başlıca iki eleştiri bulunmaktadır. Bunlardan birincisi İDM'in konu ve ontolojik taahhütler içerdiği için mantık sistemi sayılamayacağını, ikincisi ise sistemin eksik olduğu için mantık sistemi sayılamayacağını öne sürmektedir.

Şimdi, burada incelenen konu elbette kavramsal bir boyut içermektedir. Çünkü yukarıdaki eleştiriler "biçimsel mantık" teriminin kapsamının BDM ile sınırlandırılmasını öneren *birinci derececiliği* (*first-orderism*) desteklemektedir. Ancak konunun bir maliyet analizi boyutu da bulunmaktadır. Çünkü yukarıda incelenen iki eleştiri, arka planda, BDM'in sınırlarından çıkmanın çeşitli maliyetleri beraberinde getireceğini de ima etmektedir.

Örneğin Quine'in konu ve ontolojik taahhütler içermeye eleştirisini ele alalım. Hatırlanabileceği gibi Quine'a göre mantıksal doğrular (ki bundan kastı BDM'in mantıksal doğrularıdır), belirli bir söz listesinin dayattığı değişken değerlerine değil, dilbilgisine bağlıdır ve bu nedenle evrensel uygulamaya sahiptir. Bu sayede (birinci derece) mantık, bilimlerin yanı sıra matematiğin de "hizmetkarı" (*handmaiden*) olabilmektedir.⁵⁶ Ancak Quine İDM'a eleştirisinde haklı olsaydı, yani İDM küme kuramsal varsayımlar içerseydi, bu durumda İDM matematiğin bile hizmetkarı olamazdı. Çünkü İDM yardımıyla (örneğin) küme kuramını çalışmaya kalktıığımızda küme kuramını, kendisi de küme kuramsal varsayımlar içeren bir sistem üzerinden çalışmış olurduk. Bu durumda karşılaşıcağımız maliyet döngüsellik sorunu olurdu.⁵⁷ Tamlıktan uzaklaşmanın maliyeti ise Tharp'ın da belirttiği gibi, kabul ettiğimiz sistemin mantıksal doğrularının çoğunun bilinemez olması ya da yalnızca *ad hoc* ya da kesin olmayan argümanlar yoluyla belirlenebilir olmasıdır.

İşte konunun böyle bir maliyet analizi boyutunun olması, İDM ve daha yüksek sistemleri savunan *yüksek derececilerin* (*higher-orderists*), birinci derececi eleştirilere karşı çeşitli itiraz stratejileri geliştirmesine yol açmıştır. Bu stratejilerden birincisi İDM'ı kabul etmenin birinci derececi eleştirilerin öne sürdüğü türden maliyetler ortaya çıkarmadığını öne sürmektir. Bunu "maliyetsizlik itirazı" olarak adlandırabiliriz. İkincisi ise İDM'ı kabul etmenin bir maliyetinin olduğunu kabul etmek fakat bu sistemden vazgeçmenin daha maliyetli olacağını öne sürmektir. Bunu "vazgeçme maliyeti itirazı" olarak adlandırabiliriz. Şimdi aşağıda bu iki itiraz stratejisinin birinci derececi eleştirilere karşı nasıl kullanıldığı iki bölümde gösterilecektir.

Maliyetsizlik itirazı

Öncelikle maliyetsizlik itirazından başlarsak bu itiraz ağırlıklı olarak Quine'in konu ve ontolojik taahhütler içermeye eleştirisine karşı yöneltilmiştir. Burada itirazda hedef, İDM'ı kullanmanın örtük küme kuramsal varsayımları kabul etmek gibi bir maliyetinin olmadığını ve böylece İDM'ın "koyun postunda küme kuramı" olmadığını savunmaktadır.

Quine'in eleştirilerine karşı böyle bir itirazı ilk formüle eden kişi George Boolos'tu. Boolos'un başlıca tezi, " $(\exists X)$ " ve " $(\forall X)$ " gibi ikinci derece niceleyicilerin, " $(\exists x)$ " ve " $(\forall x)$ " gibi birinci derece niceleyicilerin taahhüt ettiği şeylerin (yani nesnelerin) ötesinde hiçbir şeyi taahhüt etmemesidir. Bu görüşü anlamak için " $(\exists X)(\exists x)Xx$ " gibi herhangi bir ikinci derece ifadeyi ele alalım. Eğer burada " X " ikinci derece değişkeninin değerleri kümeler ya da sınıflar ise bu ifadeyi doğru kabul ettiğimizde bir X kümesini veya sınıfını varsaymış olurduk. Ancak Boolos'a göre buna mecbur değiliz. Çünkü:

İkinci derece niceleyicileri, birinci derece niceleyicilerimizin üzerinde yayıldığı [*range over*] nesnelerden başka herhangi bir şey üzerinde yayılıyorymuş gibi anlamak zorunda değiliz [...] Dünyada, birinci ve ikinci derece değişkenlerimizin sırasıyla yayıldığı ve tekil ile çoğul biçimlerimizin sırasıyla gönderimde bulunduğu, tekil şeyler ve onların

⁵⁶Quine, *Philosophy of Logic*, s. 98.

⁵⁷Quine'in eleştirisi bağlamında benzer bir yorum Ethan Jerzak tarafından şöyle sunulmuştur: "İkinci derece mantık, matematiğe bir temel sağlayamaz; çünkü belli bir anlamda zaten kendisi de matematiktir. Onu temel olarak kullanmak açık bir döngüsellik olurdu." Ethan Jerzak, "Second-Order Logic, or: How I Learned to Stop Worrying and Love the Incompleteness Theorems," *Math Archive Paper*, University of Chicago, August 21, 2009, <https://www.math.uchicago.edu/~may/VIGRE/VIGRE2009/REUPapers/Jerzak.pdf>, 20.

koleksiyonları olmak üzere iki tür şey var değildir. Aksine, aynı şeylere (en az) iki farklı biçimde gönderimde bulunma yolu vardır; bu şeylerin arasında, pek çok koleksiyon da bulunabilir.⁵⁸

Boolos'un buradaki görüşünü anlamak için doğal dillerdeki (Türkçe, İngilizce vb.) çoğul nicelemeleri ve çapraz referansları göz önünde bulunduralım. Örneğin "öyle bir şey var ki" demek ile "öyle bazı şeyler var ki" demek arasında fark vardır. Yine, "önceki" ve "sonraki" demek ile "öncelikler" ve "sonrakiler" arasında fark vardır. Benzer şekilde "ne zaman bir şey varsa" demek ile "ne zaman bazı şeyler varsa" demek arasında fark vardır. Ancak bu, ontolojik bir fark değildir. Örneğin gündelik yaşamda "öncelikler", "öyle bazı şeyler" ve benzeri çoğul ifadeler kullandığımızda birtakım kümeleri, sınıfları veya bunun gibi koleksiyonları varsayıp onlara gönderimde bulunmuş olmayız. Aslında gönderimde bulunduğumuz şey yine nesnelerdir; fakat nesnelere farklı bir biçimde, yani çoğul (*plural*) olarak "gönderimde bulunma yolunu" seçmiş oluruz.

İşte Boolos'a göre ikinci derece değişkenleri de böyle anlayabiliriz: Nasıl " $(\exists x)$ " nicelemesini "öyle bir x vardır ki" biçiminde doğal dile çeviriyorsak " $(\exists x)$ " nicelemesini de "öyle bazı x 'ler vardır ki" biçiminde çevirebiliriz. Bu ifadeyi "öyle bir nitelik, küme, sınıf, koleksiyon vb. vardır ki" biçiminde anlamak zorunda değiliz. " xy " ifadesini " y , x 'lerden biridir" biçiminde yorumlayabiliriz. Benzer şekilde " $(\exists x)Xa$ " gibi bir ifadeyi "öyle bazı şeyler vardır ki a onlardan biridir" biçiminde doğal dile çevirebiliriz. Bu ifadeyi "öyle bir küme / sınıf / nitelik vardır ki, a bu kümenin (ya da sınıfın) bir ögesidir / bu niteliğe sahiptir" biçiminde anlamak zorunda değiliz. Özetle, Boolos bu tür ikinci derece ifadeleri kümelere, sınıflara, niteliklere vb. gönderimde bulunmadan doğal dile çevirmek için bir çeviri şeması önermiştir.⁵⁹ Ancak anahtar nokta, ikinci derece değişkenleri, birinci derece değişkenlerle "aynı şeyler", yani nesneler üzerinde yayılıyor (değer aralığına alıyormuş) gibi yorumlamaktır.

Böylece bu çeviri şeması temelinde IDM , BDM 'a ek hiçbir ontolojik yük maliyetini beraberinde getirmemektedir. Hatta (birinci bölümde incelendiği gibi) IDM 'ın kapsama şemasından çıkan ve düpedüz boş kümenin varlığı üzerine konuşuyormuş gibi yorumlanabilecek " $(\exists x)(\forall y)(X(y) \leftrightarrow \neg y=y)$ " ifadesi bile Boolos'un çeviri şemasına göre "öyle bazı şeyler vardır ki kendi kendisiyle özdeş olmayan her şey onlardan biridir" biçiminde doğal dile çevrilebileceği için kümelerin, sınıfların veya küme benzeri koleksiyonların varlığına taahhütte bulunmamaktadır.

Dahası IDM bu yolla, matematiğin temellerini döngüsellik sorununa düşmeden çalışmak için de tekrar uygun bir araç haline gelmektedir. Zermelo-Fraenkel küme kuramını (ZFC) ele alalım. Daha önce de belirtildiği gibi bu kuram geleneksel olarak BDM sözdiziminde formüle edilmiş (ZFC_1) ve çalışılmıştır. Ancak bu kuramı IDM sözdiziminde de formüle edip çalışabiliriz (ZFC_2). Bu durumda BDM 'ın sözdizimsel sınırları nedeniyle ZFC_1 içinde bir aksiyom olarak değil aksiyom şeması olarak formüle edilen *yerine koyma* (*replacement*) ve *ayırma* (*separation*) ilkeleri, ZFC_2 sisteminde IDM 'ın yüksek ifade gücü sayesinde tam bir aksiyom olarak formüle edilebilmektedir. *Ayrırma aksiyomunda* bunun nasıl gerçekleştiği, bu çalışmanın birinci bölümünde incelenmiştir:

$$(\forall P)(\forall x)(\exists y)(\forall z)(z \in y \leftrightarrow (z \in x \wedge P(z)))$$

Şimdi, bu ikinci derece küme kuramsal ifade elbette kümelerin varlığına ontolojik taahhütte bulunmaktadır. Çünkü her şeyden önce " $\in$ " gibi küme kuramına özel bir yüklem ile oluşturulduğu için ifadedeki " x ", " y " ve " z " birinci derece değişkenlerinin değerleri kümelerdir. Ancak $(\forall P)$ nicelemesindeki P ikinci derece değişkeni, Boolos'un çeviri şeması temelinde birinci derece değişkenlerle aynı nesneleri değer aralığına aldığı için " x ", " y " ve " z " gibi değişkenlerin değerleri olan kümelere ek olarak bir sınıfa veya küme benzeri bir koleksiyona taahhütte bulunmamaktadır. Böylece küme kuramını, kendisi de küme kuramsal varsayımlar içeren bir sistem üzerinden çalışmamış oluruz. Sonuç olarak Zermelo-Fraenkel küme kuramının birinci derece formülasyonu (ZFC_1) yerine ikinci derece formülasyonunu kullanmak (ZFC_2) ek bir ontolojik yük getirmediği gibi döngüsellik sorunu da ortaya çıkarmaz.⁶⁰

⁵⁸George Boolos, "To Be Is to Be a Value of a Variable (or to Be Some Values of Some Variables)," *The Journal of Philosophy* 81, no. 8 (August 1984): 449.

⁵⁹Boolos, a. g. e., ss. 444-445.

⁶⁰Boolos'un " $(\exists x)(\forall y)(X(y) \leftrightarrow \neg y=y)$ " ifadesi ve ayırma aksiyomu konusundaki tartışması için: Boolos, a. g. e., ss. 440-442.



Boolos'un stratejisi her ne kadar *İDM*'i kurtarmak için umut vaat eden bir girişim olsa da bazı sorunlara sahiptir. Öncelikle Boolos ikinci derece niceleyicilerin doğal dillerdeki çoğul gönderimler üzerinden anlaşılmasını teklif ederken bu tür gönderimlerin ontolojik taahhüt içermediğini varsaymaktadır. Ancak bazı düşünürler bu varsayımı ikna edici bulmamıştır.⁶¹ Daha önemlisi, Boolos'un çeviri şeması, ele alınan ikinci derece ifade yalnızca "Px" gibi tek yerli yüklem fonksiyonları içeriyorsa uygulanabilmektedir. Yani yalnızca tek ögeli (*monadic*) *İDM*'a uygulanabilmektedir. Eğer ifade "Pxy" gibi iki yerli ilişki/bağıntı yüklemleriyle oluşturulmuşsa ve böylece çok ögeli (*polyadic*) *İDM*'a aitse Boolos'un çeviri şemasında bunun karşılığı yoktur. Böylece Boolos'un özgün stratejisi *İDM*'ın tamamını kurtarmamaktadır. Boolos bunu ciddi bir sorun olarak görmemiştir;⁶² fakat takipçileri bunu bir kusur olarak görmüş ve onun özgün çeviri şemasında bazı düzenlemeler teklif ederek bu yaklaşımı daha da geliştirmeye çalışmıştır.⁶³

Bu bağlamda son yıllarda özellikle Massimiliano Carrara ve Enrico Martino tarafından yapılan bir girişimden bahsetmenin faydası bulunuyor. Yukarıda da incelendiği üzere Boolos ikinci derece niceleyicileri doğal dillerdeki çoğul nicelemeler üzerinden yorumlamıştır. Carrara ve Martino ise çoğul nicelemelerin bir zihin eylemi olarak çoğul gönderimler olarak anlaşılabilirliğini savunmuştur. Buradaki fikir basitçe şudur: Kümeler, sınıflar, koleksiyonlar farklı bir şeydir, nesneleri zihninizde toplamak, bir araya getirmek ve bunlar arasında seçim yapmak başka bir şeydir. İkincisi bir soyut nesne değil, zihinde yapılan eylemlerdir. Dolayısıyla çoğul nicelemeleri nesneleri zihinde bir araya getirme ve aralarından seçim yapma eylemleri olarak yorumlarsak Boolos'un özgün stratejisini çok ögeli (*polyadic*) *İDM*'ı da içerecek şekilde genişletebiliriz. Bunun için tartışma evrenimizdeki (*domain of discourse*) nesnelerin sayısı eşit sayıda bir soyut failler (*ideal agents*) takımı olduğunu varsayalım.⁶⁴ Bu soyut failler takımının işi tartışma evrenindeki tekil nesneler arasında bir seçim eylemi (*act of choice*) yapmaktır. Son olarak bu failler takımına seçimler yapması için komut veren bir takım lideri varsayalım. Takım lideri failler takımına şu tür komutlar verir:

1. *Tekil seçim tercihi* (t.s.t.): Faillerden biri doğaçlama olarak tekil bir şeyi seçer.
2. *Çoğul seçim tercihi* (ç.s.t): Bütün failler tarafından eşzamanlı olarak icra edilir; her fail bir tekil nesneyi (diğerlerinden bağımsız olarak) doğaçlama biçimde tercih eder veya tercih yapmaktan sakınır.
3. $2n \geq 2$ derecesinden büyük *çoğul ilişkili tercihi* (ç. i. t.): Bütün failler tarafından eşzamanlı olarak icra edilir: Her fail n tane (birbirinden farklı olması zorunlu olmayan) tekil nesneyi belirli bir düzende tercih eder veya tercih yapmaktan sakınır.⁶⁵

Peki, bu varsayımların önemi nedir? " $(\forall X)$ " gibi bir ikinci derece tümel nicelemeyi ele alalım. Yukarıdaki varsayımlar temelinde bu ifadeyi "bütün X kümeleri / sınıfları / nitelikleri vb. için" şeklinde doğal dile çevirmek yerine şöyle okuyabiliriz: "Belirli tekil X nesnelerinin çoğul seçim tercihi (ç. s. t.) nasıl gerçekleşirse gerçekleşsin". Benzer şekilde " $(\exists X)$ " gibi bir ikinci derece tikel nicelemeyi, "belirli X tekil nesnelerinin öyle bir çoğul seçim tercihinin (ç. s. t.) gerçekleştirilmesi mümkündür ki" biçiminde yorumlayabiliriz.⁶⁶ Böylece Carrara ve Martino'nun iddiasına göre bu nicelemelerde herhangi bir küme, sınıf vb. nicelenmediği için ontolojik taahhüt sorunundan yine kaçınmış oluruz. Dahası Boolos'un ikinci derece

⁶¹Bir örnek olarak " $(\exists X)Xa$ " gibi bir ikinci dereceyi Boolos'un çeviri şemasına göre "Öyle şeyler var ki a onlardan biridir" biçiminde anlayabiliriz. Ancak Michael Resnik, Boolos'a karşı bir eleştirisinde bu tür çoğul gönderimlerin de koleksiyonlara ontolojik taahhütte bulunduğunu öne sürmüştür. Kendisinin de belirttiği gibi: " 'Onlardan biri' ifadesini, bir koleksiyona atıfta bulunmaktan ve 'biri'nin göndergesinin bu koleksiyona ait olduğunu söylemekten başka nasıl anlayabiliriz ki?" Michael D. Resnik, "Second-Order Logic Still Wild," *The Journal of Philosophy* 85, no. 2 (February 1988): 75–87, <https://doi.org/10.2307/2026993>, s. 77.

⁶²Çünkü Boolos, *İDM*'ın uygulandığı konuların çoğunda eşleme (*pairing*) fonksiyonları oluşturmak yoluyla polyadik değişkenlerin yaptığı işin monadik değişkenlerle de yapılabilirliğini savunur: George Boolos, "Nominalist Platonism," *The Philosophical Review* 94, no. 3 (July 1985): s. 330.

⁶³Bu konuda erken dönem bir düzenleme denemesi için: Agustín Rayo ve Stephen Yablo, "Nominalism through De-Nominalization," *Noûs* 35, no. 1 (March 2001), ss. 74–92. Rayo ve Yablo'nun yaklaşımı da çeşitli eleştiriler almıştır: Marcus Rossberg, "Somehow Things Do Not Relate: On the Interpretation of Polyadic Second-Order Logic," *Journal of Philosophical Logic* 44, no. 3 (2015): 345, <https://doi.org/10.1007/s10992-014-9326-6>.

⁶⁴Bu tür soyut failleri varsaymayı nasıl gerekçelendirebiliriz? Carrara ve Martino'ya göre mantıkta ve matematikte halihazırda bu tür failleri gizli bir şekilde varsayalım. Örneğin matematikte kurulabilecek şöyle bir ifadeyi ele alalım: "a gibi herhangi bir real sayı olsun". Matematikçi böyle bir ifade kurduğunda, sanki bir kişi/fail belirsiz bir real sayıya a harfini vermiş gibi bir örtük kurgusal varsayımda bulunur: Massimiliano Carrara ve Enrico Martino, "To Be Is to Be the Object of a Possible Act of Choice," *Studia Logica* 96 (2010): 289–313, <https://doi.org/10.1007/s11225-010-9282-2>, s. 297.

⁶⁵Massimiliano Carrara ve Enrico Martino, *Arbitrary Reference in Logic and Mathematics* (Cham: Springer, 2024), s. 24.

⁶⁶Carrara ve Martino, a. g. e., s. 24.

niceleyicileri çoğul niceleyiciler üzerinden yorumlaması yalnızca monadik *IDM*'a uygulanabilirken, bu yeni yaklaşım çoğul ilişki tercihi (ç. i. t.) kavramı üzerinden polyadik *IDM*'a da uygulanabilmekte, böylece *IDM*'ı tamamen kurtarma iddiası taşımaktadır.⁶⁷

Sonuç olarak Quine'in konu ve ontolojik taahhüt içermeye eleştirisi pek çok düşünür tarafından ciddiye alınmış ve *IDM*'ın *BDM*'a ek ontolojik maliyetler getirmediğini göstermek amacıyla Boolos'un başlattığı ve çeşitli düşünürlerin günümüzde dahi etkin bir biçimde geliştirmeye devam ettiği birtakım teknik gelişmelere yol açmıştır.⁶⁸

Vazgeçme maliyeti itirazı

Şimdi, vazgeçme maliyeti itirazına gelince, bu itiraz çoğunlukla Quine ve Tharp'ın tamlık eleştirisine karşı yöneltilmiştir (ancak yalnızca bu eleştiriye karşı formüle edilmemiştir). Nihayetinde bir mantık sistemi her zaman belirli bir semantiğe göre tamlıdır veya değildir. *IDM* ise standart semantiği değiştirilmediği sürece tam hale getirilemez. O halde Quine ve Tharp'ın birinci derecedeki eleştirilerine karşı geliştirilebilecek en iyi strateji, *IDM*'ın tam olmamasının keyfi bir maliyet ortaya çıkardığını, sırf tam olmadığı için mantıktan aforoz edilemeyeceğini savunmak; fakat bunu yaparken *IDM*'ın bazı olumlu özelliklerini öne çıkararak bu sistemden vazgeçmenin daha gerçekçi ve önemli maliyetler ortaya çıkaracağını öne sürmektir.

Bu noktayı anlamak için tamlık eleştirisine geri dönelim. Hatırlanabileceği gibi Quine tam olmayan bir sistemin *apaçık* veya *olasılıkla apaçık* olamayacağını, Tharp ise bir *tümdengelim sistemi* sayılamayacağını öne sürmüştü. İki eleştiri de aslında *IDM* gibi tam olmayan bir sistemi benimsediğimizde bu sistemin mantıksal doğru kıldığı ifadeler kümesini tamamen bilemeyeceğimiz sağduyusuna dayanmaktadır. Fakat bir mantık sisteminin mantıksal doğruları kümesine erişebilmemizin pratikte belirleyici bir önemi var mıdır?

Bu noktayı daha geniş şekilde tartışabilmek için klasik önermeler mantığını ele alabiliriz. Bu sistem (hem zayıf hem de güçlü anlamda) *tamlıdır*. Böylece bu sistemin her mantıksal doğrusu aynı zamanda bir teoremdir ($\models \varphi \Rightarrow \vdash \varphi$). Dahası önermeler mantığı aynı zamanda *sağlamdır* (*sound*). Böylece önermeler mantığının her teoremi aynı zamanda bir mantıksal doğrusudur ($\vdash \varphi \Rightarrow \models \varphi$). Sonuç olarak önermeler mantığının mantıksal doğruları ve teoremleri birbirleriyle örtüşmektedir. Bu örtüşme sayesinde, önermeler mantığının teoremleri kümesinin öğelerini etkili bir şekilde sıraladığımızda, ortaya çıkacak listenin aynı zamanda bu sistemin mantıksal doğruları listesi de olduğunu biliriz.⁶⁹

Diğer taraftan elimizde böyle bir sonsuz liste olmasının, yani sistemin mantıksal doğrularının etkili şekilde sıralanabilir olmasının önemi nedir? Gündelik yaşamda, bilimde, matematikte ve felsefede bu liste ile değil, bu listenin tek tek öğeleriyle çalışırız. Dolayısıyla bir mantıksal doğruyu, mantıksal doğru olmayan önermelerden ayırmak isteriz. Tamlığın sağladığı mantıksal doğruların etkili şekilde sıralanabilirliği ise bu talebimizi karşılamaz. Bunun çeşitli nedenleri vardır. Örneğin düzgünce oluşturulmuş φ gibi bir ifadenin ele aldığımız sistemin bir mantıksal doğrusu olup olmadığını merak ettiğimizi varsayalım. Bu ifade eğer sistemin bir mantıksal doğrusuysa bu ifadeyi listede sonlu zamanlı bir araştırmadan sonra bulabiliriz. Ancak ifade sistemin mantıksal doğrusu değilse bunu bilemeyiz. Çünkü listedeki araştırmamız şu iki seçenekten birini hiçbir zaman garantilemez: (1) ifadeyi henüz listede bulamamış olabiliriz; (2) ifade hiçbir şekilde listede olmayabilir. Böylece araştırmamız, ifadeyi asla bulamayacağımız sonsuz bir araştırmaya dönüşebilir.

O halde verili bir ifadenin mantıksal sistemin mantıksal doğrusu olup olmadığını etkili şekilde ayırmamızı sağlayamıyorsa neden tamlığı mantık sistemlerini değerlendirmenin tek ölçütü yapalım? Dahası neden tamlığı mantık ile mantık

⁶⁷Carrara ve Martino, a. g. e., ss.25, 41-48.

⁶⁸Burada bir not olarak şunu belirtmek gerekiyor: Hem Boolos'un hem de Carrara ve Martino'nun *IDM*'ı kurtarmaya yönelik girişimleri, aslında mantıksalcı matematik felsefesini yeniden diriltmeye çabalayan yeni-mantıksalcılığın (*neo-logicism*) bir uzantısıdır: Boolos, "On Second-Order Logic", s. 509; Carrara ve Martino, a. g. e., ss. 49-60. Yeni mantıksalcılar, bu çalışmanın kapsamını aşan bazı nedenlerle *IDM*'a oldukça önem vermektedir ve *IDM*'tan bekledikleri matematiğe temel sağlama rolünü gerçekleştirebilmesi için öncelikle onun bir saf mantık sistemi olmadığını öne süren görüşlere karşı savunulması gerektiğini düşünür.

⁶⁹Bu yalnızca önermeler mantığında geçerli değildir. Tamlığa sahip olduğu için *BDM*'ın mantıksal doğrularını da etkili şekilde sıralayabiliriz, ancak *IDM*'ta bunu yapamayız.

olmayanı ayırmak için sınır çizgisi olarak kullanalım? Quine'a karşı böyle bir itirazı ilk formüle eden kişi yine George Boolos'tu. "On Second-Order Logic" (1975) makalesinde Boolos şunu sormuştu:

Tamlık, tek başına, birinci derece mantık ile ikinci derece mantık arasındaki sınırı, mantık ile matematik arasındaki sınır olarak görmek için yeterli bir neden olamaz. Öncelikle, monadik mantığın, *tamlık* kadar önemli bir özellik olan *kararlaştırılabilirlik* bakımından, tam birinci derece mantıktan farklı olduğunu gördük; [...]. Öyleyse, birinci derece mantıksal doğruların yarı-etkililiği neden mantığı matematikten ayırmak için önemli bir neden sağlar?⁷⁰

Görülebileceği üzere Boolos'a göre tamlık yalnızca "yarı-etkililik", yani sistemin yalnızca mantıksal doğrularının etkili şekilde listelenebilmesini sağlar. Bu da yukarıda açıklanan nedenlerle verili bir ifadenin sistemin mantıksal doğrusu olup olmadığını belirlememiz için yeterli değildir. Bu temelde Boolos kararlaştırılabilirliğin de "tamlık kadar önemli bir özellik" olduğunu savunmaktadır. Bir mantık sisteminin kararlaştırılabilir olması, bu sistemin dilinde düzgünce oluşturulmuş bir ifadenin sistemin mantıksal doğrusu olup olmadığını sonlu sayıda etkili adımla karar vermemizi sağlayan bir yöntemin olması anlamına gelir. Çeşitli sistemler kararlaştırılabilirlik açısından incelendiğinde ise önermeler mantığı bu özelliğe sahiptir. "Doğruluk tablosu" veya "semantik tablo" denilen yöntem klasik önermeler mantığını kararlaştırılabilir kılmaktadır. Ancak *BDM* ve *İDM*'a gelince, bu sistemlerin yalnızca monadik kısımları kararlaştırılabilir, yani polyadik kısımları kararlaştırılabilir değildir. Böylece hem *BDM* hem de *İDM* kararlaştırılabilir kısımlar taşısa da bir bütün olarak ele alındıklarında kararlaştırılabilirlik açısından aralarında ciddi bir fark bulunmamaktadır. Böylece Boolos, yukarıda görülebileceği üzere, *BDM*'in mantık sistemi kabul edilip *İDM*'in matematik kuramı görülerek aforoz edilmesini yanlış bulduğunu belirtmektedir.⁷¹

O halde Boolos'a göre *BDM* ve *İDM* karşılaştırmasını yalnızca tamlık ölçütü üzerinden yapmamak, bu sistemlerin diğer avantaj ve maliyetlerini de incelemek gerekmektedir. Bu çerçevede Boolos çalışmasının diğer kısımlarında *İDM*'in *BDM*'a avantaj sağladığı pek çok noktayı uzunca tartışmıştır. Örneğin Boolos'a göre *İDM*'in yüksek ifade gücü kullanılarak "sonsuzluk", "sayılabilirlik", "iyi-sıralılık", "ilerleme", "atası olmak", "özdeşlik" gibi pek çok terim tanımlanabilmektedir ancak bu *BDM*'ta mümkün değildir.⁷² Yine aynı çalışmasında Boolos *BDM*'ta temsil edilemeyen bazı tutarsızlıkların *İDM*'ta temsil edilebilir olduğunu öne sürmüştür.⁷³ Başka bir çalışmasında mantığı *BDM* ile sınırladığımızda, "Her A için, bir B vardır" (burada A ve B monadik yüklemeldir) gibi basit gündelik ifadeleri bile biçimsel olarak çalışamayacağımızı savunmuştur.⁷⁴ Önceki bölümlerde incelenen ve ikinci derece niceleyicileri doğal dillerin çoğul gönderimlerine çevirmeye çalıştığı (1984) makalesinde Boolos bu bahsettiği avantajlara yenilerini eklemiştir. Örneğin küme kuramının birinci derece formülasyonunun küme kuramsal inançlarımızı yansıtmadığını, çünkü ayırma aksiyomu gibi bazı aksiyomların ancak birinci derece aksiyom şemaları olarak ifade edilebildiğini, küme kuramsal inançlarımızı tam olarak yansıtan bir küme kuramı için *İDM*'in dilinden yararlanmamız gerektiğini savunmuştur.⁷⁵ Böylece Boolos *İDM*'ı mantıktan aforoz edip mantığı *BDM* ile sınırlandırmanın ciddi maliyetler ortaya çıkaracağını öne sürmüştür.

Boolos'un argümanları, Steward Shapiro tarafından desteklenmiştir. Shapiro *Foundations without Foundationalism* yapıtının özellikle II.5 numaralı bölümünde Boolos'un *İDM*'in matematiğin sözvarlığını yakalamak konusunda daha

⁷⁰Boolos, "On Second-Order Logic", ss. 523-524.

⁷¹Boolos'un bu görüşü yakın bir zamanda Quine'in birinci dereceliliğini savunan Fraser MacBride tarafından eleştirilmiştir. MacBride'a göre tamlık veya kararlaştırılabilirlikten hangisinin önemli olduğu bağlama göre değişmektedir. Eğer bağlam mantıksal doğruların apaçıklığıysa *BDM* tamlığıyla gerçekten öne çıkmaktadır. Çünkü *İDM*'ta yalnızca neyin mantıksal yanlış olduğuna değil, aynı zamanda neyin mantıksal doğru olduğuna da karar veremeyiz. Ancak *BDM*'ta, tamlık sayesinde, bir ifade mantıksal doğruysa sonlu sayıda adımla ona ulaşabileceğimizi bilebiliriz. İşte bu anlamda *BDM* yarı-karlaştırılabilirken *İDM* yarı-karlaştırılabilir bile değildir. Fraser MacBride, "Against Second-Order Logic: Quine and Beyond," *Higher-Order Metaphysics* içinde, ed. Peter Fritz ve Nicholas K. Jones (Oxford: Oxford University Press, 2024), ss. 388-389. Ancak elbette Boolos'un yaklaşımını savunan bir kişi, mantık ile mantık olmayan arasındaki ayrımın yarı-karlaştırılabilirliğe indirgenmesini de keyfi bir indirgeme olarak görüp reddedebilir.

⁷²Boolos, "On Second-Order Logic", s. 521.

⁷³Boolos, a. g. e. 522.

⁷⁴George Boolos, "For Every A There Is a B," *Linguistic Inquiry* 12, no. 3 (Summer 1981), ss. 465-467.

⁷⁵Boolos, "To Be Is to Be a Value of a Variable (or to Be Some Values of Some Variables)", s. 441.



başarılı olduğu ve matematiğin temellerini çalışmak için *IDM*'in daha uygun bir seçim olduğuna dair argümanlarını genişletmiştir. Ancak Shapiro özgün yeni argümanlar da ortaya koymuştur. Örneğin *IDM*'in *BDM*'a göre matematikçilerin fiili pratiklerine veya çalışma tarzlarına daha uygun olduğunu savunmuştur. Bu konuda sunduğu ilginç tezlerden biri *BDM*'in matematikçilerin gömme (*embedding*) ve modelleme pratiklerini desteklememesidir. Matematikçiler çeşitli matematiksel yapıları birbirlerine gömerek veya modelleyerek, böylece çeşitli matematiksel yapılar arasında bağlantılar kurarak çalışmanın yararlı olduğunu düşünmektedir. Ancak birinci derece kuramlar, dil sınırlamaları (özellikle bu kuramlarda çeşitli aksiyomların ancak aksiyom şemaları olarak formüle edilebilmesi) nedeniyle bu pratiğe engel olmaktadır.⁷⁶ Hatta Shapiro (kaynağı yine Boolos olan bir örnekten de yararlanarak) bazı matematiksel kanıtlamaların *IDM* kullanıldığında daha az adımda (böylece daha rahat kavranabilir şekilde) gerçekleştirilebilmesi gibi avantajlardan da bahsetmiştir.⁷⁷

Boolos, Shapiro ve bazı diğer düşünürlerin çalışmalarından yola çıkarak Otávio Bueno, tamlığın bir sistemi başka bir sisteme tercih etmenin mutlak ölçütü olamayacağını savunmuştur. Bueno'ya göre bir mantık sisteminin “asgari yeterlilik koşulu” tamlık değil *sağlam*lıktır. Yani sistemin her teoreminin aynı zamanda bir mantıksal doğrusu olması, bu anlamda güvenilir olmasıdır. Dolayısıyla *IDM*, tıpkı *BDM* gibi gerçek bir mantık sistemidir. Tamlık ise ancak bazı diğer ölçütlerle karşılıklı olarak değerlendirilmesi gereken bir özelliktir:

Şimdi, tamlık dışında bir mantık sistemi başka hangi özelliklere sahip olabilir? (a) kararlaştırılabilir, (b) kategorik (yani belirli kuramları kategorik kılabilir) ve (c) ifade gücü zengin olabilir. Tamlığın arzulanabilirliğini bu üç özelliğin geniş bağlamında değerlendirmemiz gerekir.⁷⁸

Peki, bahsedildiği biçimde “geniş bağlamda” bir değerlendirme yapıldığında nasıl bir tablo ortaya çıkar? *BDM*'in ve *IDM*'in yalnızca monadik kısımları kararlaştırılabilir. Dolayısıyla iki sistem de bu maddede eşittir. Diğer taraftan (b) kategoriklik ve (c) ifade gücü zenginliği konularına gelince *IDM*, *BDM*'a üstünlük sağlamaktadır. Hatta Bueno'ya göre *IDM*, geniş ifade gücü sayesinde “[g]üncel matematiğin (...) formüle edilmesi için gereken neredeyse her şeyi” ve “bilime uygulamalar için gerekli olan bütün matematiği” ifade edebilmektedir. İşte bu “geniş bağlamda” yaptığı değerlendirme sonucunda Bueno şunu savunmuştur:

Şu artık açık ki, bu özellikler bağlamında, tamlığın olmaması ikinci derece mantık için belirleyici bir eleştiri değildir ve bu mantığın kategoriklik, ifade edilebilirlik ve yönetilebilirliği daha ağır basmaktadır.⁷⁹

Böylece özetle yukarıda incelendiği gibi Boolos, Shapiro ve Bueno gibi düşünürler, *IDM*'in tam olmamasının keyfi veya görelî bir maliyet ortaya çıkardığını; *IDM*'in çeşitli matematiksel yapıları kategorik olarak karakterize edebilme, matematiksel pratiği daha iyi temsil edebilme, gündelik dil ifadeleri ve bilimde uygulaması olan matematiksel ifadeleri daha iyi ifade edebilme gibi çeşitli avantajlarını öne çıkararak, bu sistemden vazgeçmenin çok daha büyük maliyetler ortaya çıkaracağını öne sürerek tamlık eleştirisine bir itiraz geliştirmiştir.

IDM ve daha yüksek sistemlerden vazgeçmenin önemli maliyetler getireceği tezi, yalnızca tamlık eleştirisi bağlamında savunulmamıştır. Son zamanlarda mantıksal konulara ilgisi matematikten ziyade felsefe ve metafizik kaynaklı olan çeşitli düşünürlerin de bu tezi savunarak yüksek derecelilik lehine görüşler bildirdiği gözlemlenebilmektedir.⁸⁰ Şöyle ki çağdaş felsefede metafiziksel sorunlara, dolayısıyla *nedensellik*, *özdeşlik*, *kiplik*, *nitelikler* ve *zaman* gibi kavramları metafiziksel olarak araştırmaya yönelik ilgi artmaktadır. Ancak günümüzde pek çok düşünür bu soruşturmaları biçimsel olmayan

⁷⁶Shapiro. *Foundations without Foundationalism: A Case for Second-Order Logic*. ss. 119-124.

⁷⁷Shapiro, a. g. e., ss. 124-127.

⁷⁸Otávio Bueno, “A Defence of Second-Order Logic,” *Axiomathes* 20, nos. 2-3 (2010), s. 370, <https://doi.org/10.1007/s10516-010-9101-4>

⁷⁹Bueno, a. g. e., s. 371.

⁸⁰Bu konuda yakın bir dönemde çok iyi bir tartışma kitabı yayımlanmıştır: Peter Fritz ve Nicholas K. Jones, eds., *Higher-Order Metaphysics* (Oxford: Oxford University Press, 2024).

sezgisel yöntemlerle yapmak yerine biçimsel mantığın araçlarını kullanmanın gerekliliğini savunmaktadır. Hatta bugün “biçimsel metafizik” diye bir terim dahi ortaya çıkmıştır. Bu soruşturma türüne uzun zamandır katkıda bulunmuş Timothy Williamson biçimsel metafiziği şöyle tanımlar:

Biçimsel metafizik, yorumlanmamış biçimsel sistemlerin çalışılması değildir; bu, metafizik olmazdı. Girişinde ‘Geometri bilmeyen buraya girmesin’ yazdığı varsayılan Platon’un Akademisi’ne ruhen daha yakındır; ancak burada ‘geometri’nin yerini ‘birinci derece mantık’ almıştır. Biçimsel metafizik, sistematiklik elde etmek için yorumlanmış biçimsel sistemleri kullanır. [...] Biçimsel metafizik, tekil iddiaları ve argümanları formüleleştirerek açıklığa kavuşturma alışkanlığından daha sistematiktir; çünkü yalnızca tekil cümleleri değil bir bütün olarak kuramları çalışır.⁸¹

Ancak biçimsel metafizik akademisinden içeri girmek için *BDM*’ı bilmek gerekli olsa bu sistem mantığın en son sınırı olamaz. Bir yüksek derecedi olarak Williamson bu konuda Quine’in birinci derecediliğine çeşitli itirazlar geliştirmiştir. Hatırlanabileceği gibi Quine’in düşünceleri şöyle bir zincirle ilerlemişti: (1) *Dilbilgisine bağlılık* → (2) *evrensellik* → (3) *konusuzluk* → (4) *ontolojik saflık*. Ancak Williamson’a bu zincir yanlıştır. Bir defa Williamson’a göre *BDM*, zincirin ikinci halkasında öne sürüldüğü gibi, evrensel değildir. Yani *BDM*’ın evrenselliği mantıkta da metamantıkta da savunulamaz.⁸² Dahası *BDM* evrensel olmadığı gibi mantık da konusuz olamaz. Kendisinin de belirttiği gibi: “Mantık bir bilimdir ve metafizikle örtüşen kısımları da bilimdir. Bilim ne zamandan beri konusuz olmuş?”⁸³

Bu temelde Williamson’a göre metafizikle uğraşan bir filozofun kendisini *BDM* veya modal *BDM* ile sınırlandırmasına gerek yoktur. Dahası yüksek derece modal mantıkların tarihi modal *BDM* kadar eskidir ve böylece modal *BDM*’ın öncelik hak ettiğini varsaymak için bir neden yine yoktur.⁸⁴ Williamson *Modal Logic as Metaphysics* yapıtının beşinci bölümünü filozofları yüksek derece modal mantığı kullanmaya cesaretlendirmek için yazdığını belirtir.⁸⁵ Yine modal *İDM* ile uğraşmanın, her ne kadar teknik karmaşıklıklar barındırsa da felsefi açıdan ödüllendirici olacağını öne sürer.⁸⁶ Başka bir çalışmada Williamson çağdaş filozofların özellikler, ilişkiler, tümeler ve benzeri konularda kuramlar geliştirirken açık ve net bir kapsama ilkesine sahip olmadan bunu yaptığını, böylece “eski moda” tartışmalar yaptıklarını; ancak yüksek derece modal mantıkların gerekli açık ve seçik kapsama ilkelerini sağladığını savunur.⁸⁷ Aynı çalışmada Williamson, modal çeşitliliğe dair ortaya çıkan felsefi bulmacaların en iyi şekilde yüksek derece bir modal mantıkta çalışılabileceği, yüksek-derece modal mantığın mümkün dünyaların özel önermelere veya önermelerin özelliklerine indirgenmesini kolaylaştırması ve benzeri başka avantajlardan da bahsetmiştir.⁸⁸

Sonuç olarak Williamson’a göre, mantığı yalnızca *BDM* ve modal *BDM* ile sınırlandırmak, ikinci ve daha yüksek sistemleri aforoz etmek, metafizik tartışmalarda kullanılan kavramların ve ilkelerin netleştirilmesi ve metafizik kuramların mantıksal sonuçlarının görülmesi gibi konularda avantaj sağlayabilecek araç gereçlerden vazgeçme gibi bir maliyeti beraberinde getirmektedir.

Sonuç

Böylece bu çalışmada gösterildiği üzere *BDM*, 20. yüzyılın ortalarından itibaren aşamalı şekilde modern mantığın çekirdek sistemi haline gelmeye başladıktan sonra, *İDM* ve daha yüksek sistemler felsefi açıdan da dışlanmaya uğradı.

⁸¹Timothy Williamson, “Higher-Order Metaphysics and Small Differences,” *Analysis* 83, no. 1 (2022), s.214, <https://doi.org/10.1093/analys/anac052>.

⁸²Timothy Williamson, “Logic, Metalogic and Neutrality,” *Erkenntnis* 79, no. S2 (2014), ss. 214-224, <https://doi.org/10.1007/s10670-013-9474-z>.

⁸³Williamson, a. g. e., s. 230.

⁸⁴Timothy Williamson, *Modal Logic as Metaphysics* (Oxford: Oxford University Press, 2013), s. 198. Ayrıca Williamson’un “Higher-Order Metaphysics and Small Differences” makalesinin çeşitli bölümlerinde modal mantıkların çeşitli avantajlarından bahsedilmiştir.

⁸⁵Williamson, a. g. e., s. xi

⁸⁶Williamson, a. g. e., s. 197.

⁸⁷Williamson, “Higher-Order Metaphysics and Small Differences”, s. 216.

⁸⁸Williamson, a. g. e., s. 217-218.

Bu gelişme, bu çalışmada savunulduğu üzere, mantık tarihinde benzeriyle karşılaşmanın mümkün olmadığı bir örnektir ve mecazi olarak “aforoz” terimini hak etmektedir. Çünkü bu sistemler mantığın doğal bir parçası olarak görülürken yalnızca (1) standart mantık dersleri ve pedagojik yapıtlardan aşamalı şekilde uzaklaştırılmamış, aynı zamanda (2) bunların “mantık” sistemi de sayılamayacakları savunulmuştur. Özellikle bu ikinci madde, *İDM* ve daha yüksek sistemlerin dışlamaya uğramasını benzersiz kılmaktadır.

Diğer taraftan konuyu yalnızca bir mantık sisteminin dışlanması olarak yorumlamamak gerekir. Aslında günümüz mantık felsefesinde arka planda sürdürülen sıcak tartışma, bu çalışmada gösterildiği üzere, *birinci derecelilik – yüksek derecelilik* tartışmasıdır. *İDM*’i özel kılan unsur, bu sıcak tartışmanın sınır hattını oluşturmasıdır. Çünkü *İDM*’in saf bir mantık sistemi olduğu savunulduğunda, üçüncü, dördüncü veya *n*’inci derece mantıkların saflığından bahsetmenin yolu da açılmaktadır.

Çalışmada da görülebileceği üzere yüksek dereceli direnci besleyen bazı damarlar bulunmaktadır. Bunların başlıcalarından biri mantıksalci matematik felsefesidir. Bu felsefeyi yeniden diriltmeye yönelik yeni-mantıksalcılar tarafından sürekli tekrarlanan girişimler bulunmaktadır ve bunlar *İDM*’i programlarının önemli bir parçası görmeye devam etmektedir. Boolos ve Carrara&Martino’nun yaklaşımları bunlardan yalnızca ikisidir. Son zamanlarda ise metafiziğin araç setini yeniden tanımlamaya çabalayan düşünürler de yüksek derecelilik lehine yeni bir damar oluşturmuştur. Bu nokta bu çalışmada Williamson örneği üzerinden gösterilmeye çalışılsa da Agustín Rayo ve benzer düşünürlerin görüşleri de incelenerek bu konu Türkçe literatürde daha da genişletilmelidir.

Son olarak günümüzde baskın yaklaşımın hala birinci derecelilik olduğu açıktır. Ancak elbette yeni destekçiler buldukça *İDM*’in aforozdan kurtulma olasılığı bulunmaktadır. Örneğin buna benzer bir gelişme modal mantıkta gerçekleşmiştir. Bilindiği üzere 20. yüzyılın bazı dönemlerinde modal mantık ciddi bir muhalefetle karşılaşmıştı. Hatta modal terimlerin kullanımı dahi sorunlu görülmekteydi. Otávio Bueno’nun da bir çalışmasında belirttiği gibi: “(...) modal kavramlar hakkında dikkate değer bir şüphecilik vardı. Bu kavramların iyi anlaşılmadığı ve gerçekten muğlak olduğu düşünüldü ve bunlardan tamamen vazgeçmek daha iyi olurdu”.⁸⁹ Ancak modal mantığın felsefi ve metafizik sorunları çözmek bakımından yararlı olduğu konusundaki kanaat güçlendi ve gün geçtikçe daha fazla araştırmacının ilgi alanına girdi. Bugün modal mantık, büyük bir mantıkçılar topluluğunun başlıca araştırma konusudur ve bir anlamda aforozdan kurtulmuştur. İşte buna benzer bir gelişmenin *İDM*’in durumunda da gerçekleşme olasılığı vardır. Özellikle biçimsel metafiziğe son zamanlarda artan ilginin bunu mümkün kılabileceği söylenebilir.



Hakem Değerlendirmesi
Çıkar Çatışması
Finansal Destek

Dış bağımsız.
Yazar çıkar çatışması bildirmemiştir.
Yazar çıkar çatışması bildirmemiştir.

Peer Review
Conflict of Interest
Grant Support

Externally peer-reviewed.
The author has no conflict of interest to declare.
The author has no conflict of interest to declare.

Yazar Bilgileri
Author Details

Ali Bilge Öztürk

¹ Akdeniz Üniversitesi, Edebiyat Fakültesi, Felsefe Bölümü, Antalya, Türkiye.

0000-0002-8342-1753

alibilgeozturk@akdeniz.edu.tr

⁸⁹Otávio Bueno, “Philosophy of Logic,” in *Philosophies of the Sciences: A Guide*, ed. F. Allhoff (Malden, MA: Wiley-Blackwell, 2010), s. 48.



Kaynakça | References

- Agustín Rayo ve Stephen Yablo, "Nominalism through De-Nominalization," *Noûs* 35, no. 1 (March 2001): 80.
- Boolos, George S. "On Second-Order Logic." *The Journal of Philosophy* 72, no. 16 (September 18, 1975): 509–527.
- Boolos, George. "For Every A There Is a B." *Linguistic Inquiry* 12, no. 3 (Summer 1981): 465–467.
- Boolos, George. "To Be Is to Be a Value of a Variable (or to Be Some Values of Some Variables)." *The Journal of Philosophy* 81, no. 8 (August 1984): 430–449.
- Bueno, Otávio. "A Defence of Second-Order Logic." *Axiomathes* 20, nos. 2–3 (2010): 365–383. <https://doi.org/10.1007/s10516-010-9101-4>
- Otávio Bueno, "Philosophy of Logic," in *Philosophies of the Sciences: A Guide*, ed. F. Allhoff (Malden, MA: Wiley-Blackwell, 2010), 41–67.
- C. S. Peirce, "On the Algebra of Logic: A Contribution to the Philosophy of Notation," *American Journal of Mathematics* 7, no. 2 (January 1885): 180–196.
- Carnap, Rudolf. "The Logician Foundations of Mathematics." *Philosophy of Mathematics: Selected Readings* içinde, ed. Paul Benacerraf ve Hilary Putnam, 2nd ed., 41–52. Cambridge: Cambridge University Press, 1983.
- Carrara, Massimiliano, ve Enrico Martino. "To Be Is to Be the Object of a Possible Act of Choice." *Studia Logica* 96 (2010): 289–313. <https://doi.org/10.1007/s11225-010-9282-2>
- Carrara, Massimiliano, ve Enrico Martino. *Arbitrary Reference in Logic and Mathematics*. Cham: Springer, 2024.
- Church, Alonzo. *Introduction to Mathematical Logic*. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1956.
- Cook, Roy T. *A Dictionary of Philosophical Logic*. Edinburgh: Edinburgh University Press, 2009.
- Ewald, William. "The Emergence of First-Order Logic." *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Spring 2019 Edition) içinde, ed. Edward N. Zalta. Stanford, CA: Stanford University, 2019. <https://plato.stanford.edu/archives/spr2019/entries/logic-firstorder-emergence/>.
- Ferreirós, José. "The Road to Modern Logic—An Interpretation." *The Bulletin of Symbolic Logic* 7, no. 4 (2001): 441–484. <https://doi.org/10.2307/2687794>.
- Frege, Gottlob. *Aritmetiğin Temelleri: Sayı Kavramı Üzerine Mantıksal-Matematiksel Bir İnceleme*. Çev. H. Bülent Gözkân. İstanbul: Yapı Kredi Yayınları, 2008.
- Fritz, Peter, ve Nicholas K. Jones, eds. *Higher-Order Metaphysics*. Oxford: Oxford University Press, 2024. <https://doi.org/10.1093/oso/9780192894885.001.0001>
- George Boolos, "Nominalist Platonism," *The Philosophical Review* 94, no. 3 (July 1985): 327–344, <https://doi.org/10.2307/2185003>
- Gödel, Kurt. "The Completeness of the Axioms of the Functional Calculus of Logic." *From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931* içinde, ed. Jean van Heijenoort, 582–591. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1967.
- Hilbert, David, ve Wilhelm Ackermann. *Principles of Mathematical Logic*. Çev. Lewis M. Hammond ve George G. Leckie. Ed. Robert E. Luce ve F. Steinhardt. New York: Chelsea Publishing Company, 1950.
- Jerzak, Ethan. "Second-Order Logic, or: How I Learned to Stop Worrying and Love the Incompleteness Theorems." *Math Archive Paper*, University of Chicago, August 21, 2009. <https://www.math.uchicago.edu/~may/VIGRE/VIGRE2009/REUPapers/Jerzak.pdf>.
- MacBride, Fraser. "Against Second-Order Logic: Quine and Beyond." In *Higher-Order Metaphysics*, ed. Peter Fritz ve Nicholas K. Jones, 378–401. Oxford: Oxford University Press, 2024.
- Moore, Gregory H. "The Emergence of First-Order Logic." *History and Philosophy of Modern Mathematics* içinde, ed. William Aspray ve Philip Kitcher, 94–135. Minneapolis: University of Minnesota Press, 1988.
- Peirce, C. S. "On the Algebra of Logic" *American Journal of Mathematics* 7, no. 3 (April 1885): 197–202.
- Quine, W. V. *Methods of Logic*. 4th ed. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1982.
- Quine, W. V. *Philosophy of Logic*. 2nd ed. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1986.
- Quine, Willard Van Orman. *From a Logical Point of View: Logico-Philosophical Essays*. 2nd ed., rev. New York: Harper & Row, 1961.
- Quine, Willard Van Orman. *Ontological Relativity and Other Essays*. New York: Columbia University Press, 1969.
- Quine, Willard Van Orman. *Philosophy of Logic*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1970.
- Quine, Willard Van Orman. *Pursuit of Truth*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1990.
- Quine, Willard Van Orman. *Set Theory and Its Logic*. Revised ed. Cambridge, MA: The Belknap Press of Harvard University Press, 1969.
- Resnik, Michael D. "Second-Order Logic Still Wild." *The Journal of Philosophy* 85, no. 2 (February 1988): 75–87. <https://doi.org/10.2307/2026993>
- Rossberg, Marcus. "Somehow Things Do Not Relate: On the Interpretation of Polyadic Second-Order Logic." *Journal of Philosophical Logic* 44, no. 3 (2015): 341–350. <https://doi.org/10.1007/s10992-014-9326-6>
- Shapiro, Stewart. *Foundations without Foundationalism: A Case for Second-Order Logic*. Oxford: Clarendon Press, 1991.
- Tarski, Alfred. "On the Calculus of Relations." *The Journal of Symbolic Logic* 6, no. 3 (1941): 73–89. <https://doi.org/10.2307/2268577>.
- Tharp, L. H. "Which Logic Is the Right Logic?" *Synthese* 31, no. 1 (1975): 1–21.



- Williamson, Timothy. "Higher-Order Metaphysics and Small Differences." *Analysis* 83, no. 1 (2022): 213–224. <https://doi.org/10.1093/analys/anac052>
- Williamson, Timothy. "Logic, Metalogic and Neutrality." *Erkenntnis* 79, no. S2 (2014): 211–231. <https://doi.org/10.1007/s10670-013-9474-z>
- Williamson, Timothy. *Modal Logic as Metaphysics*. Oxford: Oxford University Press, 2013. <https://doi.org/10.1093/acprof:oso/9780199552078.001.0001>

