

C. Soyarslan

Atılım Üniversitesi, Üretim
Mühendisliği Bölümü, 06836,
Ankara, Türkiye

Orta Doğu Teknik Üniversitesi,
İnşaat Mühendisliği Bölümü,
06531, Ankara, Türkiye

A.E. Tekkaya

Atılım Üniversitesi, Üretim
Mühendisliği Bölümü, 06836,
Ankara, Türkiye

Dortmund Üniversitesi, Metal
Şekillendirme Teknolojisi ve
Hafif Yapılar Enstitüsü, 44227,
Dortmund, Almanya

U. Akyüz

Orta Doğu Teknik Üniversitesi,
İnşaat Mühendisliği Bölümü,
06531, Ankara, Türkiye

Soğuk Dövmede Sürekli Ortamlar Hasar Mekanizması (SOHM)

Uygulamaları:

Bölüm I-Ekstrüzyonda v-şeklindeki Merkezi Kırık Oluşumunun Modellenmesi

Bu çalışmada, soğuk ileriye çubuk akıtma işleminde görülen iç çatlakların SOHM vasıtası ile incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amacı gerçekleştirmek adına hemen hemen-tek yönlü hasar evrimine izin veren Lemaitre tipi bir matematiksel hasar modeli, deformasyon gradyanının çarpmalı faktörizasyonuna dayanan sonlu hiperelastik plastisite ile eşleştirilmiş ve geliştirilen yapı, bir ticari sonlu elemanlar programı olan ABAQUS/Explicit için VUMAT kullanıcı tanımlı malzeme alt-programı olarak uygulanmıştır. Bu alt-program vasıtası ile gerçekleştirilen benzetimlerde 100Cr6 çeliği için tek aşamalı ileriye çubuk akıtma işlemi için merkezi hasar birikimi ve kırık oluşumu incelenmiştir. Gösterilmiştir ki, uygun sürtünme değerleri için deneysel verilerle de uyum gösteren gözlemlere göre, ileriye çubuk akıtma işlemi sırasında, plastik şekillenme bölgesinde meydana gelen pozitif asal gerilmeler malzeme şekillenebilirliğini kayda değer bir şekilde azaltmakta ve nihayetinde v-şeklinde iç kırıklara neden olmaktadır. Ayrıca oluşan kırıkların kuvvet-yer değiştirme eğrileri üzerindeki etkisi incelenmiştir.

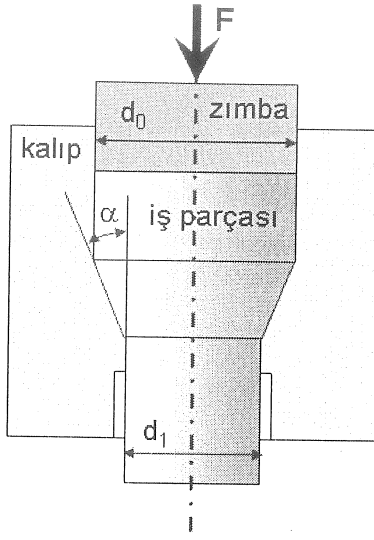
Anahtar Kelimeler: İleriye çubuk akıtma, Sürekli Ortamlar Hasar Mekanizması, Sonlu Elemanlar, V-şeklindeki kırıklar

1. GİRİŞ

Soğuk metal şekillendirme işlemlerinden biri olan ileriye çubuk akıtma işlemi, bir iş parçasının bir zımba vasıtası ile kalıba sürülmesine dayanan bir alan indirgeme yöntemidir. Şekil 1'de görüldüğü gibi, temel işlem parametreleri arasında alan indirme oranı, $\left[1 - \left(d_0 / d_1\right)^2\right]$, kalıp açısı, α , kalıp-işlem parçası ara yüzü sürtünmesi, işlem sıcaklığı, malzeme sünekliği ve malzeme iç yapısı yer alır. İleriye soğuk çubuk akıtma işlemi oldukça ekonomik olmasının yanı sıra, talaşlı imalatın aksine, pekleşme ile dayanım kazanımı, yorulma dayanımı kazanımı, net şekil ve yüzey kalitesi sağlamaktadır. Metal şekillenebilirliği, yani kırılmaksızın deforme olabilme kabiliyeti, bahsi geçen parametrelerin talihsiz kombinasyonlarında oldukça azalabilmekte

merkezi karakterli v-şeklindeki kırıklar, ya da yüzeysel karakterli yılan derisi şeklindeki kırıklar olarak kendini gösterir.

V-şeklindeki kırıklar merkezi eksene normal olarak konumlanmış içsel ok biçimli kırıklardır. Bu kırıkların oluşumu ürünün yük taşıma kapasitesini oldukça düşürmektedir. Önemli noktalardan biri, kırıkların içsel karakteri nedeniyle standart yüzey muayenesi ile fark edilemez olmalarıdır. Bu nedenle, kusurlu ürünlerin tetkiki tahribatsız ultrasonik muayene yöntemleri gerektirir, ki bu vakit kaybının yanı sıra ekonomik yüke neden olmaktadır. Bu nedenle bu problem 70 seneyi aşkın bir zamandır bir çok araştırmacının ilgisini çekmiştir ve gerek deneysel gerekse analitik ve sayısal yaklaşımlarla kırılma mekanizması çözülmeye çalışılmıştır.



Şekil. 1: İleriye çubuk akıtma işlem geometrisi.

Jennison'a ait deneysel çalışmalar 1930'lara dek uzanmaktadır, [1]. Konik kalıplar için, üst sınır teoremi uygulanarak yüzde alan indirgemeye karşı konik kalıp açısı diyagramları, pekleşmesiz plastisite için Avitzur'un analitik çalışmalarında yer almaktadır, [2]. Pekleşmeli modeller için Zimerman ve Avitzur'un çalışmalarına göz atılabilir, [3]. Bu çalışmalarda sunulan diyagramlar pratik uygulamalar açısından işlevsellik sağlasa da, farklı malzeme sünekliği ve sürtünme koşulları için kullanılmaları şüphe götürür. Bu aşamada, fenomenolojik ve mikro-mekanik temelli bir çok farklı malzemenin ve sürtünme modelinin kullanılabilceği, problemlerin farklı sınır koşulları için rahatlıkla çözüleceği sayısal yöntemler, özellikle de sonlu elemanlar metodu

devreye girmektedir. Sonlu elemanlar metodu ile Kırılma Mekanikliği (KM), Mikro-Temelli Hasar Mekanikliği (MTHM) ve Sürekli Ortamlar Hasar Mekanikliği (SOHM) kullanılarak ileriye çubuk akıtmada kırık mekanizmaları incelenmiştir. Kırıkların oluşumunda Düğüm Noktası Ayırma (DNA), Rijitlik Azaltma (RA) ya da Eleman Silme (ES) yöntemi kullanılmaktadır. Bu yöntemlerin en sık kullanılanı olan ES yönteminde, hasar birikim değeri, kırılmanın olduğu kritik hasar değerinin üzerine çıkan Gauss noktaları sayısal hesaplamalardan elenmekte ve ilgili eleman silinmektedir. Tablo 1, ileriye çubuk akıtma işleminde hasar uygulamaları ile ilgili sayısal çalışmaları tarihsel bir perspektifle derlemektedir.

Tablo 1'de verilen çalışmalar göstermektedir ki, kırıklara neden olan merkezi hasar birikiminin kaynağı şekillenme bölgesinde oluşan çekme tipi hidrostatik gerilmelerdir. Bu sayede mikro-boşluklar büyümekte ve makro-kırıkları oluşturacak şekilde birleşmektedir. Bunun yanı sıra gösterilmiştir ki, yüksek kalıp açıları ile düşük alan indirme oranları merkezi hasar birikimini teşvik etmektedir. Sürtünme, yüzeyde hasar oluşumuna destek olurken merkezi hasar birikimlerinde azalmaya neden olmaktadır. Sürtünme altında oluşan kırıkların frekansında, sürtünmesiz şartlara göre bir azalma olmaktadır. Fakat sürtünmenin uç değerlerinde bu defa içsel kırıklar yerine yüzey kırıkları oluşabilmektedir. Dikkat edilmesi gereken hususlardan biri de, bu çalışmalarda yüklem hızı pekleşmesi ve termal (ısı) yumuşama etkilerinin karşılıklı olarak birbirlerini ortadan kaldırması kabulüdür.

Tablo 1: İleriye çubuk akıtmada hasar oluşumuna dair sayısal araştırmalar.

| # | Referans | Model | Sıcaklık Etkileri | Sürtünme Etkileri | Makro-Kırık | / | Yöntem |
|----|-----------------------------|-------|-------------------|-------------------|-------------|---|--------|
| 1 | Aravas [4] | MTHM | - | - | - | / | - |
| 2 | Liu and Chung [5] | KM | - | + | - | / | - |
| 3 | Giardini et al. [6] | KM | - | + | - | / | - |
| 4 | Ceretti et al. [7] | KM | - | + | + | / | ES |
| 5 | Lim and Dunne [8] | MTHM | - | - | - | / | - |
| 6 | Lee and Hahm [9] | MTHM | - | + | - | / | - |
| 7 | Gelin [10] | MTHM | - | - | - | / | - |
| 8 | Choi et al. [11] | KM | - | - | - | / | - |
| 9 | Ko and Kim [12] | KM | - | + | - | / | - |
| 10 | Hambli and Badie-Levet [13] | SOHM | - | + | - | / | - |
| 11 | Saanouni et al. [14] | SOHM | - | + | - | / | ES |
| 12 | McVeigh and Liu [15] | MTHM | + | + | + | / | ES |
| 13 | Soyarslan et al. [16] | SOHM | - | + | + | / | ES |

Bu çalışmada, ileriye çubuk akıtma işleminde hasar dağılımı ve kırık oluşum mekanizmaları incelenmiştir. Bu amaç doğrultusunda, termodinamiğin bünye değişkenleri teorisi kullanılarak, efektif gerilme kavramı, Kachanov [17], Rabotnov [18], ve gerilme eşdeğerliği prensibine, Lemaitre [19], dayanan hasarla eşleşmiş bir sonlu plastisite modeli geliştirilmiştir. Geliştirilen bu model ABAQUS/Explicit için bir VUMAT kullanıcı tanımlı malzeme alt-programı olarak uygulanmış ve bu alt-program merkezi hasar birikimi ve kırık oluşumunun modellendiği bir grup benzetimde kullanılmıştır.

2. AÇIK SONLU ELEMANLAR FORMÜLASYONU

Bu makale boyunca şu notasyon kullanılacaktır. \mathbf{a} , \mathbf{b} ve \mathbf{c} 'nin ikinci dereceden tensör olduğu kabul edilirse, tekrarlı indislerde Einstein'ın toplama konvansiyonu kullanılarak, $\mathbf{c} = \mathbf{a} \bullet \mathbf{b}$ işlemi, sonuç bileşenleri $[\mathbf{c}]_{ik} = [\mathbf{a}]_{ij}[\mathbf{b}]_{jk}$ olan başka bir tensör oluşturan bir çarpımı, $d = \mathbf{a} : \mathbf{b}$ ise $d = [\mathbf{a}]_{ij}[\mathbf{b}]_{ij}$ ile birlikte sonucu bir skalar olan bir iç çarpımı ifade eder. $[\circ]$ ile betimlenmiş herhangi bir değişken üzerinde etkiyen referans ve uzaysal gradyan operatörleri, sırası ile $\text{GRAD}[\circ]$ ve $\text{grad}[\circ]$ ile ifade edilmektedir. $[\circ]_{n-1/2}$, $[\circ]_n$, $[\circ]_{n+1/2}$ ve $[\circ]_{n+1}$ sırası ile, $[\circ]$ ile betimlenmiş herhangi bir değişkenin, $t_{n-1/2}$, t_n , $t_{n+1/2}$ ve t_{n+1} zamanlarındaki değerine karşılık gelmektedir. $[\circ]^T$ ve $[\circ]^{-1}$ ile, $[\circ]$ ifadesinin sırası ile transpozesi ve tersi ifade edilmektedir. Ayrıca $\text{tr}(\circ)$ ve $\text{dev}(\circ)$ operatörleri sırası ile $[\circ]$ ifadesinin birinci invariantsını ve deviyatorik kısmını ifade etmektedir.

$\mathbf{F} := \text{GRAD}[\varphi]$ 'nin zaman t 'de referans konfigürasyondan, \mathbf{B}_0 , uzaysal konfigürasyona, \mathbf{B} , doğrusal olmayan deformasyon haritasının, $\varphi(\mathbf{X}, t)$, gradyanı olduğunu kabul edelim. $J = \det[\mathbf{F}]$, \mathbf{F} 'in Jacobian'ı olsun. Lee'nin kinematiki izlenerek, \mathbf{F}^e elastik deformasyon gradyanını, \mathbf{F}^p ise plastik deformasyon gradyanını temsil ederken, her $\mathbf{X} \in \mathbf{B}$ komşuluğunda, ara bir konfigürasyon varsayan yerel bir çarpımlı faktörizasyon, $\mathbf{F} = \mathbf{F}^e \bullet \mathbf{F}^p$, postüle edilsin, Lee[20]. Buna göre $\mathbf{b}^e := \mathbf{F}^e \bullet \mathbf{F}^{e,T}$, güncel konfigürasyonda tanımlı bir elastik sol Cauchy-Green deformasyon tensörü olarak tanımlanacaktır.

$\partial\mathbf{B}$, uzaysal çözüm alanı sınırını ifade ederken, önceden dikte edilmiş yer değiştirmelerdir, $\bar{\varphi}$, ve gerilmeler, $\bar{\mathbf{t}} = \boldsymbol{\sigma} \bullet \mathbf{n}$, sırası ile $\partial\mathbf{B}_\varphi \subset \partial\mathbf{B}$ ve $\partial\mathbf{B}_\sigma \subset \partial\mathbf{B}$, ile verilen sınır kısımlarında etkinliğini göstermektedir ve bu sınırlar için, $\partial\mathbf{B}_\varphi \cup \partial\mathbf{B}_\sigma = \partial\mathbf{B}$, $\partial\mathbf{B}_\varphi \cap \partial\mathbf{B}_\sigma = \emptyset$, ilişkisi geçerlidir. \mathbf{n} uzaysal normal vektörünü ifade etmektedir. Dinamik denge denkleminin zaman t_{n+1} 'deki zayıf formu, sırada verilen sanal iş prensibi ifadesi olarak verilebilir,

$$\underbrace{\int_{\mathbf{B}} \boldsymbol{\sigma}_{n+1} : \text{grad } \eta \, dv}_{\delta \mathcal{P}_{n+1}^{\text{int}}} - \left\{ \underbrace{\int_{\mathbf{B}} \zeta_{n+1} \bullet \eta \, dv}_{\delta \mathcal{P}_{n+1}^{\text{ext}}} + \underbrace{\int_{\partial\mathbf{B}_\sigma} \bar{\mathbf{t}}_{n+1} \bullet \eta \, da}_{\delta \mathcal{P}_{n+1}^{\text{ext}}} \right\} + \underbrace{\int_{\mathbf{B}} \rho \ddot{\mathbf{u}}_{n+1} \bullet \eta \, dv}_{\delta \mathcal{P}_{n+1}^{\text{kin}}} = 0 \quad (1)$$

Sanal yer değiştirmelerin η ile temsil edildiği yukarıdaki ifadede, $\delta \mathcal{P}^{\text{int}}$, $\delta \mathcal{P}^{\text{ext}}$ ve $\delta \mathcal{P}^{\text{kin}}$ sırası ile sanal iç iş, sanal dış iş ve sanal atalet işini betimler. $\boldsymbol{\sigma}$ Cauchy gerilmelerini gösterirken Kirchhoff tipi gerilmeler $\boldsymbol{\tau} = \det(\mathbf{F})\boldsymbol{\sigma}$ ile gösterilmektedir. Öz kütle ρ tarafından ifade edilmektedir. ζ ve $\ddot{\mathbf{u}}$ sırası ile kütleli kuvvetlerini ve ivmeyi gösterir. \mathbf{F}^{int} , \mathbf{F}^{ext} ve \mathbf{M} 'nin sırası ile iç kuvvetler, dış kuvvetler ve kütle matrisini betimlediği kabul edilerek, \mathbf{B}_e 'nin elemanları,

$\sum_{e=1}^{n_{el}}$ 'nin ise birleştirici operatörü temsil ettiği bir $\mathbf{B} = \sum_{e=1}^{n_{el}} \mathbf{B}_e$ ifadesi ile, uzaysal ayrıklaşma sağlanmasını takiben, sıradaki ifadede verilen ayrı ayrı momentum denklemleri türetilebilir,

$$\mathbf{F}^{\text{int}} - \mathbf{F}^{\text{ext}} + \mathbf{M} \bullet \ddot{\mathbf{u}} = \mathbf{0} \quad (2)$$

Δt_{n+1} ile verilen tipik bir zaman adımı için açık bir zaman entegrasyon yöntemi, sonuç yer değiştirmelerinin elde edilmesi sırada merkezi fark metodunu ortaya çıkarır,

$$\mathbf{u}_{n+1} = \dot{\mathbf{u}}_n + \Delta t_{n+1} \dot{\mathbf{u}}_{n+1/2} \quad (3)$$

öyle ki,

$$\mathbf{u}_{n+1/2} = \dot{\mathbf{u}}_{n-1/2} + \frac{\Delta t_{n+1} + \Delta t_n}{2} \ddot{\mathbf{u}}_n \quad (4)$$

$$\ddot{u}_n = \mathbf{M}_n^{-1} \cdot [\mathbf{F}_n^{ext} - \mathbf{F}_n^{int}] \quad (5)$$

\mathbf{F}^{int} , \mathbf{F}^{ext} ve \mathbf{M} şu şekilde ifade edilebilir,

$$\mathbf{F}^{int} = \sum_{e=1}^{n_{el}} \left[\int_{B^e} \mathbf{B}^{e,T} \cdot \boldsymbol{\sigma}^e dv^e \right] \quad (6)$$

$$\mathbf{F}^{ext} = \sum_{e=1}^{n_{el}} \left[\int_{B^e} \mathbf{N}^{e,T} \cdot \boldsymbol{\zeta} dv^e + \int_{\partial B_0^e} \mathbf{N}^{e,T} \cdot \bar{\mathbf{t}} da^e \right] \quad (7)$$

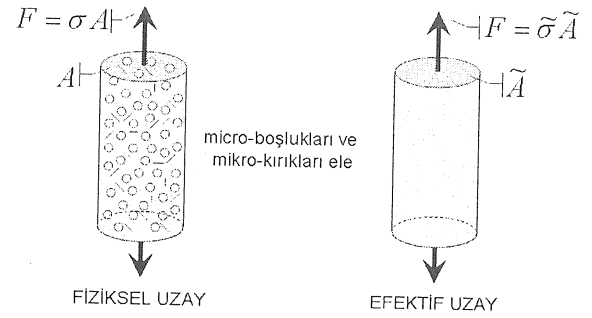
$$\mathbf{M} = \sum_{e=1}^{n_{el}} \left[\int_{B^e} \rho \mathbf{N}^{e,T} \cdot \mathbf{N}^e dv^e \right] \quad (8)$$

Yukarıdaki denklemlerde \mathbf{N}^e ve \mathbf{B}^e sırası ile şekil fonksiyonlarını ve gerinme-yer değiştirme matrisini göstermektedir. Açık sonlu elemanlar yöntemi bellek kullanımı açısından verimli olmasının yanı sıra temas problemlerinin çözüm yöntemleri ve paralel algoritmaların uygulanmasında verimlilik sağlamaktadır. Bunun yanı sıra bu prosedürler kapalı formların yakınsama sorunu çıkardığı ileri süreksizlik içeren problemlerde etkilidir. Kırık oluşum ve ilerleme problemleri bu tip problemlerdendir. Açık yöntemlerin faydalarından biri de teğetsel rijitlik matrisinin hesaplanmasını gerektirmediklerinden, malzeme teğetininde elde edilmesi çok zor hatta imkansız olabilen kompleks malzeme modelleri için kolaylık sağlamalarıdır. Sözü edilen özellikleri kullanıcıları etkilese de, açık yöntemler ancak şarta bağlı stabilite gösterirler ve stabiliteyi seçilen zaman basamağının büyüklüğüne bağlıdır. Buna göre, özellikle statik problemlerin dinamik problemlere benzetimi ile açık yöntemlerle çözümü önemli derecede vakit almaktadır. Bu davranışın iyileştirilmesinde sıklıkla kullanılan yöntemlerden biri, atalet etkilerinin makul limitlerde tutulmasına özen gösterirken malzeme özkütlesinin ya da yüklem hızının sentetik olarak artırılmasıdır. Değindiği gibi malzeme tanjantı elde edilmesini gerektirmeyen açık yöntemin uygulamasında tek ihtiyaç, gerilme ve bünye değişkenleri güncelleme algoritmalarının elde edilmesidir. Sıradaki bölümde malzeme modeli ile ilgili detaylar verilmektedir.

3. HASARIN MATEMATİK MODELLENİNİN OLUŞTURULMASI

Termodinamiğin bünye değişkenleri teorisi izlenerek, α ve $D \in [0,1]$ 'nin sırası ile izotrop pekleşme ve hasarı temsil eden gerinme tipi bünye değişkeni olduğunu kabul edelim. Bunlar sırası ile dislokasyon yığıntıları ve mikro-çatlak ve mikro-boşluk yoğunlukları gibi mikro-mekanik işlemlerin fenomenolojik karşılıklarını ifade ederler. Basit bir tek boyutlu gözlem, hasar kavramının geometrik anlamının çözümlenmesine yardımcı olacaktır. Şekil 2 referans alınarak, fiziksel uzay ve efektif uzay

olmak üzere iki işlem uzayı yapılandırılm. Fiziksel uzay, mikro-kırık ve mikro-boşluk etkilerinin yansıtıldığı güncel uzayı temsil ederken, efektif uzay ise, bu etkilerin elimine edildiği bir kurgusal uzaya karşılık gelsin. Bu uzaylarda tanımlı, ilgili düzleme ait alan bileşenleri, sırası ile nominal kesit alanını ifade eden A , ve etkin kesit alanını ifade eden \tilde{A} , olacaktır. Bu tanımlar baz alınarak hasar değişkeni $D := A_D / A$ şeklinde yazılabilir. Bu ifadede $A_D = A - \tilde{A}$, kesit alanı içerisindeki hasarlı alanı göstermektedir.



Şekil 2: Efektif gerilme kavramı.

Efektif gerilme kavramı bu tanımlardan filizlenir. Buna göre, hasarsız malzeme matrisinde, etkin alan üzerinde tanımlanan gerilme, efektif Cauchy gerilmesi, $\tilde{\boldsymbol{\sigma}}$, olarak tanımlanırken, bu gerilmenin homojenize edilmiş şekline tekabül eden nominal Cauchy gerilmesi, $\boldsymbol{\sigma}$, ise mikro-kırık ve mikro-boşlukları barındıran nominal kesit alanında etkilidir. Efektif ve nominal gerilmeler arasındaki ilişki matematiksel olarak şu şekilde verilebilir,

$$\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{\sigma} / [1 - D] \quad (9)$$

Gerilme tipi ve gerinme tipi bünye değişkenleri arasındaki kanonik bünye denklemlerinin etkin gerilme tipi değişkenler kullanılması halinde şekillerini koruması anlamına gelen gerinme denklik prensibi kullanılarak, elastisite ve hasar arasında bünye eşleşmesi kabulü ile, efektif Kirchhoff gerilmesi, $\tilde{\boldsymbol{\tau}} = \mathcal{J} \tilde{\boldsymbol{\sigma}}$, için elastik logaritmik gerinmeler, $\boldsymbol{\varepsilon}^e$, cinsinden doğrusal olan şu ilişki elde edilebilir,

$$\tilde{\boldsymbol{\tau}} = H \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^e) \mathbf{1} + 2G \text{dev}(\boldsymbol{\varepsilon}^e) \quad (10)$$

Bu denklemde H ve G sırası ile sıkıştırılabilirlik ve kesme modülünü ifade etmektedir. İzotrop plastik pekleşme için bileşke doğrusal ve üssel bir form seçilirse, sıradaki ifadede verilen bir izotrop pekleşme gerilme tipi bünye değişkeni, q , tanımı elde edilir,

$$q = -K\alpha - [\tau_\infty - \tau_0][1 - \exp(-\delta\alpha)] \quad (11)$$

Bu ifadede K , τ_0 , τ_∞ ve δ sırası ile doğrusal pekleşme katsayısı, ilk akma gerilmesi, doyma gerilmesi ve pekleşme üstel katsayısını ifade etmektedir. Elastik gerinme enerjisi yoğunluğunun değişim hızı şeklindeki, Lemaitre tipi bir hasar eşlenik değişkeni, Y , için şu ifade geçerlidir,

$$Y = \frac{1}{2} H \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^e)^2 + G \text{dev}(\boldsymbol{\varepsilon}^e) : \text{dev}(\boldsymbol{\varepsilon}^e) \quad (12)$$

Evrin denklemlerinin türetilmesi klasik normalite kuralını kullanır. Buna göre, $\dot{\gamma}$ plastik çarpanı temsil ederken, von Mises tipi bir plastik akma potansiyeli ve Lemaitre tipi bir hasar dağılım potansiyeli ile birlikte sıradaki hız denklemleri türetilir,

$$\dot{\mathbf{b}}^e = -2 \frac{\dot{\gamma}}{[1-D]} \mathbf{N} \bullet \mathbf{b}^e \quad (13)$$

$$\dot{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\gamma} \quad (14)$$

$$\dot{D} = -a \frac{\dot{\gamma}}{[1-D]} Y \quad (15)$$

burada $\dot{\mathbf{b}}^e$, \mathbf{b}^e 'nin objektif Oldroyd hızını temsil eder. $\mathbf{N} = \text{dev}(\tilde{\boldsymbol{\tau}}) / \|\text{dev}(\tilde{\boldsymbol{\tau}})\|$ plastik akma doğrultusunu ifade eder, ki $\|\cdot\|$, $[\cdot]$ 'nin Euclid normunu temsil etmektedir. a , hasar parametresini göstermektedir.

Mikro-mekanik gözlemler, çekme tipi üç-eksenli gerilme alanlarının, metalik malzemelerin şekillenebilirliğini büyük ölçüde düşürmekte olduğunu ve bu davranışın basma tipi alanlar için geçerli olmadığını göstermektedir. Bu gözlem göz önüne alınarak, çekme ve basma tipi gerilme durumlarındaki hasar evrimini ayırt eden gelişmiş bir hasar eşlenik değişkeni, Y^+ , türetilir. Bunun için basit fakat etkili bir yöntem, hasar eşlenik değişkenini asal efektif gerilmeler cinsinden ifade edilirken ve çekme ve basma tipi gerilme kaynaklı kısımların ayırt edilmesidir. Bunu takiben basma tipi asal efektif gerilmelere ait kısım bir kırık kapanma katsayısı, $h \in [0,1]$, ile orantılanabilir. Bu katsayı hemen hemen-tek yönlü hasar evrimine izin verecektir. Buna göre Y^+ şu şekilde tanımlanır,

$$Y^+ = \frac{1+\nu}{2E} \left[\langle \tilde{\tau}_1 \rangle^2 + \langle \tilde{\tau}_2 \rangle^2 + \langle \tilde{\tau}_3 \rangle^2 \right] - \frac{9\nu}{2E} \langle \bar{p} \rangle^2 + \frac{h(1+\nu)}{2E} \left[\langle -\tilde{\tau}_1 \rangle^2 + \langle -\tilde{\tau}_2 \rangle^2 + \langle -\tilde{\tau}_3 \rangle^2 \right] - \frac{9h\nu}{2E} \langle -\bar{p} \rangle^2 \quad (16)$$

Bu tip bir yaklaşım [21]'de önerilmiştir. Bu denklemde $\langle \cdot \rangle$ Macauley parantezini ifade edip $\langle \cdot \rangle = 1/2 [[\cdot] + |\cdot|]$ geçerlidir. Dikkat edilirse $h = 0$, sadece çekme gerilmelerinin etkisini dikkate alırken, konvansiyonel Lemaitre modeli $h = 1$ için geçerlidir.

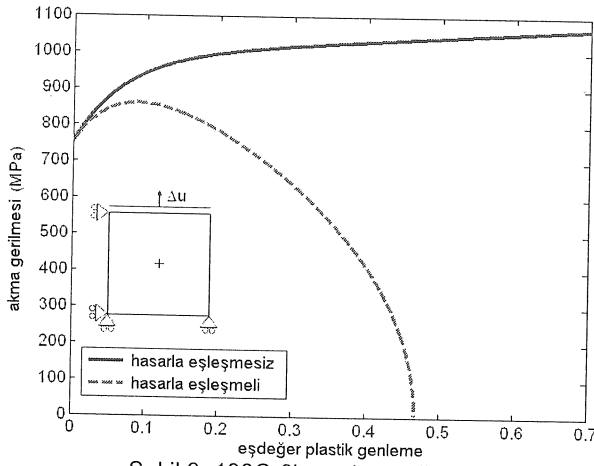
4. V- ŞEKLİNDEKİ MERKEZİ KIRIKLARIN BENZETİMİ

Geliştirilen bu çatı ABAQUS/Explicit için VUMAT kullanıcı tanımlı malzeme alt-programı şeklinde uygulanmıştır. Bu alt-program vasıtası ile tek pasolu aksenal simetrik ileriye çubuk akıtma işleminde hasar birikimi ve buna müteakip kırık oluşumu ve ilerlemesine dair benzetimler koşturulmuştur. Sonlu gerinmeli bir açık çözüm yöntemi takip edilmiştir. Benzetimlerde 4 düğüm noktalı aksenal simetrik dört kenarlı CAX4R elemanları kullanılmıştır. Bu elemanlar bileşke rijitlik ve viskozite hourglass kontrollü indirgenmiş entegrasyonlu elemanlardır. Eleman kenar büyüklükleri 0.2 mm olarak belirlenmiş ve hız kontrollü bir yükleme uygulanmıştır. Arayüzlerdeki sürtünme için Coulomb sürtünme modeli kullanılmıştır. Sürtünme katsayısı μ ile ifade edilmiştir. Hesaplamalarda çift kesinlik kullanılıp ikinci dereceden hassaslık ve çarpılma kontrolü uygulanmıştır. Yapılan kapsamlı benzetimler, sürtünme, kırık kapanma katsayısı, karşı basınç uygulaması, kalıp açısı, alan indirim oranı ve malzeme pekleşmesinin, hasar birikimi, kırık oluşumu, kırık şekli ve kırık frekansına olan etkisini incelemek üzere gerçekleştirilmiştir. Problem geometrisi ve sınır koşulları Şekil 1'de verilmiştir. Benzetimlerde aksi belirtilmediği takdirde Şekil 1 referans alınarak belirlenen şu işlem parametreleri kullanılmıştır.

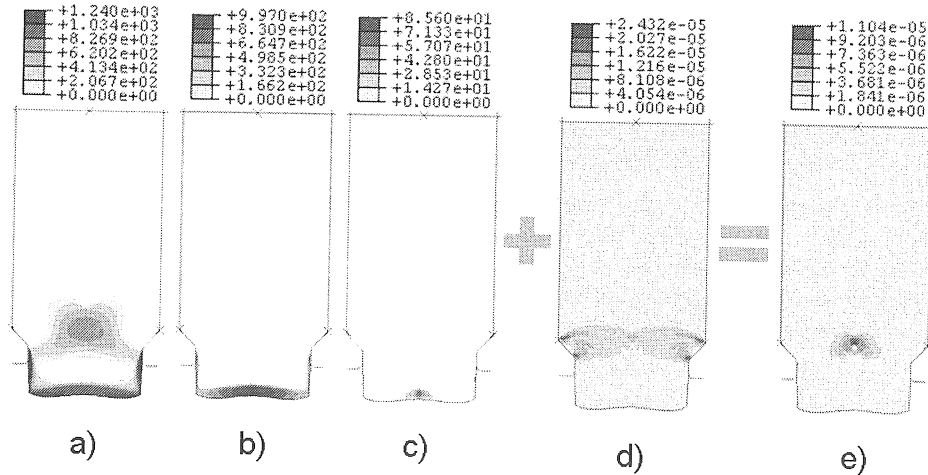
Tablo 2: İşlem geometrisine ait parametreler.

| Parametre | Birim | Büyükölç |
|--------------------------|--------|----------|
| Kalıp açısı, α | derece | 45 |
| İşlem öncesi çap, d_0 | mm | 19.1 |
| İşlem sonrası çap, d_1 | mm | 15.0 |
| Çap oranı, d_0/d_1 | - | 1.27 |

Benzetimlerde sürtünmesiz basma testi ve deneysel ileriye çubuk akıtma sonuçlarının mevcut olduğu 100Cr6 malzemesi kullanılmıştır. Tablo 3.'te verilen malzeme plastisite parametreleri bahsedilen basma testlerinden hesaplanmıştır. Malzeme mekanik karakterizasyonu için sürtünmesiz basma testinde, basma gerilmeleri altında kesme dekohezyonu ile boşluk oluşumu göz ardı edilirse, tam kırık kapanma koşulu altında hasarın plastisite parametrelerinin bulunması üzerinde bir etki sahibi olmadığı kabulü yapılabilir. Tek Gauss noktasına sahip tek bir sonlu elemanın, düzlem gerinme koşullarında yüklenmesi ile elde edilmiş hasarlı ve hasarsız akma eğrileri Şekil 3'te verilmiştir. Kullanılan model, hasar birikimi eşlenik plastik gerinme eğrisi için yukarı doğru-konkav bir yapıya sahiptir. Kırık için gerekli kritik kırılma hasar değeri, $D_{cr} = 0.27$ olarak seçilmiştir.



Şekil 3: 100Cr6'nın akma eğrisi.



Şekil 4: İlk kırık oluşumu öncesi bünye değişkenleri dağılımları, a) Maksimum, b) Orta, c) Minimum asal gerilmelerin pozitif kısımları, d) eşdeğer plastik gerinme hızı, e) hasar hızı, $\mu = 0$.

Şekil 4 sürtünmesiz ileriye çubuk akıtma benzetimlerine aittir. İlk aşamada sürtünmenin göz ardı edilmesinin temel nedeni sürtünmeden kaynaklanabilecek etkileri engellemek ve sadece hasar mekanizmasına konsantre olmaktır. Kırık kapanma parametresi $h = 0$ olarak alınmıştır ve bu sayede kırık mekanizmasına sadece çekme asal gerilmelerinin katkısı olduğu varsayılmıştır. Hasar mekanizmasının açıklanması adına, Şekil 4.a, b ve c'de hasar evrimine katkıda bulunan asal gerilmelerin pozitif kısımlarına ait dağılımlar verilmiştir. Görülmektedir ki, kalıp çıkış bölgesinde de yüksek derecede kalıntı çekme gerilmeleri olmasına rağmen hasar birikimi, eşdeğer plastik gerinme evriminin azami çekme tipi asal gerilmelerle bulunduğu alan indirim bölgesinin merkezinde gözlenmektedir. Bu gözlem hasar evriminin pozitif üç-eksenli gerilme durumunda artması şeklindeki deneysel literatür önermeleri ile uyumludur.

Tablo 3: 100Cr6 malzeme parametreleri.

| Parametre | Birim | Büyükçük |
|---------------|-------|----------|
| H | GPa | 175.0 |
| G | GPa | 80.8 |
| K | MPa | 115.1 |
| τ_0 | MPa | 987.9 |
| τ_∞ | MPa | 752.0 |
| δ | - | 14.3 |
| a | - | 0.3 |

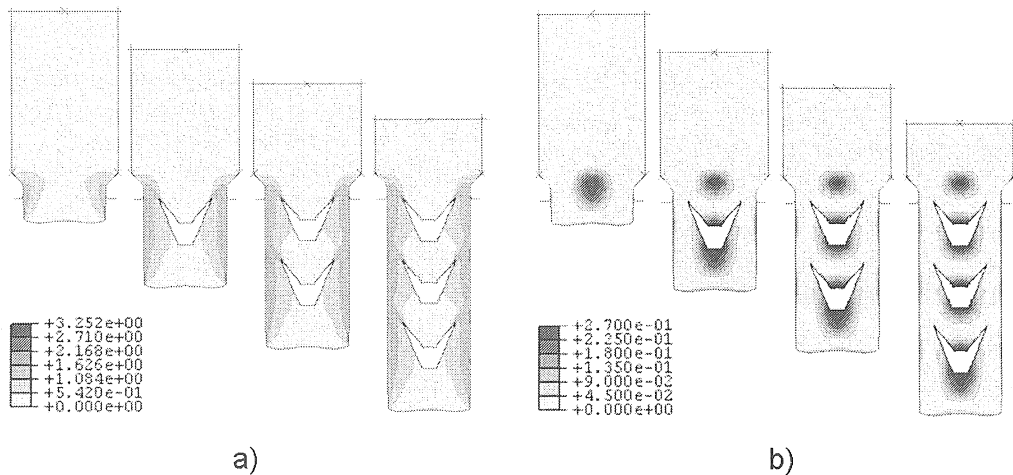
Benzetimlerde kırık oluşumu, kritik hasar değerini 0.27 olarak almakla ve ES yöntemi uygulanarak sağlanabilir. Bu sayede, ilgili elemana ait Gauss noktasında hasar değeri 0.27'yi geçmesi halinde tek bir Gauss noktasına sahip eleman, hesaplama bloğundan çıkarılmakta, bu sayede silinme etkisi yakalanmakta ve elemandan boşalan alan kırık olarak değerlendirilmektedir. Sonlu elemanlar ağından elemanın iptali yapısal kütle matrisi ve iç kuvvet vektörü üzerinde etkilere sahip olacaktır, ki silinmiş elemanın hesaplama bloğundan çıkarılması ile ilgili eleman kütle matrisi ve iç kuvvet vektörü yapısal seviyede toplanmayacaktır. Bu durum, dinamik problemin çözümünde stabilite problemleri çıkarabileceğinden adaptif ağ yapısı ve silinen eleman boyutlarının makul boyutlarda olması ile daha yumuşak çözüm geçişleri sağlanabilir. Şekil 5.a ve b'de, sırası ile, kırıklı işlem boyunca oluşan eşdeğer plastik gerinme ve hasar dağılımları verilmektedir. Şekil 5.a göstermektedir ki eşdeğer plastik gerinmeler merkezi kırık oluşumundan etkilenmektedir. Özellikle oluşmuş kırık uçlarında plastik akma konsantrasyonları gözlemlenebilir. Şekil 5.b kırıkların periyodik oluşumuna ışık tutar niteliktedir. Buna göre maksimum hasar birikimi serbest kırık yüzlerinde mevcuttur ve kırık oluşumunu sağlamaktadır. Kırık oluşumu ile yaratılan serbest yüzeyler gerilmeden bağımsız olacaklarından kırığın merkezde tekrar birikimi için gerekli gerilme ve plastik akma alanlarının temini zaman almaktadır. Bu zaman kırık süresizliğini sağlarken kırık frekansını da belirler.

Aynı benzetim için kırıksız sonuçların elde edilmesi, kritik hasar değerinin, analizlerde erişilmeyen $D_{cr} = 1$ değeri alınması ile gerçekleştirilebilir. Kırıklı ve kırıksız benzetim karşılaştırmaları oldukça öğreticidir. Şekil 6 kırıklı ve kırıksız benzetime ait zımba kuvveti-zımba yer

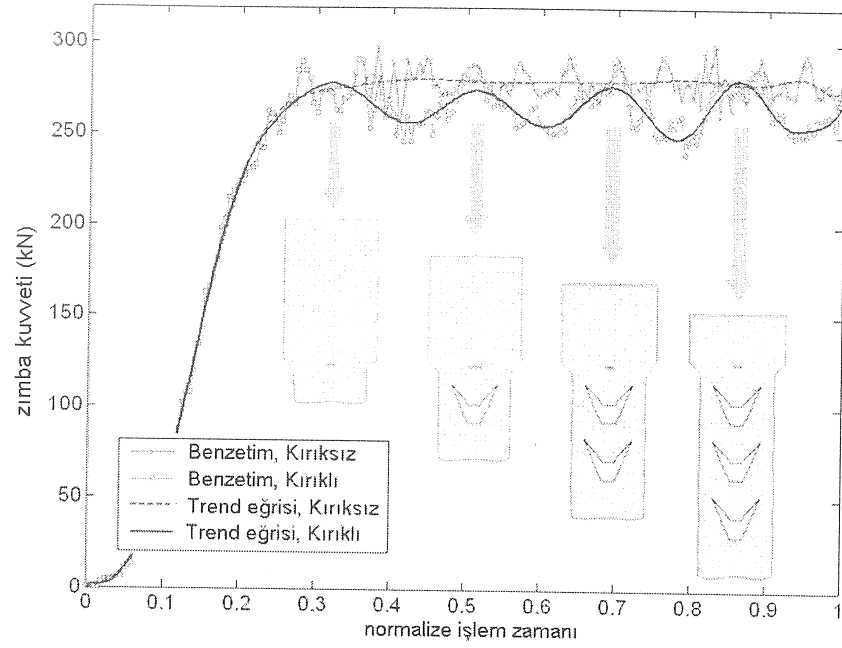
değiştirme eğrilerini vermektedir. Bu eğrilerin karşılaştırılması göstermektedir ki, kırıksız analize ait eğri daimi rejimde sabit bir değerde kalırken kırıklı analize ait eğri dalgalanmalı bir davranış göstermektedir. Gözlemlenmektedir ki, dalgalanma frekansı kırık oluşum frekansı ile uyumludur. Dalgalanma mekanizması, şekilde de gösterildiği gibi, her makro-kırık oluşumundan itibaren düşme trendi gösteren zımba yüküne dayanır. Belli bir zaman aralığının ardından yük kapasitesi artmakta ve yine dalgalanmaya ait maksimum yük seviyesi yakalanmaktadır. Kırıksız benzetimin sonucuna bakıldığında ise bu trend yerine, sürtünmesiz koşullar nedeni ile sabit bir değer yakalandığı tipik bir daimi rejim zımba yükü- zımba yer değiştirme eğrisi gözlenir.

ES yöntemi, kütle korunumu ilkesini ihlal etmesi gerekçesi ile eleştirilmektedir. Bu çalışmada gerçekleştirilen ES yöntemi uygulaması ile silinen elemanların kapsamı, Şekil 7'de deforme olmaması sonlu elemanlar ağında gösterilmiştir. Bu şekilde anlaşılmaktadır ki, kırık oluşumunda gözlenen boşluk temel olarak silinen elemanlardan değil, silinen elemanlarla oluşan serbest yüzeylerin, yeniden tanzim olan mekanik yükleme koşulları altında aralanmasından kaynaklanmaktadır. Buna göre, özellikle ES yönteminin uygulamada sağladığı kolaylıklar göz önüne alındığında, bu kütle korunumu ihlalinin göz ardı edilebilir boyutta olduğu sonucuna varılabilir. Bunun yanı sıra, silinen elemanlara ait hacim yüzdesi, maksimum hasar görmüş bölgelerde minimum eleman boyutu kullanmak kaydı ile, adaptif ağ yapısı yöntemi kullanılarak en iyileme yapılabilir.

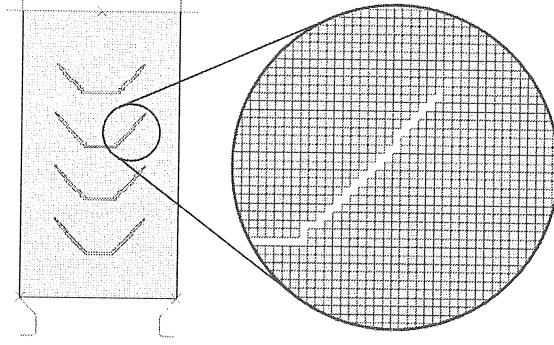
Şekil 8'de gösterilmektedir ki, deneysel verilerle en iyi uyum gösteren benzetim, sürtünme koşulunun $\mu = 0.04$ olarak alındığı benzetimdir.



Şekil 5: Çeşitli işlem aşamalarındaki bünye değişkenleri dağılımları, a) eşdeğer plastik gerinme, b) hasar, $\mu = 0$.

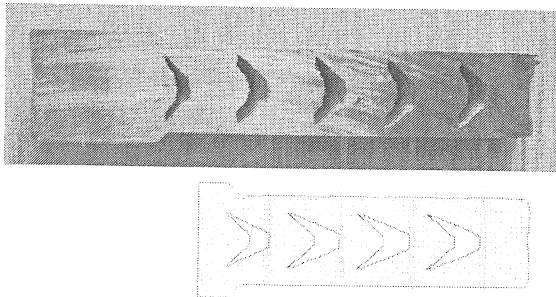


Şekil 6: Kırıklı ve kırksız benzetimlerde elde edilen zımba kuvveti-normalize işlem zamanı eğrileri, $\mu = 0$.



Şekil 7: Silinen elemanların deforme olmamış sonlu elemanlar ağındaki dağılımı, $\mu = 0$.

Görülmektedir ki, benzetimde ve deneyde elde edilen kırık periyodları uyum içindedir, ve bu da, sunulan hasar mekanizması yaklaşımının doğruluğuna işaret etmektedir.



Şekil 8: Deneysel kırık verileri ile benzetim verilerinin karşılaştırılması, $\mu = 0.04$.

5. SONUÇ

İleriye çubuk akıtma işleminde oluşan merkezi hasar birikimi ve kırık oluşumunun modellenmesini içeren bir çalışma sunulmuştur. Bu amacın gerçekleştirilmesinde, hemen hemen-tek yönlü bir Lemaitre varyantı SOHM modeli ile sonlu gerinmeli hiperelastik plastisite eşleştirilmiştir. Geliştirilen model ABAQUS/Explicit için bir VUMAT kullanıcı alt-programı şeklinde uygulanmış ve 100Cr6 malzemesi ile tek pasolu ekstrüzyon için bir grup benzetimde kullanılmıştır. Benzetimlerde periyodik kırıklar elde edilmiş ve uygun sürtünme koşullarında deneysel verilerle uyum sağlayan kırık desenleri sağlanmıştır.

**CONTINUUM DAMAGE MECHANICS (CDM)
APPLICATIONS IN COLD FORMING: PART I-
MODELING CHEVRON CRACK FORMATION IN
EXTRUSION**

In this study, investigation of internal cracks observed in direct forward extrusion processes by means of CDM is aimed. In order to realize this aim, a Lemaitre type damage model giving account for unilateral damage evolution is coupled with finite plasticity based on the multiplicative decomposition of the deformation gradient and the developed framework is implemented as VUMAT user defined material subroutine for ABAQUS/Explicit. With the simulations utilizing this subroutine, macro-crack formation and propagation in single step forward extrusion of 100Cr6 is investigated. Depending on the results which are in correlation with the experimental outputs for certain friction levels, it is shown that, during the extrusion process, positive hydrostatic stresses occurring in plastic deformation zone considerably reduces the formability of the material and finally causes chevron cracks. In addition, the effect of crack formation on the force-displacement curves are also investigated.

Keywords: Forward extrusion, Continuum Damage Mechanics, Finite Elements, Chevron cracks

6. TEŞEKKÜR

Bu çalışma, MISAG JULICH 04 kodu ile, TÜBİTAK ile Almanya Jülich Araştırma Merkezi Arasındaki İşbirliği Çerçevesinde Araştırma Projeleri Destekleme Programı kapsamında desteklenmiştir. Yazarlar bu desteğe teşekkür ederler.

KAYNAKÇA

1. Jennison, H.C.: Certain types of defects in copper wire caused by improper dies and drawing practice, in : Proc Inst Metal Div AIME, 1930, 89.
2. Avitzur, B.: Analysis of central bursting defects in extrusion and wire drawing, J. Mech. Phys. Solids, 1968, 90, 79-91.
3. Zimmerman, Z., Avitzur, B.: Analysis of central bursting defects in extrusion and wire drawing, 1970, J. Eng. Ind. 90, 135-145.
4. Aravas, N.: The analysis of void growth that leads to central bursts during extrusion. J Eng for Ind, 1986, 34, 55-79.
5. Liu, T. S., Chung, N., L.: Extrusion analysis and workability prediction using finite element method, Computers and Structures., 1990, 34, 369-377.
6. Giardini, C., Ceretti, E., Maccarini, G.: Formability in extrusion forging: the influence of die geometry and friction conditions, Journal

- of Materials Processing Technology, 1995, 54, 302-308.
7. Ceretti, E., Taupin, E., Altan, T.: Simulation of metal flow and fracture applications in orthogonal cutting, blanking, and cold extrusion, Annals of the CIRP, 1997, 46, 187-190.
8. Lim, L. G., Dunne, F. P. E.: Modelling central bursting in the extrusion of particulate reinforced metal matrix composite materials, Int. J. Mach. Tools Manufact., 1997, 37, 901-915.
9. Lee, Y., Hahm, S.: Mechanical property changes in drawing/extrusion of hardening viscoplastic materials with damage, Int. J. Mech. Sci., 1997, 39, 565-573.
10. Gelin, J. C., Modelling of damage in metal forming simulations, J. Mater. Proc. Technol., 1998, 80-81, 24-32.
11. Choi, S., Lee, Y., Oh, H.: Ductile fracture in axisymmetric extrusion, J. Mater. Proc. Technol., 1998, 74, 263-267.
12. Ko, D., Kim, B.: The prediction of central burst defects in extrusion and wire drawing, J. Mater. Proc. Technol., 2000, 102, 19-24.
13. Hambli, R., Badie-Levet, D.: Damage and fracture simulation during the extrusion process, Comput. Meth. Appl. Mecha. Eng., 2000, 186, 109-120.
14. Saanouni, K., Mariage, J. F., Cherout, A., Lestriez, P.: Numerical prediction of discontinuous central bursting in axisymmetric forward extrusion by continuum damage mechanics, Computers and Structures, 2004, 82, 2309-2332.
15. McVeigh, C., Liu, W. K.: Prediction of central bursting during axisymmetric cold extrusion of a metal alloy containing particles, Int J Solids and Structures, 2006, 43, 3087-3105.
16. Soyarslan, C., Tekkaya, A. E., Akyuz, U.: Applications of Continuum Damage Mechanics in discontinuous crack formation: Forward extrusion chevron predictions, Z Angew Math Mech, 2008, 88, 436-453.
17. Kachanov, L.M.: Time of the rupture process under creep conditions, Izv Akad Nauk SSR, 1958, 8, 26-31.
18. Rabotnov, Y.: Creep rupture, in: M. Hetenyi and W. Vincenti, eds., Applied Mechanics. Proceedings of the 12th Int Congress of Applied Mech, Springer-Verlag, Berlin, 1968, 342-320.
19. Lemaitre, J.: Evaluation of dissipation and damage in metals, in: Proceedings of I.C.M. 1, Kyoto, Japan., 1971.
20. Lee, E.H.: Elasto-plastic deformation at finite strains, ASME J Applied Mechanics, 1969, 36, 1-6.
21. Ladeveze, P., Lemaitre, J.: Damage effective stress in quasi-unilateral conditions, IUTAMCongress, Lyngby (Danemark), 1984.