# Üniform Olmayan Düşey Yüklemeler Altındaki Jet-Grout Destekli Radye Temellerin Üç Boyutlu Sonlu Elemanlar Analizi

# Halil Murat Algın, Arda Burak Ekmen

Harran Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Şanlıurfa e-posta: hmalgin@harran.edu.tr, ardaburakekmen@harran.edu.tr

Geliş Tarihi: 17.12.2017 Kabul Tarihi: 28.12.2017

#### Özet

Jet grout uygulamasının bir temel güçlendirme metodu olarak kullanımının yaygınlaşması ile birlikte jet grout kolonlarla güçlendirilmiş radye temellerin üç boyutlu sonlu elemanlar analizinin (3B SE) yapılması bir gereklilik haline geldiğinden, bu çalışmada üniform olmayan düşey yüklemeler altındaki jet-grout destekli radye (JGR) sistemleri, 3B SE simülasyonlarına dayanarak analiz edilmiştir. Öncelikle, tekil bir jet grout kolonunun derinlik ile değişen geometrik varyasyonu kullanılarak modellenen jet grout kolonu, üç boyutlu sonlu elemanlar yöntemiyle analiz edilmiştir. Jet grout kolon (JGK) çapının derinlikle değişiminin göz önünde bulundurulması amacıyla döndürülmüş sinüzoidal fonksiyon yaklaşımı kullanılmış ve modellerin geriye dönük analizi yapılarak, sonuçlar doğrulanmıştır. Kompleks jet grout kolon modellenmesine olanak sağlayan görüntü işleme tekniği kullanılmış olup, simülasyonların tüm JGR sistemine uygulanması sağlanmıştır. Jet grout destekli radyelerin temel elemanlarıyla ortak bir etkileşiminin bulunduğu kabulüyle, JGR sistemleri için daha önce tanımlanan tasarım stratejileri göz önüne alınarak numerik analizler gerçekleştirilmiştir.

Anahtar kelimeler: Sonlu elemanlar analizi, Jet grout destekli radye, Görüntü işleme, Jet grout kolonu, Düzensiz düşey yükleme

# Three Dimensional Finite Element Analyses of Jet-Grouted Rafts Subjected to Nonuniform Vertical Loading

#### Abstract

The use of jet grouting application as a foundation supporting method has made it necessary to analyze jet-grouted raft (JGR) system by means of three dimensional finite element (3D FE) analysis. In this study, JGR systems subjected to nonuniform vertical loading were analyzed based on 3D FE simulations. In the first instance, a single jet grout column (JGC) has been analyzed by 3D FE method using the data of a real test column with a predetermined geometric variation in depth. The 3D FE simulation of a single column is geometrically represented by the rotated sinusoidal function based on the actual variation of column diameter with depth. The study is verified by performing the back-analysis of the developed 3D FE simulations. The image processing technique previously applied onto the 3D FE modelling of complex irregular geometries has also been used in this study to extend the simulation to the complete JGR system. The design strategies previously defined for JGR systems has been considered and the extension of the numerical analysis to the complete system is modelled.

Keywords: Finite element analysis, Jet grouted raft, Image processing, Jet grout column, Nonuniform vertical loading

#### 1. Giriş

Jet grout yöntemi, çevresindeki zemini aşındırarak ve yüksek basınçla küçük çaplı nozullar sayesinde enjekte edilen grout ile zemini karıştırarak, silindirik sekilli jet grout kolonu (JGK) olarak adlandırılan kolonların oluşturulması esasına dayanır [1]. Geoteknik mühendisliğindeki çeşitli uygulamalarda kullanılan bu pratik teknik, temel mühendisliğinde kazıklara alternatif bazen olarak ekonomik üstünlükler sağladığından, kazık uygulamaları için zemini özelliklerinin uygun olmadığı temel durumlarda tercih edilir. Radye sisteminin izole olarak imalatı yapılmış kolonlarla desteklenmesi durumunda bu kolonların merkezleri arasındaki mesafe kolon çaplarından daha büyük olacak şekilde uygulandığında sistem kazıklı radye temele benzer hale gelir ve bu sistem jet groutlu radye (JGR) olarak adlandırılır [2]. JGR sistemi temel zemini, radye, yastık tabakası ve JGK olmak üzere 4 ana taşıyıcı elemandan oluşan kompozit bir temel sistemidir. Granüler malzeme, genellikle yastık tabakası olarak kullanılır ve JGR üzerindeki gerilmeleri dağıtmak için zemin yüzeyi ile JGR arasında kullanılır. Bu kapsamda JGR tasarımı kolonların etkileri sebebiyle geleneksel radye tasarımından farklı olmaktadır. Geleneksel kazıklı radye ile JGR arasındaki en önemli fark kolonların özgün şekli ve özelliğidir. Bu tarz <u>Üniform Olmayan Düşey Yüklemeler Altındaki Jet-Grout Destekli Radye Temellerin Üç Boyutlu Sonlu Elemanlar Analizi; Algın H.M. ve</u> <u>Ekmen A. B.</u>

farklılıklar JGR'lerin geoteknik tasarımında önemli bir etkiye sahiptir. Jet grout yönteminin mevcut yapılar için takviye sistemlerinde kullanımı [3,4] ve yeni yapılar için kullanımları konusunda bazı arastırmalar [5,6] literatürde mevcuttur. JGK'ların yük transferleri ile ilgili rehber çalışmalar olmasına rağmen [2] JGR tasarımı pratikte hala aşırı basitleştirilmiş ampirik metotlara dayandırılmaktadır. Bunun en önemli sebebi JGK'ların geometrik değişimlerini göz önüne alan ortak bir tasarım prosedürünün eksikliği, kolonların arayüz etkileşimi ve taşıyıcı elemanların gerilme şekil değiştirme özellikleridir. Çeşitli kaynaklar [7,8] derinliğe bağlı olarak kolonların özellik ve çap farklılıkları gibi bilgileri elde etmek için saha denemelerinin önemini vurgulamışlardır. Proje alanına özgü elde edilen kolon geometrisini yakın bir sekilde temsil eden 3B SE modelinin oluşturulması önem arz etmektedir. Bu çalışmada görüntü işleme tekniğinin [9] kullanılmasıyla, JGK'ların karmaşık geometrik şekillerini dikkate alarak bir JGR sisteminin 3B SE analizi yapılmıştır. Sunulan bu teknik, JGK'ların oryantasyonu ve geometrisi bilindiği sürece tasarım projeleri için kolayca uygulanabilir. Deneysel sonuçlar [10,11] ile birlikte sonlu elemanlar modelinde geri analiz yöntemi kullanılarak zemin arayüz parametreleri tahmin edilmiştir. Bu makalede, döndürülmüş sinüzoidal fonksiyon kullanılarak, kompleks geometrik değişim modellenmiş ve Modoni ve ark. [12] tarafından geliştirilen tahminle karşılaştırılmıştır. Döndürülmüş sinüzoidal fonksiyon bir harmonik fonksiyon olduğu için JGK'lar için kullanılabilir. Fonksiyonel tahminin kolonların geometrik varyasyonuna yeterince yakın olduğunu göstermek amacıyla, daha önce Modoni ve ark. [10] tarafından sunulan (Vesuvius, Polcevera ve Barcelona) farklı saha denemelerinin verileri kullanılarak karşılaştırmalar yapılmıştır. Karmaşık geometri değişiminin modellenmesine imkân sağlayan görüntü işleme tekniği [9], 3B SE modellemesi için kullanılmıştır. Bu sayede, JGK'ların geometrik şeklinin 3B SE modellemesine yansıtılması sağlanmıştır. JGK-zemin ara yüzü için sürtünme parametresi, literatürdeki deneysel sonuçlar temelinde [10] geliştirilen 3B SE modellerinin geri analizi ile elde edilmiştir. Modoni ve ark. [10] tarafından verilen zemin profili ve ilgili parametreler, sunulan 3B SE analizinde kullanılmıştır. Bu çalışmanın amacı, döndürülmüş sinüzoidal fonksiyon kullanılarak temsil edilen JGK geometrilerinin JGR sistemlerinin 3B SE analizlerinde kullanılabileceğini göstermektir.

# 2. Geometrik Olarak Döndürülmüş Sinüzoidal Fonksiyon Yaklaşımıyla Tek Bir Kolonun 3B SE Simülasyonu

Jet grout destekli temel projelerinde en önemli adımlardan biri, JGK çapının tahmin edilmesidir. Bu kapsamda, JGK çapını tahmin etmek için literatürde ampirik bağıntılar mevcuttur (örneğin: [15]). Avrıca, amprik bağıntılara alternatif olarak bazı araştırmacılar teorik modeller önermişlerdir. (örneğin: [12]). Ochmanski [16], literatürde yer alan vaka analizlerini derleyerek JGK'larIn çapını tahmin etmek için bir abak sunmuştur. JGK çaplarının kullanılan uygulama prosedürü ve zemin özelliklerinden etkilendiği bilinmektedir. Croce ve ark. [2] tarafından özetlenen daha önceki çalışmalar, zemin özelliklerinin, kolon çap ve enjeksiyon prosedürünü etkilediğini göstermektedir. Ortalama kolon çapını tahmin etmek için bazı ampirik bağıntılar ve teorik modeller kullanılmaktadır. Sürtünme açısının yüksek olduğu zeminlerde efektif gerilmenin derinlik ile artmasına bağlı olarak tek bir kolonun çap değişiminin derinlik ile aşamalı olarak azaldığı ifade edilmiştir [2,10]. JGK'nın üst ve alt çapı arasında bir karşılaştırma yapılırsa derinliğe bağlı bir azalma eğiliminin olduğu görülebilir. Kolon özelliklerinin ve çap varyasyonunun tahmininde yer alan belirsizlikler nedeniyle, saha denemeleri önerilmektedir (örn. [7-8]). Bu çalışmada, JGK'ların modellenmesiyle ilgili olarak literatürdeki çalışmalar dikkate alınmış ve Algin [17] tarafından tanıtılan döndürülmüş sinüzoidal fonksiyon yaklaşımı, 3B SE modellemesinde kullanılmıştır. Şekil 1' de Algin [17] tarafından tanıtılan döndürülmüş sinüzoidal fonksiyon yaklaşımı ile geometrik olarak yakınsanan kolon geometrisi gösterilmiştir.

Kolon çapının derinlikle gerçek değişiminin göz önünde bulundurulması amacıyla döndürülmüş sinüzoidal fonksiyonel yaklaşımı geliştirilmiştir. 3B SE modellerinin geriye dönük analizi için ölçüm sonuçları kullanılmıştır. Bu çalışmada jet grout kolonunun 3B SE modellenmesine olanak sağlayan ve daha önce uygulanan [9] görüntü işleme tekniği kullanılmıştır. Bu teknik sayesinde 3B olarak gerçeğe oldukça yakın bir model elde edilmiş olup, 3B SE analizi yapılmıştır. Şekil 2 görüntü işleme tekniği kullanılarak modellenen Bojszowy Nowe deneme kolonunun [11-13] ölçüm ve sonlu elemanlar analizi ile elde edilmiş yükleme sonuçlarını sunmaktadır.

Üniform Olmayan Düşey Yüklemeler Altındaki Jet-Grout Destekli Radye Temellerin Üç Boyutlu Sonlu Elemanlar Analizi; Algın H.M. ve Ekmen A. B.



Şekil 1. Döndürülmüş sinüzoidal fonksiyon yaklaşımı ile geometrik olarak yakınsanan kolon geometrisi [17]



Şekil 2. Görüntü işleme tekniği kullanılarak modellenen Bojszowy Nowe deneme kolonunun [11-13] ölçüm ve analiz sonuçları

Şekil 2' de sunulan grafik, modellenen deneme kolonunun sonlu elamanlar analiz sonuçları ile arazi verilerinin oldukça uyumlu olduğunu göstermektedir. Bu durum modellenen gerçek deneme kolonunun 3B SE analizlerinin makul sonuçlar verdiğini göstermektedir. Bu sonuçtan yola çıkılarak bu simülasyonun tüm JGR sistemini kapsayacak şekilde yapılması mümkün olmuştur. Zemin ve jet grout kolonu için model parametreleri Modoni ve ark.'tan [10] alınmış olup Tablo 1 ve Şekil 3'te gösterilmiştir. Şekil 4'te ise tekil JGK yerleştirilmiş zemin modelinin 3B görünümü sunulmaktadır.

Tablo 1. Bu çalışmada kullanılan model parametreleri [10]						
Malzeme	$\gamma(kN/m^3)$	E50(MPa)	Eur(MPa)	V	$\phi(^0)$	<i>c</i> '( <i>kPa</i> )
Zemin (Pekleşen Zemin modeli)	18.4(a) 19.2(b)	Şekil 3	3 x E50	0.2	Şekil 3	0
JGK (Mohr Coulomb)	25	3200		0.19	0	4000
Radye (Lineer Elastik)	25	33000		0.2		
Yastık Tabakası (Pekleşen Zemin modeli)	24	40	3 x E50	0.2	37	0



Şekil 3. 3B SE modellemesi için kullanılan zemin profili, (a) dilatasyon ve sürtünme açılarındaki değişim (b) elastisite modülündeki değişim (c) belirlenmiş alt zemin tabakaları



Şekil 4. Tekil JGK yerleştirilmiş zemin modelinin 3B görünümü

# 3. Üniform Olmayan Düşey Yüklemeye Maruz JGR'lerin 3B SE Simülasyonu

Şekil 2' de sunulan yük-oturma eğrileri, sonlu elemanlar yönteminden elde edilen sonuçların geçerliliğini gösterdiğinden Modoni ve Bzowka [10] tarafından kullanılan Bojszowy Nowe deneme kolonunun [11-13] zemin profili bu çalışmada da kullanılmıştır. Bu sebeple oluşturulan modelde zemin katmanlarının özellikleri Modoni ve Bzowka [10]'dan alınmıştır. Şekil 3'te bu makalede sunulan 3B SE modellerinde kullanılan zemin tabakaları gösterilmiştir. Ayrıca Şekil 3 (a ve b) karşılıklı olarak zemin parametrelerini göstermektedir. Görüntü işleme tekniği ile modelleme aşamaları Şekil 5'te sunulmuştur. Elde edilen 3B sonlu eleman modeli Şekil 6'da gösterilmiştir. Bu model 3B ağ oluşumu ve analiz için Abaqus programına aktarılmıştır [14]. Üniform Olmayan Düşey Yüklemeler Altındaki Jet-Grout Destekli Radye Temellerin Üç Boyutlu Sonlu Elemanlar Analizi; Algın H.M. ve <u>Ekmen A. B.</u>

Geometrik olarak döndürülmüş sinüzoidal fonksiyonla tek bir kolonun 3B SE simülasyonunun tüm JGR sistemine uyarlanması ile üniform olmayan düşey yüklemeye maruz JGR'lerin 3B SE modeline ulaşılmıştır. JGR sistemlerinin 3B SE simülasyonunda kullanılan kolonların geometrik varyasyonları, önceki bölümde ele alınan, döndürülmüş sinüzoidal fonksiyonla tanımlanmıştır.

Özellikle arayüz sürtünme katsayısının belirlenmesinde önemli mühendislik kararları gerekmektedir. Yapılan çeşitli denemelerden sonra modelde kullanılacak sürtünme katsayısının 0.7 olduğu varsayımı ile zemin-kolon arayüz davranışı tanımlanmış olup, sisteme klasik izotrop Coulomb sürtünme modeli uygulanmıştır. 0.7 olarak dikkate alınan zemin-kolon arayüz katsayısı 28 derecelik arayüz sürtünme açısına denk gelmektedir ve Şekil 2'de gösterilen çelik donatısız [11-13] Bojszowy Nowe deneme kolonunun yük-oturma davranışı düşünülerek seçilmiştir. Jet grout kolon için Mohr-Coulomb elasto plastik davranış modeli uygun görülmüştür. Zeminin lineer olmayan basınç-gerilme tepkisi peklesen zemin temel modeli ile simüle edilmiştir. Radyenin mekanik davranışı lineer elastik kabul edilmiştir. Bu çalışmada yastık tabakasının

elastisite modülü kompozit kazıklı radye üzerinde yapılan literatürdeki bir çalışmadan elde edilmiştir [18]. Tablo 1'de bu çalışmada kullanılan malzeme modelleri gösterilmektedir. Jet grout destekli radvelerde savisal sonucların elde edilmesi önemli bir adımdır. Bu yüzden sayısal modelin sonlu elemanlar analizi dikkatlice yapılmış olup, sonuçlar titizlikle incelenmiştir. Sonuç olarak modelleme asamasında jet grout kolon-zemin aravüzü cevresinde dört ücgen yüzlü hacim elementlerin maksimum köşe boyutu, uygun piksel aralığı kullanılarak ayarlanmış ve jet grout kolonuyla zemin tabakaları arasındaki bağlantı hassas bir şekilde tanımlanmıstır. Elasto-plastik sonlu elemanlar hesaplamalarında, başlangıç gerilme durumu sükûnet durumundaki zemin basıncı katsayısı (Jaky [19]) kullanılarak yerçekimi yükü ile oluşturulmuştur. Tek bir kolon simülasyonu (Şekil 4) için kullanılan zemin profilinden yararlanarak Şekil 5'te özetlenen ile görüntü işleme tekniği her yükleme konfigürasyonu için dört üçgen yüzlüsü hacimsel eleman tipi ile 3B SE modelleri oluşturulmuştur.



Şekil 5. Kullanılan görüntü işleme tekniğinin şematik gösterimi

Şekil 6'da, oluşturulan 3B SE ağı JGR modeli ve temel sistemindeki kolonların yerleşimi detaylıca gösterilmiştir. Hesap kolaylığı için sistemin çeyrek kısmı modellenmiştir. İlgili sınır şartları ve ağ iyileştirmeleri deneme-yakınsama metodu (convergence study) temelinde belirlenmiştir. Modellemede bazı alanların sınırları etrafındaki eleman boyutları büyük olabilir. Ancak yüksek gerilme veya deformasyon değişim alanlarındaki boyutları mümkün olduğunca eleman kücük alınmıştır. Bu sebeple model oluşturulurken eleman boyutlarının değişimine dikkat edilmiştir. Modelde yatay hareket sınırlanırken düşey hareket serbest bırakılmıştır.

Algin [17] tarafından tanıtılan modelde, JGR sisteminin çekirdek ve kenar bölgelerine sırasıyla 750 kPa ve 1500 kPa değerindeki basınçlar üniform olmayan düşey yüklemeler şeklinde uygulanmıştır. Aynı çalışmada [17] yapılan analiz sonuçları değerlendirilerek tepki yüzey metodu kullanılmış olup belirtilen yöntemdeki faktörler (etkiler) ile tepkiler arasındaki regresyon modelleri tanıtılmıştır.

Yapılan 3B SE ve optimizasyon analizleri sonucunda üniform olmayan düşey yüklemelere maruz JGR sisteminin geometrik boyutları optimize edilmiştir. Bu çalışmada, Algin [17] tarafından tepki yüzey <u>Üniform Olmayan Düşey Yüklemeler Altındaki Jet-Grout Destekli Radye Temellerin Üç Boyutlu Sonlu Elemanlar Analizi; Algın H.M. ve</u> <u>Ekmen A. B.</u>

metodu ile optimize edilmiş üniform olmayan yüklemeye maruz JGR sistemleri dikkate alınarak, 3B SE modeli oluşturulmuştur. Diğer çalışmalardan farklı olarak bu çalışmada, çeşitli yük kademeleri altında JGR sisteminin davranışı incelenmiştir. Oluşturulan modele Algin'ın [17] kullandığı basınç değerlerinden farklı olarak 3 farklı basınç kademesi, JGR sisteminin çekirdek ve kenar bölgelerine sırasıyla 125 kpa-250 kpa, 250 kPa-500 kPa ve 500 kPa-1000 kpa olmak üzere üniform olmayan düşey yüklemeler ile uygulanmıştır. Merkez ve kenar alanlardaki kolon uzunlukları, yastık kalınlığı, kolon aralığındaki değişime bağlı 3B SE modelleri, SE analiz paket programı Abaqus kullanılarak analiz edilmiştir [14]. Analizler sonucunda, 500 kPa-1000 kPa basınç çifti, JGR sisteminde oluşan deformasyonları net şekilde gösteren basınç kademesi olarak belirlenmiş olup bu çalışmada değerlendirilmiştir. Kolonlar bu sistemlerde tüm yükü taşımaktan ziyade oturmayı kontrol etmek amacıyla kullanılmıştır. Buna bağlı olarak kolonların gerilmeleri kenar ve merkez alanları altındaki kısımlar için ayrı ayrı elde edilmiştir. Şekil 7 bu çalışmada belirlenen basınç kademesi için elde edilen Şekil 6 (a) ve (b)'de gösterilen JGR sisteminin 3B SE analizi sonuçlarını sunmaktadır.



Şekil 6. Oluşturulan 3B SE Ağı JGR modeli



Şekil 7. Oluşturulan JGR sisteminin 3B SE analizi sonuçları (a)

<u>Üniform Olmayan Düşey Yüklemeler Altındaki Jet-Grout Destekli Radye Temellerin Üç Boyutlu Sonlu Elemanlar Analizi; Algın H.M. ve</u> <u>Ekmen A. B.</u>

### 4. Sonuçlar

Şekil 7'de JGR sistemine uygulanan yüklemeler sonrasında 3B SE analizi ile elde edilen oturma değerleri ve maksimum oturmanın olduğu bölge açıkça görülmektedir. Maksimum eksenel gerilme, kolon aralığındaki artış ile birlikte artmaktadır. Çekirdek alanı altında kolon uzunluğundaki artış, tabandaki düşey gerilmeyi azaltmaktadır. Kolonların geometrik simülasyonu için sunulan döndürülmüş sinüzoidal fonksiyon hem teorik huni şekilli işlevi hem de ölçülen veri aralığı ile iyi bir uyum içindedir. Bu fonksiyon, kolon çapının yerel değişimini dikkate alarak ölçülen verilere kolayca uyarlanabilir olmakta ve derinlikle çap azalmasının genel eğilimini vermektedir. Döndürülmüş sinüzoidal fonksiyon kullanılarak simüle edilen tek bir kolonun 3B SE analizi ve önceden gerçekleştirilen eksenel yükleme testinden elde edilen veriler, özellikle uygulanan yüksek değerdeki yükler için daha iyi bir yaklaşım sunmaktadır. Döndürülmüş sinüzoidal fonksiyon ile temsil edilen gerçekçi kolon geometrileri görüntü işleme tekniği kullanılarak 3B SE simülasyonlarında kullanılabilmektedir. 3B SE modellemesinde kullanılan görüntü işleme tekniği JGK'nın ve JGR'nin karmaşık geometrisinin yerel çap varyasyonu ile modellenmesine olanak sağlamıştır. Bu makale jet grout ile desteklenen temel projelerinde, testleri yapılan deneme kolonunun geometrik varyasyonunun doğru bir şekilde temsil edilebilmesi için bu tekniğin kullanılabileceğini göstermektedir.

## Kaynaklar

- Yahiro T., Yoshida H., "Induction grouting method utilizing high speed water jet. In: Proc", VIII int conf soil mechanics and foundation engineering. Moscow, Russia: USSR National Society, p. 402–4, 1973.
- [2] Croce P., Flora A., Modoni G., "Jet grouting: technology, design and control". Boca Raton, Florida: Taylor & Francis, 2014.
- [3] Maertens J., Maekelberg W., "Special applications of the jet grouting technique for underpinning works".
   In: Proceedings of the 15th ICSMFE. Istanbul, Turkey, p. 1795–8, 2001.
- [4] Shibazaki M., Ohta S., "A unique underpinning of soil solidification utilizing super high-pressure liquid jet." In: Proceedings of the conference of grouting in geotechnical engineering. New Orleans, Louisiana, United States: American Society of Civil Engineers, p. 680–93, 1982
- [5] Cippo P.A., Tornaghi R., "Soil improvement by jet grouting" In: Thorburn S, Hutchison JF, editors.

Underpinning. Surrey, United Kingdom: Surrey University Press, p. 276–92, 1985

- [6] Saglamer A., Duzceer R., Gokalp A., Yilmaz E., "Recent applications of jet grouting for soil improvement in Turkey". In: Proceedings of the 15th ICSMGE. Istanbul, Turkey, p. 1839–42, 2001.
- [7] BS-EN-12716. Execution of special geotechnical works: jet grouting. Brussels, Belgium: European Committee for Standardization, p. 38, 2001.
- [8] GI-ASCE. Jet grouting guideline. USA: Geo Institute of ASCE-Grouting Committee-Jet Grouting Task Force, p. 29, 2009.
- [9] Algin., H. M., (2016). "Optimised design of jetgrouted raft using response surface method." Comput Geotech, Vol. 74, No. 4, pp. 56 73, DOI:10.1016/j.compgeo.2015.12.012.
- [10] Modoni G., Bzowka J., "Analysis of foundations reinforced with jet grouting". J Geotech Geoenviron, 138(12):1442–54, 2012.
- [11] Bzówka J, Pieczyrak J. Pull out and load tests for jet grouting columns. In: Proc, XI Baltic Sea geotechnical conf, polish committee on geotechnics and Gdansk univ of technology. Gdansk, Poland, p. 929–33, 2008.
- [12] Modoni, G., Croce, P., and Mongiovi, L. (2006).
  "Theoretical modelling of jet grouting." Geotechnique, Vol. 56, No. 5, pp. 335-347, DOI: 10.1680/geot.2006.56.5.335.
- [13] Bzówka J., "Współpraca kolumn wykonywanych technikaz iniekcji strumieniowej z podło\_zem gruntowym (Interaction of jet grouting columns with subsoil)." Gliwice, Poland: Silesian University of Technology, 2009.
- [14] Abaqus. Abaqus, 6.12 ed. USA: Dassault Systèmes, 2012.
- [15] Lesnik, M., "Methods to determine the dimension of jet-grouted bodies." In:Proceedings of the 14th young geotechnical engineers conference, Plovdiv, Bulgaria, p. 363–71, 2001.
- [16] Ochmanski, M., Modoni, G., Bzowka, J., "Prediction of the diameter of jet grouting columns with artificial neural networks", Soils Found, 55(2):425– 36, 2015.
- [17] Algin, H. M., "Optimised design of jet-grouted rafts subjected to nonuniform vertical loading". KSCE Journal of Civil Engineering, 1-15, 2017.
- [18] Sharma, V.J., Vasanvala S.A., "Solanki CH. Behaviour of load-bearing components of a cushioned composite piled raft foundation under axial loading.", Slovak J Civ Eng, 22(4), 2014.
- [19] Jaky, J., "The coefficient of earth pressure at rest." Journal of the Society of Hungarian Architects and Engineers, Vol. 78, No. 22, pp. 355-358, 1944.