



Aynı Evrende Farklı Uzaylar

Different Spaces in The Same Universe

Özden ASLAN ÇATALTEPE¹

Fizik Eğitimi/ Physics Education

Derleme / Review

Makale Bilgileri

Öz

Geliş Tarihi

02.05.2025

Kabul Tarihi

30.06.2025

Anahtar Kelimeler

Boyutlar,
Evren,
Farklı uzaylar

Temel bilimlerden mühendisliğe kadar çeşitli alanlarda ve farklı konularda karşılaşılan ters (resiprok) uzay, Minkowski uzayı, Planck uzayı gibi farklı uzay kavramlarını incelemek, ilgili konuların anlaşılmasına yardımcı olacaktır. Bu bağlamda öncelikle genel olarak evren hakkında bilgi sahibi olmak doğru bir başlangıç noktası olacağı düşünülmüştür. Sonrasında farklı uzaylara ait bilgiler verilerek, ilgili uzay kavramlarının araştırmacılara hangi konularda yardımcı olabileceği açıklanmıştır. Böylelikle farklı uzay kavramlarının anlaşılabilmesinin, çevremizde meydana gelen bazı olayların veya karşılaşılabilecek sorunların çözümüne de yol gösterici olacağı düşünülmektedir.

Article Info

Abstract

Received

02.05.2025

Accepted

30.06.2025

Keywords

Dimensions,
Universe,
Different Spaces

Investigation of different space concepts such as reciprocal space, Minkowski space, Planck space encountered in various fields and subjects from basic sciences to engineering helps us to understand the relevant subjects. In this context, first of all, having general information about the universe will be a good starting point. Afterwards, information about different spaces will be given and it will be explained in which subjects in the relevant space concepts can help researchers. Thus, it is thought that understanding different space concepts will also guide the solution of some events or problems that occur in our environment that may be encountered.

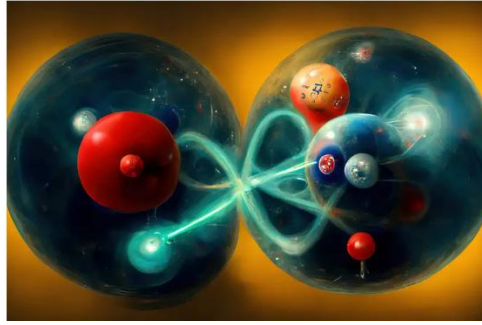
1. GİRİŞ

Evren, tüm uzayların tamamını ve bunların içerdiği tüm madde ile enerjiyi kapsar. Bilim insanları en yaşlı yıldızların yaşlarını ve evrenin genişleme hızını ölçerek evrenin yaşını yaklaşık olarak 14 milyar yıl olarak hesaplamışlardır. Evrendeki gözlemlenebilir maddenin çoğu, yalnızca bir proton ve bir elektrondan oluşan yani en basit element olan hidrojendir. Şekil 1’de atom ve atom altı parçacıklara ait kavramsal bir gösterim verilmektedir (What is Universe, 2024).

Dünya gezegeninin de içinde bulunduğu Samanyolu galaksisi en az 100 milyar yıldız, gözlemlenebilir evren ise en az 100 milyar galaksi içerir. Evrenin aynı zamanda doğrudan gözlemlenemeyen madde ve enerji de içerdiği bilinmektedir. Tüm yıldızlar, gezegenler ve diğer bilinen tüm maddeler evrendeki maddelerin yüzde 5’inden azını oluşturur. Geriye kalan

¹İstanbul Gedik Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Mekatronik Mühendisliği Bölümü, İstanbul Türkiye. ozdenaslan@yahoo.com; ORCID: 0000-0003-4520-9839

yaklaşık yüzde 27'lik kısım karanlık madde ve yüzde 68'i ise karanlık enerjidir. Karanlık madde veya karanlık enerji olarak adlandırılmasının asıl nedeni, karanlık madde ve enerjinin henüz doğrudan gözlemlenemediği ve haklarında bilgi sahibi olunamamasından dolayıdır (What is Universe, 2024).



Şekil 1. Atom ve atom altı parçacıklar için kavramsal bir gösterim (Jones, 2023).

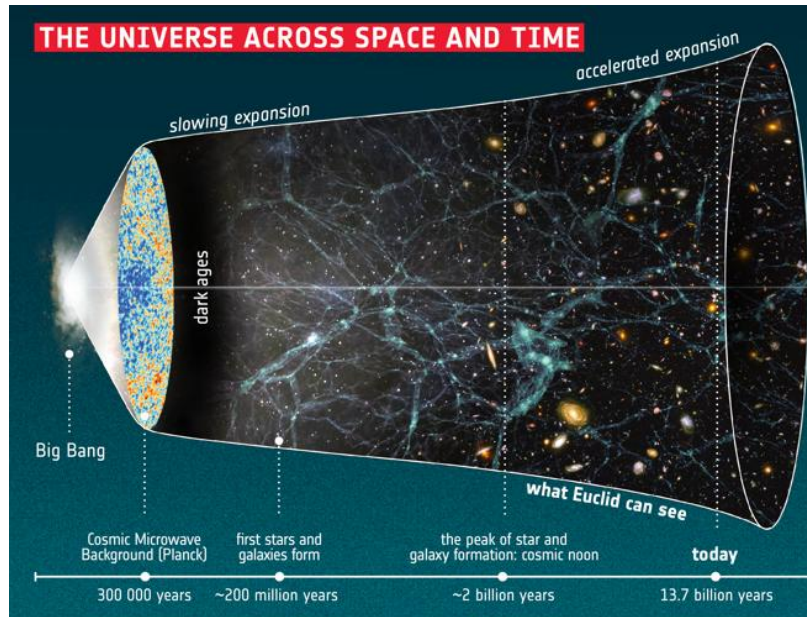
Evrenin yapısını, tarihini ve geleceğini inceleyen modern kozmolojinin standart modeli Büyük Patlama olarak bilinir ve yaklaşık 14 milyar yıl önceki evrenin başlangıç durumuna atıfta bulunur (Şekil 2). Büyük Patlama (Big Bang) ismi ilk kez 1949 yılında Fred Hoyle tarafından kullanılan ve şimdiye kadarki en başarılı bilimsel olarak türetilen kelimelerden biridir (Kragh, 2014).

Bilim insanları tarafından büyük patlama anında 11 boyutun tamamının mevcut olabileceği öne sürülmektedir. Büyük Patlamadan sonra evren soğumaya başladıkça, ilk olarak kütle çekim kuvveti ayrılmıştır. Bunu güçlü çekirdek kuvveti ile ardından elektrozayıf kuvvet izlemiştir. Sonrasında zayıf ve elektromanyetik kuvvetler de ayrılmıştır. Evren soğumaya başladıkça 3 boyut genişlerken, 7 boyutta dalgalanmaların meydana gelmesine neden olmuştur. Ayrıca on bir boyut, tutarlı bir süpersimetrik¹ teoremin formüle edilebileceği maksimum uzay-zaman boyutudur ve ilk kez Nahm (1978) tarafından süpersimetri cebirlerinin sınıflandırılmasında fark edilmiştir (Duff, 1999).

Evren ve büyük patlama anında 11 boyutun simetri kırılmaları sonucu zamanın da eklenmesiyle 3+1 boyuta inmesi ile ilgili kozmolojinin kısa bir tarihi hakkında kısa bir bilgi

¹ Süpersimetri, parçacıkların neden bir kütleyle sahip olduğunu açıklamaya çalışır ve bunun için Standart Modeldeki her bir parçacığın eş bir parçacığa sahip olduğunu söylemektedir (Supersymmetry, 2025). Parçacık fiziğinin Standart Modeli ise bilinen atom altı parçacıkların dinamiklerine aracılık eden elektromanyetik, zayıf ve güçlü nükleer etkileşimlerle ilgili bir teoridir. 20. yüzyılın ikinci yarısında, dünya çapındaki bilim adamlarının ortak çabasıyla geliştirilmiştir (Standart Model, 2025).

verdikten sonra özellikle fizik ve matematikte karşılaşılan çeşitli uzay kavramlarının incelenmesi önem taşımaktadır (Nahm, 1978).



Şekil 2. Uzay ve zaman boyunca evren (The Universe across space and time, 2023)

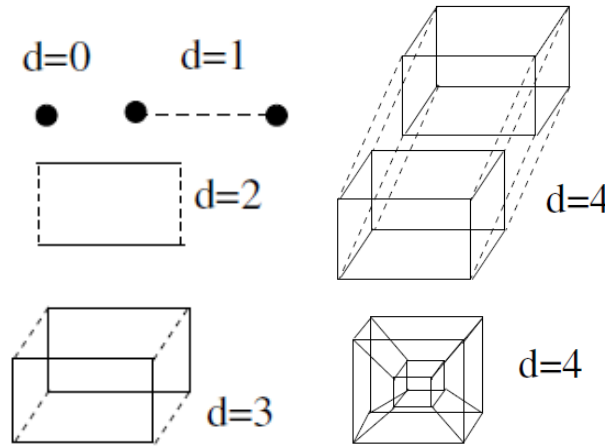
İncelenecek uzayların bazıları gerçek uzaylar olmasına rağmen bazı uzaylar işlem kolaylığı sağlamak için sanal uzaylar olarak ele alınır. Örneğin, katıhal fiziğinde karşılaşılan kristal yapılar gerçek uzayda bulunurken, bu yapıları incelemeye kullanılan ters uzay veya diğer adıyla resiprok uzayı sanal yani matematiksel bir uzaydır (Kittel, 1996). Minkowski uzay-zamanı ise Einstein'ın özel görelilik kuramının en uygun biçimde kullanıldığı diğer matematiksel bir yapıdır (Wagner, 2019; Walter, 1999; Lambrechts, 2009; Önder, 2001). Yol gösterici olması amacıyla bu makalede resiprok uzay, Minkowski uzayı, Planck uzayı, Hilbert uzayı, Riemann uzayı gibi çeşitli uzaylar hakkında bilgi verilmektedir.

2. GERÇEK VE SANAL UZAYLAR

Temel bilimlerden mühendisliğe kadar pek çok alanda karşılaşılan farklı uzay kavramları gerçek veya sanal olabilmekte ve ilgili olay veya kavramlarla ilgili işlem kolaylığı sağlayarak konuların anlaşılmasında yardımcı olabilmektedirler. Bu kısımda öncelikle boyut kavramı ile üç boyutlu uzayda vektörlerle ilgili bilgiler verilecek ve daha sonra Kartezyen ile küresel koordinatlardan bahsedilecektir. Sonrasında Öklid uzayı, Hilbert uzayı, ters uzay gibi farklı uzay kavramlarına ait bilgiler kısaca açıklanacaktır.

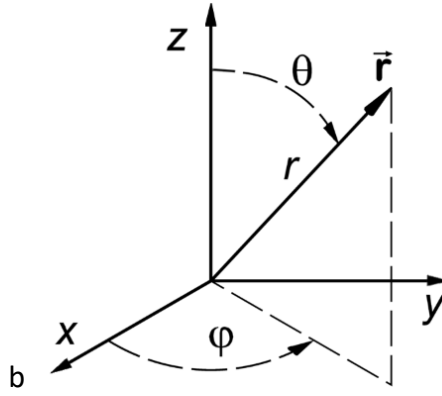
2.1. Boyut, Vektörler, Koordinat Sistemleri

Boyut, uzayı tanımlamak için kullanılan bir niceliktir. İçinde yaşadığımız uzay 3 boyutludur ve (x, y, z) şeklinde ifade edilmektedir. “d” sembolü, boyutu göstermekte olup, İngilizce dimension kelimesinden gelmektedir. Üç boyutlu uzay için $d=3$ olarak alınır. Şekil 3’de gösterildiği gibi nokta boyutsuz ($d=0$), çizgi tek boyutlu ($d=1$), alan iki boyutlu ($d=2$), küp gibi cisimler ise üç boyutludur. Küp örneği özelinde ise 4. boyut için hiperküp adını almaktadır. Burada 4.boyut zaman olarak ele alınmış olup, küpün zamandaki değişimini göstermektedir (Bhattacharjee, 2017).



Şekil 3. Farklı boyutlar için çeşitli geometrik şekiller (Bhattacharjee, 2017).

3 boyutlu kartezyen uzayda xyz eksenleri birbirlerine diktir ve her bir eksen birim vektörlerle gösterilmektedir. x , y ve z eksenlerini göstermek için kullanılan ve büyüklükleri 1 olan birim vektörler sırasıyla $\hat{i}$, $\hat{j}$ ve $\hat{k}$ şeklinde ifade edilir. (Karaoğlu, 2004). Kartezyen koordinat sistemleri 3 boyutlu bir sistem olan küresel koordinat sistemlerine de dönüştürülebilir. Bu durumda 3 boyut için (x, y, z) yerine (r, θ, φ) kullanılmaktadır. Şekil 4’de gösterildiği üzere r radyal uzaklık, θ kutup açısı, φ ise boylam açısıdır (Karaoğlu, 1997). Kartezyen ve küresel koordinatlar arasındaki bağıntılar $x = r \sin \theta \cos \varphi$, $y = r \sin \theta \sin \varphi$ ve $z = r \cos \theta$ denklemleriyle verilmektedir



Şekil 4. Küresel Koordinatlar (Spherical polar coordinates, 2010).

Boyutları ölçmek için uzunluk birimi olan metre kullanılmaktadır. Nokta boyutsuz olup, birimi yoktur. Çizgi tek boyutlu olup, metre (m) birimi ile ifade edilmektedir. Alan ise iki boyutludur ve m^2 birimi kullanılmaktadır. Küp, küre gibi geometrik şekiller ise üç boyutludur ve birimi m^3 'dür. Birim olan m üzerine bakıldığında incelenen cismin ya da sistemin kaç boyutlu olduğu anlaşılabilmektedir.

Astronomide ise uzaklıkları ölçmek için metre yerine ışık yılı ifadesi kullanılmaktadır. Işık bir saatte 671 milyon mil (1 mil=1,61 km) yol kat edebilmektedir (What is a light year, 2024). Şimdiye kadar bilinen en küçük uzunluk ise Planck uzunluğudur ve 1.616×10^{-35} m büyüklüğündedir (Fundamental physics constants, 2025).

Çeşitli geometrik cisimler çizilirken vektörlerin kullanılması kolaylık sağlamaktadır. Vektörlerden oluşan uzaya vektör uzayı denir (Scott, 2025). Örnek olarak bir sistemin kuantum durumunu belirlemek için kullanılan dalga fonksiyonları, n-boyutlu soyut bir vektör uzayının elemanlarıdır (Karaoğlu, 2004).

2.2. Farklı Uzaylar

Bu bölümde mühendislikten temel bilimlere kadar çeşitli alanlarda karşılaşılan bazı uzay çeşitleri ve kavramları anlatılmaktadır.

2.2.1. Öklid Uzayı

Modern matematikte Öklid uzayını ifade etmek için kartezyen koordinat sistemi ve analitik geometri kavramları çok yaygın olarak kullanılmaktadır. Sonlu boyutlu bir vektör uzayıdır. Üç boyutlu Öklid uzayı $\mathbb{R}^3$ şeklinde gösterilir, burada $\mathbb{R}$ İngilizce real numbers

kelimesinden gelmekte olup, gerçek sayıları ifade etmektedir. Fiziksel uzayı temsil etmek için tasarlanmış, geometrinin temel uzayıdır (Karaoğlu, 2004).

2.2.2. Riemann Uzayı

Riemann geometrisi, diferansiyel geometrinin bir dalıdır. Riemann uzayının ana gösterimlerinden biri de bağlantı noktalarıyla ilgilidir. Bağlantı, iki nokta arasında doğrudan ve anında iletişim kurmanın bir yolu olmamasına rağmen eğrisel bir uzayın bu iki uzak noktasındaki olup bitenleri karşılaştırmaya olanak sağlamaktadır. Albert Einstein, Riemann geometrisinin aslında klasik bir kütle çekim teorisi olan genel görelilik teorisini tanımlamak için başarıyla kullanılabileceğini keşfetmiştir. (Nazimuddin&Rifat Hasan, 2014).

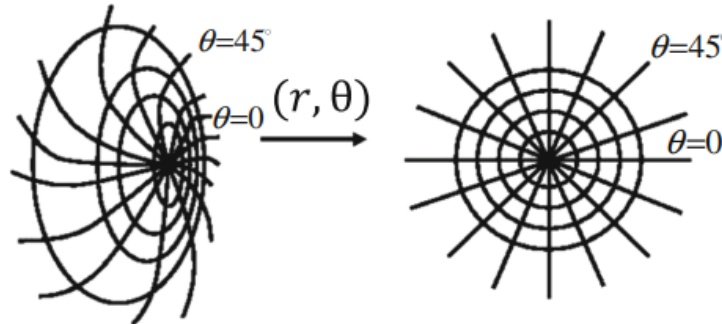
Öklid evreni düz olduğundan sıfır eğriliğe, küresel (kapalı) bir evren pozitif eğriliğe, hiperbolik (açık) bir evren ise negatif eğriliğe sahiptir. Evrenin tüm kütlesi, eğriliğini belirlemektedir. Başka bir deyişle yüksek kütleli, yüksek enerjili bir evren pozitif eğriliğe; düşük kütleli, düşük enerjili bir evren negatif eğriliğe sahiptir. Paralel doğruların asla kesişmemesi (Öklid), kesişmesi gerekmesi (küresel), her zaman ıraksak olması (hiperbolik) gibi üç olası duruma dayanan bu üç geometri, Riemann geometrisinin sınıflarındandır (Şekil 5). Bu duruma örnek olarak düz bir evrende üçgenin iç açılarının toplamının 180° olduğu, kapalı (closed) bir evrende toplamının 180° 'den büyük, açık (open) bir evrende toplamının 180° 'den küçük olması gereken üçgenler verilebilmektedir. (Geometry of the Universe, 2017).



Şekil 5. Eliptik, hiperbolik ve öklidsel uzaylar (Geometry of the Universe, 2017).

Sumiya ve Chao (2019), Reimann normal koordinatlarıyla yüzey (veya yüz) ifadesini tanımlayan uzayı (facial expression space), öklidsel uzaya nasıl dönüştürdüklerine dair bir çalışma yayınlamışlardır. Böylelikle hem teorik modellemede hem de pratikte yüz ifadelerinin tanınmasında kullanılabilecek çeşitli uygulamalara imkân sağlanacağı düşünülmektedir. Kısaca

çalışmada Riemann uzayındaki mesafeler ve açılar gibi geometrik özellikler korunarak, yüz ifadesi uzayının Öklid uzayına nasıl dönüştürüleceği gösterilmektedir. Böylelikle Şekil 6'da verilen Riemann uzayındaki Riemann normal koordinatları, Öklid uzayındaki polar koordinatlarına dönüştürülebilmektedir.



Şekil 6. Riemann uzayından Öklid uzayına dönüşüm (Sumiya & Chao, 2019)

2.2.3. Hilbert Uzayı

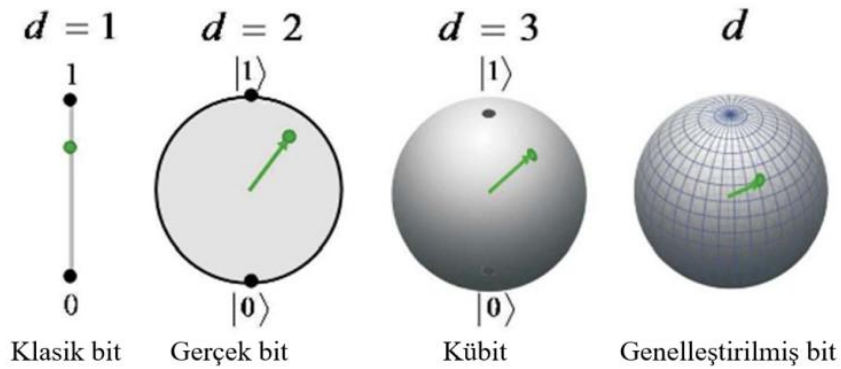
Hilbert uzayı kavramı, David Hilbert tarafından sonsuz değişkenli ikinci dereceden formlar üzerine yaptığı çalışmada ortaya atılmıştır. Bu uzay Öklid uzayının sonsuz boyutlara genelleştirilmesidir. Hilbert uzayı, sonsuz boyutlu vektörlerin analizindeki kolaylığından dolayı diğer alanlarda da yaygın olarak kullanılmaktadır. Örnek olarak, fizikçiler bu kavramı kuantum mekaniğinde, iktisatçılar ise varlık fiyatlandırma (asset pricing) teorisinde kullanmaktadırlar (Chen&Li, 2016). n boyut sayısı olmak üzere $\mathbb{R}^n$ şeklinde yazılır. $n=3$ için Hilbert uzayı, 3 boyutlu Öklid uzayı olarak adlandırılır (Hilbert Spaces, 2025).

Kuantum mekaniksel olarak göz önüne alındığında, 3 boyut ($d=3$) için Hilbert uzayı kütrit (qutrit) olarak adlandırılır. $d = 4$ olana ise dörtlü (kükuartlar, ququart) denir ve $d > 2$ olan herhangi bir terim için genel ifade ise qudit'tir (Griffiths, 2014). Bir kübit iki seviyeli bir kuantum sistemi, bir kütrit ise üç seviyeli bir kuantum sistemidir. Spin-1 durumu için elektronun veya çekirdeğin Zeeman seviyeleri kütrit durumları olarak düşünülebilir (Terzi&Gençten, 2019). Kuantum bilgisayarları inşa etmeye yönelik mevcut çabalar çoğunlukla iki seviyeli kübitlerin (kuantum bit) üretimi ve yüksek doğrulukta kontrolüne odaklansa da, süperiletken transmonlar (özel bir kübit türü) daha fazla enerji seviyesinin mevcut olduğu çok daha büyük bir Hilbert uzayı sağlamaktadır (Seifert ve ark., 2023).

Özel bir Hilbert uzay boyutu olması nedeniyle ($d = 4 = 2^2$) kükuartlar (ququart) hakkında düşünmenin diğer bir yolu ise kübit çiftidir (Griffiths, 2014). Denklem 1’de verildiği gibi bir olası kodlama, kükuartların ondalık sayılara karşılık gelen kübit dizelerine haritalandırılmasıyla verilebilmektedir.

$$|q_0q_1\rangle = \left\{ \begin{array}{l} |00\rangle \leftrightarrow |0\rangle \\ |01\rangle \leftrightarrow |1\rangle \\ |10\rangle \leftrightarrow |2\rangle \\ |11\rangle \leftrightarrow |3\rangle \end{array} \right\} = |q^{(4)}\rangle \quad (1)$$

Böylece, iki kübitli operatörler, matris gösterimleri verildiğinde doğrudan kükuart kapılarına (gate) çevrilebilir (Seifert ve ark., 2023). Şekil 7’de farklı bit türlerine ait görseller verilmektedir.



Şekil 7. Farklı bitlere ait görseller (Operational reconstruction of quantum theory, 2025)

Kuantum mekaniğinde iki boyutlu Hilbert uzayı $\mathcal{H}$, spini (dönme hareketi) yarım olan ($1/2$) parçacıkların (elektron, proton) açısal momentumunu veya spinini tanımlamak için kullanılabilmektedir.

2.2.4. Minkowski Uzayı

Minkowski uzayı, fiziksel olgulardaki görelî etkilerin ortaya çıkmasıyla ilgilenen teorik yapılar için bir çalışma çerçevesi olarak görev yapan bir uzaydır. Fizik ve görelilikle ilgili çalışmalarda Minkowski uzayı dört boyutlu bir vektör uzayı olarak tanımlanır. Bu dörtlü koordinat sistemi için t , zamanı; x, y, z ise uzaysal kartezyen koordinatları göstermek üzere

eylemsiz bir referans çerçevesini temsil eder. Böylece bir koordinat sisteminden diğerine geçişe göre değişmez olacak şekilde ikinci dereceden $c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2$ fonksiyonu kullanılabilir, burada c , ışık hızıdır. (Wagner, 2019; Walter, 1999; Lambrechts, 2009; Önder, 2001).

2.2.5. Resiprok (Ters örgü) uzay

Resiprok ya da diğer adıyla ters uzay örgü vektörlerinin gösterimi ilk kez Josiah Willard Gibbs tarafından 1881 yılında ortaya atılmıştır. Resiprok vektörler, sanal bir uzay olan resiprok uzayda bulunmaktadır ve bu uzayda atom düzlemleri resiprok noktaları ile gösterilmektedir (Kittel, 1996).

Ters uzay; k-uzayı, momentum uzayı veya Fourier uzayı olarak da adlandırılmaktadır. P.P.Ewald 1913 yılında x-ışını kırınımı anlamak için resiprok kafes ile birlikte Ewald küresinin kullanımını da göstermiştir. Gerçek örgüdeki vektörlerin boyutu uzunluk birimi metre iken, ters örgünün boyutu 1/uzunluk şeklindedir. Gerçek ve ters uzay arasındaki bu ters ölçekleme Fourier dönüşümlerine dayanmaktadır. Bu durumda her kristal yapı iki farklı örgü (kristal örgüsü ve ters örgü) şeklinde de ifade edilebilmektedir. Bir kristale ait x-ışını kırınım saçakları kristale ait ters örgünün resmini vermektedir. Kısaca ters örgü, kristalin Fourier uzayındaki (ters uzay) örgüsüdür. Ters örgünün eksen vektörleri kristal örgünün eksen vektörleri cinsinden yazılır. Örnek olarak ters örgünün eksenlerinden biri $\vec{b}_1 = 2\pi \frac{\vec{a}_2 \times \vec{a}_3}{\vec{a}_1 \cdot \vec{a}_2 \times \vec{a}_3}$ şeklinde yazılabilmektedir, burada a ile gösterilen nicelikler kristal örgünün gerçek eksenleridir. Ters örgü vektörleri olabilecek tüm x-ışını yansımalarını belirler. Bir kristal gerçek uzayda, kırınım deseni ise resiprok uzayda bulunmaktadır (Kittel, 1996).

2.2.6. Planck Uzayı

Max Planck, Planck sabitini (h) ilk kez ν frekansına sahip olan kuantize olmuş kara cisim osilatörün enerjisini hesaplamak için $E = h\nu$ ifadesinde kullanmıştır (Planck 1901; Bunker 2019). Planck sabiti, modern atom fiziği ve atom altı fiziğinin ayrılmaz bir parçası haline gelmiştir ve değeri $6,62607015 \times 10^{-34} \text{ m}^2\text{kg/s}$ 'dir (Oldershaw, 2013).

Lloyd Motz (1962), muhtemelen kütlesi Planck kütlesine eşit olan çok temel bir parçacığın var olduğunu öne sürmüştü ve bu kütleyi uniton olarak adlandırmıştır. Kuantum yerçekimi ile ilgili yapılan deneysel araştırmalarda ise Planck enerjisi olarak da adlandırılan 10^{28}

eV'luk² (veya eşdeğer olarak 10^{-35} m uzunluğundaki “Planck uzunluğu” mertebesinde bir ölçek) bir enerjiden bahsedilmektedir. İlgili çalışmada kuantum yerçekiminin doğrudan test edilmesi ilk bakışta imkânsız olduğu belirtilmektedir. Çünkü bu durum için mevcut teknolojiyi kullanarak, galaksimizden daha büyük bir parçacık hızlandırıcısına ihtiyaç duyulmaktadır (Hansson&Francois, 2017). Bu bağlamda, cıva bazlı süperiletkenlerde kuantum yerçekimi etkisinin tespit edilmesi, bu malzemede doğadaki temel kuvvetlerin birleşmesinin anlaşılması için yeni bir bakış açısı sağlayabilir. Şimdiye kadar kuvvetlerin birleşimi Büyük Patlama teorisiyle açıklanmış ve bu kuvvetlerin Büyük Patlamadan 10^{-43} saniye sonra birbirlerinden ayrıldığı farz edilmiştir. Kuantum mekaniksel özellikler sergileyen süperiletken malzemeler ise bu bağlamda mini bir Big Bang olarak yol gösterici olma özelliklerine sahip olabilmektedir (Aslan Çataltepe, 2012). Kısaca süperiletken bir madde ile Planck uzayı yani Planck ölçeği arasında bu anlamda anlaşılır bir şekilde bir bağ kurulabilme olasılığı mevcuttur. Başka bir deyişle sıradan bir madde Planck ölçeğine mi indirgenebildi sorusu akla gelebilir.

1927 Yılında Heisenberg tarafından ortaya atılan belirsizlik ilkesine göre, bir parçacığın konumunu ve momentumunu aynı anda yani eş zamanlı ve kesin olarak belirlemek mümkün değildir. Denklem 2’de verilen Δx parçacığın konumunda belirsizliği, Δp ise momentumundaki belirsizliği ifade etmektedir. Bu iki büyüklüğün çarpımı, Planck sabitine bağlı olan bir sabite eşittir. Eğer momentumdaki belirsizlik artarsa, konumdaki belirsizlik azalacaktır. M. Low (2024)’un makalesinde de açıkladığı üzere temel bir parçacık olan elektronun pozisyonunda, Planck uzunluğu mertebesinde (yaklaşık 10^{-35} m) doğal bir minimum belirsizlik vardır.

$$\Delta x. \Delta p \sim h \quad (2)$$

Low (2024) ayrıca Planck uzunluğundan daha küçük bir uzay bölgesini araştırmak için gereken enerjinin kara delik oluşumuna yol açabileceğini belirtmiştir. Bu durum, uzunluğun doğada anlamlı bir şekilde araştırılabilecek mesafelerine temel bir alt sınır koymaktadır.

² 1 eV=1.6 x 10^{-19} J

3. DEĞERLENDİRME VE SONUÇ

Yaklaşık 14 milyarlık bir geçmişe sahip evreni ve içindekilerini incelerken, gerçekleşen olayları anlamak veya araştırmak için bazı sanal veya gerçek uzayların kullanılması gerekliliği vardır. Günlük hayatta Öklid uzayı kullanılırken, bu evrenin sonsuz boyutlara genişletilmesiyle kuantum mekaniğinde sıklıkla kullanılan Hilbert uzayı elde edilmektedir. Öklid uzayı sıfır eğriliğe sahipken, küresel veya açık uzaylar sırasıyla pozitif ve negatif eğriliğe sahiptir ve bu üç uzay Riemann uzayı altında incelenmektedir. Kozmolojide Büyük Patlama ve evrenin erken dönemi incelendiği zaman ise başka bir uzay yapısı ele alınmaktadır. Fizik ve görelilikle ilgili çalışmalarda ise Minkowski uzayı kullanılmaktadır. Elektromanyetik dalganın kristal bir yapı ile ilgili etkileşimi incelendiğinde ise resiprok uzayı yardımcı olmaktadır. Kısaca evreni ve içinde yer alan maddeleri, olay ve olguları incelerken, farklı uzay çeşitleri ile karşılaşılmaktadır. İşte bu nedenle, aynı evrende farklı uzaylar vardır.

KAYNAKLAR

- Aslan Çataltepe Ö. (2012) Mercury cuprates bring symmetry breaking of the universe to laboratory, Ü. Onbaşı(Ed.), Lifetime of the Waves from Nano to Solitons in My Life (pp. 215-243). Transworld Research Network, Kerala, India
- Bhattacharjee, S.M. (2017). What is dimension? In Bhattacharjee, S., Mj, M., Bandyopadhyay, A. (eds) Topology and Condensed Matter Physics. Texts and Readings in Physical Sciences (pp. 1-25). vol 19. Springer, Singapore.
- Bunker P.R., Mills I.M. ve Jensen P. (2019) The Planck constant and its units, Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, Volume 237, <https://doi.org/10.1016/j.jqsrt.2019.106594>
- Chen Y., Li S. (2016) A Brief Introduction to Hilbert Space <https://sites.math.washington.edu/~farbod/teaching/cornell/math6210pdf/math6210Hilbert.pdf> (23.01.2025).
- Duff M.J. (1999). The World in Eleven Dimensions: Supergravity, Supermembranes and M –theory, CRC Press of the Taylor & Francis Group, University of Michigan, USA.
- Fundamental physics constants. <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?plkl> (23.01.2025).
- Geometry of the Universe, (2017) <https://pages.uoregon.edu/jschombe/cosmo/lectures/lec15.html> (23.01.2025)
- Griffiths R. B. (2014) Hilbert Space Quantum Mechanics <https://quantum.phys.cmu.edu/QCQI/qitd114.pdf> (23.01.2025).
- Hansson J., Francois S. (2017). Testing Quantum Gravity, <https://arxiv.org/pdf/1710.07280>. (23.01.2025)
- Hilbert Spaces, <https://e.math.cornell.edu/people/belk/measurtheory/HilbertSpaces.pdf>. (23.01.2025)

- Jones R. (2023), Subatomic particles and atoms, conceptual illustration. /Science Photo Library.
<https://www.newscientist.com/article/mg25934553-600-a-brief-history-of-the-standard-model-our-theory-of-almost-everything/> (23.01.2025).
- Karaoğlu B. (1997), Kuantum Mekaniğine Giriş, Bilgi Tek Yayıncılık, İstanbul.
- Karaoğlu B. (2004). Fizik ve Mühendislikte Matematik Yöntemler, Seyir Yayıncılık.
- Kittel C. (1996), Kathal Fiziği, 6.Baskıdan Çeviri, Bilgi Tek Yayıncılık, İstanbul
- Kragh H. (2014). Naming the Big Bang. *Historical Studies in the Natural Sciences*, 44/1, 3-36. DOI: 10.1525/hsns.2014.44.1.3
- Lambrechts P. (2009) The Poincaré conjecture and the shape of the universe
<https://www1.wellesley.edu/sites/default/files/assets/lambrechts-colloq.pdf>. (23.01.2025).
- Low A.M. (2024). Space-time is doomed! Introducing Planck scale physics in the classroom. *Physics Education*, 59 (015013), DOI 10.1088/1361-6552/acfe5
- Motz, L. (1962). Gauge Invariance and the Structure of Charged Particles. *Il Nuovo Cimento*, 26, 672-697.
<https://doi.org/10.1007/bf02781795>
- Nahm W. (1978). Supersymmetries and their representations. *Nuclear Physics B*, 135/ 1, 149-166.
[https://doi.org/10.1016/0550-3213\(78\)90218-3](https://doi.org/10.1016/0550-3213(78)90218-3)
- Nazimuddin K. M. ve Rifat Hasan Md., (2014) Applications of Riemannian Geometry Comparing with Symplectic Geometry, *Annals of Pure and Applied Mathematics* 6(2), (pp.170-177). ISSN: 2279-087X (P), 2279-0888
- Oldershaw R. L. (2013) The Hidden Meaning of Planck's Constant, *Universal Journal of Physics and Application* 1(2): 88-92, DOI: 10.13189/ujpa.2013.010206.
- Operational reconstruction of quantum theory, The origin of Hilbert space (2025)
<https://dakic.univie.ac.at/research/operational-reconstruction-of-quantum-theory/> (23.01.2025).
- Önder T. (2001) Yüz Yıldır Çözülemeyen Problem, Poincaré sanısı
<https://services.tubitak.gov.tr/edergi/yazi.pdf;jsessionid=DaVMUa5WBnISSn2X88CwNYZf?dergiKodu=4&cilt=34&sayi=402&sayfa=62&yaziid=13075>. (23.01.2025).
- Planck, M. (1901) über das Gesetz der Energieverteilung im Normalspektrum. *Annalen der Physik*, 309, 553-563.
<http://dx.doi.org/10.1002/andp.19013090310>
- Scott G. (2025) What is a Vector Space? <https://www.math.toronto.edu/gscott/WhatVS.pdf>. (23.01.2025)
- Seifert L. M., Li Z., Roy T., Schuster D. I., Chong F. T., and Baker J. M. (2023) Exploring Ququart Computation on a Transmon using Optimal Control, *Physical Review A*. 108(062609). doi:2469-9926/2023/108(6)/062609(13)
- Sumiya R.; J. Chao (2019) Transform Facial Expression Space to Euclidean Space Using Riemann Normal Coordinates and Its Applications, *Lecture Notes in Computer Science*. In book: Human-Computer Interaction. Recognition and Interaction Technologies, (pp. 168-178) Springer Nature, Switzerland . DOI: 10.1007/978-3-030-22643-5_13
- Supersymmetry, (2025) <https://home.web.cern.ch/science/physics/supersymmetry>. (23.01.2025).

- Spherical polar coordinates. (2010).
https://www.theochem.ru.nl/~pwormer/Knowino/knowino.org/wiki/File_Spherical_polar_coordinates.html (23.01.2025).
- Standart Model (2025), <https://home.cern/tags/standard-model> (23.01.2025).
- Wagner S. A. (2019), Existence of Minkowski space, <https://arxiv.org/pdf/1610.00992> (23.01.2025).
- Walter S. (1999). Minkowski, Mathematicians, and the Mathematical Theory of Relativity Published in H.Goenner, J.Renn, J.Ritter, T.Sauer (Eds.), The Expanding Worldsof General Relativity (Einstein Studies, volume 7), (pp. 45–86). Boston/Basel: Birkhäuser.
- What is a light-year? (2024) <https://science.nasa.gov/exoplanets/what-is-a-light-year/> (23.01.2025).
- What is the Universe?, (2024). <https://science.nasa.gov/exoplanets/what-is-the-universe/> (23.12.2024).
- The Universe across space and time. (2023)
https://www.esa.int/ESA_Multimedia/Images/2023/05/The_Universe_across_space_and_time(23.01.2025)
- Terzi S. ve Gençten A. (2019). Development of some two and three qutrit quantum logic gates. AIP Conference Proceedings. 2178(1), 030027. DOI: 10.1063/1.5135425