

SAĞLIK SİSTEMLERİNDE ÇOK DÖNEMLİ RANDEVU ÇİZELGELEME PROBLEMLERİ

Sakine BATUN¹

¹ Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Ankara, sakine@metu.edu.tr

ORCID No : <https://orcid.org/0000-0002-7503-8172>

Anahtar Kelimeler	Öz
<p><i>Sağlık Sistemleri, Randevu Çizelgeleme, Stokastik Programlama, Sezgisel Yöntemler.</i></p>	<p><i>Sağlık sistemlerinde randevu çizelgeleme önemli bir problem olup günümüze kadar yapılan çalışmalar genellikle tek servis sağlayıcısı, tek planlama dönemi ve önceden belirlenmiş hasta sırası varlığındaki problemler üzerine yoğunlaşmıştır. Bu çalışmada, tek dönem ve sabit sıra varsayımlarını esneterek problem daha gerçekçi ve karmaşık bir ortam için ele alınmaktadır. Beklenen hasta bekleme süresi, servis sağlayıcının atıl bekleme süresi ve fazla mesai süresi maliyetini en azlayan iki aşamalı bir stokastik program kullanılarak servis sürelerindeki belirsizliği gözetmenin ne kadar iyileştirme sağladığı incelenmiştir. Basit sıralama kurallarına dayalı iki sezgisel yöntem önerilmiş ve bu yöntemlerin çözüm kalitesi ve çözüm süresi açısından performansı araştırılmıştır.</i></p>

MULTI-PERIOD APPOINTMENT SCHEDULING PROBLEMS IN HEALTHCARE DELIVERY SYSTEMS

Keywords	Abstract
<p><i>Healthcare Systems, Appointment Scheduling, Stochastic Programming, Heuristic Methods.</i></p>	<p><i>Appointment scheduling in healthcare systems is an important problem, and the majority of the previous research has focused on problems with a single server, a single period and a predetermined sequence of patients. In this study, we address the problem in a more realistic and complex setting by relaxing the single-period and predetermined-sequence assumptions. Using a two-stage stochastic program that minimizes the expected cost of patient waiting time, server idle time and overtime, we examine the value of considering uncertainty in service durations. We propose two heuristic methods based on simple sequencing rules and evaluate their performance in terms of solution quality and computation time.</i></p>

Araştırma Makalesi

Başvuru Tarihi

: 07.05.2025

Kabul Tarihi

: 19.02.2026

Research Article

Submission Date

: 07.05.2025

Accepted Date

: 19.02.2026

* Sorumlu yazar: sakine@metu.edu.tr

<https://doi.org/10.31796/ogummf.1692468>

1. Giriş

Birçok alanda karşılaşılan randevu çizelgeleme problemi, özellikle sağlık sistemlerinde önemli bir yere sahiptir. Ayakta (hastaneye yatış yapmasına gerek olmayacak şekilde) teşhis ve tedavi veren sağlık birimlerinde karşılaşılan en bilindik randevu çizelgeleme örnekleri doktor randevularının oluşturulması, ameliyatların çizelgelenmesi, hemodiyaliz ve kemoterapi gibi periyodik tedavilerin çizelgelenmesi, bilgisayarlı tomografi cihazı ve manyetik rezonans görüntüleme cihazı gibi kaynakların kullanımının planlanmasıdır. Randevu çizelgeleri oluşturulurken hastaların bekleme sürelerini azaltmak, doktorların ve/veya diğer kaynakların atıl bekleme sürelerini (yani boş kalma sürelerini) azaltmak, çalışanların fazla mesai zamanlarını azaltmak gibi amaçlar gözetilir. Bu amaçlar sağlık hizmetlerine erişimin artmasına ve maliyetlerin düşürülmesine hizmet eder.

Randevu çizelgeleme problemleri endüstri mühendisliği ve yöneylem araştırması alanında 1950'lerden beri ilgi çeken ve çalışılan bir problem olmuş (Bailey, 1952; Welch ve Bailey, 1952), özellikle son zamanlarda problemin sağlık alanındaki örnekleri birçok araştırmacı tarafından ele alınmıştır (Çayirli ve Veral, 2003; Gupta ve Denton, 2008; Erdogan ve Denton, 2011; Batun ve Begen, 2012; Ahmadi-Javid, Jalali ve Klassen, 2017). Bu çalışmanın amacı randevu çizelgeleme problemini tanıtip kendine has zorluklarını tartışmak, problemin yapısına ve özelliklerine uygun bir modelleme yöntemi olan stokastik programlamayı tanıtmak, sağlık sistemlerinde randevu çizelgeleme problemleri için geliştirilen stokastik programlama yaklaşımları hakkında kısa bir bilimsel yazın taraması sunmak, çok dönemli randevu çizelgeleme probleminde hasta sırasını ve randevu zamanlarını belirlemek için bir yaklaşım geliştirmek, bu problemde belirsizliği dikkate almanın değerini incelemektir.



Bu eser, Creative Commons Attribution License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>) hükümlerine göre açık erişimli bir makaledir.

This is an open access article under the terms of the Creative Commons Attribution License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

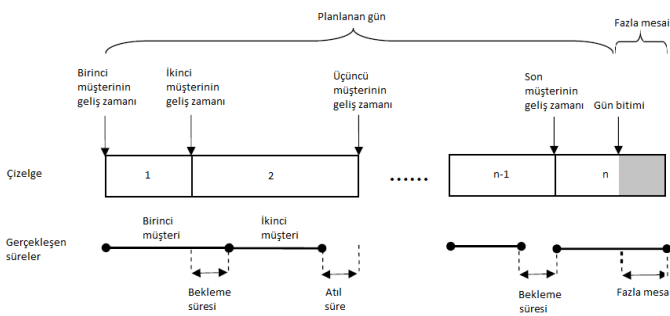
2. Temel Bilgiler

2.1. Randevu Çizelgeleme Problemi

Randevu çizelgeleme problemleri bazı ortak özellikler taşımakla birlikte içinde buldukları sisteme özgü özellikler de barındırmaktadır ve bu çalışmadaki odağımız sağlık sistemleridir. Bu nedenle, metin boyunca, sistemden hizmet alan kişilerden müşteri veya hasta olarak bahsedilmekte, bu sözcükler eş anlamlı olarak kullanılmaktadır. Servis sağlayıcı, probleme göre doktor, ameliyathane veya teşhis/televi kaynakları olabilir.

Günümüze kadar yapılan çalışmalar, randevu çizelgeleme problemlerini çoğunlukla tek servis sağlayıcısı, tek planlama dönemi ve önceden belirlenmiş müşteri (sağlık sistemleri özelinde hasta) sırası varlığında ele almıştır. Bu tip randevu çizelgeleme problemlerinde servis sürelerindeki (muayene süresi, ameliyat süresi, vb.) belirsizlik altında verilmesi gereken karar her müşteri için ayrılan süre, buna bağlı olarak da planlanan varış zamanıdır. Şekil 1’de görülen bu en sade modelde, müşterilerin belirlenen zamanda vardığı varsayılır ve bekleme süresi, atıl süre (boş geçen süre) ve fazla mesai süresi gerçekleşen servis sürelerinin bir çıktısı olarak hesaplanır.

Randevu çizelgeleri oluşturulurken hastaların bekleme sürelerini azaltmak, doktorların ve/veya diğer kaynakların atıl sürelerini azaltmak, çalışanların fazla mesai sürelerini azaltmak gibi kimi zaman birbirleriyle çelişen çeşitli amaçlar gözetilir. Birden fazla paydaş olması, hizmet sunumu için ortak kaynakların kullanımı, farklı amaçların aynı anda gözetilmesi ve parametrelerdeki (talep, hasta varış zamanları, servis süresi gibi) belirsizlik problemi karmaşıklaştıran temel faktörlerdir. İyi bir randevu çizelgeleme sistemi, sağlık sistemlerinde verimliliğin ve sunulan hizmetin kalitesinin artmasına hizmet eder.



Şekil 1. Tek Servis Sağlayıcılı Randevu Çizelgeleme Problemi (Erdogan ve Denton, 2011)

2.2. Stokastik Programlama

Stokastik programlama, matematiksel programlamanın bir dalıdır ve parametrelerinde rassal karakterde

belirsizlik bulunan optimizasyon problemleri için bir modelleme ve çözüm çerçevesi sunar. Bu tür problemlerde belirsizlik zaman içinde çözülür ve buna bağlı olarak parametrelerle ilgili bilgi çoğalır. Bu yapı, stokastik programlamada karar aşamaları ile ele alınır. Problemdaki karar aşaması sayısı, ilgili stokastik programın karmaşıklığını etkileyen önemli faktörlerden biridir. Bu çalışmada iki aşamalı bir stokastik programlama yaklaşımı kullanıldığı için bu bölümde iki aşamalı stokastik programlar tanıtılacaktır.

İki aşamalı stokastik program (Birge ve Louveaux, 1997), belirsizliğin çözülmesinden önce (birinci aşama) ve sonra (ikinci aşama) olmak üzere iki aşamadan oluşur. Belirsizlik çözülmeden önce verilen kararlar birinci aşama kararları, belirsizlik çözüldükten sonra yani parametrelerle ilgili tam bilgi ortaya çıktıktan sonra birinci aşama kararlarını da gözeterek verilen kararlar ise ikinci aşama kararları olarak adlandırılır. İkinci aşama kararları telafi kararları olarak da bilinir. Amaç, ilk aşama amacından ve ikinci aşama amacının beklenen değerinden oluşan bir fonksiyonun optimal (en iyi) değerini bulmaktır. İkinci aşama amaç fonksiyonu telafi fonksiyonu olarak da bilinir. Stokastik programdaki tüm kararlar sürekli değişken olarak ifade edilebiliyorsa ilgili program stokastik doğrusal program, kararların bir kısmı ancak tamsayı değişken olarak ifade edilebiliyorsa ilgili programa stokastik karışık tamsayı program olarak adlandırılır.

Stokastik programlamadaki temel varsayım rassal parametrelerin dağılım bilgisine sahip olduğudur. İki aşamalı stokastik programda, belirsizlik çözülmeden önce parametrelerle ilgili sadece dağılım bilgisi vardır, çözüldükten sonra ise parametrelerin değerleri bellidir, yani tam bilgi vardır. Stokastik programlamada belirsizliği modellemenin en sık kullanılan yöntemlerinden biri rassal parametrelerin dağılım bilgisini gözeterek olası ayrı senaryolar oluşturmaktır. Bir senaryo, parametrelerin her birine ait birer değerden oluşur. Belirsizlik çözülmeden önce, yani ilk aşamada, karar verici senaryo kümesini bilir, ancak hangi senaryonun gerçekleşeceğini bilmez. İkinci aşamada ise belirsizlik çözülmüş, senaryo gerçekleşmiştir ve buna bağlı olarak karar verici tam bilgiye sahiptir.

Bir stokastik programın karmaşıklığını etkileyen temel faktörler karar aşaması sayısı, karar değişkeni sayısı, karar değişkeni tipi (sürekli/tamsayı), kısıtların sayısı, kısıtların yapısı ve senaryo sayısıdır.

Stokastik programlama literatüründe belirsizliği modellemenin değerini yansıtan iki önemli ölçü vardır: Stokastik Çözümün Değeri (SÇD) ve Mükemmel Bilginin Beklenen Değeri (MBBD).

Problem parametrelerindeki rassallığı bir senaryo kümesi kullanarak modellemek yerine, problem parametrelerinin ortalama değerlerini içeren tek bir

senaryo göz önünde bulundurularak oluşturulan deterministik matematiksel programa Beklenen Değer Problemi (BDP) denir. BDP'nin çözümü, ilgili stokastik program için yaklaşık bir çözümdür. Bu çözümün parametrelerdeki rassallık altındaki değeri ile stokastik programlama çözümünün değeri arasındaki fark, belirsizliği modele dahil etmenin değerini gösterir ve Stokastik Çözümün Değeri (SÇD) olarak bilinir.

Parametrelerin gerçekleşecek değerlerinin (yani senaryonun) önceden bilinmesi, mükemmel bilgi altında karar verilebilen durumu yansıtır. Böyle bir durum, gerçek olmamakla birlikte, belirsizliğin azaltılabilesinin potansiyel değerini ölçmek için uygun bir yapı sunar. Mükemmel bilgi altında, olası her senaryo için elde edilen çözümlerin ortalama değeri, ulaşılabilecek en iyi çözüm değerini temsil eder. Mükemmel bilgi altında elde edilmeyen çözümlerin hiçbirinin beklenen değeri bu değerden daha iyi olamaz. Stokastik programlama ile elde edilen çözümün değeri ile bu değer arasındaki fark Mükemmel Bilginin Beklenen Değeri (MBBD) olarak adlandırılır.

3. Bilimsel Yazın Taraması

Tek servis sağlayıcı randevu çizelgeleme sistemini tek servis sağlayıcı kuyruk sisteminden ayıran temel özellikler planlama ufkunun sonlu oluşu (müşteri sayısının belirli ve sınırlı oluşu) ve müşterilerin rassal zamanlarda değil de planlanan zamanlarda sisteme varışıdır. Yine de çeşitli varsayımlar altında randevu çizelgeleme problemine kuyruk sistemi temelli yaklaşımlar geliştiren çalışmalar mevcuttur (Soriano, 1966; Mercer, 1973; Strum, May ve Vargas, 2000). Benzetim modelleri daha gerçekçi varsayımlar altında, daha karmaşık randevu çizelgeleme sistemlerinin incelenmesinde sıkça kullanılmıştır (Vissers ve Wijngaard, 1979; Ho ve Lau, 1992; Ho ve Lau, 1999; Rohleder ve Klassen, 2002; Klassen ve Rohleder, 2004; Gul, Denton, Fowler ve Huschka, 2011). Stokastik optimizasyon modeli tabanlı çalışmaların, özellikle stokastik programlama yaklaşımlarının, literatürdeki ağırlığı ise özellikle son zamanlarda daha da artmıştır; yazın taramasının buradan sonraki kısmı bu çalışmalara odaklanmaktadır.

Weiss (1990) tek servis sağlayıcı ortam için kaynak atıl zamanını ve müşteri bekleme zamanını en azlayan, ameliyat sırası ve ameliyat başlangıç zamanı kararlarını belirleyen bir optimizasyon modeli geliştirmiş; bu modeli kullanarak iki ve üç ameliyat içeren örnek problemleri çözebilmiştir. Wang (1993) tek servis sağlayıcı randevu çizelgeleme problemine servis sürelerinin üssel dağılım izlediği varsayımı altında çalışmış ve sabit aralıklı varış zamanlarının en iyi çözümü garantilemediğini göstermiştir. Denton ve Gupta (2003) tek servis sağlayıcı randevu çizelgeleme problemine müşteri bekleme zamanını, kaynak atıl zamanını ve fazla mesai süresini en azlayan bir stokastik

program olarak modellemişler ve standart çözüm yöntemlerinde iyileştirmeler sağlayarak gerçekçi büyüklükteki problem örneklerini çözebilmişlerdir. Bege ve Queyranne (2011) problemi servis sürelerinin ayrık dağılım izlediği varsayımı altında çalışmışlar; amaç fonksiyonunun yapısal özelliklerini kullanarak problem çözmek üzere polinom zamanlı bir algoritma geliştirmişlerdir. Bege ve diğ. (2012) aynı problemi, daha gerçekçi bir varsayım altında, servis sürelerinin dağılımının bilinmediği ancak geçmişe dayalı verinin mevcut olduğu durum için ele almışlar; iyi bir çözüm elde etmek için gerekli olan örneklem büyüklüğü ile ilgili sonuçlar elde etmişlerdir. Khaniev ve diğ. (2020) de tek servis sağlayıcı randevu çizelgeleme problemine ele almışlar, problemi amaç fonksiyonunun yardımcı fonksiyonlar ve özyinelemeli bir yapı kullanılarak ifade edildiği bir stokastik program olarak modellemişler, pratikteki uygulamalardan ilham alarak kolaylıkla uygulanabilir ve çözüm kalitesi yüksek çizelgeler üreten sezgisel önermişlerdir.

Denton ve diğ. (2007), randevu zamanlarının yanı sıra müşteri sırasının da karar değişkeni olduğu bir ortam için problemin daha karmaşık bir versiyonunu çalışmışlar, sezgisel kurallara dayalı farklı sıralar gözeterek çözümler elde etmişler ve sıranın randevu çizelgesinin performansını önemli ölçüde etkilediğini göstermişlerdir. Müşteri sırasını karar değişkeni olarak göz önünde bulunduran diğer çalışmalar Mancilla ve Storer (2012) ve Berg ve diğ. (2014) tarafından yapılmıştır. Her iki çalışmada da problem iki aşamalı stokastik programlama kullanılarak modellenmiştir. Problemin çözümü için Mancilla ve Storer (2012) ayrıştırma tabanlı sezgisel bir yöntem önermişler, Berg ve diğ. (2014) kesin ve sezgisel çözüm yöntemleri geliştirmişler ve tek servis sağlayıcı sistem için elde edilen çözümlerin çok servis sağlayıcı sistemde de iyi sonuçlar veren bir sezgisel çözüm olduğunu göstermişlerdir.

Erdogan ve Denton (2013), tek servis sağlayıcı randevu çizelgeleme problemine müşterilerin gün içinde dinamik olarak randevu talep ettiği ortam için çalışmışlar ve her talep noktasını bir aşama olarak kabul eden çok aşamalı bir stokastik programlama modeli oluşturmuşlardır. Yazarlar, modelin yapısal özelliklerinden de yararlanarak ayrıştırma tabanlı bir metod ile gerçekçi büyüklükteki örnek problemlere çözüm elde etmişlerdir. Bu problemin, müşteri sırasının da karar değişkeni olduğu uzantısı Erdogan ve diğ. (2015) tarafından iki aşamalı bir stokastik program olarak modellenmiş ve çözülmüştür.

Bilgiç (2019), sağlık sistemlerinde sıkça karşılaşılan çok dönemli ve tek servis sağlayıcı randevu çizelgeleme problemine, hastaların bekleme süresini, kaynakların atıl bekleme süresini ve fazla mesai süresini en azlayan iki aşamalı bir stokastik program olarak modellemiş, ayrıştırma tabanlı çözüm algoritmalarının ve çeşitli

sezgisel yöntemlerin performansını incelemiştir. Zacharias, Liu ve Begen (2024), randevuların planlama ufkundaki hangi güne ve gün içinde hangi zaman aralığına verileceği kararlarını içeren çok dönemli randevu çizelgeleme problemini dinamik program olarak modellemişler ve modelin çözümü için sezgisel bir yöntem önermişlerdir.

Sağlık sistemlerinde randevu çizelgeleme problemini çok servis sağlayıcılı (birden fazla servis sağlayıcılı) veya çok aşamalı ortamlar için ele alan çalışmalar da bulunmaktadır. Gül (2018) birden fazla ameliyathanenin bulunduğu bir ortam için, ameliyathane arası hazırlık ekiplerinin sınırlı bulunabilirliği altında, hangi ameliyathanede hangi sıra ile yapılacağı belli olan ameliyathane için randevu çizelgeleme problemini ele almıştır. Ele alınan problemde ameliyathane süreleri ve ameliyathane arası hazırlık süreleri belirsizlik içermektedir. Yazar, problemi ilk aşama kararları randevu zamanları olan ve beklenen hasta bekleme süresinin ve ameliyathanelerin atıl bekleme süresinin maliyetini en azlayan iki aşamalı bir stokastik program olarak modellemiş, problemin yapısından yararlanan bir sezgisel yöntem geliştirmiştir. Çelik ve diğ. (2023) ameliyathanelerin ve anestezi indüksiyonunun yapıldığı indüksiyon odalarının kullanımının birlikte planlandığı, indüksiyon ve ameliyathane arası hazırlık işlerinin paralel olarak yapılabildiği bir ortamda; hangi ameliyathanede yapılacağı belli olan ameliyathane için randevu çizelgeleme problemini çalışmışlardır. Problemdeki indüksiyon, ameliyathane ve ameliyathane arası hazırlık süreleri belirsizlik içermektedir. Yazarlar, problemi beklenen hasta bekleme süresinin ve indüksiyon odaları ile ameliyathanelerin atıl bekleme süresinin maliyetini en azlayan iki aşamalı bir stokastik program olarak modellemişlerdir: ilk aşamada ameliyathanelerin sırası ve randevu zamanları belirlenmekte, ikinci aşamada ise hastaların indüksiyon odalarına atılması yapılmaktadır. Yazarlar, problemin çözümü için performansı çeşitli yöntemlerle iyileştirilmiş Progressive Hedging Algoritması önermişlerdir. Zhou ve Yue (2019), servis sürelerinde belirsizlik bulunan çok aşamalı bir sistemde hem müşteri sırası hem de randevu zamanları kararlarını içeren randevu çizelgeleme problemini ele almışlardır. Yazarlar, problemi beklenen müşteri bekleme zamanının ve servis sağlayıcıların atıl bekleme zamanının maliyetini en azlayan iki aşamalı bir stokastik program olarak modellemişler ve problem yapısından yararlanan etkili bir L-Shaped Algoritması geliştirmişlerdir. Zhou ve Yue (2022), önceki çalışmalarını müşterilerin randevuya gelmeme olasılıklarını da dikkate alarak genişletmişler, problemi iki aşamalı bir stokastik program olarak modellemişler ve optimale yakın çözümlere verimli bir şekilde ulaşmak için Benders ayrıştırmasına dayalı bir algoritma tasarlamışlardır.

Bu bölümde de değinildiği gibi, literatürdeki çalışmalar çoğunlukla tek dönemli (örneğin bir günlük) ve tek

servis sağlayıcılı randevu çizelgeleme problemleri üzerinde yoğunlaşmıştır. Problemin çok dönemli hali ile sağlık sistemlerinde çokça karşılaşılmaktadır (Gupta ve Denton, 2008; Gul ve diğ., 2011; Erdogan ve Denton, 2013). Bununla birlikte, çok dönemli problemi ele alan sınırlı sayıda çalışma bulunmaktadır (Bilgiç, 2019; Zacharias ve diğ., 2024). Literatürdeki bu boşluğu ve sağlık sistemlerinde karşılaşılan problemleri gözetenek, bu çalışmada çok dönemli randevu çizelgeleme problemini ele alınmış, problem için iki aşamalı bir stokastik program sunulmuş, iki adet sezgisel yöntem önerilmiş ve elde edilen sayısal sonuçlara dayalı çıkarımlar tartışılmıştır.

4. Problem Tanımı ve Formülasyonu

Bu çalışmada, tek servis sağlayıcılı ve çok dönemli randevu çizelgeleme problemi ele alınmıştır (Bilgiç, 2019). Sunulan ve incelenen model birbiri ile eş özelliklere sahip çok servis sağlayıcılı problemler için de kullanılabilir. Problem, beklenen hasta bekleme süresi, servis sağlayıcının (kaynağın) atıl bekleme süresi ve fazla mesai süresi maliyetini en azlayan iki aşamalı stokastik program olarak modellenmiştir. İlk aşama kararları hastaların hangi güne ve pozisyona (sıraya) atanacağı ve planlanan servis süreleridir (randevu süreleridir). İkinci aşama kararları çizelgenin gerçekleşen performansı ölçüleridir; bunlar, hastaların bekleme süreleri, servis sağlayıcının atıl bekleme süresi ve fazla mesai süresidir.

Ele alınan çok dönemli randevu çizelgeleme probleminde dönem sayısının birden fazla olduğu ancak çok yüksek olmadığı varsayılmaktadır. Bu nedenle hasta bekleme süresi olarak sadece doğrudan bekleme süresine (randevu dönemi içindeki bekleme süresine) odaklanılmış, dolaylı bekleme süresi (randevunun gerçekleşebileceği ilk dönem ile randevunun atıldığı dönem arasındaki bekleme süresi) dikkate alınmamıştır. Ayrıntılı randevu çizelgesinin oluşturulacağı planlama ufkunun daha uzun olduğu problem ortamları için dolaylı bekleme süresi de dikkate alınan performans ölçülerinin arasına eklenebilir.

Kullandığımız notasyon ve ardından önerdiğimiz problem formülasyonu aşağıda sunulmuştur.

İndisler

i : hasta ($i = 1, \dots, N, N + 1, \dots, N + T$) ($i = N + 1, \dots, N + T$ indisli hastalar yapay hastalar olup sadece dönem sonunu belirtmek için kullanılmaktadır.)
 t : dönem ($t = 1, \dots, T$)
 k : pozisyon ($k = 1, \dots, N + 1$)
 s : senaryo ($s = 1, \dots, S$)

Problem Parametreleri

d_{is} : i hastasının s senaryosundaki servis süresi
 c^w : hasta bekleme süresinin birim maliyeti

c^s : servis sağlayıcının atıl bekleme süresinin birim maliyeti

c^o : fazla mesai birim maliyeti

L : her bir dönem için planlanan normal mesai süresi

Yukarıdaki problem parametrelerine bağlı olarak hesaplanan ve modelin kurulmasını kolaylaştıran yardımcı parametreler şöyledir:

$$M: M = \max_{i,s} \{d_{is}\}$$

$$M_{1s}: M_{1s} = \sum_{i=1}^N d_{is}$$

$$M_2: M_2 = L$$

Birinci Aşama Karar Değişkenleri

x_{tk} : t dönemindeki k pozisyonunda bulunan hasta için ayrılan randevu süresi

(Bu tanıma göre, t dönemindeki k pozisyonunda bulunan hasta için planlanan geliş zamanı yani randevu zamanı $\sum_{h=1}^{k-1} x_{th}$ olarak hesaplanır.)

y_{itk} : i hastasının t dönemindeki k pozisyonuna atanıp atanmadığını gösteren ikili değişken (atandıysa 1 değerini, atanmadıysa 0 değerini alır)

İkinci Aşama Karar Değişkenleri

P_{itks} : s senaryosuna göre, t dönemindeki k pozisyonundaki i hastasının bekleme süresi

S_{itks} : s senaryosuna göre, servis sağlayıcının t dönemindeki k pozisyonundaki i hastasından önceki atıl bekleme süresi

O_{ts} : s senaryosuna göre, servis sağlayıcının fazla mesai süresi

Matematiksel Model (İki Aşamalı Stokastik Program)

$$\text{Min } \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S \sum_{t=1}^T \left[\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N (c^w P_{itks} + c^s S_{itks}) \right] + c^o o_{ts} \quad (1)$$

subject to

$$\sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^N y_{itk} = 1 \quad i = 1, \dots, N \quad (2)$$

$$\sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^{N+1} y_{itk} = 1 \quad i = N+1, \dots, N+T \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^{N+T} y_{itk} \leq 1 \quad t = 1, \dots, T; k = 1, \dots, N+1 \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^{N+T} y_{itk} \geq \sum_{i=1}^{N+T} y_{it(k+1)} \quad t = 1, \dots, T; k = 1, \dots, N \quad (5)$$

$$\sum_{k=1}^{N+1} y_{(N+t)tk} = 1 \quad t = 1, \dots, T \quad (6)$$

$$\sum_{k=1}^{N+1} k * y_{(N+t)tk} \geq \sum_{k=1}^N k * y_{itk} \quad i = 1, \dots, N; t = 1, \dots, T \quad (7)$$

$$x_{tk} \leq M * \sum_{i=1}^N y_{itk} \quad t = 1, \dots, T; k = 1, \dots, N+1 \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N i * y_{itk} \leq \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N i * y_{i(t+1)k} \quad t = 1, \dots, T-1 \quad (9)$$

$$P_{it1s} = 0 \quad i = 1, \dots, N+T; t = 1, \dots, T; s = 1, \dots, S \quad (10)$$

$$S_{it1s} = 0 \quad i = 1, \dots, N+T; t = 1, \dots, T; s = 1, \dots, S \quad (11)$$

$$P_{itks} \leq M_{1s} * y_{itk} \quad i = 1, \dots, N+T; t = 1, \dots, T; k = 2, \dots, N+1; s = 1, \dots, S \quad (12)$$

$$S_{itks} \leq M_2 * y_{itk} \quad i = 1, \dots, N+T; t = 1, \dots, T; k = 2, \dots, N+1; s = 1, \dots, S \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^{N+T} P_{itks} - \sum_{i=1}^{N+T} S_{itks} = \sum_{i=1}^N P_{it(k-1)s} + \sum_{i=1}^N d_{is} * y_{it(k-1)} - x_{t(k-1)} \quad t = 1, \dots, T; k = 2, \dots, N+1; s = 1, \dots, S \quad (14)$$

$$O_{ts} \geq \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N d_{is} * y_{itk} + \sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N S_{itks} - L \quad t = 1, \dots, T; s = 1, \dots, S \quad (15)$$

$$y_{itk} \in \{0,1\} \quad i = 1, \dots, N+T; t = 1, \dots, T; k = 1, \dots, N+1 \quad (16)$$

$$x_{tk} \geq 0 \quad t = 1, \dots, T; k = 1, \dots, N+1 \quad (17)$$

$$P_{itks} \geq 0, S_{itks} \geq 0 \quad i = 1, \dots, N+T; t = 1, \dots, T; k = 1, \dots, N+1; s = 1, \dots, S \quad (18)$$

$$O_{ts} \geq 0 \quad t = 1, \dots, T; s = 1, \dots, S \quad (19)$$

Amaç fonksiyonu (1), hasta bekleme süresi, servis sağlayıcının atıl bekleme süresi ve fazla mesai süresi maliyetlerinin toplamının beklenen değerini ifade eder. Problemin kısıtları, sırası ile aşağıdaki gerekleri ifade eder:

(2)-(3): Her hasta ve her yapay hasta bir dönem-pozisyon kombinasyonuna atanır.

(4): Her dönem-pozisyon kombinasyonuna en fazla bir hasta atanabilir.

(5): Herhangi bir dönemindeki $k+1$ pozisyonu ancak k pozisyonu dolu ise kullanılabilir.

(6): Her dönemin sonunu belirleyen bir yapay hasta vardır.

(7): Herhangi bir dönemdeki yapay hastanın pozisyonu tüm hastalardan sonradır.

(8): Bir dönem-pozisyon kombinasyonu için randevu süresi ancak oraya bir hasta atanmışsa pozitiftir.

(9): Simetrik çözümler arasından servis sağlayıcıların atanmış hastaların indis değerleri toplamına göre artan şekilde dizildiği çözüm seçilir. Bu kısıt, modelin çözümünü kolaylaştırmak için eklenmiştir.

(10)-(11): Dönemdeki ilk pozisyonundaki hasta ilgili bekleme süresi ve atıl süre yoktur.

(12)-(13): Bir pozisyonla ilgili bekleme süresi ve atıl süre ancak o pozisyonda bir hasta varsa değer alabilir.

(14): Bir pozisyonla ilgili bekleme süresi ve atıl süre önceki pozisyonlarla ilgili kararlara bağlı olarak hesaplanır.

(15): Fazla mesai süresi o dönemdeki hastaların servis süreleri ve bekleme sürelerinin toplamı ile normal mesai süresi arasındaki fark olarak hesaplanır.

(16)-(19): Karar değişkenleri ile ilgili küme kısıtları.

5. Sezgisel Yöntemler

Ele alınan tek servis sağlayıcılı ve çok dönemli randevu çizelgeleme problemi için sunulan iki aşamalı stokastik program problem büyüklüğü arttıkça (dönem sayısı, hasta sayısı veya senaryo sayısı parametrelerinden biri veya birkaçı daha büyük değerler aldıkça) makul bir süre içinde çözülemeyebilir. Böyle durumlarda çözüm kalitesi ve çözüm süresi performansı yüksek olan sezgisel çözümler tercih edilebilir. Bu bölümde, ele alınan problem için kullanılabilir iki sezgisel yöntem sunulmaktadır: Sezgisel Yöntem 1 (SY1) ve Sezgisel Yöntem 2 (SY2).

Her iki sezgisel yöntemde de hastaların dönemlere atanması ortalama servis süresine göre azalan sıralama kullanılarak yapılır (Denton, Miller, Balasubramanian ve Huschka, 2010). Bu prensibe göre, henüz herhangi bir döneme atanmamış hastalar arasından en uzun ortalama servis süresine sahip olan hasta, en erken zamanda uygun hale gelen döneme atanır. Hastalar dönemlere atandıktan sonra, her dönem için hasta sırasının belirlenmesinde de her iki sezgisel yöntemde benzer yol izlenir ve hastalar artan servis süresi varyansına göre sıralanır (Denton ve diğ., 2007), yani servis süresi varyansı en düşük hastanın randevusu dönemin ilk randevusu olarak planlanır. İki sezgisel yöntemi birbirinden ayıran temel fark randevu sürelerinin nasıl belirlendiğidir. SY1'de hastaların randevu süresi ortalama servis süresi olarak belirlenirken, SY2'de hasta-dönem atanması ve dönem içi hasta sıralarının (1)-(19)'a kısıt olarak eklendiği iki aşamalı stokastik programın çözümü ile elde edilir. Sezgisel yöntemlerin sözde kodları aşağıda sunulmuştur.

Sezgisel Yöntem 1 (SY1) için Sözde Kod:

- 1 Her hasta $i = 1, \dots, N$ için ortalama servis süresini hesapla: $\mu_i = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S d_{is}$
- 2 Her hasta $i = 1, \dots, N$ için servis süresi varyansını hesapla: $\sigma_i^2 = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S (d_{is} - \mu_i)^2$
- 3 Henüz herhangi bir döneme atanmamış hasta kümesini $U \leftarrow \{1, 2, \dots, N\}$ olarak tanımla
- 4 Her dönem $t = 1, \dots, T$ için:
uygun hale gelme zamanını $A_t \leftarrow 0$ olarak başlat
atanmış hasta kümesini $I_t \leftarrow \emptyset$ olarak başlat

- 5 Hasta kümesi U 'daki indisleri, ortalama servis süresine (μ_i) göre azalan sırada olacak şekilde (i_1, i_2, \dots, i_N) olarak sırala
- 6 $j = 1$ 'den N 'ye kadar:
- 7 $i \leftarrow i_j$
- 8 En küçük A_t değerine sahip dönem $t = 1, \dots, T$ arasından seç
- 9 Hasta i 'yi dönem t 'ye ata ve dönem t için uygunluk zamanını güncelle: $I_t \leftarrow I_t \cup \{i\}$, $A_t \leftarrow A_t + \mu_i$
- 10 Son
- 11 Her dönem $t = 1, \dots, T$ için:
- 12 Hasta kümesi I_t 'deki indisleri, servis süresi varyansına (σ_i^2) göre artan sırada olacak şekilde $(i_1, i_2, \dots, i_{|I_t|})$ olarak sırala
- 13 $j = 1$ 'den $|I_t|$ 'ye kadar:
- 14 j . sıradaki hastayı ve ilgili randevu süresini belirle: $i \leftarrow i_j$, $y_{itk} = 1$, $x_{tk} = \mu_i$
- 15 Son
- 16 Son

Sezgisel Yöntem 2 (SY2) için Sözde Kod:

- 1 Her hasta $i = 1, \dots, N$ için ortalama servis süresini hesapla: $\mu_i = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S d_{is}$
- 2 Her hasta $i = 1, \dots, N$ için servis süresi varyansını hesapla: $\sigma_i^2 = \frac{1}{S} \sum_{s=1}^S (d_{is} - \mu_i)^2$
- 3 Henüz herhangi bir döneme atanmamış hasta kümesini $U \leftarrow \{1, 2, \dots, N\}$ olarak tanımla
- 4 Her dönem $t = 1, \dots, T$ için:
uygun hale gelme zamanını $A_t \leftarrow 0$ olarak başlat
atanmış hasta kümesini $I_t \leftarrow \emptyset$ olarak başlat
- 5 Hasta kümesi U 'daki indisleri, ortalama servis süresine (μ_i) göre azalan sırada olacak şekilde (i_1, i_2, \dots, i_N) olarak sırala
- 6 $j = 1$ 'den N 'ye kadar:
- 7 $i \leftarrow i_j$
- 8 En küçük A_t değerine sahip dönem $t = 1, \dots, T$ arasından seç
- 9 Hasta i 'yi dönem t 'ye ata ve dönem t için uygunluk zamanını güncelle: $I_t \leftarrow I_t \cup \{i\}$, $A_t \leftarrow A_t + \mu_i$
- 10 Son
- 11 Her dönem $t = 1, \dots, T$ için:
- 12 Hasta kümesi I_t 'deki indisleri, servis süresi varyansına (σ_i^2) göre artan sırada olacak şekilde $(i_1, i_2, \dots, i_{|I_t|})$ olarak sırala
- 13 $j = 1$ 'den $|I_t|$ 'ye kadar:
- 14 j . sıradaki hastayı belirle: $i \leftarrow i_j$, $y_{itk} = 1$
- 15 Son
- 16 Son
- 17 $y_{itk} = 1$ kısıtlarını model (1)-(19)'a ekleyerek elde edilen iki aşamalı stokastik programı çöz
- 18 Randevu sürelerini stokastik programın çözümünden elde edilen x_{tk} değerleri olarak belirle

6. Sayısal Sonuçlar ve Tartışmalar

Sayısal çalışmamız için her biri beş örnek problem içeren dört problem kümesi oluşturulmuştur. Problem kümelerinde kullanılan dönem sayısı (T) ve hasta sayısı (N) parametrelerinin değerleri Tablo 1'de görülebilir.

Tablo 1. Problem Kümelerine İlişkin Dönem ve Hasta Sayısı Değerleri

Problem Kümesi	Dönem Sayısı (T)	Hasta Sayısı (N)
1	2	6
2	2	10
3	3	6
4	3	10

Örnek problemleri oluştururken hastalarla ilgili servisler iki tip Oral Maxillofacial operasyonu olarak seçilmiş ve ilgili süreler Gul ve diğ. (2011) tarafından önerilen lognormal dağılımlara göre belirlenmiştir. Birinci tip operasyonların ortalama süresi 33 dakika ve standart sapması 19.11 dakikadır. Bu değerler, ikinci tip operasyonlar için ise 36 dakika ve 33.88 dakikadır. Her örnek problemde, operasyonların %50'si birinci tip, %50'si ikinci tip operasyondur; ve kullanılan senaryo sayısı (S) 10'dur. Denton ve Gupta (2003)'de kullanılan maliyet parametresi ayarlarından biri benimsenerek, hastaların bekleme süresi, servis sağlayıcının atıl bekleme süresi ve fazla mesai süresi birim maliyetleri birbirine eşit değerler olarak alınmıştır. Her bir dönem için planlanan normal mesai süresi, hastaların ortalama servis sürelerinin toplamını dönem sayısına bölerek belirlenmiştir.

Oluşturulan her örnek için stokastik problem, beklenen değer problemi ve mükemmel bilgi altında senaryo problemleri çözülmüştür. Bunların yanı sıra önerilen sezgisel yöntemlerle de çözümler elde edilmiştir. Matematiksel modellerin çözümü için CPLEX 12.6.3 kullanılmış, sezgisel yöntemler ise Microsoft Visual Studio 2022 kullanılarak C diliyle kodlanmıştır. Deneylerimiz 1.40GHz hızında Intel(R) Core(TM) Ultra 7 155H işlemcili, 16 GB belleğe sahip ve Windows 11 Pro altında çalışan bir PC'de gerçekleştirilmiştir.

Bu çözümlerin değerleri kullanılarak hesaplanan SÇD ve MBBD değerleri Tablo 2'de sunulmuştur.

Tüm problemler dikkate alındığında SÇD'nin %12,74 ile %52,38 arasında değiştiği görülmektedir. Birinci kümedeki problemler için, yani 6 hasta ve 2 dönem içeren daha küçük problemler için SÇD ortalama %31,52, en fazla %52,38'dir. Birinci ve ikinci kümedeki problemlerden elde edilen sonuçlar karşılaştırıldığında hasta sayısı arttıkça ortalama SÇD'nin arttığı, birinci ve üçüncü kümedeki problemlerden elde edilen sonuçlar karşılaştırıldığında ise dönem sayısı arttıkça SÇD'nin azaldığı görülmektedir. En düşük ortalama SÇD üçüncü problem kümesine aittir ve %24,77'dir. Bütün kümelerdeki problemler için SÇD'nin yüksek olması çok

dönemli randevu çizelgeleme problemlerinin modellenmesinde ve çözümünde belirsizliği açıkça gözetmenin önemli olduğunu ve stokastik programlamanın bu problemler için uygun bir yaklaşım olabileceğini göstermektedir.

Tablo 2. Stokastik Çözümün Değeri (SÇD) ve Mükemmel Bilginin Beklenen Değeri (MBBD)

Problem Kümesi	Problem	% SÇD	% MBBD
1 ($T=2, N=6$)	1.1	% 22,96	% 80,62
	1.2	% 52,38	% 64,96
	1.3	% 45,83	% 76,25
	1.4	% 22,24	% 65,76
	1.5	% 14,16	% 68,04
	Ortalama Maksimum	% 31,52 % 52,38	% 71,13 % 80,62

Problem Kümesi	Problem	% SÇD	% MBBD
2 ($T=2, N=10$)	2.1	% 44,97	% 77,77
	2.2	% 34,97	% 76,43
	2.3	% 42,51	% 75,13
	2.4	% 39,10	% 87,90
	2.5	% 37,81	% 71,63
	Ortalama Maksimum	% 39,87 % 44,97	% 77,77 % 87,90

Problem Kümesi	Problem	% SÇD	% MBBD
3 ($T=3, N=6$)	3.1	% 18,35	% 68,92
	3.2	% 38,32	% 53,77
	3.3	% 32,38	% 66,91
	3.4	% 12,74	% 51,13
	3.5	% 22,07	% 51,87
	Ortalama Maksimum	% 24,77 % 38,32	% 58,52 % 68,92

Problem Kümesi	Problem	% SÇD	% MBBD
4 ($T=3, N=10$)	4.1	% 41,46	% 76,47
	4.2	% 25,49	% 73,10
	4.3	% 41,84	% 72,50
	4.4	% 28,90	% 87,27
	4.5	% 37,75	% 66,92
	Ortalama Maksimum	% 35,09 % 41,84	% 75,25 % 87,27

Tüm problemler dikkate alındığında SÇD'nin %12,74 ile %52,38 arasında değiştiği görülmektedir. Birinci kümedeki problemler için, yani 6 hasta ve 2 dönem içeren daha küçük problemler için SÇD ortalama %31,52, en fazla %52,38'dir. Birinci ve ikinci kümedeki problemlerden elde edilen sonuçlar karşılaştırıldığında hasta sayısı arttıkça ortalama SÇD'nin arttığı, birinci ve üçüncü kümedeki problemlerden elde edilen sonuçlar

karşılaştırıldığında ise dönem sayısı arttıkça SÇD'nin azaldığı görülmektedir. En düşük ortalama SÇD üçüncü problem kümesine aittir ve %24,77'dir. Bütün kümelerdeki problemler için SÇD'nin yüksek olması çok dönemli randevu çizelgeleme problemlerinin modellenmesinde ve çözümünde belirsizliği açıkça gözetmenin önemli olduğunu ve stokastik programlamanın bu problemler için uygun bir yaklaşım olabileceğini göstermektedir.

Tüm kümelerdeki problemler dikkate alındığında MBBD'nin %51,13 ile %87,90 arasında değiştiği görülmektedir. MBBD'nin bu kadar yüksek çıkmasının en önemli sebebi, mükemmel bilgi varlığında hasta bekleme sürelerinin ve servis sağlayıcının atıl bekleme süresinin sıfır olması, amaç fonksiyonunun sadece fazla mesai süresi ile ilgili kısmının değer almasıdır. Mükemmel bilginin varlığı, erişilemeyecek olan ideal bir durumu belirtse de yüksek MBBD değerleri servis sürelerinin tahmininin iyileştirilmesinin amaç fonksiyonunu iyileştirme potansiyeli olduğunu göstermektedir.

Sezgisel yöntemlerde elde edilen çözümlerin kalitesi (yani ulaşılan amaç fonksiyonu değeri) açısından performanslarını karşılaştırabilmek için elde edilen çözümlerin iki aşamalı stokastik program ((1)-(19)) olarak modellenen stokastik problemin optimal çözümünden ne kadar saptığı hesaplanmıştır. Beklenen değer probleminin (BDP'nin) çözümü de bir sezgisel çözüm olarak kullanılabilirliği için karşılaştırmaya bu çözüm de dahil edilmiştir. BDP'nin ve sezgisel yöntemlerin çözümleri için optimalden sapma değerleri Tablo 3'te sunulmuştur.

Bütün problem kümeleri dikkate alındığında BDP çözümünün ortalama sapma değerinin %35,08 ile %66,88 arasında değiştiği, maksimum sapmanın ise %109,99 olduğu görülmektedir. Önerilen sezgisel yöntemlerin performanslarının BDP'den belirgin bir şekilde daha iyi olduğu görülmektedir. SY1 için ortalama sapma değeri %9,09 ile %21,81 arasında değişmektedir ve maksimum sapma %37,12'dir. SY2 içinse ortalama sapma değeri %3,29 ile %16,42 arasında değişmektedir ve maksimum sapma %27,63'tür. SY1 ve SY2'nin çözüm kalitesi açısından performanslarının BDP'den belirgin düzeyde daha iyi olmasının temel sebebi BDP'de servis süresindeki belirsizlik dikkate alınmazken SY1 ve SY2'de bu belirsizliğin dönem içi hasta sırasının artan servis süresi varyansına göre belirlenmesiyle dikkate alınmasıdır. SY2'nin performansının SY1'in performansından daha iyi olmasının sebebi ise SY1'de randevu sürelerinin ortalama servis süresine eşit olacak şekilde planlanması, SY2'de ise randevu sürelerinin matematiksel model çözümü ile elde edilmesidir.

Tablo 3. Beklenen Değer Problemi (BDP), Sezgisel Yöntem 1 (SY1) ve Sezgisel Yöntem 2 (SY2) Çözümleri için Optimalden Sapma Değerleri

Problem Kümesi	Problem	BDP	SY1	SY2
1 (T=2, N=6)	1.1	% 29,80	% 21,30	% 13,12
	1.2	% 109,99	% 2,19	% 0,68
	1.3	% 84,60	% 9,28	% 6,45
	1.4	% 28,61	% 1,82	% 0,90
	1.5	% 16,50	% 10,84	% 6,46
	Ortalama	% 53,90	% 9,09	% 5,52
Maksimum	% 109,99	% 21,30	% 13,12	

Problem Kümesi	Problem	BDP	SY1	SY2
2 (T=2, N=10)	2.1	% 81,71	% 19,47	% 17,45
	2.2	% 53,78	% 15,73	% 10,66
	2.3	% 73,94	% 21,25	% 15,73
	2.4	% 64,20	% 37,12	% 27,63
	2.5	% 60,79	% 15,47	% 10,64
	Ortalama	% 66,88	% 21,81	% 16,42
Maksimum	% 81,71	% 37,12	% 27,63	

Problem Kümesi	Problem	BDP	SY1	SY2
3 (T=3, N=6)	3.1	% 22,47	% 11,06	% 1,72
	3.2	% 62,12	% 10,13	% 6,66
	3.3	% 47,89	% 7,81	% 0,54
	3.4	% 14,60	% 9,38	% 6,35
	3.5	% 28,31	% 10,58	% 1,16
	Ortalama	% 35,08	% 9,79	% 3,29
Maksimum	% 62,12	% 11,06	% 6,66	

Problem Kümesi	Problem	BDP	SY1	SY2
4 (T=3, N=10)	4.1	% 70,84	% 7,60	% 4,91
	4.2	% 34,22	% 15,34	% 11,28
	4.3	% 71,95	% 17,50	% 15,46
	4.4	% 40,65	% 25,94	% 20,26
	4.5	% 60,65	% 17,12	% 14,17
	Ortalama	% 55,66	% 16,70	% 13,22
Maksimum	% 71,95	% 25,94	% 20,26	

Stokastik problemin, BDP'nin ve sezgisel yöntemlerin çözüm süreleri Tablo 4'te sunulmuştur. Problem büyüklüğü arttıkça çözüm süreleri artmaktadır ve en büyük problemlerin bulunduğu problem kümesi için (Problem Kümesi 4 için) optimal çözümün elde edilme süresi, yani stokastik problemin çözüm süresi 743,70 saniyeye kadar ulaşabilmektedir ve ortalama değeri 416,91 saniyedir. Önerilen sezgisel yöntemler arasında çözüm kalitesi performansı en iyi olan SY2 içinse çözüm süresi bütün problemler için 0,1 saniyeden daha kısadır. Tablo 2'de sunulan yüksek SÇD'lerden anlaşılacağı üzere belirsizliği dikkate almanın önemli olduğu bu problemde stokastik problemin çözülmediği durumlarda BDP'nin çözümünü kullanmak yerine hem çözüm kalitesi hem de çözüm süresi yönünden tatmin edici sonuçlar üreten SY2'yi kullanmak daha uygundur.

Tablo 4. Stokastik Problem (SP), Beklenen Değer Problemi (BDP), Sezgisel Yöntem 1 (SY1) ve Sezgisel Yöntem 2 (SY2) için Çözüm Süreleri (İşlemci Çalışma Süresi, Saniye Cinsinden)

Problem Kümesi	Problem	SP	BDP	SY1*	SY2
1 (T=2, N=6)	1.1	0,83	0,28	0,00	0,03
	1.2	0,88	0,13	0,00	0,01
	1.3	1,06	0,38	0,00	0,03
	1.4	0,94	0,47	0,00	0,03
	1.5	0,95	0,13	0,00	0,01
	Ortalama Maksimum	0,93	0,28	0,00	0,02
2 (T=2, N=10)	2.1	34,94	1,97	0,00	0,02
	2.2	20,03	1,92	0,00	0,03
	2.3	306,53	4,73	0,00	0,03
	2.4	94,94	4,00	0,00	0,02
	2.5	26,66	4,98	0,00	0,02
	Ortalama Maksimum	96,62	3,52	0,00	0,02
3 (T=3, N=6)	3.1	1,36	0,23	0,00	0,05
	3.2	1,14	0,20	0,00	0,03
	3.3	1,27	0,27	0,00	0,03
	3.4	1,01	0,33	0,00	0,02
	3.5	1,06	0,22	0,00	0,03
	Ortalama Maksimum	1,17	0,25	0,00	0,03
4 (T=3, N=10)	4.1	575,70	1,14	0,00	0,03
	4.2	517,86	2,50	0,00	0,03
	4.3	129,52	2,22	0,00	0,03
	4.4	743,70	1,39	0,00	0,02
	4.5	117,75	2,33	0,00	0,03
	Ortalama Maksimum	416,91	1,92	0,00	0,03

Beklenen değer probleminin ve sezgisel yöntemlerin çözüm kalitesi ve çözüm süresi açısından performanslarının senaryo sayısı arttıkça nasıl değiştiğini görebilmek için örnek problemler senaryo sayısının 100 ($S = 100$) olduğu durum için de yaratılmış ve çözülmüştür. Bu örnek problemler için, yüksek senaryo sayısı göz önünde bulundurularak stokastik programın çözümünde 1 saatlik bir çözüm süresi limiti kullanılmıştır. Bu süre içinde optimal çözümün bulunamadığı durumlarda (Problem Kümesi 2 ve Problem Kümesi 4'teki tüm örnek problemler için) çözüm kalitesi performansı ölçüsü olarak optimalden sapma değeri yerine üst sınırdan sapma değeri kullanılmıştır. BDP, SY1 ve SY2 çözümleri için optimalden veya (optimal çözümün bulunamadığı durumlarda) üst sınırdan sapma değerleri Tablo 5'te sunulmuştur. Tablo 5'teki ortalama ve maksimum sapma değerleri, senaryo sayısının yüksek olduğu durumlarda da sezgisel yöntemlerin (SY1 ve SY2'nin)

çözüm kalitesi performanslarının BDP'den belirgin düzeyde daha iyi olduğunu ve SY2'nin SY1'den daha iyi çözümler ürettiğini göstermektedir.

Tablo 5. Yüksek Senaryo Sayısına Sahip Problemlerde ($S = 100$) Beklenen Değer Problemi (BDP), Sezgisel Yöntem 1 (SY1) ve Sezgisel Yöntem 2 (SY2) Çözümleri için Optimalden veya Üst Sınırdan Sapma Değerleri

Problem Kümesi	Problem	BDP	SY1	SY2
1 (T=2, N=6)	Y1.1	%21,43	%7,16	%4,66
	Y1.2	%20,47	%2,20	%0,36
	Y1.3	%7,40	%5,09	%3,42
	Y1.4	%24,40	%6,29	%3,19
	Y1.5	%12,49	%2,34	%0,00
	Ortalama Maksimum	%17,24	%4,62	%2,33
2 (T=2, N=10)	Y2.1	%23,32	%3,44	%2,46
	Y2.2	%19,44	%4,39	%3,04
	Y2.3	%8,14	%4,02	%3,34
	Y2.4	%34,91	%4,15	%2,96
	Y2.5	%13,31	%4,94	%4,18
	Ortalama Maksimum	%19,83	%4,19	%3,20
3 (T=3, N=6)	Y3.1	%26,44	%5,22	%0,95
	Y3.2	%17,57	%7,03	%1,21
	Y3.3	%18,42	%11,07	%3,77
	Y3.4	%5,69	%5,69	%0,19
	Y3.5	%16,49	%8,71	%3,34
	Ortalama Maksimum	%16,92	%7,54	%1,89
4 (T=3, N=10)	Y4.1	%17,91	%4,34	%1,42
	Y4.2	%28,48	%10,57	%9,05
	Y4.3	%18,24	%3,16	%1,17
	Y4.4	%24,48	%6,30	%3,73
	Y4.5	%19,18	%4,29	%2,52
	Ortalama Maksimum	%21,66	%5,73	%3,58

Problem Kümesi 1 ve Problem Kümesi 3 için optimalden sapma değerleri, Problem Kümesi 2 ve Problem Kümesi 4 için üst sınırdan sapma değerleri sunulmuştur.

Yüksek senaryo sayısına sahip örnek problemler için stokastik problemin, BDP'nin ve sezgisel yöntemlerin çözüm süreleri Tablo 6'da sunulmuştur. Bu örnek problemler dikkate alındığında, önerilen sezgisel yöntemler arasında çözüm kalitesi performansı en iyi olan SY2 için çözüm süresinin maksimum değerinin 0,2 saniye olduğu görülmektedir. Stokastik problemin makul bir süre içinde çözülmediği durumlarda SY2'yi kullanmak hem çözüm kalitesi hem de çözüm süresi yönünden tatmin edici sonuçlar vermektedir.

Tablo 6. Yüksek Senaryo Sayısına Sahip Problemlerde (S = 100) Stokastik Problem (SP), Beklenen Değer Problemi (BDP), Sezgisel Yöntem 1 (SY1) ve Sezgisel Yöntem 2 (SY2) için Çözüm Süreleri (İşlemci Çalışma Süresi, Saniye Cinsinden)

Problem Kümesi	Problem	SP	BDP	SY1*	SY2
1 (T=2, N=6)	Y1.1	15,11	0,44	0,00	0,05
	Y1.2	12,56	0,14	0,00	0,06
	Y1.3	13,84	0,23	0,00	0,05
	Y1.4	13,11	0,20	0,00	0,05
	Y1.5	13,45	0,17	0,00	0,03
	Ortalama Maksimum	13,61	0,24	0,00	0,05

Problem Kümesi	Problem	SP	BDP	SY1	SY2
2 (T=2, N=10)	Y2.1	3600,00	2,94	0,00	0,09
	Y2.2	3600,00	1,72	0,00	0,20
	Y2.3	3600,00	1,88	0,00	0,09
	Y2.4	3600,00	2,05	0,00	0,08
	Y2.5	3600,00	1,84	0,00	0,14
	Ortalama Maksimum	3600,00	2,09	0,00	0,12

Problem Kümesi	Problem	SP	BDP	SY1	SY2
3 (T=3, N=6)	Y3.1	38,02	0,27	0,00	0,06
	Y3.2	35,03	0,17	0,00	0,05
	Y3.3	31,01	0,19	0,00	0,06
	Y3.4	40,64	0,19	0,00	0,05
	Y3.5	27,13	0,19	0,00	0,06
	Ortalama Maksimum	34,37	0,20	0,00	0,06

Problem Kümesi	Problem	SP	BDP	SY1	SY2
4 (T=3, N=10)	Y4.1	3600,00	1,25	0,00	0,17
	Y4.2	3600,00	1,17	0,00	0,13
	Y4.3	3600,00	1,20	0,00	0,13
	Y4.4	3600,00	1,22	0,00	0,17
	Y4.5	3600,00	0,86	0,00	0,14
	Ortalama Maksimum	3600,00	1,14	0,00	0,15

*SY1 sütunlarında 0,00 görünmesinin sebebi bu yöntem için maksimum çözüm süresinin 0,001 saniye olmasıdır.

7. Sonuç

Bu çalışmada, tek servis sağlayıcı ve çok dönemli randevu çizelgeleme problemi iki aşamalı bir stokastik program olarak modellenmiş ve belirsizliği modellemenin değeri örnek problemler kullanılarak ölçülmüştür. SÇD'nin %12,74 ile %52,38 arasında değişmesi, çok dönemli randevu çizelgeleme problemini çözmek için belirsizliği açıkça modelleyen stokastik programlama gibi yaklaşımlar kullanmanın önemini göstermektedir. %51,13 ile %87,90 arasında değişen yüksek MBBD değerleri ise servis sürelerinin tahmininin iyileştirilmesinin oluşturulan randevu çizelgesinin performansını artırma potansiyeli olduğunu göstermektedir.

Ele alınan problem için iki tane sezgisel yöntem önerilmiştir. Her iki sezgisel yöntemde de hastaların dönemlere atanması ortalama servis süresine göre azalan sıralama dikkate alınarak yapılmakta, dönem içi

hasta sırası ise artan servis süresi varyansına göre oluşturulmaktadır. İlk sezgisel yöntemde randevu süreleri ortalama servis süresine eşit olacak şekilde planlanmakta, ikinci sezgisel yöntemde ise randevu süreleri matematiksel modellerle belirlenmektedir. Sayısal deneylerin sonuçları, senaryo sayısının yüksek olduğu durumlarda da kısa sürede çözüm üreten ikinci sezgisel yöntemin çözüm kalitesi performansının hem beklenen değer probleminden hem de ilk sezgisel yöntemden daha iyi olduğunu göstermektedir.

Araştırma ve Yayın Etiği

Bu çalışmada araştırma ve yayın etiğine uyulmuştur.

Araştırmacıların Katkısı

Bu çalışmada Sakine BATUN bilimsel yazın taraması, problem tanımı ve formülasyonu, yaklaşımın belirlenmesi, sayısal çalışma ve makalenin yazımı aşamalarında katkı sağlamıştır.

Çıkar Çatışması

Yazarlar tarafından herhangi bir çıkar çatışması beyan edilmemiştir.

Kaynaklar

- Ahmadi-Javid, A., Jalali, Z. & Klassen, K.J. (2017). Outpatient appointment systems in healthcare: A review of optimization studies, *European Journal of Operational Research*, 258(1), 3-34. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.06.064>
- Bailey N. (1952). A study of queues and appointment systems in hospital outpatient departments with special reference to waiting times, *Journal of the Royal Statistical Society*, 14, 185-199. doi: <https://doi.org/10.1111/j.2517-6161.1952.tb00112.x>
- Batun S. & Begen M.A. (2012). Optimization in Healthcare Delivery Modeling: Methods and Applications. In Denton B. (ed.) *Healthcare Operations Management: A Handbook of Methods and Applications*, pp:75-119. Springer. doi: https://doi.org/10.1007/978-1-4614-5885-2_4
- Begen M.A. & Queyranne M. (2011). Appointment scheduling with discrete random durations, *Mathematics of Operations Research*, 36(2), 240-257. doi: <https://doi.org/10.1287/moor.1110.0489>
- Begen M.A., Levi R. & Queyranne M. (2012). Technical Note – A Sampling-Based Approach to Appointment

- Scheduling, *Operations Research*, 60(3), 675-681. doi: <https://doi.org/10.1287/opre.1120.1053>
- Berg B.P., Denton B.T., Erdogan S.A., Rohleder T. & Huschka T. (2014). Optimal booking and scheduling in outpatient procedure centers, *Computers & Operations Research*, 50, 24-37. doi: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2014.04.007>
- Bilgiç, U.T. (2019). Multi-period appointment planning and scheduling in healthcare (Yüksek Lisans Tezi). Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Endüstri Mühendisliği. Erişim adresi: <https://open.metu.edu.tr/handle/11511/45323>
- Birge J.R. & Louveaux F. (1997). *Introduction to Stochastic Programming*, Springer, New York, NY.
- Cayirli T. & Veral E. (2003). Outpatient Scheduling In Health Care: A Review of Literature, *Production and Operations Management*, 12(4), 519-549. doi: <https://doi.org/10.1111/j.1937-5956.2003.tb00218.x>
- Çelik B., Gul S. & Çelik M. (2023). A stochastic programming approach to surgery scheduling under parallel processing principle, *Omega*, 115, 102799. doi: <https://doi.org/10.1016/j.omega.2022.102799>
- Denton B. & Gupta D. (2003). A Sequential Bounding Approach for Optimal Appointment Scheduling, *IIE Transactions*, 35(11), 1003-1016. doi: <https://doi.org/10.1080/07408170304395>
- Denton B., Viapiano J. & Vogl A. (2007). Optimization of surgery sequencing and scheduling decisions under uncertainty, *Health Care Management Science*, 10(1), 13-24. doi: <https://doi.org/10.1007/s10729-006-9005-4>
- Denton B.T., Miller A.J., Balasubramanian H.J. & Huschka T.R. (2010). Optimal Allocation of Surgery Blocks to Operating Rooms Under Uncertainty, *Operations Research*, 58(4), 802-816. doi: <https://doi.org/10.1287/opre.1090.0791>
- Erdogan S.A. & Denton B. (2011). Surgery planning and scheduling. In Cochran J.J., Cox L.A., Keskinocak P., Kharoufeh J., Smith J.C. (eds.) *Wiley Encyclopedia of Operations Research and Management Science*, John Wiley & Sons, Inc. doi: <https://doi.org/10.1002/9780470400531.eorms0861>
- Erdogan S.A. & Denton B. (2013). Dynamic Appointment Scheduling of a Stochastic Server with Uncertain Demand, *INFORMS Journal on Computing*, 25(1), 116-132. doi: <https://doi.org/10.1287/ijoc.1110.0482>
- Erdogan S.A., Gose A. & Denton B. (2015). Online appointment sequencing and scheduling, *IIE Transactions*, 47(11), 1267-1286. doi: <https://doi.org/10.1080/0740817X.2015.1011355>
- Gul S. (2018). A Stochastic Programming Approach for Appointment Scheduling Under Limited Availability of Surgery Turnover Teams, *Service Science*, 10(3), 277-288. doi: <https://doi.org/10.1287/serv.2018.0214>
- Gul S., Denton B.T., Fowler J.W. & Huschka T. (2011). Bi-Criteria Scheduling of Surgical Services for an Outpatient Procedure Center, *Production and Operations Management*, 20(3), 406-417. doi: <https://doi.org/10.1111/j.1937-5956.2011.01232.x>
- Gupta D. & Denton B. (2008). Appointment scheduling in health care: Challenges and opportunities, *IIE Transactions*, 40(9), 800-819. doi: <https://doi.org/10.1080/07408170802165880>
- Ho C. & Lau H. (1992). Minimizing Total Cost in Scheduling Outpatient Appointments, *Management Science*, 38(12), 1750-1764. doi: <https://doi.org/10.1287/mnsc.38.12.1750>
- Ho C. & Lau H. (1999). Evaluating the Impact of Operating Conditions on the Performance of an Appointment Scheduling Rules in Service Systems, *European Journal of Operations Research*, 112(3), 542-553. doi: [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(97\)00393-7](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(97)00393-7)
- Khaniyev T., Kayış E. & Güllü R. (2020). Next-day operating room scheduling with uncertain surgery durations: Exact analysis and heuristics, *European Journal of Operational Research*, 286, 49-62. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.03.002>
- Mancilla C. & Storer R. (2012). A sample average approximation approach to stochastic appointment sequencing and scheduling, *IIE Transactions*, 44(8), 655-670. doi: <https://doi.org/10.1080/0740817X.2011.635174>
- Mercer A. (1973). Queues with scheduled arrivals: A correction, simplification and extension, *Journal of the Royal Statistical Society - Series B*, 35(1), 104-116. doi: <https://doi.org/10.1111/j.2517-6161.1973.tb00941.x>
- Rohleder, T.R. & Klassen, K.J. (2002). Rolling horizon appointment scheduling: a simulation study, *Health Care Management Science*, 5(3), 201-209. doi: <https://doi.org/10.1023/A:1019748703353>
- Klassen, K. J. & Rohleder, T. R. (2004). Outpatient appointment scheduling with urgent clients in a

- dynamic, multi-period environment, *International Journal of Service Industry Management*, 15(2), 167-186. doi: <https://doi.org/10.1108/09564230410532493>
- Soriano A. (1966). Comparison of Two Scheduling Systems, *Operations Research*, 14(3), 388-397. doi: <https://doi.org/10.1287/opre.14.3.388>
- Strum D.P., May J.H., & Vargas L.E. (2000). Modeling the Uncertainty of Surgical Procedure Times: Comparison of Log-normal and Normal Models, *Anesthesiology*, 92(4), 1160-1167. doi: <https://doi.org/10.1097/00000542-200004000-00035>
- Vissers J. & Wijngaard J. (1979). The outpatient appointment system: Design of a simulation study, *European Journal of Operations Research*, 3(6), 459-463. doi: [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(79\)90245-5](https://doi.org/10.1016/0377-2217(79)90245-5)
- Weiss E.N. (1990). Models for determining estimated start times and case orderings in hospital operating rooms, *IIE Transactions*, 22(2), 143-150. doi: <https://doi.org/10.1080/07408179008964166>
- Welch J.D. & Bailey N. (1952). Appointment systems in hospital outpatient departments, *The Lancet*, 259, 1105-1108. doi: [https://doi.org/10.1016/S0140-6736\(52\)90763-0](https://doi.org/10.1016/S0140-6736(52)90763-0)
- Wang P.P. (1993). Static and Dynamic Scheduling of Customer Arrivals to a Single-Server System, *Naval Research Logistics*, 40(3), 345-360. doi: [https://doi.org/10.1002/1520-6750\(199304\)40:3%3C345::AID-NAV3220400305%3E3.0.CO;2-N](https://doi.org/10.1002/1520-6750(199304)40:3%3C345::AID-NAV3220400305%3E3.0.CO;2-N)
- Zacharias, C., Liu, N. & Begen, M.A. (2024). Dynamic Interday and Intraday Scheduling, *Operations Research*, 72(1), 317-335. doi: <https://doi.org/10.1287/opre.2022.2342>
- Zhou S. & Yue Q. (2019). Appointment scheduling for multi-stage sequential service systems with stochastic service durations, *Computers and Operations Research*, 112, 104757. doi: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2019.07.015>
- Zhou S. & Yue Q. (2022). Sequencing and scheduling appointments for multi-stage service systems with stochastic service durations and no-shows, *International Journal of Production Research*, 60(5), 1500-1519. doi: <https://doi.org/10.1080/00207543.2020.1862431>