

Necmettin Kaya
Öğr. Gör. Dr.

Ferruh Öztürk
Prof. Dr.

Uludağ Üniversitesi
Mühendislik-Mimarlık
Fakültesi
Makine Mühendisliği Bölümü
16059 BURSA

Dikdörtgen Kesitli Disk Yayların Optimum Kesit Tasarımı

Bu çalışmada, iki farklı optimizasyon yöntemi ile iç çap, dış çap, kalınlık, yükseklik ve yükü verilen disk yayların kesit optimizasyonu gerçekleştirilmiştir. Amaç fonksiyonu olarak disk hacminin azaltılması ile eksenel deformasyon ve gerilme değerleri kısıtlarından oluşan bir optimizasyon modeli kurulmuştur. Yapılan optimizasyon çalışmasının geçerliliğini göstermek için örnek bir disk yayın optimizasyonu ele alınmıştır.

Anahtar Kelimeler: Disk yay, kesit optimizasyonu

GİRİŞ

Rekabetin çok yoğun yaşandığı günümüzde, ürünlerin kısa zamanda, kaliteli ve düşük maliyetlerde üretilmesi, firmaların pazarda pay alabilmeleri açısından önem taşımaktadır. Son yıllarda araştırmacıların yoğun ilgi duyduğu alanlardan birisi, tasarımda optimizasyon uygulamalarıdır. Tasarım problemlerinin çözümünde en iyinin elde edilmesine yönelik tasarım işlemleri optimizasyon olarak adlandırılır. Optimizasyon işlemlerinin yapılabilmesi için tasarım konseptinin matematiksel model olarak tanımlanması gerekir. Seçilecek çözüm yöntemi ve sonuçların geçerliliği modelin doğru tanımlanmasına ve yapısına bağlıdır.

Tasarım optimizasyon problemleri genellikle doğrusal olmayan yapıda, kısıtların yer aldığı ve çok sayıda tasarım değişkeninden oluşan modeller olduğu için çoğu zaman analitik yöntemlerle çözülememektedir. Bu tip problemlerin çözümünde sayısal çözüm yöntemleri kullanılmakta ve gerekirse model üzerinde dönüşümler uygulanmaktadır. Problemin kısıt içermeyen bir yapıya veya doğrusal modele dönüştürülmesi sıkça kullanılan yaklaşımlardır. Son yıllarda, optimizasyon yöntemleri BDT (Bilgisayar Destekli Tasarım) ticari programların bir parçası olarak tasarımcılara sunulmaktadır. [1,2,3] Optimizasyon yöntemlerinin uygulama alanlarının genişletilmesi için kullanılan yöntemler üzerinde çeşitli çalışmalar yapılmaktadır. [4,5,6]

Bu çalışmada, disk yayların optimizasyonu için amaç fonksiyonu olarak disk hacminin azaltılmasını ve kısıtlar için eksenel deformasyon ile gerilme ifadelerini içeren bir optimizasyon modeli kurulmuştur. Yayların optimizasyonu ile ilgili çeşitli çalışmalar literatürde yer almakla birlikte, disk yaylarla ilgili araştırmalar oldukça azdır. Bu nedenle, literatürde yer alan çalışmalara katkısı olması için disk yayların tasarım optimizasyonu ele alınmıştır.

Disk yaylarla ilgili verilen gerilme ifadelerine ek olarak hacim ve deformasyon ifadeleri çıkarılmıştır. İki farklı optimizasyon yöntemi uygulanarak, oluşturulan modelin geçerliliği kontrol edilmiştir.

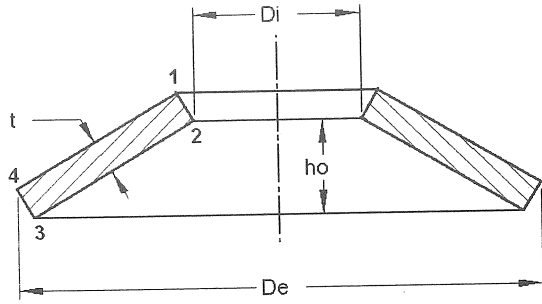
DİSK YAYLAR

Disk yaylar, eksenleri yönünde h_0 hadar konikleşmiş halkalardır (Şekil 1). Halkanın radyal kesiti dikdörtgen veya trapez olabilir. Çok büyük kuvvetler ve çok küçük yaylanma söz konusu olduğu yerlerde kullanılırlar. Takım tezgahlarında, valflerde gerji elemanı olarak, krenlerde, taşıtlarda titreşim sönmüleyici olarak uygulama alanı bulmuşlardır. Ayrıca otomobillerin fren sistemlerinde içten yarıklı disk yaylar kullanılmaktadır. Tek yayın gereken yaylanma miktarını sağlayamadığı veya gelen yükü taşıyamadığı durumlarda aynı yönde üst üste veya ters yönde üst üste konarak istenilen özellikte yay elde etmek mümkündür. [7]

Yayların optimizasyonu ile ilgili çeşitli çalışmalar literatürde yer almakla birlikte, disk yaylarla ilgili araştırmalar oldukça azdır. Teorik hesaplamalar ilk defa Almen ve Laszlo tarafından 1936 yılında yayınlanmıştır. Curti ve Montanini [8], disk yayların hesaplamalarında sürtünme kuvvetini de dikkate alan bir yöntem önermişlerdir. Nam ve arkadaşları [9], içten yarıklı disk yayların sonlu elemanlar yöntemi ile optimum tasarımı konusunda çalışmışlardır. Şekil optimizasyonu konusu araştırmacılar tarafından oldukça ilgi görmüştür. Kress [10] sonlu elemanlar yöntemi ve analitik bir model ile bir kasnağın şekil optimizasyonunu gerçekleştirmiş, Botkin [11] iki boyutlu tork kolunun sonlu elemanlar yöntemini kullanarak şekil optimizasyonu konusu ile ilgilenmiştir.

Bu çalışmada, iç çap, dış çap, kalınlık, yükseklik ve yükü verilen disk yayların kesit optimizasyonu iki farklı yöntem ile gerçekleştirilmiştir. Birinci yöntemde disk yayın optimizasyonu için gerekli

hacim, gerilme ve deformasyon ifadeleri kullanılmıştır. Disk yay kataloglarında [12,13] verilen gerilme ifadelerine ek olarak bu çalışmada, hacim ve deformasyon ifadeleri çıkarılmıştır. Şekil 1' de disk yay kesit resmi ve temel tasarım parametreleri görülmektedir.



Şekil 1. Disk yay tasarım parametreleri

Disk yayın optimizasyonunda amaç fonksiyonu olarak disk hacmi seçilmiş ve verilen kısıtları sağlayacak minimum değerde olması istenmiştir. Kısıtlayıcılar ise disk üzerinde oluşan maksimum gerilme ve diskin aksel yöndeki deformasyon miktarıdır. Disk yayın modellenmesinde kullanılan tasarım parametreleri;

D_e : dış çap,
 D_i : iç çap,
 h_o : yükseklik,
 t : kalınlık

olarak alınmıştır.

DİSK YAY HESAPLARI

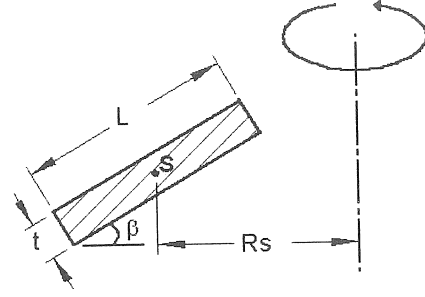
Hacim

Bu çalışmada ele alınan disk yay dikdörtgen kesite sahiptir. Disk yay, bu kesitin bir eksen etrafında döndürülmesi ile elde edilir. Kesitin döndürülmesi ile elde edilen katı cismin hacminin bulunması için Pappes-Gulden teoremi kullanılmıştır. Bu teoreme göre; şekil 2'deki dikdörtgen disk yay kesitinin eksen etrafında döndürülmesi ile elde edilen hacim ifadesi;

$$V = 2\pi R_s A \quad (1)$$

şeklinde yazılır. Burada;

R_s : kesit ağırlık merkezinin eksene olan uzaklığı,
 A : kesit alanı' dır.



Şekil 2. Disk yay kesitinin eksen etrafında döndürülmesi

(1) ifadesinde R_s ve A değerleri açılırsa;

$$V = 2\pi \frac{D_e + D_i}{4} \frac{h_o t}{\sin\beta} \quad (2)$$

elde edilir. β parametresini hacim denkleminde yok etmek için;

$$\tan\beta = \frac{2h_o}{D_e - D_i - 2t\sin\beta} \quad (3)$$

yazılır. (2) ve (3) denklemlerinden β yok edilerek;

$$V = 0.7854 \sqrt{(D_e + D_i)^2 (D_e^2 - 2D_e D_i + D_i^2 + 4h_o^2)} t^2 \quad (4)$$

hacim denklemi küçük β açıları için disk yay parametrelerine bağlı olarak elde edilir. Bulunan bu denklemi doğrulamak için, (4) denkleminde elde edilen değerler ile katı modelleme programlarında oluşturulan disk yayların hacim değerleri karşılaştırılmış ve birbirine çok yakın değerler olduğu gözlenmiştir ($\beta=2.5^\circ$ için fark %0.14, $\beta=9.5^\circ$ için fark %0.25).

Gerilmeler

Yay üzerine etki eden F kuvveti altında yayın alt kısmı genişler (çeki zorlaması), üst kısmı ise daralır (bası zorlaması). Dikdörtgen kesit üzerinde oluşan gerilme ifadeleri [13];

$$\sigma_1 = -k \frac{s t}{K_1 D_e^2} \left[K_2 \left(\frac{h_o}{t} - \frac{s}{2t} \right) + K_3 \right] \quad (5)$$

$$\sigma_2 = -k \frac{s t}{K_1 D_e^2} \left[K_2 \left(\frac{h_o}{t} - \frac{s}{2t} \right) - K_3 \right] \quad (6)$$

$$\sigma_3 = -k \frac{s t}{K_1 D_e^2 \delta} \left[(K_2 - 2K_3) \left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{2t} \right) - K_3 \right] \quad (7)$$

$$\sigma_4 = -k \frac{s t}{K_1 D_e^2 \delta} \left[(K_2 - 2K_3) \left(\frac{h_0}{t} - \frac{s}{2t} \right) + K_3 \right] \quad (8)$$

şeklinde. Yukarıda verilen gerilme değerleri Şekil 1' de görülen noktalarda oluşan normal gerilmelerdir. 1 ve 4 noktalarında bası, 2 ve 3 noktalarında ise çeki gerilmesi oluşmaktadır. Burada çelikler için;

$$k = \frac{4E}{1 - \mu^2} = 905495 \text{ N/mm}^2, \text{ dir.}$$

Gerilme ifadelerindeki s değeri, F kuvveti altında oluşan aksenal yöndeki deformasyon değeridir. δ çaplar arasında bir oran olmak üzere K_1 , K_2 ve K_3 katsayıları şu şekildedir;

$$\delta = \frac{D_e}{D_i}, \quad K_1 = \frac{1}{\pi} \frac{\left(\frac{\delta - 1}{\delta} \right)^2}{\frac{\delta + 1}{\delta - 1} - \frac{2}{\ln \delta}},$$

$$K_2 = \frac{1}{\pi} \frac{6}{\ln \delta} \left(\frac{\delta - 1}{\ln \delta} - 1 \right),$$

$$K_3 = \frac{3}{\pi} \frac{\delta - 1}{\ln \delta} \quad (9)$$

Deformasyon

Deformasyon değiştiğinde gerilmeler aynı oranda değişmediğinden disk yayların yay karakteristikleri doğrusal değildir. Kuvvet ile deformasyon arasındaki ilişkiyi veren ifade [7,12,13];

$$F = 905495 \frac{t s}{K_1 D_e^2} \left[(h_0 - s)(h_0 - 0.5s) + t^2 \right] \quad (10)$$

olarak verilmektedir. Verilen kuvvet altında oluşan deformasyon ifadesini elde etmek için s değeri (10) nolu denklemde çekilirse;

$$s = \frac{b h_0}{3a} - \frac{2^{1/3} s_1}{3a t \left(s_2 + \sqrt{4s_1^3 + s_2^2} \right)^{1/3}} + \frac{\left(s_2 + \sqrt{4s_1^3 + s_2^2} \right)^{1/3}}{2^{1/3} 3a t} \quad (11)$$

elde edilir. Burada;

$$s_1 = -b^2 h_0^2 t^2 + 3a c t \left(h_0^2 t + t^3 \right) \quad (12)$$

$$s_2 = 27a^2 F t^2 + 2b^3 h_0^3 t^3 - 9a b c h_0 t^2 (h_0^2 t + t^3) \quad (13)$$

$$a = \frac{452747.5}{K_1 D_e^2}, \quad b = \frac{1358242.5}{K_1 D_e^2}, \quad c = \frac{905495}{K_1 D_e^2} \quad (14)$$

DİSK YAY KESİT OPTİMİZASYONU

Disk yayın optimizasyonu için disk yay optimizasyon modeli oluşturulmuş ve bu model MATLAB Optimization Toolbox [14] programı ile çözülmüştür. İkinci çözüm yönteminde disk yay sonlu elemanlar modeli ANSYS [15] programında oluşturulmuş ve Design Optimization modülünde optimum boyutlar elde edilmiş ve her iki yöntemden elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Ayrıca disk yay hesaplarını yapan bir program geliştirilmiştir (Şekil 3).

Optimizasyon Modeli

MATLAB programı optimizasyon işleminde SQP (sequential quadratic programming) yöntemini kullanmaktadır. Bu yöntem ile doğrusal olmayan optimizasyon problemleri çözülebilmektedir. Genel bir optimizasyon problemi şu şekilde ifade edilebilir;

$$\begin{aligned} \text{Amaç fonksiyonu} & : f(x) \\ \text{Kısıtlayıcı fonksiyonlar} & : G_i x = 0 \quad i=1, \dots, m_e \\ & G_i(x) \leq 0 \quad i=m_e+1, \dots, m \\ & x_1 \leq x \leq x_u \end{aligned}$$

Bu problem Lagrange fonksiyonunun kuadratik yaklaşımı ile kuadratik programlama (QP) alt problemine dönüştürülür.

$$L(x, \lambda) = f(x) + \sum_{i=1}^m \lambda_i g_i(x) \quad (15)$$

Burada kısıtlayıcılar eşitsizlik şeklinde düşünülmüştür. Doğrusal olmayan kısıtların doğrusal hale dönüştürülmesi ile QP alt problemi elde edilir. Bu alt problem herhangi kuadratik programlama çözüm yöntemlerinden birisi ile çözülür. Elde edilen çözüm yeni bir iterasyon için kullanılır;

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k d_k \quad (16)$$

Bu eşitlikteki adım büyüklüğü parametresi (α_k) uygun çizgi arama teknikleri ile belirlenir. [14]

Disk yayın optimizasyonunda tasarım değişkeni olarak h_0 (yükseklik) ve t (kalınlık) boyutları seçilmiştir. $D_e=40$ mm, $D_i=16.3$ mm, $F_i=1222$ N olarak alınmış [12] ve K_1 , K_2 ve K_3 katsayıları şu

şekilde bulunmuştur: $K_1=0.756$, $K_2=1.318$, $K_3=1.546$. Bu değerlerin (4) ifadesinde yerine konması ile minimize edilecek amaç fonksiyonu (hacim):

$$f(h_o, t) = 44.218 \sqrt{(561.69 + 4h_o^2)} t^2 \quad (17)$$

şeklinde elde edilir.

Kısıtlayıcılar (g_1 : deformasyon miktarı (s), g_2 : 1 nolu noktadaki gerilme (σ_1)):

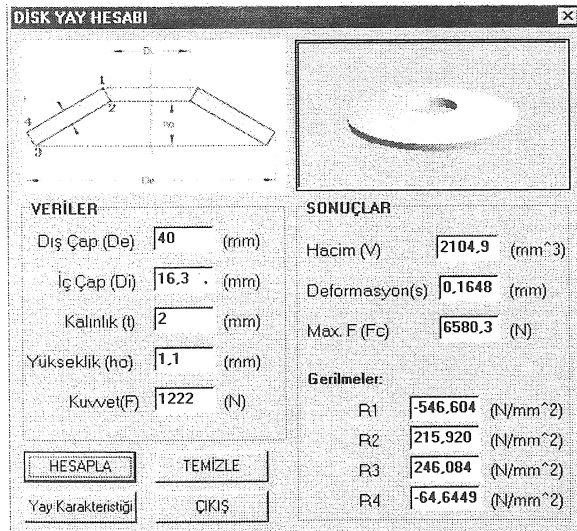
$$g_1 = \frac{b h_o}{3a} - \frac{2^{1/3} s_1}{3a t \left(s_2 + \sqrt{4s_1^3 + s_2^2} \right)^{1/3}} \quad (18)$$

$$+ \frac{\left(s_2 + \sqrt{4s_1^3 + s_2^2} \right)^{1/3}}{2^{1/3} 3a t} \leq 0.825 \text{ mm}$$

$$g_2 = 748.59 s t \left(1.546 + 1.318 \left(\frac{h_o}{t} - \frac{s}{2t} \right) \right) \leq 700 \text{ N/mm}^2 \quad (19)$$

Disk yaylarda izin verilen deformasyon sınırı $s=0.75 h_o$ olduğundan aksenal deformasyon sınırı 0.825 mm'dir [7]. Disk kesitinde oluşan mutlak değerce maksimum gerilme değeri 1 nolu noktada (şekil 1) olduğundan kısıtlayıcı olarak bu noktadaki gerilme ifadesi alınmıştır. Disk malzemesinin maksimum gerilme değeri 700 N/mm^2 olarak belirlenmiştir. Tasarım değişkenlerinin alt ve üst sınırları, $0.95 < h_o < 1.4$ ve $1.25 < t < 2.5$ ve optimizasyon parametrelerinin başlangıç değerleri $h_o=1.1$ ve $t=2$ mm olarak alınmıştır. [12]

Disk yay hesaplamaları için yazılan programda, başlangıç boyutları için elde edilen değerler Şekil 3'te görülmektedir.



Şekil 3. Başlangıç değerleri ve sonuçlar

Verilen kısıtları sağlayacak şekilde minimum disk hacmini elde etmek için MATLAB Optimization Toolbox [14] programı kullanılmıştır. Programda amaç fonksiyonu, kısıtlayıcı fonksiyonlar ve tasarım parametrelerinin alt ve üst limitleri verildikten sonra elde edilen optimum değerler şu şekildedir:

$h_o=1.4$ mm ve $t=1.70$ mm.

Bu boyutlara karşılık gelen hacim, gerilme ve deformasyon değerleri ise $V=1800.7 \text{ mm}^3$, $\sigma_1=700 \text{ N/mm}^2$, $s=0.215$ mm şeklinde bulunur. Burada verilen kısıtları sağlayan minimum hacim değeri olarak 1800.7 mm^3 bulunduğu görülmektedir.

Sonlu Elemanlar Optimizasyon Modeli

Disk yayın sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak kesit optimizasyonu için ANSYS [15] programı kullanılmıştır. Programda optimizasyon iki aşamada gerçekleştirilmektedir. Birinci aşamada, yaklaşım teknikleri kullanılarak, amaç ve kısıtlayıcı fonksiyonlar, kuadratik fonksiyonlar ile tanımlanır. İkinci aşamada, kısıtlayıcı içeren alt problem, kısıtlayıcı içermeyen optimizasyon problemine dönüştürülür. Kısıtlayıcı içermeyen bu problemin optimum değeri SUMT (sequential unconstrained minimization technique) yöntemi ile bulunur. Yakınsama kriteri sağlanıncaya kadar tekrarlanan işlemler ile optimum değere ulaşılır. Bu yöntemde her tekrar işleminde kullanılan fonksiyon;

$$\phi_k = F(1 + r_k)(\sum P_{nk} + \sum P_{mk}) \quad n=1,2,\dots,N \quad (20)$$

$$m=1,2,\dots,M$$

Burada;

- ϕ_k : k tekrar işlemine karşılık gelen optimizasyon bölgesini belirleyen fonksiyon,
- F : yaklaşımla bulunmuş amaç fonksiyonu,
- P_{nk} : tasarım değişkeni x_n ve optimizasyon bölgesini belirleyen ϕ_k fonksiyonu için ceza fonksiyonu,
- P_{mk} : kısıtlayıcı değişkeni G_m ve optimizasyon bölgesini belirleyen ϕ_k fonksiyonu için ceza fonksiyonu,
- r_k : ceza parametresi,
- M, N : toplam kısıtlayıcı ve tasarım değişkeni sayısı.

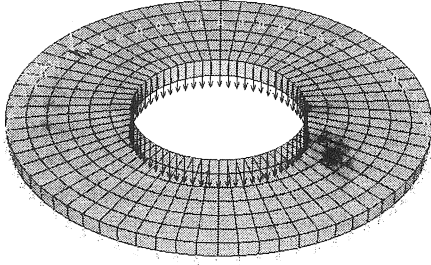
SUMT ceza parametresinin sıralı değerleri sonucu orijinal problemin optimum değerine ulaşılır. Kullanılan ceza fonksiyonu "extended interior" ceza fonksiyonudur. [15]

ANSYS programında oluşturulan sonlu elemanlar modeli ve sınır şartları Şekil 4'te görülmektedir. Model aksenal simetrik olduğu için simetrik sonlu elemanlar modeli oluşturulup simetrik sınır şartları verilebilir. Ancak bu çalışmada modelin basitliği ve eleman sayısının az olması dolayısıyla modelin tümü dikkate alınmıştır.

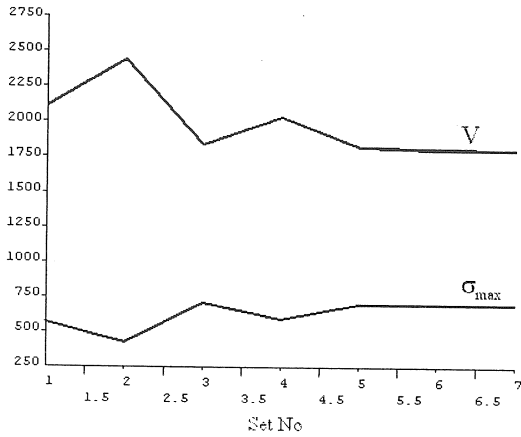
Sınır şartları olarak, disk yayın üst kısmına F kuvveti yayılı yük olarak uygulanmış ve alt yüzeye temas eden dairesel bölge üzerinde bulunan düğüm noktalarının düşey yöndeki (y) yerdeğiştirme serbestlik dereceleri sıfırlanmıştır.

$D_e=40$ mm, $D_i=16.3$ mm, $h_0=1.1$, $t=2$ mm ve $F=1222$ N için analiz sonuçları;

$\sigma_{max} = -563.63$ N/mm², eksenel deformasyon $s=0.166$ mm ve hacim $V=2115.4$ mm³ tür. Bu sonuçlar Şekil 3' te analitik olarak hesaplanan değerlere oldukça yakındır.



Şekil 4. Disk yay sonlu elemanlar modeli ve sınır Şartları



Şekil 5. Hacim ve gerilme değerlerinin değişimi

ANSYS programında optimizasyon için seçilen amaç fonksiyonu, kısıtlayıcı fonksiyonlar ve optimizasyon parametrelerinin sınırları bir önceki optimizasyon yönteminde olduğu gibidir. Aynı şartlarda yapılan optimizasyonun aşamaları ve elde edilen optimum değerler şu şekildedir;

Optimum değerler Tablo 1' de Set 7 kolonunda görülmektedir. Elde edilen optimum değerler bir önceki yöntemden elde edilen değerlerle benzerlik taşımaktadır. Amaç fonksiyonu ve maksimum gerilme değerinin değişim grafiği Şekil 5' te verilmiştir.

Böylece istenen şartları sağlayan en uygun h_0 ve t değerleri sırasıyla 1.4 ve 1.7 bulunmuştur. Optimizasyon sonucunda disk yay hacminde başlangıç durumuna göre %15 tasarruf sağlanmıştır.

SONUÇ

Bu çalışmada, verilen F kuvvetine karşılık gelen eksenel deformasyon ve disk yayın hacim denklemleri çıkarılmış ve optimizasyon modelinde kullanılmıştır. Geliştirilen model temelinde, disk yay tasarımında bilgisayar destekli optimizasyon uygulaması sonucunda ilk tasarıma göre toplam hacimde azalma sağlanmıştır.

MATLAB Optimization Toolbox ve ANSYS programları kullanılarak elde edilen iki ayrı optimizasyon sonuçları benzerlik göstermektedir. Ancak, ilk yöntemde amaç ve kısıtlayıcı fonksiyonlarını analitik olarak ifade etme zorluğu gözlenmiştir. Özellikle karmaşık geometrilere sahip modellerin optimizasyonlarında sonlu elemanlar programlarının optimizasyon modülleri tercih edilmelidir.

Önerilen modelin geçerliliğini kontrol etmek için, sayısal çözüm ile elde edilen sonuçların, deneysel çalışmaların sonuçlarıyla doğrulanması gerekmektedir. Bu nedenle, bundan sonra yapılacak çalışmalar kapsamında, deneysel analizler ele alınmalıdır.

Tablo 1. ANSYS programında optimizasyon aşamaları

| | Set 1 | Set 2 | Set 3 | Set 4 | Set 5 | Set 6 | Set 7 |
|--------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|---------------|
| max gerilme (σ_{max}) | 563.6 | 423.3 | 702.5 | 592.2 | 695.3 | 697.9 | 698.8 |
| deformasyon(s) | 0.166 | 0.112 | 0.220 | 0.175 | 0.214 | 0.214 | 0.214 |
| kalınlık (t) | 2.000 | 2.309 | 1.735 | 1.921 | 1.714 | 1.704 | 1.701 |
| yükseklik (h_0) | 1.100 | 1.155 | 1.261 | 1.228 | 1.371 | 1.392 | 1.397 |
| hacim (V) | 2115.4 | 2446.6 | 1837.5 | 2035.9 | 1818.4 | 1807.9 | 1805.0 |

OPTIMAL DESIGN OF DISK SPRINGS WITH RECTANGULAR-SECTION

In this study, shape optimization of disk springs for given inner diameter, outer diameter, thickness, height and load is presented using two different optimization techniques. The objective function is defined as to minimize the disc volume and the constraints are selected as limits on deformation and stress values. The objective and constraint functions are derived to establish the mathematical model of optimization problem. An illustrative example is given to show the optimization procedure steps and to verify the results of proposed optimization model.

Keywords: Drok spring, section optimization.

KAYNAKÇA

1. Ward, P ve Cobb, W.G.C., Application of I-DEAS Optimisation for the Static and Dynamic Optimisation of Engineering Structures, Ed. C.A. Brebbia ve S. Hernandez, *Computer Aided Design of Structures, Proc. of the First Int. Conf.*, Southampton, Uk, 33-50, 1989.
2. Vanderplaats, G.N., Miura, H., Nagendra, G. and Wallerstein, D., Optimisation of Large Scale Structures using MSC/NASTRAN, Ed. C.A. Brebbia ve S. Hernandez, *Computer Aided Design of Structures, Proc. of the First Int. Conf.*, Southampton, UK, 51-68, 1989.
3. Müller, G., Tiefenthaler, P. ve Imgrund, M., Design Optimisation with the Finite Element Program - ANSYS, *International Series of Numerical Mathematics*, 110 (1993) 43-53.
4. Bates, R.A., Gilliver, R., Hughes, A., Shahin, T., Sivaloganathan, S. ve Wynn, H.P., Fast optimization of Mechanical Designs Using Computer Aided Design/Computer Aided Engineering Emulation: a Case Study, *Proc. Instn Mech Engrs Part D*, 213 (1999) 27-35.
5. Yeh, T.P. ve Vance, J.M., Applying Virtual reality Techniques to Sensitivity-Based Structural Shape Design, *Transactions of the ASME, Journal of Mechanical Design*, 120 (1998) 612-619.
6. Samareh, J.A., Status and Future of Geometry Modeling and Grid generation for Design and Optimization, *Journal of Aircraft*, 36 (1999) 97-104.
7. Babalık, F.C., Makine Elemanları ve Konstrüksiyon Örnekleri – Cilt 1, *Uludağ Üniversitesi Güçlendirme Vakfı*, 323-333, Bursa, 1997.
8. Curti, G. ve Montanini R., On the Influence of Friction in the Calculation of Conical Disk Springs, *Transactions of the ASME, Journal of Mechanical Design*, 121 (1999), 622-627.
9. Nam, W., Lee C. ve Kwon J., Finite Element Analysis and Optimal Design of Automobile Clutch Diaphragm Spring, *Seoul 2000 FISITA World Automotive Congress*, June 12-15, Seoul, Korea, 2000.
10. Kress, G.R., Shape Optimization of a flywheel, *Struct Multidisc Optim*, 19 (2000), 74-81.
11. Botkin, M.E., Shape Optimization of Plate and Shell Structures, *AIAA Journal*, 20 (1982) 2, 268-273.
12. Belleville Springs User's Guide and Catalogue, *Belleville Springs Ltd.*
13. Key Bellevilles Engineering Handbook, *Key Bellevilles Inc.*
14. MATLAB Optimizatin Toolbox User's Guide, *The Mathworks Inc.*, 1996.
15. ANSYS 5.5, Theory Manual, *ANSYS Inc.* 1998