



Düzgün Çokgenlerden Çembere Geçiş Sürecinde Özel Yetenekli Öğrencilerin Bilgi Oluşturma Basamaklarının RBC+C Soyutlama Modeli ile İncelenmesi*

Elif Şevval Gür^{ib}
Bahar Uyar Düldül^{ib}

Öz

Bu çalışmanın amacı, özel yetenekli öğrencilerin bir düzgün çokgende kenar sayısı arttıkça çokgenin çembere yaklaştığı bilgisine ulaşma süreçlerini RBC+C soyutlama modelinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme epistemik eylemleri çerçevesinde incelemektir. Bu amaç doğrultusunda modeldeki epistemik eylemleri açığa çıkaracak şekilde hazırlanan etkinlik aracılığıyla yapılan çalışmada, nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni kullanılmıştır. Çalışma grubu olarak İstanbul ilinde MEB'e bağlı bir Bilim ve Sanat Merkezi'nde öğrenim gören iki özel yetenekli 6. sınıf öğrencisi amaçlı örneklem yöntemlerinden ölçüt örneklem yöntemi ile seçilmiştir. Araştırmacılar tarafından hazırlanan etkinlik formu, etkinlik sırasında alınan ses kaydı, yapılandırılmamış gözlem notları ve klinik görüşme notlarının veri toplama aracı olarak kullanıldığı bu çalışmada elde edilen veriler, RBC+C modeline göre yorumlanarak betimsel analiz yöntemiyle analiz edilmiştir. Çalışmanın sonucunda, özel yetenekli öğrencilerin soyutlama becerilerini kullanmaya yönelik hazırlanan etkinlik sayesinde, kenar sayısı sürekli olarak artırılan bir çokgenin gittikçe çembere benzediği bilgisine yönelik bilgi oluşturma basamaklarını tamamladıkları görülmüştür. Çalışma bulguları özel yetenekli öğrencilerin yeni matematiksel bilgiler oluşturarak matematiksel bilginin gelişimine katkı sağlayabilecek potansiyele sahip olduklarını göstermektedir.

Anahtar Kelimeler: RBC+C modeli, Soyutlama, Özel yetenekli öğrenciler, Düzgün çokgen, Çember.

Sorumlu yazar: Bahar Uyar Düldül, Yıldız Teknik Üniversitesi, buduldul@yildiz.edu.tr

*Bu çalışma, birinci yazarın yüksek lisans tezinden üretilmiştir.

*Bu çalışma Yıldız Teknik Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimi tarafından FYL-2024-6409 nolu proje kapsamında desteklenmiştir.

An Examination of Gifted Students' Stages of Knowledge Construction in Transitioning from Regular Polygons to the Circle through the RBC+C Abstraction Model

Abstract

This study aims to examine the processes through which gifted students come to understand that a regular polygon increasingly resembles a circle as the number of its sides increases, within the framework of the epistemic actions—Recognizing, Building-With, Constructing, and Consolidating—outlined in the RBC+C abstraction model. To this end, a case study design, employed as a qualitative research method, was implemented through an activity specifically developed to elicit the epistemic actions described in the model. The study group consisted of two gifted sixth-grade students attending a Science and Art Center affiliated with the Ministry of National Education in Istanbul. These students were selected using criterion sampling, a purposive sampling method. Data were collected through an activity form prepared by the researchers, audio recordings taken during the activity, unstructured observation notes, and clinical interview notes. The data were interpreted within the framework of the RBC+C model and analyzed using descriptive analysis. The results revealed that, through the activity designed to engage their abstraction skills, the gifted students successfully completed the stages of knowledge construction related to understanding that a polygon with an increasing number of sides gradually approximates a circle. These findings suggest that gifted students have the potential to contribute to the development of mathematical knowledge by generating new mathematical ideas.

Keywords: RBC+C model, Abstraction, Gifted students, Regular polygon, Circle.

GİRİŞ

Akıl yürütme, analitik düşünme ve problem çözme becerilerini geliştirmeyi hedefleyen ve günlük yaşamın hemen her alanında kullanılan matematik soyut bir disiplin olduğu için insanların çoğu matematikteki soyut kavramları anlamlandırmakta ve kullanmakta güçlük çekmektedirler. Oysaki öğrenme süreçlerinde çok önemli bir etkiye sahip olan soyutlama özellikle matematiksel düşünme ve problem çözme için oldukça gereklidir. Soyutlama, kişinin varolan bilgi ve deneyimleri ile belirli özellikleri veya yapıları tanıyarak ayırt etmesi ve bunları farklı bağlamlarda tekrar organize ederek yeni bir yapı veya anlam yaratması süreci olarak tanımlanır (CSTA, 2016; Karakaş, 2017; Özmantar, 2005). Bu anlamda kişinin mevcut bilgileri yardımıyla farklı durumlara uygulanabilecek bir anlayış geliştirebilmesi ve genel bir bakış açısı kazanabilmesi soyutlama ile mümkün hale gelir. Eski zamanlardan günümüze birçok düşünür ve araştırmacının ele aldığı soyutlama olgusu ile ilgili farklı tanımlamalar yapılmıştır. Felsefede yaptığı çalışmalarında Aristoteles soyutlamayı "almak" ya da "uzaklaştırmak" anlamında kullanmıştır (van Oers, 2001). Bu tanıma göre soyutlama, bireylerin zihinlerinde var olan bazı unsurları seçip diğer unsurlardan uzaklaştırarak özelleşmiş bir kavrama ulaştıkları süreç olarak değerlendirilmektedir. Bir diğer filozof olan Platon'a göre de soyutlama, ebedi gerçeklere ulaşmanın bir yoludur (Hershkowitz ve ark., 2001). Bu tanıma göre soyut düşünce kalıcı ve evrensel doğrulara ulaşmanın bir aracıdır. 20. yüzyılın en etkili filozoflarından biri olan Russell'a göre de soyutlama, insan zekâsının ulaştığı en üst düzey kazanımlardan birisidir (Hershkowitz ve ark., 2001).

Soyutlama kavramı Aristoteles ve Platon'un düşüncelerinden ilham alarak geliştirilmiş, bu klasik yaklaşım İngiliz filozof Locke tarafından benimsenmiş ve 21. yüzyıla kadar aktarılmıştır (Yeşildere, 2006). Zaman içinde, klasik soyutlama yaklaşımından başka, bilişsel bilimlerde gelişen yeni bakış açıları ile soyutlamaya dair bilişsel bir yaklaşım oluşmuştur. Bu bilişsel yaklaşım, soyutlamayı somuttan soyuta geçiş süreci olarak ele alır (Hershkowitz ve ark., 2001). Bu perspektife göre, "somut" bilgi, bireyin doğrudan deneyimlerinden türetilirken; "soyut" bilgi, mantıksal ve zihinsel yapıların evrimini ifade eder (van Oers, 2001). Bilişsel yaklaşımda soyutlama süreci, farklı durumlar arasında ortak özelliklerin tanımlanmasıyla yapılan genellemelerle şekillenir (Özmantar & Monaghan, 2007). Başka bir ifadeyle soyutlama, somut durumlar arasındaki benzerliklerin fark edilmesi ve bu benzerliklerin sınıflandırılarak genelleştirilmesi sürecidir. Bu tür sınıflandırmalar, genellemelerin ve yorumların zenginleşmesi açısından büyük bir öneme sahiptir.

Zihinsel bir etkinlik olan soyutlamanın doğrudan gözlemlenmesinin zor olduğu kabul görmektedir (Schwarz ve ark., 2009). Bu sebeple, soyutlama süreçlerinin daha iyi anlaşılabilmesi için yalnızca teorik düşüncenin değil, aynı zamanda de-

neysel gözlemler ve modellerin de büyük bir önemi vardır. Zira soyutlama gibi karmaşık bilişsel süreçlerin kapsamlı biçimde incelenebilmesi, yalnızca kuramsal yaklaşımlarla sınırlı kalmayıp, gözlemlenebilir ve ölçülebilir modeller aracılığıyla somutlaştırılmasını gerektirmektedir. Bu gereksinimi karşılamak amacıyla Hershkowitz ve arkadaşları (2001), soyutlama sürecini gözlemlenebilir kılabilmek için bir model geliştirmişlerdir. Bu model soyutlamayı; tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme aşamaları çerçevesinde inceler ve böylece soyutlama sürecinin daha somut ve gözlemlenebilir biçimde ortaya konmasını mümkün kılar. Sonuç olarak, soyutlamanın bireylerin öğrenme süreçlerinde düşünce sistemlerinin gelişimine katkıları, hem klasik hem de bilişsel yaklaşımlar bağlamında değerlendirilebilir.

Matematiksel kavramlar, çoğunlukla somut gözlemlerden ve deneyimlerden hareketle gerçekleştirilen soyutlama süreçleri sonucunda oluşur. Bu nedenle, matematik eğitimi bağlamında soyutlama temelli bilgi edinme süreçlerinin nasıl işlediğini anlamak, öğrencilerin bu dersi etkili bir şekilde öğrenebilmeleri için büyük bir önem taşır (Memnun & Altun, 2012a). Matematik eğitiminde soyutlama, öğrencilerin matematiksel kavramları zihinsel dünyalarında yapılandırmalarını ve bu kavramlar arasında anlamlı bağlar kurmalarını mümkün kılar. Öğrencilerin matematiği doğru bir şekilde anlamaları ve kavram yanılgılarından kaçınabilmeleri için, soyut matematiksel kavramların zihinlerinde net ve anlaşılır bir şekilde oluşması gerekir. Örneğin düşük sınıf seviyelerinde, somut deneyimlerle veya günlük yaşam bağlantıları ile pekiştirilebilen matematiksel kavramlar ileriki seviyelerde deneyimlerden ve günlük yaşamdan daha uzak ve soyut hale gelir. Bu da öğrencilerin soyut düşünme becerilerini geliştirmelerini zorunlu kılar. Bu nedenle soyut düşünme, matematiği daha iyi anlamak ve kavramsal hataları minimize etmek için kritik bir bileşen olarak öne çıkar. Matematik eğitiminin tarihsel sürecinde soyut içeriğin önemli bir yer tutması ve bu içerikteki temel kavramların doğru bir şekilde tanımlanarak anlaşılması ve uzun vadede öğrenilmesinin sağlanması üzerine pek çok çalışma yapılmıştır (Fırat, 2011; Koğ, 2012; Özdemir, 2023). Soyutlamanın etkili bir şekilde kullanılması, aynı zamanda problem çözme gibi üst düzey becerilerin geliştirilmesinde de büyük bir rol oynamaktadır. Bu durum, matematik eğitiminde soyutlama kavramının son derece önemli olmasına yol açmıştır. Son zamanlarda yapılan çalışmalar, soyutlamanın matematik eğitimcileri için temel bir unsur konuma geldiğini ve soyut kavramların öğrenciler tarafından daha kolay anlaşılabilmesi için farklı öğretim yöntemlerinin geliştirildiğini ortaya koymaktadır (Memnun & Altun, 2012b; Özmantar & Monaghan, 2007).

Soyutlamalarla matematiksel düşünme, ilişki kurma ve problem çözme gibi beceriler geliştiği için, öğrencilerin soyut matematiksel kavramları anlamaları ve bu kavramları diğer kavramlarla ilişkilendirerek doğru bir biçimde kullanmaları ma-

tematik eğitimi açısından oldukça önemlidir. Bu bağlamda, temel kavramlar aracılığıyla soyutlamanın etkili bir şekilde öğretilmesi amacıyla, Hershkowitz, Schwartz ve Dreyfus (2001) soyutlama süreçlerini incelemeye imkân tanıyan ve üç temel eylemden oluşan RBC (Recognizing–Building–With–Constructing) modelini geliştirmiştir. Modelde yer alan eylemler sırasıyla tanıma (Recognizing), kullanma (Building–With) ve oluşturma (Constructing) olarak tanımlanır. Modelin geliştirilmesinden sonra yapılan araştırmalar, bu yapıya dördüncü bir bileşen olarak pekiştirme (Consolidation) sürecinin eklenmesini gerekli kılmış; böylece Dreyfus’un 2007’de yaptığı katkı ile model RBC+C (Recognizing–Building–With–Constructing–Consolidation) biçimini almıştır. RBC+C modeli ile soyutlamanın bilişsel süreçlerini anlamlandırmak ve matematiksel düşünme ile soyutlama becerilerinin gelişim süreçlerini detaylı olarak analiz edilebilmek mümkün olur. Dolayısıyla bu model önceden öğrenilen bilgilerin yeniden yapılandırılıp derinlemesine bir matematiksel anlayışının ortaya çıkarılmasını sağlar (Dreyfus & Tsamir, 2004; Hershkowitz vd., 2001). RBC+C modelinde önceki matematiksel deneyimlerden öğrenilen formal veya informal bilgilerle yeni bir yapının fark edilmesi ve bu matematiksel yapıya anlam yüklenmesi sürecine tanıma denir. Önceki bilgilerle yeni kavramın bağdaştırılmasını içeren tanıma süreci, öğrenilen yapının anlamlandırılması ve gerektiğinde kullanılabilmesi için ön koşuldur (Hershkowitz vd., 2001). Bu süreçte eylemlerin sonuçlarını sorgulayıp bunların benzer ya da farklı yönlerini ortaya koyabilen öğrenci gerektiğinde itiraz da edebilir (Dreyfus, 2007; Schwarz vd., 2002). Önceden yapılandırılmış matematiksel bilgilerin veya yapıların hedeflenen bir amaca ulaşmak için kullanıldığı kullanma aşamasında, öğrenci mevcut bilgilerini uygulayarak bir problemi çözebilir, bir durumu analiz edebilir veya yeni bir anlam oluşturabilir. Kullanma aşaması matematiksel kavramların günlük veya akademik problemlerle ilişkilendirilmesi bakımından çok önemlidir (Dreyfus, 2007). Bu modelde varolan bilgilerin belirli değişiklikler ile yeniden yapılandırılarak yeni bir anlamın ortaya çıkarılması sürecine oluşturma denir. Daha önceki bilgilerin temel alınarak yepyeni bir yapı veya kavram geliştirilmesini gerektiren bu aşamada birey, mevcut matematiksel bilgisini zihninde yeniden düzenleyerek yeni bir bilgiye veya bakış açısına dönüştürür. Öğrenmenin derinleşmesi için gerekli olan oluşturma sürecinde birey bilgiyi yaratıcı bir şekilde yeniden yapılandığı için bu süreç, bireyin soyut düşünme kapasitesinin gelişmesine katkı sunar (Schwarz vd., 2004). Daha önceden oluşturduğu bilgiyi kalıcı hale getirdiği pekiştirme sürecinde birey, geliştirdiği yapıyı tekrar eder ve farklı bağlamlarda kullanarak bilgisini pekiştirir. Böylece öğrenme uzun vadeli bir hale gelir. Soyutlamanın gerçekleştiği alanlarda bireyin esnek düşünmesine ve yeni durumlara uyum sağlamasına katkı sağlayan pekiştirme aşamasının uzun süreli olması ve öğrencinin soyutlamayla öğrendiği yapıyı farklı durumlarda esnek bir biçimde uygulayabilmesi bu aşamayı önemli kılar (Schwarz vd., 2009). Bu süreç sayesinde öğrencilerin yeni öğrendikleri bil-

giyi daha geniş bir bilgi ağıyla bütünleştirerek kalıcı hale getirebilmeleri mümkün olur.

Özel yetenekli çocuklar, zekâ, yaratıcılık, liderlik veya akademik başarı gibi alanlarda yaşlılarından daha yüksek performans sergileyen ve bu yeteneklerini geliştirmek için özel eğitim desteğine ihtiyaç duyan bireylerdir (MEGEP, 2009). Matematikte ise bu öğrenciler, soyut düşünme, problem çözme, akıl yürütme ve yaratıcılık gibi becerilerini geliştirebilecekleri fırsatlara ihtiyaç duyarlar (Aygün, 2010). Yapılan çalışmalarda (Coşar, 2021; İlgün vd., 2018; Memnun & Altun, 2012b; Şimşekler, 2017) başarı seviyesi yüksek öğrencilerin kavramsal süreçleri daha hızlı içselleştirip matematiksel kavramları daha çabuk geliştirerek, matematiksel düşünme ve soyutlama süreçlerinde daha başarılı oldukları görülmektedir. Bu öğrencilerin matematiksel soyutlama kapasitelerinin sistematik bir şekilde desteklenmesine olanak tanıyan RBC+C modeli, bu anlamda özel yetenekli öğrencilerin bireysel olarak faydalanabilecekleri bir öğrenme süreci sunmaktadır. Bu bağlamda, bu model ile özel yetenekli öğrencilerin eğitimine yapılan yatırım uzun vadede toplumsal bir yatırım haline dönüşebilecektir. Zira özel yetenekli öğrencilerin toplumsal bir kaynak olarak büyük bir değer taşıdığı ve gelecekte sanatta, bilimde veya fende öne çıkabilecek kapasiteye sahip oldukları aşîkârdır. 1980 yılında Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM) tarafından yayınlanan raporda, matematiksel yetenekleri üst düzey olmasına rağmen özel yetenekli öğrencilerin matematik derslerinde potansiyellerini tam anlamıyla kullanamadıkları belirtilmiştir. Bu bulgu, National Association for Gifted Children (NAGC, 2010) ile Renzulli ve Reis'in (2016) çalışmalarında da desteklenmekte; söz konusu kaynaklar, özel yetenekli öğrencilerin eğitimlerinin, normal gelişim gösteren çocuklardan farklılaştırılmış ve bireysel ihtiyaçlara uygun olarak planlanmasının önemini vurgulamaktadır.

Bilgili (2000), özel yetenekli bireylerin eğitimini çağdaş eğitimin temel sorumluluklarından biri olarak vurgulamakta ve bu öğrenciler için sunulacak eğitimin, nitelik olarak ileri düzeyde olması gerektiğini belirtmektedir. Dolayısıyla özel yetenekli öğrencilerin eğitimi için tek bir yaklaşımının yeterli olamayacağı aşîkârdır. Miller (1990) özel yetenekli öğrenciler için tasarlanan matematik programlarının bu öğrencilerin bireysel ihtiyaç ve yetenekleri göz önünde bulundurularak tasarlanması gerektiğinden bahsetmiştir. Kitsantas vd. (2017) özel yetenekli öğrencilerin öğretim programlarına ilişkin ihtiyaçlarını incelemiştir. Öncelikle akademik ihtiyaçları ele alınan özel yetenekli öğrenciler, derslerin zorlayıcı, farklılaştırılmış ve kavramsal anlama ile öz düzenleme becerilerini geliştirmeye yönelik yapılandırılmasını istemişlerdir. Zorlayıcı etkinliklerin kendilerini daha ileri seviyeye taşıyarak, bu sayede yeteneklerinin üst sınırlarına ulaşabileceklerini belirten öğrenciler kendi öğrenme süreçleri hakkında karar verebilmek, seçim yelpazelerini

genişletmek ve daha fazla sorumluluk almak istediklerini ifade etmişlerdir. Ayrıca bu öğrenciler derslerde düz anlatımdan ziyade detaylara inerek kavramları derinlemesine incelemeye olanak tanıyan etkinliklerin tercih edilmesi gerektiğini dile getirmişlerdir.

Kitsantas vd. (2017)'nin çalışmasında da belirtildiği üzere, özel yetenekli öğrencilerin ileri seviyede düşünme ve soyutlama becerilerinin gelişmesine olanak sağlayan etkinlikleri içeren öğretim planlarının hazırlanması oldukça önemlidir. RBC+C modeli, öğrencilerin soyutlama süreçlerini tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme gibi epistemik eylemlerle ele alarak öğrencilerin soyutlama becerilerine yönelik gelişimleri gözlemlemeyi mümkün kılmaktadır. Bu model çerçevesinde çeşitli yaş gruplarında farklı matematik konularında yapılan araştırmalar (Altaylı Özgül, 2018; Bütünler, 2024; Çelebioğlu, 2014; Gür & Uyar Düldül, 2025; Yılmaz, 2021), özel yetenekli öğrencilerin soyutlama süreçlerini ve bu süreçteki performanslarını incelemeye imkan vermektedir. Alanyazın incelendiğinde, Çelebioğlu ve Altun'un (2011) gönüllü bir 4. sınıf öğrencisinin ondalıklı bölme işlemini kavramasına yönelik soyutlama sürecini RBC modeliyle analiz ettikleri ve çalışma sonucunda gerçek fakat rutin olmayan problemlerin matematiksel bilgiyi oluşturmada daha etkili oldukları görülmektedir. Ortaokul düzeyinde gerçekleştirilen çalışmalarda, koordinat sistemi, gerçek ve rutin olmayan problemler, olasılık, özdeşlik, oran-orantı ve dik dairesel koninin yüzey alanı gibi çeşitli konular incelenmiş; bu bağlamda bazı araştırmalarda RBC modeli, bazı araştırmalarda ise genişletilmiş hali olan RBC+C modeli kuramsal çerçeve olarak benimsenmiştir (Aramış, 2021; Durmaz & Altun, 2013; Gürlek, 2023; Katrancı & Altun, 2013a; Memnun & Altun, 2012a; Ulaş & Yenilmez, 2017). Bu çalışmalarda öğrencilerin soyutlama süreçleri RBC veya RBC+C modelinin epistemik eylemleri çerçevesinde incelenmiştir. Lise düzeyinde bu model çerçevesinde gerçekleştirilen araştırmalarda ise tam değer fonksiyonu, parçalı fonksiyon, işaret fonksiyonu, mutlak değer, limit ve düzgün çokgenler konuları ele alınmıştır (Altun & Yılmaz, 2008; Altun & Yılmaz, 2010; Altun & Yılmaz, 2011; Katrancı & Altun, 2013b; Memnun vd., 2017; Karataş, 2021). Alanyazında, özel yetenekli öğrencilerin matematiksel soyutlama süreçlerinin RBC+C modeli çerçevesinde incelendiği sınırlı sayıda çalışma bulunmaktadır. Mevcut araştırmalarda (Coşar, 2021; Gür & Uyar Düldül, 2025; İlgün ve ark., 2018; Şimşekler, 2017), özel yetenekli öğrencilerin genellikle RBC+C modelinde tanımlanan tüm bilişsel eylemleri (tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme) gerçekleştirdikleri ve bu süreçte bilgiyi başarıyla soyutladıkları rapor edilmiştir. Ancak, bu çalışmaların sayıca az olması ve çoğunlukla soyutlamanın genel yönlerine odaklanması, modelin özellikle geometri konularındaki uygulamalarına yönelik daha fazla araştırmaya ihtiyaç olduğunu göstermektedir. Özel yetenekli öğrenciler, soyut yapıları kolaylıkla kavrayabilen; güçlü akıl yürütme ve muhakeme becerilerine sahip bireylerdir. Bu

özellikleriyle, onların öğrenme süreçleri; matematiksel soyutlama süreçlerini anlamada kapsamlı bir analiz aracı olan RBC+C modelinin sunduğu epistemik eylemler çerçevesinde ayrıntılı olarak incelenebilir. Özellikle geometri gibi görsel ve uzamsal düşünmenin ön planda olduğu konularda, bu öğrencilerin soyutlama süreçlerinin anlaşılması hem kuramsal hem de uygulamalı açıdan önemli katkılar sağlayabilir. Bu gerekçeler doğrultusunda çalışmanın amacı, özel yetenekli öğrencilerin düzgün çokgenlerden çembere geçiş sürecine yönelik hazırlanmış etkinlikler kapsamında, matematiksel bilgiyi yapılandırma süreçlerinde gerçekleştirdikleri soyutlama temelli eylemleri RBC+C modeli çerçevesinde inceleyerek mevcut literatüre özgün bir katkı sunmaktır. Bu amaçla araştırmada aşağıdaki soruya cevap aranmıştır:

Düzgün çokgenlerden çembere geçiş sürecine yönelik hazırlanan etkinlik kapsamında, özel yetenekli öğrencilerin matematiksel bilgiyi yapılandırırken gerçekleştirdikleri soyutlama temelli eylemler nelerdir?

YÖNTEM

1. Araştırma Modeli

Özel yetenekli öğrencilerin bilgi oluşturma basamaklarını gözlemlenebilir adımlarla inceleyen RBC+C soyutlama modelinin esas alındığı bu çalışma nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseniyle yürütülmüştür. Durum çalışması yöntemi bir olay veya durumun derinlemesine incelendiği, bu süreçte verilerin sistematik olarak toplandığı ve olayın doğal ortamında ne şekilde geliştiğinin anlaşılmasını sağlayan bir araştırma yöntemidir (Subaşı & Okumuş, 2017). Üst düzey bilişsel potansiyelleri olan özel yetenekli öğrencilerin düzgün çokgenlerden çembere geçiş konusuna yönelik hazırlanan etkinlik esnasında ortaya koydukları bilişsel eylemleri incelemek amacıyla yapılan bu çalışmada, öğrencilerin bilgi oluşturma basamakları RBC+C modelinin epistemik eylemleri çerçevesinde değerlendirilmiştir.

2. Çalışma Grubu

Bu araştırma İstanbul ilinde bir Bilim ve Sanat Merkezi'nde (BİLSEM) öğrenim gören iki 6. sınıf öğrencisiyle yapılmıştır. Araştırma problemi ile ilgili olarak belirlenen niteliklere sahip bu öğrenciler matematik dersini seven ve geometriye özel ilgi duyan kız öğrencilerdir. Bu doğrultuda çalışma grubu zengin bilgi içeren durumları ayrıntılı bir şekilde incelemeye olanak sağlayan amaçlı örnekleme yöntemlerinden ölçüt örnekleme yöntemi ile oluşturulmuştur. Araştırmada birinci ölçüt, çalışma grubundaki öğrencilerin özel yetenekli olması; ikinci ölçüt ise bu öğrencilerin, yaşlarına göre (11 yaş ve üzeri) Piaget'in bilişsel gelişim kuramında yer alan soyut işlemler döneminde bulunmalarıdır. Soyut düşünme yeteneğinin geliştiği soyut işlemler döneminde çocuklar, tümdengelim ve tümevarım yoluyla akıl yürüterek çeşitli tahminlerde bulunup varsayımlar geliştirebilirler.

3. Veri Toplama Araçları ve Verilerin Toplanması

Araştırmanın veri toplama aracı, araştırmacılar tarafından alanyazından yararlanılarak (Ağırman Aydın & Küçük Demir, 2020; Aslaner, 2018; Baki, 2019) hazırlanan etkinlik formudur. Düzgün çokgenlerden çembere geçiş sürecine yönelik altı adımdan oluşan bu etkinlik formu öğrencilerin bilgi oluşturma ve düşünme süreçlerini ortaya çıkaracak şekilde hazırlanmış ve etkinlikte yer alan adımların RBC+C soyutlama modelinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme aşamalarına uygun olmasına dikkat edilmiştir. Bu doğrultuda, hazırlanan etkinlik için uzman olarak BİLSEM’de görev yapan tecrübeli iki matematik öğretmeni ile devlet üniversitesinde çalışan bir matematik eğitimcisinin görüşlerine başvurulmuştur. Uzmanlar etkinliğin özel yetenekli öğrencilerin soyutlama süreçlerini açığa çıkarabilecek nitelikte olduğu yönünde görüş bildirmişlerdir. Sonrasında alınan etik kurul izni ve İstanbul İl Milli Eğitim Müdürlüğü’nden alınan araştırma uygulama izninin akabinde araştırmanın iki ders saatini içeren uygulama süreci başlamıştır. Bu aşamada öğrencilerin matematik bilgilerini, bilişsel süreçlerini ve öğrencilerde bu süreçte ortaya çıkan duyuşsal değişiklikleri belirlemeye olanak tanıyan klinik görüşme tekniği, gözlenen ortamda ortaya çıkan davranışları derinlemesine inceleyerek verilerin daha ayrıntılı hale gelmesine imkan sağlayan yapılandırılmamış gözlem ve öğrencilerin belgelenmiş anlatılarının incelenmesine olanak sunan doküman incelemesi yapılarak araştırma verileri toplanmıştır. Ayrıca araştırma esnasında öğrenciler ve yapılandırılmamış görüşmeyi gerçekleştiren araştırmacı arasında geçen diyalogların ses kaydı alınmıştır. Bunun yanı sıra araştırmacının görüşme sırasında aldığı notlar ve öğrencilerin problem çözümlerini içeren ek yazılı belgeleri de araştırma verilerinin zenginleşmesine katkı sunmuştur. Böylece araştırmada birden fazla veri toplama tekniğinin birlikte kullanılmasıyla öğrencilerin düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerini kapsamlı bir şekilde ortaya çıkararak soyutlama basamaklarını ayrıntılı olarak incelemek mümkün olmuştur.

Nitel araştırmada en çok dikkat edilmesi gereken husus; araştırmacının objektif olması ve veri toplama ile verilerin analizi esnasında kişisel düşüncelerini ve görüşlerini araştırmaya yansıtırmamasıdır. Çalışma boyunca araştırmacı çalıştığı konuyu en yakından tanıyan, araştırma esnasında gerçekleşen olayları doğrudan gözlemleyen ve araştırmanın çalışma grubundaki kişilerle direkt etkileşim kuran konumdadır (Creswell, 2007). Bu doğrultuda çalışmanın uygulama aşamasında araştırmacı, katılımlı gözlemci rolü üstlenerek çalışma grubundaki bireylerin davranışlarını gözlemlemiş ve öğrencilerin soyutlama süreçlerini daha derinlemesine inceleyebilmek için sadece gerekli durumlarda ipuçları ve sorular aracılığıyla öğrencilerle birebir iletişime geçmiştir. Bu süreçte araştırmacı objektif olmaya özen göstermiştir.

4. Verilerin Analizi

İki öğrencinin katılımıyla bir grup çalışması şeklinde gerçekleştirilen etkinlikten toplanan veriler analiz edilirken, klinik görüşme ve gözlemi yapan araştırmacı A ve öğrenciler Ö1, Ö2 şeklinde kodlanmıştır. Öğrencilerin etkinlikte yer alan sorulara verdikleri cevaplar ve araştırmacının görüşme esnasında aldığı notlar kuramsal bir modele dayanan araştırmalarda bilişsel eylemleri doğrudan ve sistematik bir biçimde değerlendirmeye olanak tanıyan betimsel analiz yöntemiyle analiz edilmiştir. Böylece öğrencilerin düzgün çokgenlerden çembere geçiş sürecindeki soyutlama basamaklarını detaylı olarak incelemek mümkün olmuştur. Ayrıca verilerin direkt alıntılarla desteklenerek anlaşılır, açık ve okuyucuya rehberlik edici şekilde sunulmasını sağlayan betimsel analiz yöntemi ile öğrencilerin RBC+C modelindeki epistemik eylemlerinin bilişsel aşamalarla ilişkilendirilmesi yapılabilmektedir. Böylece betimsel analiz yöntemi ile araştırmada hem nitel veriler sistematik bir şekilde sunulmuş hem de RBC+C modeliyle uyumlu bilişsel süreç analizleri yapılabilmektedir. Analitik bir araç olarak RBC+C modelinin kullanıldığı bu araştırmadan elde edilen veriler, modelin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme epistemik eylemleri doğrultusunda incelenmiştir. Bu incelemeler yapılırken epistemik eylemlerin tanımlanmasında kullanılan anahtar kelimeler Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1.
Epistemik Eylemlerin Tanımlanmasında Kullanılan Anahtar Kelimeler (Altaylı Özgül & Kaplan, 2022)

Tanıma	Kullanma	Oluşturma	Pekiştirme
Farkına varma	Bir durumu anlama, anlamlandırma, açıklama	Yeni yapılarla ulaşma	Dolaysızlık
Bir geometrik şeklin özelliklerini ifade etme	Bir süreci yansıtırma	İlişkilendirme	Farkındalık
Örnek verme	İlişkilendirme	Akıl yürütme	Esneklik
Dikkati odaklama	Akıl yürütme	İletişim	Açıklık
Eylem için alt yapı kurma	Dikkatli düşünme	Matematiksel dil geliştirme	Özgüven
	Bir öneriyi savunma		Yapıları İlişkilendirme

Aşağıda, RBC+C modelinde yer alan epistemik eylemlere yönelik örnek öğrenci cümleleri sunulmuş ve Tablo 1’den yararlanılarak bu cümlelere ilişkin analizler yapılmıştır.

4.1 Tanıma Aşaması

Örnek öğrenci cümlesi: “Çap uzunluğu iki yarıçaptan oluşur. Üçgenin tabanı iki yarıçap uzunluğu kadardır.”

Analiz: Bu öğrenci cümlesi, RBC+C modelinde yer alan tanıma aşaması kapsamında değerlendirilmiştir. Tanıma aşaması, öğrencinin bir kavramı veya durumu daha önceki bilgileriyle ilişkilendirerek fark etmesi ve anlamlandırması sürecidir. Bu cümlede öğrenci, çapın iki yarıçaptan oluştuğunu belirterek, daha önce öğrendiği geometrik bilgileri hatırlamaktadır. Bu durum, tanıma aşamasının temel göstergelerinden biridir. Öğrenci “çap” ve “yarıçap” kavramlarını zihninde tanımakta ve bunları aktif olarak kullanmaktadır. Ayrıca öğrenci, hem üçgenin tabanını hem de dairenin çapını tanımakta ve bu iki öğeyi karşılaştırarak ilişkilendirmektedir. Tanıma aşaması yalnızca kavramın adlandırılması değil, aynı zamanda kavramlar arasında ilişki kurma becerisini de içerir. Bununla birlikte öğrenci, yalnızca şekilleri tanımakla kalmayıp, şekillere ait yarıçap, çap ve taban gibi temel bileşenlerin farkına vararak açıklama yapmaktadır. Bu durum, öğrencinin kavramsal tanıma düzeyinde bir anlayış geliştirdiğini göstermektedir.

4.2 Kullanma Aşaması

Örnek öğrenci cümlesi: “Bir noktada çemberler birbirine değdiğinde teğet olabilir mi?”

Analiz: Bu öğrenci cümlesi, RBC+C modeline göre kullanma aşaması kapsamında değerlendirilmektedir. Bu aşama, öğrencinin daha önce tanımış ve anlamış olduğu kavramları, yeni bir problem durumu ya da bağlam içerisinde aktif olarak kullanmaya çalıştığı süreci ifade eder. Öğrenci bu ifadesinde, önceden öğrendiği çember ve değme kavramlarını hatırlamış, araştırmacının ipucu yoluyla sunduğu teğet kavramını ise bu bilgilere ekleyerek anlamlandırma ve kullanma çabası içine girmiştir. Özellikle öğrencinin “teğet olabilir mi?” şeklindeki sorusu, kavramları yeni bir bağlamda düşünme, deneme ve hipotez kurma girişiminde bulunduğunu göstermektedir. Bu durum, öğrencinin yalnızca bilgiyi tanımakla kalmadığını, aynı zamanda onu zihinsel olarak yapılandırmaya ve geometrik ilişkilere dayalı bir çıkarımda bulunmaya çalıştığını ortaya koyar. Ayrıca bu ifade, öğrencinin çemberlerin karşılıklı konumlarını analiz etme ve bu konuma ilişkin geometrik bir durumu modelleme çabası içinde olduğunu göstermektedir. Tüm bu süreç, kullanma aşamasında beklenen aktif bilgi kullanımının bir göstergesidir.

4.3 Oluşturma Aşaması

Örnek öğrenci cümlesi: “Eşkenar üçgenin orta dikme doğrularını çizdim. Üç orta dikme doğrusu üçgenin içinde kesişir.”

Analiz: Bu öğrenci cümlesi, RBC+C modelinde yer alan oluşturma aşaması kapsamında değerlendirilmektedir. Oluşturma aşaması, öğrencinin daha önce tanıdığı olduğu kavramları ve yapıları, bir araya getirerek yeni bir bütün oluşturduğu, yani bilgileri aktif biçimde organize ettiği ve bileşik bir anlam ürettiği aşamadır. Bu ifadede öğrenci, daha önce öğrendiği eşkenar üçgen ve orta dikme kavramlarını hatırlamakta (tanıma) ve ardından bu kavramları kullanarak şekil üzerinde yeni bir yapı inşa etmektedir. Üç orta dikmeyi çizme ve bunların üçgenin içinde kesiştiğini gözlemleme süreci, öğrencinin hem geometrik yapıların özelliklerini kavradığını hem de bu özellikleri bütüncül bir yapıda birleştirdiğini göstermektedir. Öğrencinin gerçekleştirdiği eylem yalnızca bilgi kullanımı değil, aynı zamanda bağımsız olarak yapı kurma davranışıdır. Bu, oluşturma aşamasının temel göstergelerindendir. Ayrıca öğrenci, orta dikmelerin kesişme özelliğini bir sonuca bağlayarak yeni bir geometrik durum hakkında geçerli bir çıkarım yapmıştır. Bu süreç, kavramsal bilgilerin bir araya getirilmesi ve bu bilgilerden yeni bir bütün elde edilmesi bakımından oluşturma aşamasıyla doğrudan ilişkilidir.

4.4 Pekiştirme Aşaması

Örnek öğrenci cümlesi: “Çokgenlerin kenar uzunlukları, kenar sayısı arttıkça küçülüyor.”

Analiz: Bu öğrenci cümlesi, RBC+C modeline göre pekiştirme aşaması kapsamında değerlendirilmektedir. Bu evre, öğrencinin daha önce yapılandığı bilgi ve ilişkileri genelleme, özümseme veya kavramsal bütünlüğe ulaştırma sürecidir. Öğrenci bu ifadesinde, farklı çokgenlerle çalıştıktan sonra, çokgenlerin kenar sayısı ile kenar uzunluğu arasındaki ilişkiye dair bir örüntü fark etmiş ve bu örüntüyü genelleyerek ifade etmiştir. Bu tür bir genelleme, öğrencinin yalnızca şekillerin özelliklerini tanıyıp kullanmakla kalmadığını, bu özellikler arasında kendi gözlemlerine dayalı bir kavramsal ilişki kurduğunu gösterir. Ayrıca bu ifade, öğrencinin sadece tek bir durumu değil, birden fazla durumu gözlemleyip kıyaslayarak bu çıkarıma vardığını düşündürmektedir. Bu da, öğrencinin bilişsel düzeyde daha üst bir soyutlamaya ulaştığını ve önceki öğrenmeleri anlamlı bir bütünlük içinde pekiştirdiğini göstermektedir. Bu aşamada öğrenci, bilgi parçaları arasında bağ kurarak daha genel ve kalıcı bir öğrenmeye doğru ilerlemektedir. Öğrencinin kendi gözlemine dayalı olarak ortaya koyduğu bu açıklama, kendi öğrenmesini içselleştirdiğine ve kavramsal düzeyde pekiştirme sürecine girdiğine işaret eder.

5. Geçerlik ve Güvenirlik

Araştırmamanın iç geçerliğinin artırılması için farklı veri toplama araçları kullanılmış ve böylece veri çeşitlenmesi sağlanmıştır. Araştırmada kullanılan etkinlik ve çalışmanın bulgularının uzmanlar tarafından incelenmesi çalışmanın iç geçerliğini sağlamıştır. Bu araştırma, özel yetenekli öğrencilerin soyutlama süreçlerini derinlemesine incelemeyi amaçladığından, ulaşılan sonuçlar benzer bağlamlardaki

özel yetenekli öğrencilerin öğrenme deneyimlerine ilişkin aktarılabiliirliğe yönelik ipuçları sunabilir. Çalışmanın iç güvenilirliğinin sağlanması için veriler her iki araştırmacı tarafından da incelenmiş ve transkript edilen yorumların birbirleriyle uyumlu olduğu görülmüştür. Buna dayanarak, çalışmanın iç güvenilirliğinin sağlandığı söylenebilir. Araştırmanın dış güvenilirliğinin artırılması için öğrencilerin etkinlik kağıtları ile soru çözümlerinde kullandıkları ekstra çalışma kağıtları, araştırmacının yapılandırılmamış gözlem notları ve çalışma boyunca alınan ses kayıtları çalışma bulgularında verilmiştir.

BULGULAR

Özel yetenekli öğrencilerin düzgün çokgenlerden çembere geçiş sürecindeki soyutlama basamaklarının incelenmesine yönelik hazırlanan etkinlik altı adım içermektedir (Ek 1). Bu etkinlikte amaç bir düzgün çokgende kenar sayısı arttıkça düzgün çokgenin çembere yaklaştığı bilgisinin oluşturulmasıdır. Bu amaç doğrultusunda öğrencilerden önce bir düzgün çokgen olan eşkenar üçgeni gözönüne alarak, bu üçgenin orta dikme doğrularının kesişim noktasını bulmaları istenmiştir. Sonra bu noktanın köşelere olan uzaklığı sabit tutularak kenar sayısının ikiye katlanmasıyla düzgün altıgen elde edilmesi sağlanmıştır. Düzgün altıgenin, üçgene göre daha yuvarlak bir şekle sahip olduğu fark ettirilerek; kenar sayısı sürekli ikiye katlanarak artırıldığında, elde edilen çokgenlerin giderek bir çembere benzediği bilgisi öğrencilerde adım adım oluşturulmak istenmiştir. Etkinlikte yer alan altı adımın her biri, RBC+C modelinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme eylemleri çerçevesinde yorumlanmıştır. Etkinliğin birinci, ikinci ve üçüncü adımlarına ilişkin bilgi oluşturma süreçleri, içerik ve epistemik eylemler açısından farklılık gösterdiği için ayrı başlıklar altında incelenmiştir. Dördüncü, beşinci ve altıncı adımlar ise içerik açısından benzerlik taşıdığı ve birbirini tamamlayıcı nitelikte olduğu için bu adımlara ilişkin süreçler tek bir başlık altında birlikte sunulmuştur.

1. Etkinliğin Birinci Adımına İlişkin Bilgi Oluşturma Süreçleri

Etkinliğin birinci adımında eşkenar üçgenin çember kullanılarak farklı yöntemlerle oluşturulması amaçlanmıştır. Bu yöntemlerden biri düzlemde iki noktada kesişen eş çember çiftinin merkezleri ve kesişim noktalarından biri ile eşkenar üçgeni oluşturmaktır. Diğer yöntem ise birbirine teğet olan eş üç çemberin yarıçaplarını kullanarak bir eşkenar üçgenin oluşturulmasıdır. Bu süreçte Ö1 kodlu öğrenci önce kaç tane çember kullanabileceklerini sormuş, araştırmacı ise kullanacakları çember sayısını kendilerinin belirlemesini istemiştir. Ö1 önce bir tane çember kullanarak, çemberin içine tabanı çemberin yarıçapı olan bir üçgen çizmiş, Ö2 ise önce arkadaşının çizimini izlemiş ve yorumlamıştır. Bu aşamada araştırmacı ve öğrenciler arasındaki diyaloglar şu şekildedir:

A: Çizdiğiniz üçgenin kenar uzunlukları hakkında kesin bir şey söyleyebilir miyiz?

Ö1: Çap uzunluğu iki yarıçaptan oluşur. Üçgenin tabanı iki yarıçap uzunluğu kadardır.

Ö2: Evet r ile gösterilir. Çap $2r$ dir. Ama diğer kenarlar yarıçap değil. Eğer iki doğru parçasını eş uzunlukta çizersek ikizkenar üçgen olur.

A: Bu durumda eşkenar üçgen değildir diyebilir miyiz?

Ö1 ve Ö2: Evet eşkenar üçgen değil.

A: Çember sayısını artırmayı deneyelim mi?

Ö1: Tamam hocam. İki tane eş dip dibe çember çizerim.

Bu aşamada Ö1'in öncelikle kaç tane çember kullanmaları gerektiğini düşündüğü, sonrasında çember kullanarak oluşturduğu üçgeni incelemesi istendiğinde eşkenar üçgeni tanıdığı görülmektedir. Öğrencilerin üçgenin kenarları hakkında yorum yapmaları istendiğinde çap uzunluğunun iki yarıçaptan oluştuğunu ve üçgenin tabanının iki yarıçap uzunluğu kadar olduğunu, yarıçapın r ile, çapın ise $2r$ ile gösterildiğini tanıdıkları gözlemlenmiştir. Ayrıca üçgenin diğer kenarlarının yarıçap olmadığını eğer iki doğru parçası eş uzunlukta çizilirse ikizkenar üçgen çizilebilirken, bir eşkenar üçgenin çizilemeyeceği bilgisine ulaştıkları gözlemlenmiştir. Araştırmacının çember sayısını artırmaya yönelik ipucu vermesi öğrencilerin bilgiyi oluşturmalarına yardımcı olmuştur. Ö1 kodlu öğrencinin iki tane eş dip dibe çember çizerim ifadesinden yola çıkarak, öğrencinin henüz teğet kavramı için tanıma evresinde olmadığı gözlemlenmiştir. Ancak çemberlerin eş olmasını yarıçaptan yola çıkarak çizmesinden dolayı, çemberde yarıçap, çap ve merkez kavramları için tanıma evresinde olduğu anlaşılmaktadır.

A: Bu durumda çemberlere birbirine teğet olan çemberler diyebiliriz. Çemberlerin birbirine değdiği noktayı fark ettiniz mi?

(Düşünüyorlar.)

Ö2: Bir noktada çemberler birbirine değdiğinde teğet olabilir mi?

A: Evet güzel ifade ettin. Çemberlere birlikte bakalım.

Ö1: Ben de gördüm. Değişiyor ama kesişmiyor. Ben iki tane çember kullanarak düşünüyorum.

A: Açıklayabilir misin?

Ö1: İki tane aynı çember çizdim.

(Teğet iki eş çember çizilmiş.)

Öğrencilerin teğet kavramına dair ön öğrenmelere sahip olmadığını farkeden araştırmacı, öğrencilere teğet çemberler hakkında bilgi/ipucu vermiş ve sorularıyla öğrencilerin çemberlerin teğet olma durumunu anlamlandırmalarına yardımcı olmuştur. İpuçları sonucunda Ö2 kodlu öğrencinin bir noktada çemberler birbirine değdiğinde teğet olabilir mi diye sorması, teğetle ilgili bilgiyi kullandı-

ğını göstermektedir. Ö1 kodlu öğrenci ise teğet iki eş çember çizerek kullanma aşamasını gerçekleştirmiştir.

Ö1: Yarıçaplarından bir doğru parçası çizersem bir kenar oluşur. Çemberin yarıçapını uzatarak iki doğru parçası daha çizilirse bir üçgen oluşur.

Ö2: Ama kenarları eşit değil.

A: Neden eşit değil açıklayabilir misin?

Ö2: Çünkü çemberin dışında kalan uzunluk hakkında bilgimiz yok. Çemberin içinde kalan kısım yarıçap uzunluğunda ama dış kısımda kalan parçayı bilemeyiz.

Ö1: Ama dıştaki parçayı yarıçap uzunluğu kadar çizdim.

A: Cetvelsiz oluşturduğumuz için tam uzunluk bilebilir miyiz?

Ö2: (Düşünüyor.) Ama şöyle yapabiliriz. Alta bir çember daha çizerim. Bu çember ikisine eş olur. Ve dışarda kalan parça da o zaman yarıçapa eşit olur.

Ö1: Evet o zaman kenarlarının her biri $2r$ olur. Ve kenarlar eş olduğundan eşkenar üçgen oluştu.

A: Başka nasıl eşkenar üçgen oluşturabiliriz?

Ö1: İki çemberle denediğimde eşkenar üçgen oluşturamamıştım.

Ö2: Evet ama onlar teğet çemberlerdi. Farklı nasıl çizebiliriz?

Ö1: İki çemberi kesiştirsek olabilir.

(Çemberleri çiziyorlar.)

Ö1: Kesiştirerek çizdim ama yine üçgenin kenarlarının tamamı çemberin içinde olmadığı için diğer iki kenarın uzunluğunu bulamadım.

Ö2: İki tane eş çemberi merkezlerinden kesiştirirsek olabilir.

Ö1: Çiziyorum. Yarıçaplarını belirtiyim mi?

A: Evet yarıçaplarını da gösterin.

Ö2: Yarıçaplar üst üste geldi.

Ö1: Yarıçaplar çemberlerde ortak oldu. Bu çemberin yarıçapı aynı zamanda diğerinin de yarıçapı olmuş oldu. Bunları birleştirirsek bir üçgen oluştu.

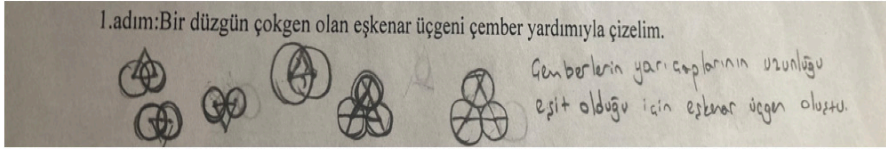
A: Güzel. Yarıçapları nasıl ifade ediyorduk? Bu durumda üçgenin kenar uzunlukları nedir?

Ö2: r ile hocam. Her biri r olur. Kenarlar eşit olduğundan eşkenar üçgen oluştu.

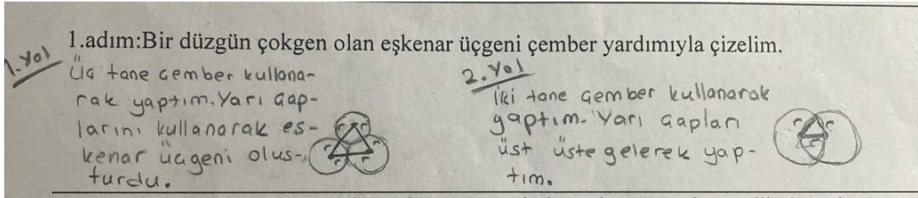
Bu aşamada Ö1 kodlu öğrenci teğet iki çember kullanarak bir üçgen çizmiş ancak çizdiği üçgende yarıçapları kullanırken eşkenar üçgenin oluşturma aşamasına geçememiştir. Bunun üzerine Ö2 kodlu öğrencinin üçgen hakkında kenarlarının eşit olmamasını, çemberin dışında kalan uzaklığın tam olarak bilinmemesi ile açıklaması öğrencinin tanıma ve kullanma aşamasını gerçekleştirdiğini göstermektedir. Ayrıca iki teğet çembere eş ve onlara teğet olan bir çember ile yarıçapların uzunluğunu kullanarak bir eşkenar üçgen çizmesi, Ö2 kodlu öğrencinin oluşturma aşamasını da başarılı bir şekilde gerçekleştirdiğini göstermektedir. Ö1 kodlu öğrencinin de akran öğrenmesi aracılığıyla üçgenin kenarlarının uzunluğunu yarıçap cinsinden ifade etmesinden, bilgiyi kullandığı ve eşkenar üçgeni

oluşturabildiği gözlemlenmiştir. Araştırmacının öğrencilerden farklı yolla eşkenar üçgen oluşturmalarını istemesi üzerine Ö1 kodlu öğrencinin iki çemberle oluşturamadıklarını söylemesinden sonra, Ö2 kodlu öğrencinin müdahalesi ile çemberlerin teğet olduğunu fark etmesi, öğrencilerin farklı çember durumlarını düşünmelerini sağlamıştır. Bu aşamada öğrencilerin daha önceden bildikleri bilgiyi tanıdıkları söylenebilir. Ö1 kodlu öğrencinin iki çemberi kesiştirerek bilgiyi kullanma aşamasında olduğu görülmüştür, ancak öğrenci üçgenin kenarlarını yine çemberin dışında almıştır. Ö2 kodlu öğrencinin iki eş çemberi kesiştirmesini söylemesinden dolayı, bu öğrencinin kullanma aşamasını gerçekleştirdiği söylenebilir. Öğrenciler Ö2'nin ifadesi üzerine yarıçapları ortak olarak kullanmışlardır. Ö1 ifadesinde Ö2'nin yorumuna katılıp, yarıçapların çemberlerde ortak olduğunu göstermiş ve bunları birleştirip eşkenar bir üçgen çizerek oluşturma evresini gerçekleştirmiştir. Araştırmacının yarıçapların nasıl ifade edildiğini sorması üzerine öğrenciler eşkenar üçgenin kenarlarını yarıçap cinsinden yazıp üçgenin kenarlarının eş olduğunu belirtmişlerdir. Öğrencilerin üçgenin her bir kenarı için bu durumu belirtmeleri nedeniyle bilgiyi tanıdıkları ve üçgenin kenarlarının yarıçap cinsinden eşit olduğunu göstermeleri ile de kullanma aşamasını gerçekleştirdikleri görülmektedir.

Birinci adımın analizi yapıldığında, öğrencilerin çember ile eşkenar üçgen arasındaki ilişkiyi fark ederek, çeşitli yöntemlerle denemeler yapıp doğru stratejiyi bularak RBC+C modeline uygun bir öğrenme süreci geçirdikleri gözlemlenmiştir. Etkinliğin birinci adımında öğrencilerin verdikleri yanıtlar Şekil 1 ve Şekil 2'de verilmiştir.



Şekil 1. Birinci Adımda Ö1 Kodlu Öğrencinin Yanıtı



Şekil 2. Birinci Adımda Ö2 Kodlu Öğrencinin Yanıtı

2. Etkinliğin İkinci Adımına İlişkin Bilgi Oluşturma Süreçleri

Etkinliğin ikinci adımı öğrencilerin orta dikme kavramını oluşturmalarına yönelik hazırlanmıştır. Bu adımda öğrencilerin önce bir eşkenar üçgen oluşturmaları, daha sonra oluşturdıkları üçgenin kenarlarını ortalayan dik doğruların kesişim noktasını bulmaları amaçlanmıştır. Araştırmacı öğrencilerden eşkenar üçgenin kenarlarının orta noktalarını belirlemelerini istemiştir. Bu aşamada araştırmacı ve öğrenciler arasındaki diyaloglar şu şekildedir:

Ö1: Orta noktalarını buldum hocam.

Ö2: Ben de.

A: Şimdi bizden istediği bu orta noktalardan geçen dik doğruları bulmamız. Soruda bize bu şekilde tarif edilmiş aslında.

(Ö1 ve Ö2 kenarları ortalayan dikme doğrularını çiziyorlar.)

A: Bütün kenarlara ait orta dikme doğrularını bulabildiniz mi?

Ö2: Evet hocam 3 tane bulduk.

A: Şimdi bunların dik olduğunu nasıl gösteririz?

Ö1 ve Ö2: Dik aç işaretini koymamız gerekir.

A: Özetleyelim, bana orta dikmenin tanımını yapabilir misiniz?

Ö2: Üçgenin kenarlarının tam ortasından geçen bir dik çizgi.

Ö1: Orta dikme üçgenin, bir doğru parçasının tam ortasından başka bir doğru parçasının geçmesidir. Orta dikme dik açığı oluşturur.

A: Bu kenarları ortalayan dik doğrular aynı zamanda üçgenin hangi yardımcı elemanıdır sizce?

Ö2: Üçgenin yüksekliği olabilir mi?

Ö1: Evet yükseklik kenara dik gelen doğru parçası oluyordu.

Bu aşamada öğrencilerin orta dikme kavramını tam olarak tanımadıkları gözlemlenmiştir. Bu durumun sebebi olarak öğrencilerin orta dikme hakkında ön öğrenmelere sahip olmadıkları söylenebilir. Araştırmacı öğrencilerden önce tanıdıkları bilgiyi kullanmaları amacıyla eşkenar üçgenin kenarlarının orta noktalarını belirlemelerini istemiştir. Ö1 orta dikmeyi, üçgenin bir doğru parçasının tam ortasından başka bir doğru parçasının geçmesidir şeklinde açıklamış ve devamında orta dikme dik açığı oluşturur diyerek tanıma evresine geçmiştir. Araştırmacının üçgenin kenarlarını ortalayan orta dikme doğrularının aynı zamanda neyi ifade ettiğini sorması üzerine öğrencilerin yükseklik kavramını tanıdıkları gözlemlenmiştir. Ayrıca öğrencilerin eşkenar üçgenin kenarlarının orta noktalarını tanıdıkları görülmüştür.

Araştırmacı öğrencilerin kullanma aşamasına geçebilmeleri için orta noktalardan geçen dik doğruları bulmalarını istemiştir. Öğrenciler orta dikme ve dik doğru kavramlarını tanıyıp kullanma basamağına geçebilmişlerdir. Araştırmacı bu doğruların dik olduğunun nasıl gösterileceğini sorarak öğrencileri dik açığı kullan-

maya yönlendirmiştir. Bu aşamada öğrencilerin dik açıyı tanıdığı ve kullandığı gözlemlenmiştir. Araştırmacı öğrencilerden orta dikmenin tanımını yapmalarını isteyerek bu kavramla ilgili tanıma ve kullanma evrelerini gerçekleştirme durumlarını incelemiştir. Ö2 orta dikme doğrusunu üçgenin kenarlarının tam ortasından geçen bir dik çizgi olarak tanımlamıştır. Bu öğrenci tanıma evresine geçmiştir, ancak doğru yerine çizgi ifadesini kullanmasından dolayı matematiksel dili kullanmadığı gerekçesiyle kullanma evresine geçememiştir.

Eşkenar üçgende yükseklikler kenarları da ortalar diye belirttikten sonra araştırmacı öğrencilerden orta dikme doğrularının kesişim noktasını bulmalarını istemiştir.

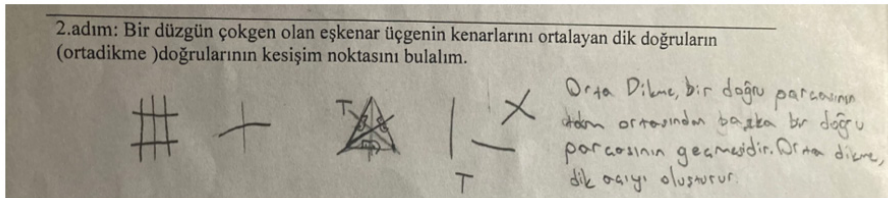
Ö2: Eşkenar üçgenin orta dikme doğrularını çizdim. Üç orta dikme doğrusu üçgenin içinde kesişir.

A: Bir sonraki adıma geçebilmemiz için orta dikme doğrularının kesişim noktalarına olan uzaklıklarının oranı nasıl olabilir onu düşünelim.

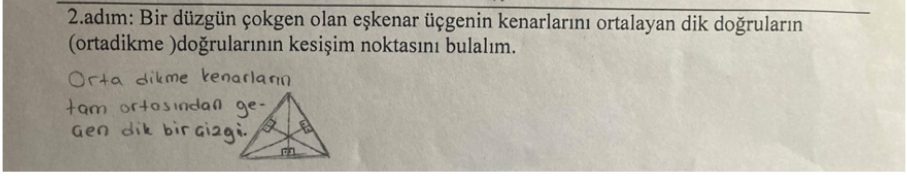
Ö1: Üst kısım alt kısımdan daha büyük yani eşit değil.

Ö2: Bence de hocam. Bir de kesiştikleri yeri merkez gibi düşündüm. Köşelerden merkeze olan uzaklıklar eşit.

Bu aşamada Ö2 eşkenar üçgenin orta dikme doğrularını üçgenin içinde kestirdiğinden, bu öğrencinin oluşturma evresinde olduğu görülmüştür. Araştırmacı etkinliğin bir sonraki adımına geçmeden önce orta dikme doğrularının kesişim noktalarına olan uzaklıkları oranının nasıl olabileceğini öğrencilere sorduğunda, Ö1 üst kısım alt kısımdan daha büyük yani eşit değil yorumunu yaptığı için bu öğrencinin kullanma aşamasında olduğu anlaşılmıştır. Ö2 ise ifadesinde orta dikme doğrularının kesiştikleri yeri merkez gibi düşünerek köşelerden merkeze olan uzaklıkların eşit olduğunu belirttiğinden, bu öğrencinin de kullanma aşamasında olduğu düşünülmüştür. Bu analiz, öğrencilerin eşkenar üçgen ve orta dikme doğrularının kesişim noktasını tanıyarak, farklı yöntemlerle denemeler yaparak ve doğru stratejiyi bularak RBC+C modeline uygun bir öğrenme süreci geçirdiklerini göstermiştir. Etkinliğin ikinci adımında öğrencilerin verdikleri yanıtlar Şekil 3 ve Şekil 4'te verilmiştir.



Şekil 3. İkinci Adımda Ö1 Kodlu Öğrencinin Yanıtı



Şekil 4. İkinci Adımda Ö2 Kodlu Öğrencinin Yanıtı

3. Etkinliğin Üçüncü Adımına İlişkin Bilgi Oluşturma Süreçleri

Etkinliğin üçüncü adımında orta dikme doğrularının kesişim noktalarına uzaklığının oranını bulup, aynı noktanın köşelere olan uzaklığı sabit tutularak bir düzgün altıgen oluşturulması amaçlanmıştır. Araştırmacı öğrencilerden eşkenar üçgenin içinde orta dikme doğrularının kesişim noktasını bulmalarını istemiştir. Bu aşamada araştırmacı ve öğrenciler arasındaki diyaloglar şu şekildedir:

Ö2: Daha önceden yaptığımız şekilde bir eşkenar üçgen oluşturdum. Aynı şekilde o orta dikmelerin kesişim noktasını belirttim.

Ö1: Ben de aynı şekilde yaptım.

Öğrenciler üçüncü adımda, önceki adımlarda öğrendikleri orta dikme doğrularını ve kesişim noktasını yeniden kullanarak tanımlamışlardır. Ayrıca öğrenciler orta dikme doğrularının kesişim noktasını belirterek kullanma evresini de gerçekleştirmişlerdir. Sonrasında araştırmacı orta dikme doğrularının kesişim noktası merkez olarak alındığında, bu noktanın köşelere ve kenarlara olan uzaklıkları oranının nasıl bulunabileceğini sormuş ve oranı bulduktan sonra öğrencilerden köşelere olan uzaklıkları sabit tutarak bir düzgün altıgen oluşturmalarını istemiştir.

Ö2: Şöyle düşündüm. En başta oluşturdüğüm eşkenar üçgenin kenarlarına eş 3 üçgen daha çizdim. Sonra onların da orta dikmelerini buldum. Bu orta dikmelerin kesişim noktalarını işaretledim. Sonra bu noktaları birleştirdim. Birleştirdiğimde düzgün altıgen oluştu.

A: Peki oran hakkında ne düşünüyorsun?

Ö2: Merkez dediğimiz noktaya köşelerin uzaklığı eşit olur.

A: Eşkenar üçgenin içinde o oranı bulmak istesek, değişken kullanarak gösterebiliriz. Örneğin yukarıda olan kısma 2k desek, altta kalan kısım için ne söyleyebiliriz?

Ö2: Diğer eşkenar üçgen için de köşenin merkeze uzaklığı 2k kadar olmalı. O zaman yarısına k diğer yarısına da k demeliyiz. Eşkenar üçgende oran 2k/k olur.

A: Güzel, yani 1:2 lik bir oran var diyebiliriz değil mi?

Ö1: Evet hocam ama ben bulamadım. Bu şekilde değil de birim olarak ölçmeyi düşünmüştüm.

A: Açıklayabilir misin?

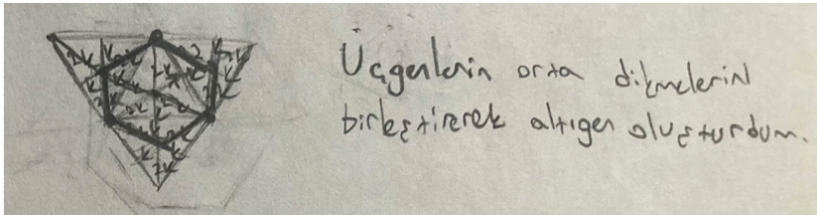
Ö1: Merkezden köşelere uzaklığı eş çizebilmek için cetvel kullandım. Merkezden bütün köşelere eş uzaklıkta noktalar belirledim. Birleştirtince altıgen oldu. Ama oranı bulamadım. Tam sayılar çıkmadı.

A: Bu yolla değişken kullanarak oranı da ifade ettiğimize göre düzgün altıgeni de oluşturdunuz mu?

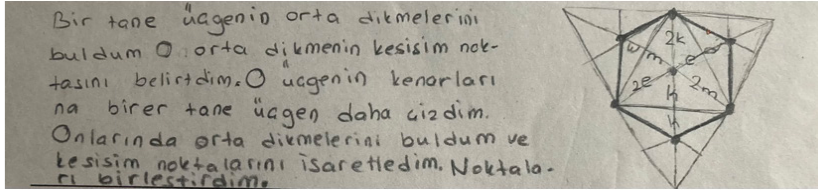
Ö1 ve Ö2: Evet hocam.

Ö2 kodlu öğrencinin orta dikme doğrularının kesişim noktasını merkez olarak alıp, eşkenar üçgenin içindeki orandan yola çıkarak oran kavramını tanıdığı gözlemlenmiştir. Aynı zamanda Ö2 kodlu öğrencinin merkezin köşelere olan uzaklığının eşit olduğunu ifade etmesi kullanma aşamasını da gerçekleştirdiğini göstermektedir. Ö2 kodlu öğrencinin oranı başta ifade edememesi üzerine araştırmacı tarafından oranı bulmak için değişken kullanılması ile ilgili ipucu verilmesinden sonra Ö2 kodlu öğrencinin daha kolay bir şekilde oran bilgisini kullandığı gözlemlenmiştir. Bu aşamada araştırmacı önceki adımda bahsettiğimiz bu oranı nasıl bulabiliriz sorusunu yönelttiğinde, Ö2 kodlu öğrencinin önceden çizilen üçgene eş üçgenler çizip orta dikmelerinin kesişim noktalarını birleştirerek düzgün altıgen oluşturduğu görülmüştür. Gözlem sonucunda Ö2 kodlu öğrencinin yeni bir strateji oluşturarak orta dikmelerin kesişim noktasına uzaklığını oransal olarak ifade edebilmesinden ve altıgen oluşturmaktan modelin oluşturma evresini başarılı bir şekilde gerçekleştirdiği düşünülmüştür.

Bu adımda, öğrencilerden eşkenar üçgenin orta dikmeleri ve merkez noktasını tanıyıp kullanarak altıgen oluşturmaları istenmiştir. Ö2 kodlu öğrenci RBC+C modeline göre tanıma, kullanma ve oluşturma aşamalarını tamamlayarak düzgün altıgenin yapısını oluşturabilirken, Ö1 kodlu öğrenci daha pasif kalmıştır. Öğrenci, yeni bir strateji düşünmek yerine birim ve cetvel aracılığıyla sonuca ulaşmaya çalışmıştır. Ancak tam sayılara ulaşamadığından oranı ifade edemediğini belirtmiştir. Bu adımda Ö1 kodlu öğrencinin kavramları tanıdığından tanıma aşamasında olduğu, ancak kullanma ve oluşturma aşamasına tam olarak geçemediği gözlemlenmiştir. Etkinliğin üçüncü adımında öğrencilerin verdikleri yanıtlar Şekil 5 ve Şekil 6'da verilmiştir.



Şekil 5. Üçüncü Adımda Ö1 Kodlu Öğrencinin Yanıtı



Şekil 6. Üçüncü Adımda Ö2 Kodlu Öğrencinin Yanıtı

4. Etkinliğin Dördüncü, Beşinci ve Altıncı Adımlarına İlişkin Bilgi Oluşturma Süreçleri

Etkinliğin dördüncü adımında, öğrencilerden üçüncü adımda oluşturulan düzgün altıgenden yola çıkarak çokgenin kenar sayısı ikiye katlandığında oluşan düzgün çokgenin ne olduğunu yorumlamaları istendikten sonra, beşinci adımda oluşturulan düzgün çokgenlerin kenar sayısının sürekli ikiye katlanmasıyla görünümlerin nasıl olacağını yorumlamaları istenmiştir. Altıncı adımda da tüm bu adımların pekiştirilmesi amacıyla Geogebra uygulaması kullanılarak çokgenlerin görünümlerinin nasıl değiştiği dijital olarak pekiştirilmiştir. Dördüncü adımda araştırmacı ve öğrenciler arasındaki diyaloglar şu şekildedir:

Ö1: Bir daha mı altıgen çizmeliyiz?

A: Evet yine orta dikme doğrularının kesişim noktalarını kullanmamız gerekiyor bunun için.

Ö1: Çevresi derken etrafı mı oluyor hocam?

A: Evet.

Ö2: Düzgün altıgenin kenarlarının orta noktalarını bulursak köşeleri ekleriz.

Ö1: Bulduğumuz noktaların hepsini birleştiriyor muyuz?

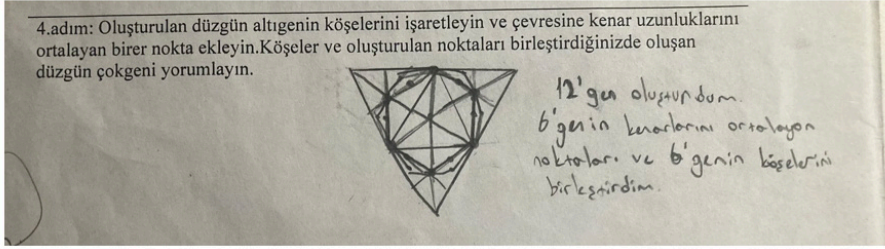
A: Evet, birleştirelim. Nasıl bir düzgün çokgen oluşur?

Ö2: Köşeleri saydım. On ikigen oluştu hocam.

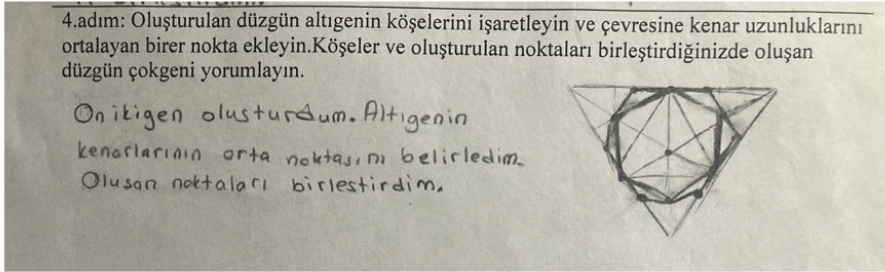
Ö1: Evet ben de buldum.

Öğrenciler, dördüncü adımda altıgenin kenarlarının orta noktalarını bulmaları gerektiğini fark etmişlerdir. Ardından çevre ve köşe kavramlarını tanıyarak, altıgenin çevresindeki noktaları belirlemeleri ve kenarların orta noktalarını bulmaları gerektiğini anlamışlardır. Son aşamada oluşturulan düzgün çokgenin bir on ikigen olduğunu belirtmeleri ise öğrencilerin tanıma aşamasını da gerçekleştirdiklerini göstermiştir. Ö2 kodlu öğrencinin önce düzgün altıgenin kenarlarının orta noktalarını bulup, yeni oluşturulacak düzgün çokgenin köşelerini eklemesinden dolayı bu öğrencinin kullanma aşamasında olduğu görülmüştür. Öğrencilerin buldukları kenar orta noktaları ve köşeleri birleştirerek düzgün bir çokgen oluşturmaya geçtikleri gözlemlenmiştir. Ö2 kodlu öğrenci köşeleri sayarak yeni şeklin on iki kenarlı olan bir düzgün çokgen (on ikigen) olduğunu belirtmiştir. Altıgenin çevresine yeni noktalar ekleyerek bir çokgen oluşturdıkları

için öğrencilerin oluşturma evresini gerçekleştirdikleri düşünülmüştür. Dördüncü adımda her iki öğrencinin de tanıma, kullanma ve oluşturma evrelerini gerçekleştirdikleri gözlemlenmiştir. Etkinliğin dördüncü adımında öğrencilerin verdikleri yanıtlar Şekil 7 ve Şekil 8’de verilmiştir.



Şekil 7. Dördüncü Adımda Ö1 Kodlu Öğrencinin Yanıtı



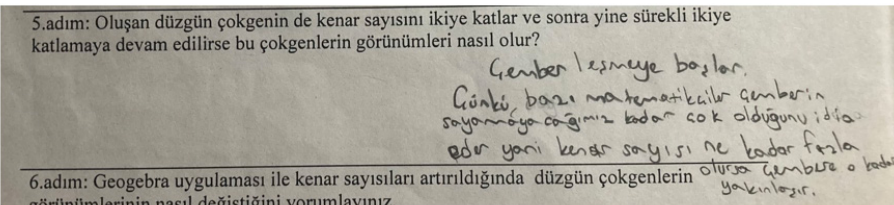
Şekil 8. Dördüncü Adımda Ö2 Kodlu Öğrencinin Yanıtı

Beşinci adımda araştırmacı ve öğrenciler arasındaki diyaloglar şu şekildedir:

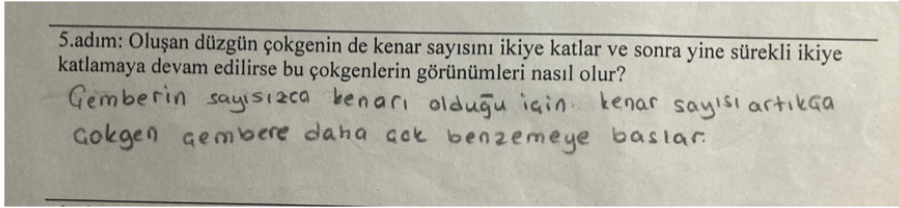
Ö2: Çemberin sayısız kenarı olduğu için kenar sayısı arttıkça çokgen çembere daha çok benzemeye başlar.

Ö1: Çemberleşmeye başlar. Çünkü çokgenlerin kenar sayısı ne kadar fazla ise görünüm olarak çembere o kadar yaklaşıyor.

Yukarıda yer alan ifadelerden öğrencilerin, çokgenlerin kenar sayısı arttıkça çokgenlerin görünümünün çembere benzemeye başladığını belirtmeleri kullanma aşamasında olduklarını göstermiştir. Etkinliğin beşinci adımında öğrencilerin verdikleri yanıtlar Şekil 9 ve Şekil 10’da verilmiştir.



Şekil 9. Beşinci Adımda Ö1 Kodlu Öğrencinin Yanıtı



Şekil 10. Beşinci Adımda Ö2 Kodlu Öğrencinin Yanıtı

Dijital bir geometri yazılımı olan GeoGebra üzerinden çokgenlerin yapısal özelliklerinin gözlemlenmesinin hedeflendiği altıncı adımda araştırmacı ve öğrenciler arasındaki diyaloglar şu şekildedir:

A: Şimdi sizinle dijital uygulama yapacağız. Bunun için bir geometri programı olan Geogebra'yı kullanacağız. Önce üçgen halini görelim. Adım adım kenar sayısını arttırıp devam ederiz. Beşgen, yedigen, dokuzgen, onbirgen, onüçgen, onbeşgen, onyedigen, elligene ulaşana kadar devam edelim.

Ö1: Hocam gerçekten çember oldu. Elligene geldiğimizde çember gibi oldu.

A: Başka neleri fark ettiniz?

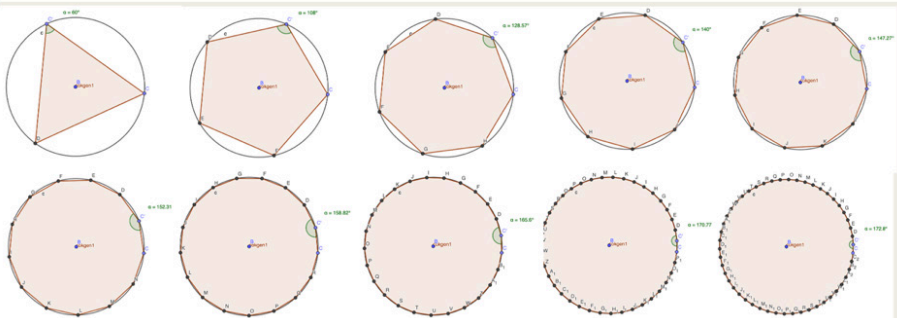
Ö2: Çokgenlerin kenar uzunlukları, kenar sayısı arttıkça küçülüyor.

Ö1: İç açıları da değişiyor.

A: Nasıl? Sırayla iç açılara bakalım.

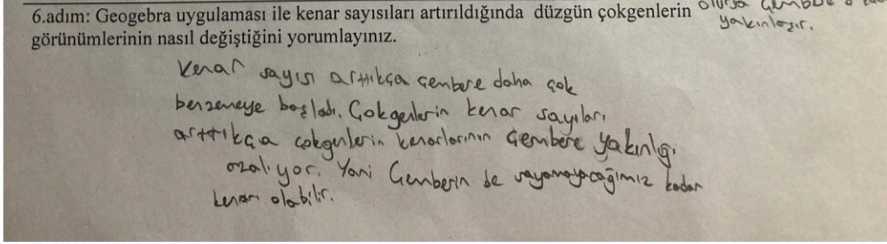
Ö2: Çokgenlerin kenar sayısı arttıkça iç açıları da artar.

Yukarıda yer alan ifadelerden öğrencilerin çokgenleri, çemberi, kenar kavramını ve iç açıları tanıdıkları gözlemlenmiştir. Öğrenciler çokgenlerin kenar sayısının artmasıyla iç açılarının artmasını ilişkilendirdiğinden, öğrencilerin kullanma aşamasında oldukları anlaşılmıştır. Son olarak öğrencilerin, çokgenlerin kenar sayısı arttıkça çokgenlerin görünümünün çembere yaklaştığı, çokgenlerin kenar uzunluklarının kenar sayısı arttıkça küçülmesi ve çokgenlerin bir iç açısının kenar sayısı arttıkça artmasına yönelik bilgilerini Geogebra uygulamasından yararlanarak pekiştirdikleri gözlemlenmiştir. Şekil 11'de bu adımda yer alan Geogebra uygulaması verilmiştir.

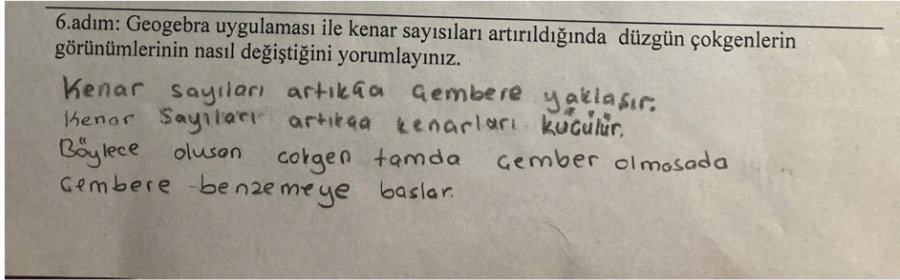


Şekil 11. Altıncı Adımda Yer Alan Geogebra Uygulaması

Etkinliğin altıncı adımında öğrencilerin verdikleri yanıtlar Şekil 12 ve Şekil 13'te verilmiştir.



Şekil 12. Altıncı Adımda Ö1 Kodlu Öğrencinin Yanıtı



Şekil 13. Altıncı Adımda Ö2 Kodlu Öğrencinin Yanıtı

Bu iki yanıt, öğrencilerin aynı kavrama farklı düşünme yollarıyla ulaştıklarını göstermektedir. Ö1, çembere yaklaşma durumunu daha kavramsal ve genelle-yici bir şekilde ifade etmiştir. Bu durum, öğrencinin daha önceki öğrenmelerini bu bağlama taşıyabildiğini ve soyut düşünme becerisi geliştirmeye başladığını göstermektedir. Ö2 ise durumu daha çok gözleme dayalı ifadelerle açıklamıştır. Kenar uzunluklarının küçülmesi, şeklin çembere benzemeye başlaması gibi doğ-rudan şekil üzerinden yapılan çıkarımlar, öğrencinin görsel ve somut özelliklere odaklandığını ortaya koymaktadır. Ancak bu da, öğrencinin kavramsal gelişim sürecinde önemli bir adımdır; çünkü yaparak-görerek öğrenme, soyutlama için gerekli temeli sağlamaktadır.

Bu adımda kullanılan GeoGebra uygulaması, öğrencilerin hem önceki öğrenme-lerini hatırlamasını hem de yeni gözlemlerle bu bilgileri yeniden yapılandırma-sını mümkün kılmıştır. Ancak burada dikkat çekilmesi gereken önemli bir nokta, pekiştirmenin yalnızca dijital uygulama sayesinde değil, öğrencilerin bu uygu-lamayla kurduğu anlamlı etkileşim sayesinde gerçekleştiğidir. Ö1'in yanıtında görülen kavramsal genelleme, öğrencinin daha önce öğrendiği bilgileri bu bağ-lamda yeniden kullanabildiğini göstermektedir. Ö2 ise görsel sezgilerini kulla-narak çembere yaklaşma sürecini tanımlamış ve öğrenmesini şekilsel değişimle pekiştirmiştir. Bu açıdan bakıldığında, pekiştirme eylemi yalnızca son adımda

ortaya çıkan bir sonuç değil, sürecin tamamı boyunca öğrencilerin aktif katılımı, sorgulamaları ve açıklamalarıyla şekillenmiş bir öğrenme çıktısı olarak değerlendirilmelidir. Öğrenciler yalnızca bilgiyi gözlemlemekle kalmamış, aynı zamanda yorumlamış, ilişkilendirmiş ve kendi ifadeleriyle yeniden üretmiştir. Bu durum, öğrencilerin çokgen, kenar, iç açı ve çember kavramlarını anlamlı bir bütünlük içinde öğrendiğini ve kavramlar arası geçişleri kurabildiklerini göstermektedir. GeoGebra yalnızca bu süreci destekleyen bir araç işlevi görmüş; asıl öğrenme, öğrencilerin düşünme süreçleriyle şekillenmiştir.

TARTIŞMA VE SONUÇ

RBC+C modelinin tanıma, kullanma, oluşturma ve pekiştirme epistemik eylemlerinin incelendiği araştırma kapsamında özel yetenekli öğrencilerin davranışlarına ve bilişsel eylemlerine bakıldığında, araştırma bulgularından öğrencilerin bu eylemleri başarılı şekilde gerçekleştirdikleri gözlemlenmiştir.

Öğrencilerin çember konusuyla ilgili temel kavramları tanıma sürecinde, önceden sahip oldukları bilgi ve deneyimleri kullanarak çemberin merkezi, yarıçap ve çap gibi kavramları hızla algıladıkları gözlemlenmiştir. Bu aşamada öğrencilerin, geçmiş bilgi yapılarını tanıma eylemiyle ön bilgilerini ilişkilendirdikleri, matematiksel soyutlamaların ilk adımlarını başarıyla gerçekleştirdikleri görülmüştür. Tanıma sürecini tamamlayan öğrenciler, edindikleri bilgileri yeni problemlerde kullanma aşamasında daha aktif hale gelmişlerdir. Çemberin özelliklerini kullanarak problemleri çözme sürecinde, bu kavramların birbiriyle ilişkilendirilmesi ve uygulamalı etkinlikler sayesinde, öğrencilerin kendi çözüm yollarını geliştirdiği ve bu süreçte özgün yaklaşımlar ortaya koyduğu gözlemlenmiştir. Oluşturma aşamasında öğrencilerin matematiksel kavramları yapılandırma becerileri öne çıkmış, bu ise soyut düşünme becerilerini desteklemiştir. Öğrenciler araştırmadaki etkinlikten yola çıkarak kendi çıkarımlarını geliştirme fırsatı bulmuşlardır. Bu aşama, öğrencilerin bağımsız düşünme becerilerini geliştirmelerini sağlamıştır. Çalışmada öğrencilerin oluşturdukları bilgileri pekiştirme süreçlerinde de başarılı oldukları gözlemlenmiştir. Bu aşamada, öğrenciler çember ile ilgili kavramları pekiştirici etkinlikler aracılığıyla yeniden ele alarak anlamlarını derinleştirmiş ve öğrenme süreçlerini desteklemişlerdir.

Bununla birlikte araştırma esnasında öğrenciler arasında bilişsel geçiş süresi, etkinlikte yer alan soruların cevaplanmasındaki strateji seçimi ve kavramlar arasındaki ilişkilendirme biçimleri açısından bazı farklılıklar gözlemlenmiştir. Örneğin, Ö2 kodlu öğrenci kavram oluşturma aşamasına hızlı bir şekilde geçerek özgün stratejiler geliştirmiştir. Buna karşın, Ö1 kodlu öğrenci daha uzun süre kullanma aşamasında kalmış ve çözüm üretme sürecini akran desteği ile araştırmacı rehberliğinden yararlanarak sürdürmüştür. Aynı sonuca ulaşmalarına rağmen, Ö1'in süreci deneme-yanılma temelliysen, Ö2'nin süreci önceden yapılan-

dırılmış kavramlar arası ilişkiler kurmaya dayalıdır. Bu durum her öğrencinin bilgi yapılandırma sürecini öğrenme geçmişi, problem çözme alışkanlıkları ve kavramsal anlayış düzeyi doğrultusunda özgün biçimde şekillendirdiğini göstermektedir. Bu bulgular özel yetenekli öğrencilerin homojen bir grup olarak değerlendirilemeyeceğini vurgulayan literatürle örtüşmektedir. Maker (2005), özel yetenekli bireylerin farklı alanlarda değişken zihinsel süreçlere sahip olabileceğini ve öğrenme yollarının bireyselleştirilmesi gerektiğini vurgulamaktadır. Sternberg ve Zhang (2004) ise bu bireysel farklılıkların analitik, yaratıcı ve pratik düşünme becerileri bağlamında çeşitlilik gösterebileceğini belirtmektedir. Araştırma bulguları da özel yetenekli öğrencilerin benzer kavramsal sonuçlara farklı yollarla ulaşabildiklerini ve bu tercihlerin düşünme stilleriyle yakından ilişkili olduğunu göstermektedir.

Ayrıca araştırma bulguları düzgün çokgenlerden çembere geçiş sürecine ilişkin kavramları yapılandırırken özel yetenekli öğrencilerin matematiksel soyutlama süreçlerinde oldukça başarılı olduklarını ve soyutlamayı etkili bir biçimde gerçekleştirebildiklerini göstermektedir. Bu sonuç Şimşekler (2017) tarafından yürütülen çalışmanın bulgularıyla örtüşmektedir. Şimşekler'in (2017) çalışmasında öğrencilerin tanıma ve kullanma aşamalarını başarıyla gerçekleştirdikleri, bilgiyi oluşturma ve pekiştirme süreçlerinde ise farklı seviyelerde ilerleme kaydettikleri vurgulanmıştır. Hem Şimşekler'in (2017) çalışmasında hem de bu çalışmada aşamalandırılmış etkinliklerin ve yapılandırılmış etkinlik adımlarının öğrencilerin soyutlama becerilerini geliştirmede etkili olduğu ortaya konmuştur. Ayrıca Şimşekler (2017) soyutlama sürecinin yalnızca bireysel değil aynı zamanda sosyal bir süreç olduğunu, öğretmen rehberliği ve ipuçlarının öğrencilerin bilişsel duraklamalarını aşmalarında önemli rol oynadığını belirtmiştir. Mevcut çalışmada da benzer şekilde öğrenci-öğrenci ve araştırmacı-öğrenci arasındaki etkileşimler bu sosyal boyutu desteklemiştir.

Benzer şekilde Karataş (2021) tarafından yürütülen ve RBC+C modeline dayalı etkinlik temelli öğretimi temel alan çalışma da matematiksel soyutlama süreçlerine ilişkin benzer bulgular sunmaktadır. Karataş'ın (2021) çalışmasında, etkinlik temelli öğrenme yaklaşımının öğrencilerin matematiksel becerilerini geliştirme açısından etkili olduğu, ayrıca etkinliklerin öğrencilerin bireysel öğrenme hızına göre uyarlanabildiği ve öğrenmeye aktif katılımı teşvik ettiği vurgulanmıştır. Bu bulgular doğrultusunda, mevcut çalışmada kullanılan etkinliklerin de öğrencilerin kavramları anlamlandırma ve soyutlama yapma süreçlerinde önemli bir rol oynadığı gözlemlenmiştir. Her iki çalışma da öğrenme sürecini öğrenci merkezli bir yaklaşımla ele almakta, öğrencinin ilgi, ihtiyaç ve bireysel farklılıklarını dikkate alan yapılandırılmış etkinliklerin soyutlama süreçlerini desteklediğini ortaya koymaktadır.

Bu araştırmada elde edilen bulgular, özel yetenekli öğrencilerin matematiksel kavram oluşturma ve soyutlama süreçlerinde yüksek düzeyde performans sergilediklerini göstermektedir. Bununla birlikte, öğrencilerin bu süreçlerde izledikleri yolların, tercih ettikleri stratejilerin ve bilgi yapılandırma biçimlerinin bireysel özelliklerine göre farklılık gösterdiği tespit edilmiştir. Bu durum, özel yetenekli bireylerin öğrenme süreçlerinin bireysel bağlamda ele alınması gerektiğini bir kez daha ortaya koymaktadır. Ayrıca, yapılandırılmış ve aşamalandırılmış etkinliklerin hem kavramsal gelişimi hem de soyutlama becerisini desteklemede etkili olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Öneriler

- Eğitim ortamlarında özel yetenekli öğrencilerin bireysel düşünme stillerine uygun esnek öğrenme ortamları tasarlanmalı ve bu farklılıklar gözetilerek öğretim süreci yapılandırılmalıdır.
- RBC+C modeline dayalı olarak aşamalandırılmış ve yapılandırılmış etkinliklerin, özellikle matematiksel kavramların inşası ve soyutlama becerilerinin geliştirilmesinde etkili olduğu görülmektedir. Bu tür etkinliklerin öğretim süreçlerinde daha yaygın biçimde kullanılması teşvik edilmelidir.
- Öğrencilerin problem çözme sürecinde karşılaştıkları bilişsel duraklamaları aşmalarında, öğretmenlerin rehberlik rolleri kadar, akranlar arası etkileşimi destekleyici yaklaşımları da kritik öneme sahiptir. Bu doğrultuda, öğretmen eğitim programlarına bu tür etkileşimleri teşvik eden uygulamalara yönelik içerikler eklenmelidir.
- Gelecekte yapılacak araştırmalarda, özel yetenekli öğrencilerin farklı alanlardaki kavram yapılandırma süreçleri karşılaştırmalı olarak incelenebilir. Ayrıca farklı yaş gruplarındaki özel yetenekli bireylerin bilişsel süreçlerine yönelik boylamsal çalışmalar yapılmalıdır.

Soyutlama, öğrencilerin daha genel ve soyut kavramlar arasındaki ilişkileri keşfetmelerini sağlayarak matematiksel düşünme becerilerini geliştirir. Bu nedenle, öğretim süreçlerinde öğrencilere yalnızca çözüm yöntemlerinin verilmesi değil, aynı zamanda bu yöntemlerin temelleri, kökenleri ve matematiksel mantığı hakkında bilgi sağlanması önemlidir. Model tabanlı yaklaşımlar, öğrencilerin matematiksel kavramları kendi deneyimleriyle keşfetmelerine olanak tanır ve bu keşif süreci öğrencilerin soyut düşünme becerilerinin gelişmesine katkıda bulunur.

Özel yetenekli öğrencilerin soyut düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerini destekleyen, uygulamalı ve keşfetmeye dayalı matematik eğitim programlarının geliştirilmesi büyük önem taşımaktadır. Bu bağlamda, BİLSEM'lerde uygulanan eğitim programlarında RBC+C modeline dayalı etkinliklerin çeşitlendirilmesi, öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini daha verimli bir şekilde geliştirmelerine

olanak tanıyacaktır. Bu tür programlar öğrencilerin kendi öğrenme süreçlerinde aktif roller üstlenmelerini sağlayarak, soyutlama ve problem çözme becerilerinin güçlendirilmesine katkı sunacaktır.

Özellikle, RBC+C modelinin çeşitli öğretim yöntemleri ve öğrenme stilleri ile bütünleştirilmesi, özel yetenekli öğrencilerin potansiyellerini daha etkin bir şekilde kullanmalarına olanak tanıyacaktır. Bu süreç sadece öğrencilerin akademik başarılarını artırmakla kalmayıp, aynı zamanda onların bilişsel gelişimlerini de pekiştirecektir. Bu doğrultuda gelecekteki eğitim programlarının, öğrencilerin ilgi ve yeteneklerine göre özelleştirilmiş, keşfetmeye dayalı öğrenme fırsatları sunması, bu öğrencilerin yaratıcı ve eleştirel düşünme becerilerini geliştirmeleri için hayati öneme sahiptir.

Bu araştırmanın bulguları, RBC+C soyutlama modelinin özel yetenekli öğrencilerin matematiksel kavram oluşturma süreçlerini anlamada etkili bir çerçeve sunduğunu göstermektedir. Ancak çalışmanın sınırlı bir örnekleme ve belirli bir yaş grubundaki öğrencilerle gerçekleştirilmiş olması, elde edilen bulguların yalnızca benzer bağlamlara aktarılabilir olduğunu göstermektedir. Bu doğrultuda, gelecekte yapılacak araştırmalarda RBC+C modelinin farklı matematiksel konular ve yaş gruplarında uygulanması, modelin çeşitli öğrenme süreçlerindeki işleyişine dair daha kapsamlı bilgiler sunabilir. Özellikle, farklı bilişsel gelişim evrelerindeki öğrencilerle yürütülecek çalışmalar, modelin çeşitli yaş ve gelişim düzeylerindeki etkililiğini karşılaştırmalı olarak ortaya koyma fırsatı sunacaktır. Ayrıca daha çeşitli örneklemlerle yapılacak çalışmalar, farklı öğrenme stillerine sahip öğrencilerin soyutlama süreçleri hakkında derinlemesine ve karşılaştırmalı bir anlayış geliştirilmesine katkı sağlayabilir.

Son olarak, RBC+C modelinin yalnızca matematiksel soyutlama süreçlerine değil, diğer akademik alanlardaki soyutlama ve problem çözme becerilerine de nasıl katkı sağladığına dair yeni araştırmalar yapılması, bu modelin öğretim metodolojileri açısından daha geniş bir yelpazede uygulanabilirliğini artıracaktır. Bu tür çalışmalar, farklı disiplinlerdeki eğitimciler için değerli bilgiler sunarak, eğitimde daha kapsamlı ve bütünsel bir yaklaşım geliştirilmesine katkı sağlayabilir.

Beyanlar

Etik Beyan

Yapılan bu çalışmada “Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi” kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan “Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler” başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Etik Kurul İzni

Kurul adı= Yıldız Teknik Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırmaları Etik Kurulu

Karar tarihi= 01.04.2024

Belge sayı numarası= 2024.04

Yazarların Katkı Oranı

1. yazar %60, 2. yazar %40

Çıkar Çatışması

Araştırmacıların, araştırma ile ilgili diğer kişi ve kurumlarla herhangi bir kişisel ve finansal çıkar çatışması yoktur.

Destek ve Teşekkür

Bu çalışma Yıldız Teknik Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimi tarafından FYL-2024-6409 nolu proje kapsamında desteklenmiştir. Çalışmaya sağladığı destekten dolayı Yıldız Teknik Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinasyon Birimi'ne teşekkür ederiz.

KAYNAKLAR

Ağırman Aydın, T., & Küçük Demir, B. (2020). *Geometri ve öğretimi*. Pegem Akademi.

Altaylı Özgül, D. (2018). *Ortaokul öğrencilerinin çokgenler konusundaki soyutlama süreçlerinin incelenmesi: RBC+C modeli* [Doktora tezi, Hacettepe Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi. <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/tezDetay.jsp?id=533284>

Altaylı Özgül, D., & Kaplan, A. (2022). 7. sınıf öğrencilerinin dörtgenlerin alan formüllerini oluşturma süreçleri: RBC+C modeli. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 11(2), 420–437. <https://doi.org/10.30703/cije.1052000>

Altun, M., & Yılmaz, A. (2008). High school students' process of construction of the knowledge of the greatest integer function. *Ankara University Journal of Faculty of Educational Sciences*, 41(2), 237–271. https://doi.org/10.1501/Egi-fak_0000001125

Altun, M., & Yılmaz, A. (2010). Lise öğrencilerinin parçalı fonksiyon bilgisini oluşturma ve pekiştirme süreci. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(11), 311–337. <https://doi.org/10.19171/uuefd.35180>

Altun, M., & Yılmaz, A. (2011). Lise öğrencilerinin parçalı fonksiyon üzerine işaret fonksiyonu bilgisini oluşturma süreci. *Eğitim ve Bilim*, 36(162), 66–83.

Aramış, Z. F. (2021). *7. sınıf öğrencilerinin RBC+C modeli bağlamında oran ve orantı konusundaki bilgi oluşturma süreçleri* [Yüksek lisans tezi, Hacettepe Üniversitesi].

versitesi]. YÖK Tez Merkezi. <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/tezDetay.jsp?id=687635>

Aslaner, R. (2018). *Dinamik geometri öğretimi*. Anı Yayıncılık.

Baki, A. (2019). *Matematiği öğretme bilgisi*. Pegem Akademi.

Bilgili, A. E. (2000). Üstün yetenekli çocukların eğitimi sorunu [The issue of gifted students' education]. *Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 12, 59–74.

Bütüner, N. (2024). *5. sınıf öğrencilerinin prizma yüzey alanı bilgisini oluşturma sürecinin RBC+C modeline göre incelenmesi*. [Yüksek lisans tezi, Uludağ Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi. <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/tezDetay.jsp?id=903157>

Coşar, M. Ç. (2021). *Öğrenmede farklı güdüsel stratejilere sahip üstün yetenekli öğrencilerin soyutlama süreçlerinin incelenmesi* [Doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi. <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/tezDetay.jsp?id=702854>

Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry and research design: Choosing among five traditions* (2nd ed.). Sage.

Computer Science Teachers Association. (2016). *K–12 computer science framework*. <https://k12cs.org/>

Çelebioğlu, B. (2014). *Kesir kavramına ilişkin bilgi oluşturma sürecinin incelenmesi* [Doktora tezi, Uludağ Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi. <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/tezDetay.jsp?id=407241>

Çelebioğlu, B., & Altun, M. (2011). Process of construction of the knowledge on division to decimal places at fourth grade level. In *Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 145–152). PME.

Dreyfus, T., & Tsamir, P. (2004). Ben's consolidation of knowledge structures about infinite sets. *The Journal of Mathematical Behavior*, 23(3), 271–300. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2004.06.002>

Dreyfus, T. (2007). *Processes of abstraction in context: The nested epistemic actions model*. <https://citeseerx.ist.psu.edu/document?repid=rep1&type=pdf&-doi=d1900be9d6a043ac815c81344caa8c2713dcc329>

Fırat, S. (2011). *Bilgisayar destekli eğitsel oyunlarla gerçekleştirilen matematik öğretiminin kavramsal öğrenmeye etkisi* [Yüksek lisans tezi, Adıyaman Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi. <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/tezDetay.jsp?id=301095>

Gür, E. Ş., & Uyar Döldül, B. (2025). Özel yetenekli öğrencilerin dairenin alan formülünü oluşturmalarına yönelik soyutlama süreçlerinin RBC+C modeli ile incelenmesi. *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, 12(1), 49–72.

Gürlek, A. (2023). 8. sınıf öğrencilerinin dik dairesel koninin yüzey alanı konusundaki bilgi oluşturma süreçlerinin RBC+C modeli kullanılarak incelenmesi [Yüksek lisans tezi, Adnan Menderes Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi. <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/tezDetay.jsp?id=820041>

Hershkowitz, R., Hadas, N., & Dreyfus, T. (2006). Diversity in the construction of a group's shared knowledge. In J. Novotná, M. Moraová, & N. Stehlíková (Eds.), *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 297–304). Charles University.

Hershkowitz, R., Schwarz, B. B., & Dreyfus, T. (2001). Abstraction in contexts: Epistemic actions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 195–222. <https://doi.org/10.2307/749673>

İlgün, Ş., Altıntaş, E., Şimşekler, Z. H., & Ezentaş, R. (2018). Üstün zekâlı çocuklarda matematiksel soyutlamaya ilişkin bir örnek olay çalışması. *Turkish Studies*, 13(4), 707–727. <https://doi.org/10.7827/TurkishStudies.13176>

Karakaş, S. (2017). *Psikoloji Sözlüğü*. Nobel Yayıncılık.

Karataş, E. (2021). Matematik eğitiminde bir etkinlik örneği: Çevrel üçgenler. *The Journal of International Education Science*, 8(29), 138–161. <https://doi.org/10.29228/INES JOURNAL.53840>

Katranç, Y., & Altun, M. (2013a). İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin olasılık bilgisini oluşturma ve pekiştirme süreci. *Kalem Eğitim ve İnsan Bilimleri Dergisi*, 3(2), 11–58.

Katranç, Y., & Altun, M. (2013b). The process of constructing absolute value function knowledge for high school students. *International Journal on New Trends in Education and Their Implications*, 4(4), 1–13.

Kitsantas, A., Bland, L., & Chirinos, D. S. (2017). Gifted students' perceptions of gifted programs: An inquiry into their academic and social-emotional functioning. *Journal for the Education of the Gifted*, 40(3), 266–288. <https://doi.org/10.1177/0162353217717033>

Koğ, O. U. (2012). *Görselleştirme yaklaşımı ile yapılan matematik öğretiminin öğrencilerin bilişsel ve duyuşsal gelişimi üzerindeki etkisi* [Doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi. <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/tezDetay.jsp?id=313070>

Memnun, D. S., & Altun, M. (2012a). Matematiksel başarı düzeyleri farklı iki

altıncı sınıf öğrencisinin koordinat sistemini soyutlamaları üzerine bir örnek olay çalışması. *Electronic Journal of Social Sciences*, 11(41), 34–52.

Memnun, D. S., & Altun, M. (2012b). RBC+C modeline göre doğrunun denklemi kavramının soyutlanması üzerine bir çalışma: Özel bir durum çalışması. *Cumhuriyet Uluslararası Eğitim Dergisi*, 1(1), 17–37.

Memnun, D. S., Aydın, B., Özbilen, Ö., & Erdoğan, G. (2017). The abstraction process of limit knowledge. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 17(2), 345–371. <https://doi.org/10.12738/estp.2017.2.0404>

Miller, R. C. (1990). *Discovering mathematical talent* (ERIC Digest No. E482; ED321487). ERIC. <https://eric.ed.gov/?id=ED321487>

National Association for Gifted Children. (2010). The role of gifted education in meeting students' needs. <https://www.nagc.org/resources-publications/resources/role-gifted-education-meeting-students-needs>

National Council of Teachers of Mathematics. (1980). *An agenda for action: Recommendations for school mathematics of the 1980s*. National Council of Teachers of Mathematics.

Özdemir, Ü. (2023). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin kareköklü ifadeler konusuna ilişkin öğretimsel açıklamaları* [Yüksek lisans tezi, İstanbul Medeniyet Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi. <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/tezDetay.jsp?id=819854>

Özmantar, M. F. (2005). Matematik öğretiminde yapılandırmacı yaklaşım: Kavramsal değişim ve soyutlama süreçleri. *Eğitim ve Bilim*, 30(135), 38–47.

Özmantar, M. F., & Monaghan, J. (2007). A dialectical approach to the formation of mathematical abstractions. *Mathematics Education Research Journal*, 19(2), 89–112. <https://doi.org/10.1007/BF03217457>

Renzulli, J. S., & Reis, S. M. (2016). *The schoolwide enrichment model: A how-to guide for educational excellence* (2nd ed.). Prufrock Press.

Schwarz, B., Dreyfus, T., & Hershkowitz, R. (2009). The nested epistemic actions model for abstraction in context. In *Transformation of knowledge through classroom interaction*, (pp. 19-49). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203879276>

Schwarz, B., Dreyfus, T., Hadas, N., & Hershkowitz, R. (2004). Teacher guidance of knowledge construction. In *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, pp. 169–176). International Group for the Psychology of Mathematics Education.

Şimşekler, Z. H. (2017). *Özel yetenekli çocuklarda matematiksel soyutlama* [Yüksek lisans tezi, Uludağ Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi. <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/tezDetay.jsp?id=487363>

- Subaşı, M., & Okumuş, K. (2017). Bir araştırma yöntemi olarak durum çalışması. *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 21(2), 419–426.
- Ulaş, T., & Yenilmez, K. (2017). Sekizinci sınıf öğrencilerinin özdeşlik kavramını oluşturma süreçlerinin incelenmesi. *International e-Journal of Educational Studies*, 1(2), 103–117.
- Van Oers, B. (2001). Contextualisation for abstraction. *Cognitive Science Quarterly*, 1(3), 279–306.
- Yeşildere, S. (2006). *Farklı matematiksel güce sahip ilköğretim 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinin incelenmesi* [Doktora tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi]. YÖK Tez Merkezi. <https://tez.yok.gov.tr/UlusalTezMerkezi/tez-Detay.jsp?id=206024>

Extended Abstract

Since mathematics is an abstract discipline that aims to develop reasoning, analytical thinking, and problem-solving skills—and is used in almost every area of daily life—many people have difficulty understanding and using abstract concepts in mathematics. However, abstraction, which has a significant impact on learning processes, is essential for mathematical thinking and problem-solving. Abstraction is defined as the process of identifying and distinguishing specific features or structures based on prior knowledge and experiences, and reorganizing them in new contexts to construct new meanings or structures (CSTA, 2016; Karakaş, 2017; Özmantar, 2005). Through abstraction, individuals can transfer their understanding to different situations and develop broader perspectives. As a mental activity, abstraction is considered a process that is difficult to observe directly (Schwarz, Dreyfus, & Hershkowitz, 2009). Therefore, to better understand abstraction processes, not only theoretical reasoning but also experimental observations and models are of great importance. This is because comprehensively examining complex cognitive processes, such as abstraction, requires both theoretical approaches and the concretization of these processes through observable and measurable models. To address this need, Hershkowitz and colleagues (2001) developed a model that makes the abstraction process observable. This model conceptualizes abstraction through the stages of Recognizing, Building-With, Constructing, and Consolidation, enabling a concrete examination of the process. Accordingly, the role of abstraction in shaping individuals' thinking systems during learning processes can be analyzed from both classical and cognitive perspectives. Mathematical concepts are primarily formed through abstraction processes based on concrete observations and experiences. Therefore, understanding how abstraction-based knowledge acquisition works in the context of mathematics education is crucial for effective student learning (Memnun & Altun, 2012a). Abstraction in mathematics education enables students to structure mathematical

concepts in their mental worlds and to establish meaningful connections between these concepts. Abstract thinking stands out as a critical component in better understanding mathematics and minimizing conceptual errors. The effective use of abstraction also plays a major role in the development of higher-level skills such as problem-solving. As a result, the concept of abstraction has become highly important in mathematics education. Since mathematical thinking, making connections, and problem-solving skills are developed through abstraction, it is essential that students understand abstract mathematical concepts and use them accurately by associating them with other concepts. For this reason, the RBC+C model (Recognizing–Building–With–Constructing–Consolidation) (Hershkowitz, Schwartz, & Dreyfus, 2001; Dreyfus, 2007), which examines abstraction processes through epistemic actions, was designed to teach abstraction using fundamental concepts effectively. With this model, it is possible to interpret the cognitive processes of abstraction and analyze in detail the development of mathematical thinking and abstraction skills. Therefore, the model supports both the restructuring of previously learned knowledge and the development of a deeper mathematical understanding (Dreyfus & Tsamir, 2004; Hershkowitz, Schwarz, & Dreyfus, 2001).

Gifted children are those who demonstrate higher performance than their peers in areas such as intelligence, creativity, leadership, or academic achievement, and who require special educational support for the development of these abilities (MEGEP, 2009). In mathematics, these students need opportunities to develop and enhance their skills in abstract thinking, problem-solving, reasoning, and creativity (Aygün, 2010; MEGEP, 2009). The RBC+C model, which provides systematic support for the development of mathematical abstraction skills, offers a learning process that can be effectively tailored to the needs of gifted students. As emphasized by Kitsantas et al. (2017), it is essential to design instructional plans that incorporate activities enabling gifted students to strengthen their advanced thinking and abstraction abilities. The RBC+C model, a comprehensive framework for examining mathematical abstraction processes, allows for the detailed analysis of the epistemic actions of Recognizing, Building-With, Constructing, and Consolidation. These actions can be observed in the abstraction processes of gifted students, who are capable of quickly grasping abstract structures and possess strong reasoning and judgment skills. Based on these considerations, the following research question was addressed: Within the scope of the activity prepared for the transition process from regular polygons to the circle, what are the abstraction-based actions that gifted students perform while structuring mathematical knowledge?

The analysis of gifted students' behaviors and cognitive actions, within the framework of the RBC+C model's epistemic actions (Recognizing, Building-With,

Constructing, and Consolidation), revealed that the students were able to carry out these actions successfully.

In the process of familiarizing themselves with the basic concepts related to the circle, it was observed that the students quickly grasped key terms such as the center, radius, and diameter by drawing on their prior knowledge and experiences. At this stage, they activated existing knowledge structures and completed the initial steps of mathematical abstraction. Students who completed the Recognizing phase became more engaged during the Building-With phase, using the knowledge they had acquired to approach new problems. In solving problems involving the properties of circles, students associated the concepts with one another and benefited from hands-on activities, which helped them develop solutions and propose original approaches. During the Constructing stage, students' abilities to organize and structure mathematical concepts came to the forefront, further enhancing their abstract thinking skills. They were given opportunities to make independent inferences based on the activity, which supported the development of their individual thinking abilities. Finally, the study revealed that students were also successful in the Consolidation stage, effectively consolidating the knowledge they had constructed. At this stage, through reinforcement activities, they revisited the concepts related to the circle, deepened their understanding, and strengthened their overall learning process.

However, during the research, some differences were observed among the students in terms of the time required for cognitive transitions, the methods they chose to answer the activity questions, and the ways in which they related the concepts. This suggests that each student's knowledge construction process is uniquely shaped by their learning history, problem-solving habits, and level of conceptual understanding. These findings are consistent with the literature emphasizing that gifted students should not be considered a homogeneous group. Maker (2005) highlights that gifted individuals may exhibit diverse cognitive processes across different domains, and that learning paths should be individualized. Similarly, Sternberg and Zhang (2004) note that such individual differences may manifest in analytical, creative, and practical thinking skills. The research findings also indicate that gifted students can reach similar conceptual outcomes through different approaches, and that these individual preferences in problem-solving are closely related to their thinking styles.

The findings obtained in this study indicate that gifted students demonstrate high-level performance in mathematical concept formation and abstraction processes. However, it was found that the paths students follow during these processes, the strategies they prefer, and the ways they construct knowledge vary according to their individual experiences. This finding once again highlights the importance

of considering gifted students' learning processes within an individualized framework. Additionally, it was concluded that structured and staged activities are effective in supporting both conceptual development and abstraction skills.

Recommendations

- Flexible learning environments that accommodate the individual thinking styles of gifted students should be designed in educational settings, and the teaching process should be structured with these differences in mind.
- It has been observed that staged and structured activities based on the RBC+C model are particularly effective in constructing mathematical concepts and developing abstraction skills. The wider use of such activities in teaching processes should be encouraged.
- In overcoming cognitive obstacles encountered by students during problem-solving, not only the guiding role of teachers but also the support of peer interactions is critically important. Accordingly, teacher training programs should include content aimed at promoting such interactive practices.
- Future research could comparatively examine the concept construction processes of gifted students in different fields. Additionally, longitudinal studies focusing on the cognitive processes of gifted individuals across different age groups should be conducted.

Ek 1.

Etkinlik: Düzgün Çokgenlerden Çembere Geçiş

1. Adım: Bir düzgün çokgen olan eşkenar üçgeni çember yardımıyla çizelim.
2. Adım: Bir düzgün çokgen olan eşkenar üçgenin kenarlarını ortalayan dik doğruların (orta dikme doğrularının) kesişim noktasını bulalım.
3. Adım: Oluşturulan orta dikme doğrularının kesişim noktasının köşelere olan uzaklığı sabit tutularak bir düzgün altıgen oluşturunuz.
4. Adım: Oluşturulan düzgün altıgenin köşelerini işaretleyin ve çevresine kenar uzunluklarını ortalayan birer nokta ekleyin. Köşeler ve oluşturulan noktaları birleştirdiğinizde oluşan düzgün altıgeni yorumlayın.
5. Adım: Oluşan düzgün çokgenin de kenar sayısını ikiye katlar ve sonra yine sürekli ikiye katlamaya devam edilirse bu çokgenlerin görünümleri nasıl olur?
6. Adım: Geogebra uygulaması ile kenar sayıları artırıldığında düzgün çokgenlerin görünümünün nasıl değiştiğini yorumlayınız.