

Deformasyon ağlarında duyarlılık analizi: Yatay ağ uygulaması

Nihal Tekin Ünlütürk^{1*} , Uğur Doğan² , Cüneyt Aydın² 

¹Erciyes Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Harita Mühendisliği Bölümü, Melikgazi, Kayseri, Türkiye.

²Yıldız Teknik Üniversitesi, Davutpaşa Kampüsü, İnşaat Fakültesi, Harita Mühendisliği Bölümü, Esenler, İstanbul, Türkiye.

Öz: Farklı kullanım amaçları doğrultusunda kurulan jeodezik ağların, öngörülen işlevlerini yüksek doğrulukla yerine getirmesi gerekmektedir. Ağın duyarlılık seviyesi, kalitesini belirleyen temel göstergelerden biridir. Ancak, bu ölçütler yalnızca geçerli bir dengeleme modeli kullanılarak yapılan hesaplamalar sonucunda güvenilir ve anlamlı hale gelir. Bu bağlamda, bu çalışmanın temel amacı, duyarlılık analizinin jeodezik ağlardaki minimum tespit edilebilir yer değiştirmeler üzerindeki etkisini değerlendirmektir. Bu doğrultuda, datum kısıtlarının yer değiştirme büyüklükleri üzerindeki etkisini belirlemek için bir analiz gerçekleştirilmiştir. Çalışmada, kenar-doğrultu, yalnızca doğrultu ve yalnızca kenar ölçülerinden oluşan üç farklı ağ türü, farklı alet duyarlılık seviyeleri altında 13 noktalı bir jeodezik ağ içerisinde incelenmiştir. Bu etkileri araştırmak amacıyla bir yatay kontrol ağı kullanılmıştır. Sonuçlar, datum tanımlamasına katkıda bulunan referans noktalarına en uzak olan noktanın en büyük tespit edilebilir yer değiştirme büyüklüğüne sahip olduğunu, buna karşılık referans noktalarına en yakın noktanın en düşük yer değiştirme büyüklüğünü gösterdiğini ortaya koymaktadır. Ayrıca, jeodezik izleme ağlarında referans noktalarının sayısındaki artışın, yer değiştirme büyüklüğünü azalttığı ve ağın küçük yer değiştirmeleri tespit etme duyarlılığını artırdığı belirlenmiştir.

Anahtar Sözcükler: Jeodezik ağlar, Fonksiyonel model, Stokastik model, Duyarlılık analizi, Deformasyon

Sensitivity analysis of deformation networks: A case study on a horizontal network

Abstract: Geodetic networks established for various purposes must fulfill their intended functions with high accuracy. The sensitivity level of a network is one of the key indicators of its quality. However, these criteria become reliable and meaningful only when derived from calculations based on a valid adjustment model. In this context, the primary objective of this study is to evaluate the effect of sensitivity analysis on the minimum detectable displacements in geodetic networks. Accordingly, an analysis was conducted to determine the impact of datum constraints on displacement magnitudes. In the study, three different network types, comprising distance-direction, direction-only, and distance-only measurements, were examined within a 13-point geodetic network under different instrument sensitivity levels. A horizontal control network was used to investigate these effects. The results reveal that the point located farthest from the reference points defining the datum exhibits the highest minimum detectable displacement, while the point nearest to these reference points shows the lowest displacement magnitude. Additionally, it was determined that an increase in the number of reference points in geodetic monitoring networks reduces displacement magnitudes and enhances the network's sensitivity in detecting small displacements.

Keywords: Geodetic networks, Functional model, Stochastic model, Sensitivity analysis, Deformation

* Sorumlu Yazar/Corresponding Author: Tel: +90 352 207 6666 / 32680

Geliş Tarihi/Received: 16.05.2025
Kabul Tarihi/Accepted: 16.07.2025



0000-0002-2737-0605, nihaltekin@erciyes.edu.tr (Tekin Ünlütürk N.)*
0000-0003-1619-2652, dogan@yildiz.edu.tr (Doğan U.)
0000-0003-0888-0316, caydin@yildiz.edu.tr (Aydın C.)

1. Giriş

Deformasyon analizleri, tektonik hareketler, kütle hareketleri ve insan kaynaklı yapısal etkilerin neden olduğu yer değiştirmelerin belirlenmesinde kritik rol oynamaktadır. Bu amaçla, klasik düşey, yatay veya üç boyutlu jeodezik ağlar ile Küresel Navigasyon Uydu Sistemi (GNSS) tabanlı izleme sistemleri yaygın olarak kullanılmaktadır. Söz konusu analizlerin temel amacı, ağdaki noktalarda istatistiksel olarak anlamlı bir yer değiştirmenin gerçekleşip gerçekleşmediğini ortaya koymaktır (Betti vd., 1999; Cai vd., 2008; Caspary vd., 1983; Caspary, 1988; Koch, 1985; Niemeier, 1985; Pelzer, 1971; Schaffrin, 1986; Schaffrin & Bock, 1994; Snow & Schaffrin, 2007).

Deformasyon analizi ile duyarlılık analizi, dinamik yapıların hareketlerini izlemek ve analiz sonucunun güvenilirliğini değerlendirmek açısından birbirini tamamlayan iki temel unsurdur. Deformasyon analizleri, nokta konumlarındaki değişimlerin anlamlılığını sorgularken; duyarlılık analizleri, ağın bu değişimleri tespit etme yeterliliğini irdelemektedir. Bu nedenle, tüm iz minimum çözümüne dayalı yaklaşımla ağ duyarlılığı artmakta, ölçü hatalarının etkisi azaltılarak analizlerin güvenilirliği sağlanmaktadır (Aydın vd., 2004a, 2004b; Aydın vd., 2006; Niemeier, 1985; Tekin, 2016; Welsch vd., 2000).

Klasik deformasyon analizi yöntemlerinin etkinliği, hangi noktanın yer değiştirdiğine ilişkin ön bilgi gereksinimi nedeniyle sınırlı kalmaktadır. Pratikte bu bilgiye ulaşılamadığından, literatürde çeşitli simülasyon tabanlı çalışmalar yürütülmüştür (Hekimoğlu vd., 2010; Nowel & Kamiński, 2014; Nowel, 2015; Velsink, 2015). Bu çalışmalar, deformasyon ağlarında iç güvenilirlik düzeyinin ve ağırlıklandırma stratejilerinin analiz sonuçlarına etkisini ortaya koymuştur.

Minimum Tespit Edilebilir Yer Değişim (MDD) kavramı, ağın duyarlılığını ve güvenilirliğini nitelendirmede kritik bir ölçüttür. Erdoğan vd. (2017), teorik ve ampirik yaklaşımlarla farklı ağ yapıları için MDD hesaplamaları yaparak, bu değerlerin ağ geometrisi ve ölçme duyarlılığı ile nasıl değiştiğini göstermiştir. Söz konusu çalışma, farklı güven seviyelerinde deformasyon analizine yönelik katkı sağlamaktadır.

Deformasyon analizi ile duyarlılık doğrudan ilişkilidir; ölçme doğruluğu arttıkça duyarlılığın bir göstergesi olan dışmerkezlik parametresi de büyür. Yüksek duyarlılığa sahip bir ölçme ağı, daha küçük deformasyonları güvenilir şekilde tespit edebilirken, düşük duyarlılık durumunda hata ile deformasyon sinyali karışabilir. Stokastik modelin doğruluğu, deformasyon analizinde yanlış pozitif ve negatif hata oranlarını minimize eder. Bu nedenle, deformasyon analizinin güvenilirliği, ölçme duyarlılığı ve stokastik modelin kalitesiyle doğrudan ilişkilidir (Aydın vd., 2006).

Duyarlılığı etkileyen temel faktörler; ağ geometrisi, ölçü süresi ve ölçme aracının hassasiyetidir. Bu unsurlar, tahmin edilen koordinatların istatistiksel kalitesini belirlemektedir. Yer değişimi analizlerinde güven elipslerinin kullanımı, nokta hareketlerinin istatistiksel anlamlılığını değerlendirmek için yaygın bir yaklaşımdır (Cooper, 1987).

Jeodezik ağlarda duyarlılık analizine yönelik çalışmalar, Baarda (1968) ve Pope (1976) tarafından başlatılmış olup; ölçü hatalarının tespiti ve değerlendirilmesi konularında önemli katkılar sağlamıştır (Erdoğan, 2014; Küreç & Konak, 2014). Öztürk (1982, 1987), model hatalarının güvenilirlik kriterleri çerçevesinde incelenmesi gerektiğini vurgulamıştır.

Datum seçiminin duyarlılık üzerindeki etkileri, Papo (1999) ve Even-Tzur (2006) tarafından detaylı olarak incelenmiş; noktaların stratejik konumlandırılmasının ağ performansını etkilediği gösterilmiştir. Ölçüm kalitesi ile ağ duyarlılığının bütüncül olarak değerlendirilmesi gerektiği (Berber vd., 2006; Hekimoğlu & Erdoğan, 2012; Kutterer, 1999) literatürde ortak görüştür.

Even-Tzur (1999, 2002) ve Han vd. (2012) tarafından yapılan çalışmalarda, GPS ölçü süreleri ve baz uzunluklarının ağ

duyarlılığı üzerindeki etkisi ortaya konmuştur. Velsink (2015) ise, vektörel analizlerin özellikle yönelimli sistemlerde daha anlamlı sonuçlar sağladığını belirtmiştir.

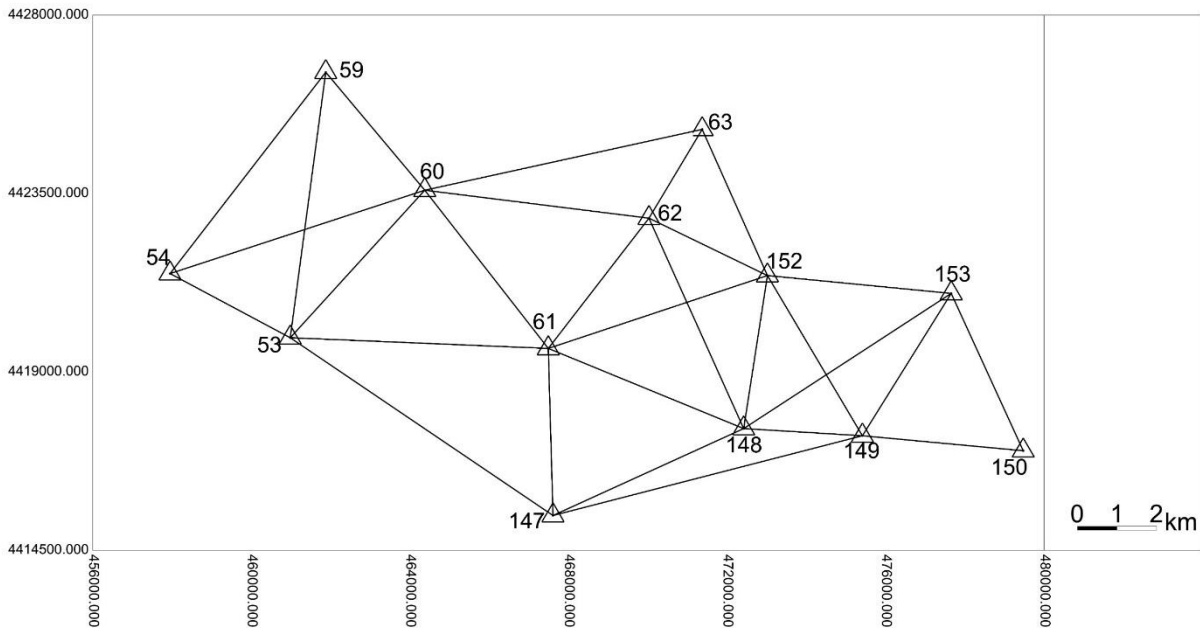
Amiri-Simkooei vd. (2012), jeodezik ağ optimizasyonuna yönelik temel kavramları sistematik olarak sunmuş; farklı optimalite kriterlerinin duyarlılık üzerindeki etkilerini değerlendirmiştir. GNSS tabanlı sistemlerde ise, Li vd. (2023), Hassas Nokta Konumlama (PPP) yöntemi kapsamında tüm hata kaynaklarını analiz ederek, milimetre düzeyinde doğruluk için hangi hata kaynaklarının nasıl modellenmesi gerektiğini ortaya koymuştur. Geçici GNSS ağlarının duyarlılığı, ağ geometrisinin etkisiyle Betti vd. (1999) tarafından analiz edilmiş; farklı cihaz duyarlılıklarının sonuçlar üzerindeki etkileri vurgulanmıştır. Bu bağlamda, bu çalışmada çeşitli ölçme duyarlılığı senaryoları üzerinden ağ performansı analiz edilmiştir.

Sonuç olarak, literatürdeki bu çalışmalar deformasyon analizlerinin duyarlılık, güvenilirlik ve ağ tasarımıyla sıkı bir ilişki içerisinde olduğunu ortaya koymuştur. Bu nedenle, bu çalışma iki boyutlu deformasyon ağları üzerinden, ağ türü, datum seçimi ve ölçme duyarlılıklarının etkisini karşılaştırmalı olarak incelemeyi amaçlamaktadır.

2. Yöntem

Bu çalışmada, jeodezik ağlarda artan datum noktası sayısının tespit edilebilir en küçük yer değiştirme büyüklükleri üzerindeki etkisi, farklı fonksiyonel ve stokastik modeller kapsamında analiz edilmiştir. Bu nedenle, jeodezik ağ dengeleme süreçlerinde kullanılan çeşitli matematiksel modellerin ağ doğruluğu ve güvenilirliği üzerindeki etkisi incelenerek en uygun yöntemin belirlenmesi amaçlanmıştır.

Çalışmada, jeodezik ağ üzerinde gerçekleştirilen ölçüler değerlendirilmiş ve ağ modeli, kenar ve doğrultu, yalnızca doğrultu ve yalnızca kenar ölçülerinden oluşan bir veri seti kullanılarak oluşturulmuştur. Şekil 1’de analizlerde kullanılan ağın geometrik yapısı sunulmakta olup, ağda toplam 83 ölçünün ilk 54’ü doğrultu, 55 ile 83 arasındaki ölçüler ise kenar uzunluğu ölçüsüdür.



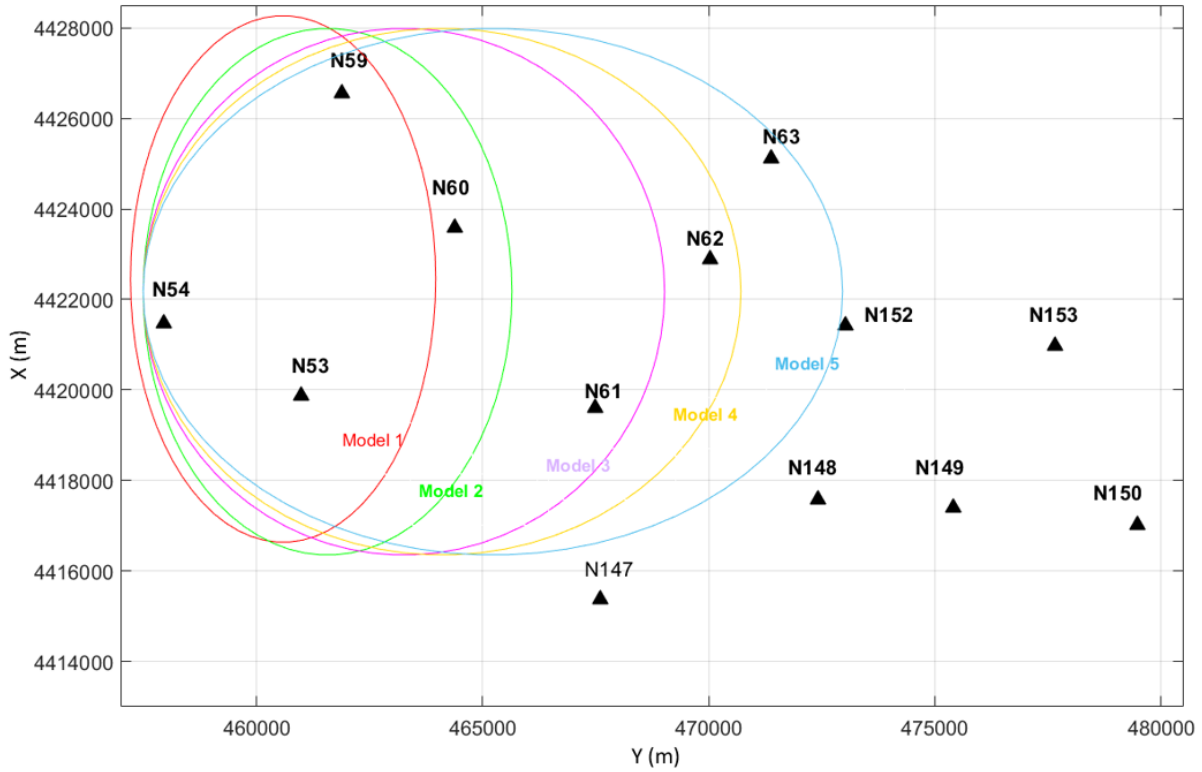
Şekil 1: Jeodezik ağ noktaları

Şekil 2 ve Tablo 1’de sunulan beş farklı datum tanımı yapılmıştır. Analizlerde, dengeleme öncesinde elde edilen önsel

standart sapma ile dengeleme sonrasında hesaplanan sonsal standart sapma kullanılarak, tespit edilebilir en küçük yer değiştirme büyüklüğü (a_{min}) belirlenmiş ve her iki standart sapmanın a_{min} üzerindeki etkileri karşılaştırmalı olarak ortaya konulmuştur. Tablo 1'e göre, Model 1 yalnızca 53, 54 ve 59 numaralı datum noktalarını içermekte olup, Model 5'e doğru ilerledikçe dahil edilen datum noktalarının sayısı artmakta ve nihai modelde 53, 54, 59, 60, 61, 62 ve 63 numaralı noktalar yer almaktadır. Şekil 2'de her bir model, farklı ölçü duyarlılığı senaryosuna karşılık gelmekte olup, ilgili konfigürasyonların deformasyon tespit kapasitesi görsel olarak elipsler aracılığıyla temsil edilmiştir. Elipsler dışındaki noktalar sabit ağ noktalarını ifade etmektedir.

Tablo 1: Datum noktalarına göre modeller

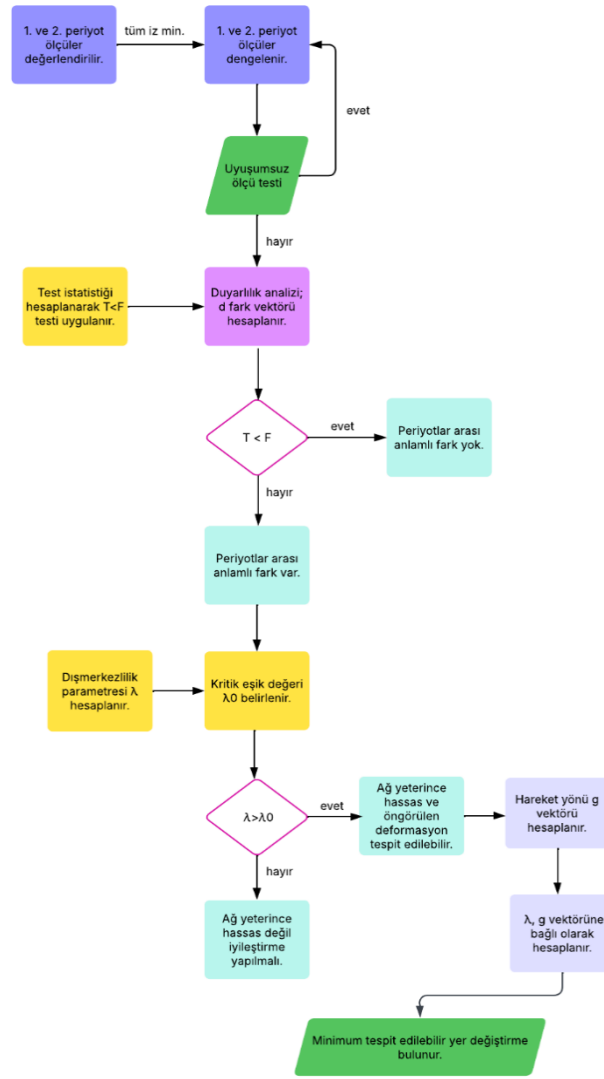
Model	Datum Noktaları
Model 1	53-54-59
Model 2	53-54-59-60
Model 3	53-54-59-60-61
Model 4	53-54-59-60-61-62
Model 5	53-54-59-60-61-62-63



Şekil 2: Ağ üzerinde beş farklı modelin konumsal gösterimi

Bu çalışmada gerçekleştirilen ağ dengeleme analizleri ve duyarlılık hesaplamaları, MATLAB ve Microsoft Excel yazılımları kullanılarak yürütülmüş; görselleştirme işlemleri ise aynı programlara ek olarak Python programlama dili aracılığıyla gerçekleştirilmiştir.

Şekil 3'teki akış şemasına göre dengeleme süreci, doğrultu ve kenar ölçülerinin entegrasyonu ile başlayıp, tüm iz minimum yöntemine göre dengeleme modelinin uygulanmasıyla devam etmekte ve tespit edilebilir en küçük yer değiştirme değerlerinin hesaplanmasıyla tamamlanmaktadır.



Şekil 3: Belirlenebilir en küçük deformasyon için akış şeması

2.1 Duyarlılık Analizi

Jeodezik bir ağda, istatistiksel testlerle anlamlı olarak belirlenebilecek hareket miktarı, ağı duyarlılığı ile doğrudan ilişkilidir. Serbest ağ dengelenmesi sonucunda, farklı periyotlara ait koordinat bilinmeyenleri vektörleri $\mathbf{x}_1$ ve $\mathbf{x}_2$, ilgili ağırlık katsayı matrisleri $\mathbf{Q}_{\mathbf{x}_1\mathbf{x}_1}$ ve $\mathbf{Q}_{\mathbf{x}_2\mathbf{x}_2}$ ile temsil edilmektedir. Bu durumda, fark vektörü $\mathbf{d}$ ve buna karşılık gelen ağırlık katsayı matrisi $\mathbf{Q}_d$, Eşitlik 1'de gösterildiği şekilde tanımlanır ve ağı duyarlılığı çerçevesinde hareketlerin güvenilir şekilde belirlenmesini sağlar.

$$\mathbf{d} = \mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1 \quad (1a)$$

$$\mathbf{Q}_d = \mathbf{Q}_{\mathbf{x}_1\mathbf{x}_1} + \mathbf{Q}_{\mathbf{x}_2\mathbf{x}_2} \quad (1b)$$

Ölçme duyarlılığı yüksek olan bir ağ, fark vektörü $\mathbf{d}$ üzerindeki küçük değişimleri dahi tespit edebilirken, duyarlılığı düşük bir ağda, bu farklar ölçü hataları ile karışabilmektedir. Bu nedenle, ağı duyarlılığı, beklenen hareketin istatistiksel testlerle anlamlı bir şekilde tespit edilip edilemeyeceğini belirleyen temel faktörlerden biridir.

Sıfır hipotezi ($H_0: E(\mathbf{d}) = \mathbf{0}$) ve alternatif hipotez ($H_1: E(\mathbf{d}) \neq \mathbf{0}$), periyotlar arasında anlamlı bir hareket olup olmadığını test etmek için kullanılmaktadır. Bu hipotez testi, iki periyot arasındaki farkın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadığını değerlendirmek amacıyla gerçekleştirilir. Eğer sıfır hipotezi kabul edilirse, gözlemlenen değişim istatistiksel olarak anlamlı değildir ve ağda belirgin bir hareket olmadığı sonucuna varılır. Hipotezin geçerliliğini test etmek için kullanılan büyüklük, Eşitlik 2 ile ifade edilmektedir.

$$T = \frac{R}{s_0^2 h} = \frac{\mathbf{d}^T \mathbf{Q}_d^+ \mathbf{d}}{s_0^2 h} \sim F(h, f) \quad (2)$$

Eşitlik 2’de:

h , R karesel biçimin serbestlik derecesini veya $\mathbf{Q}_d$ ağırlık katsayıları matrisinin rankını ($h = \text{rank}(\mathbf{Q}_d)$) ifade eder. f , sırasıyla birinci ve ikinci periyotlarda gerçekleştirilen ölçülerin dengelemesi sırasında kullanılan serbestlik derecelerinin toplamını temsil eder. s_0^2 , analiz sonrası birleştirilmiş varyansı ifade eder. $F(h, f)$, hipotez testinde kullanılan ve serbestlik dereceleri h ve f ile tanımlanan F dağılımını gösterir.

Hipotez testinde, T test büyüklüğü α yanılma olasılığına bağlı $F_{h,f,1-\alpha}$ güven sınırı değeri ile karşılaştırılır: $T < F_{h,f,1-\alpha}$ ise sıfır hipotezi kabul edilir ve periyotlar arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olmadığı sonucuna varılır (Chen vd., 1990; Kuang, 1991, 1996; Setan & Singh, 2001; Setan & Othman, 2006). Aksi takdirde, alternatif hipotez kabul edilir ve iki periyot arasında istatistiksel olarak anlamlı bir hareket olduğu sonucuna ulaşılır. Test istatistiği, λ dış merkezlik parametresi (Eşitlik 3) ile tanımlanan merkezi olmayan bir F dağılımını takip etmektedir: $T \sim F(h, f, \lambda)$ (Koch, 1999).

$$\lambda = \frac{\mathbf{d}^T \mathbf{Q}_d^+ \mathbf{d}}{\sigma_0^2} \quad (3)$$

Burada, σ_0^2 önsel varyans faktörünü temsil etmektedir.

Deformasyon analizinde, bir jeodezik ağın duyarlılığı, gözlemlenen nesnenin dinamik özelliklerine dayalı olarak öngörülen deformasyonları tespit etme yeteneği ile doğrudan ilişkilidir. Bu duyarlılık değerlendirmesi, ağın beklenen deformasyonları güvenilir bir şekilde tespit edip edemeyeceğini belirleyen hata olasılığı α ve test gücü γ parametrelerine bağlıdır.

Bir ağın duyarlılığı, koordinat yer değiştirmelerinden türetilen dış merkezlik parametresi (λ) kullanılarak değerlendirilir. Bu parametre, Eşitlik 3 ile hesaplanmakta olup, ağın beklenen deformasyonları tespit edebilme kapasitesini ölçmek amacıyla, önceden tanımlanmış bir sınır değer olan λ_0 ile karşılaştırılır (Eşitlik 4).

$$0 < \lambda \leq \lambda_0 \quad (4)$$

Buradaki λ_0 değeri, yanılma olasılığı (α), test gücü (γ) ve serbestlik derecesi (h) dikkate alınarak tanımlanan ve Eşitlik 5 ile verilen kritik bir eşiği temsil etmektedir.

$$\lambda_0 = f(\alpha, \gamma, h, \infty) \quad (5)$$

λ_0 sınır değeri, deformasyon izleme ağının duyarlılığını değerlendirmek için önemli bir kriterdir. Belirli serbestlik dereceleri (h) ve sonsuz serbestlik derecesi koşulu ($f \rightarrow \infty$) altında %80 ve %90 test güçleri için hesaplanan λ_0 değerleri Tablo 2’de sunulmuştur. Bu değerler, bir ağın öngörülen büyüklükteki deformasyonları hangi düzeyde güvenilirlikle tespit edebileceğini belirlemekte kullanılır.

Tablo 2: λ_0 sınır değerleri (Aydın, 2014)

h	$\gamma = \%80$	$\gamma = \%90$
1	7.85	10.51
5	12.83	16.47
10	16.24	20.53
20	20.96	26.13
50	30.20	37.07
100	40.56	49.29

Bir ağı beklenen deformasyonları tespit edebilecek kapasitede kabul edilmesi için, Eşitlik 6'da verilen koşulun sağlanması gerekir.

$$\lambda \geq \lambda_0 \quad (6)$$

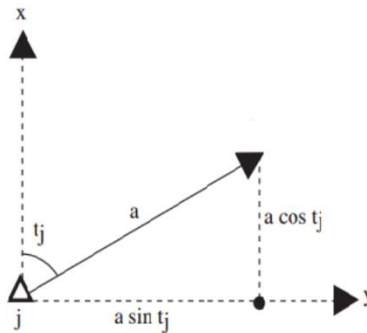
Eğer $\lambda \geq \lambda_0$ ise, ağı öngörülen deformasyonları tespit edebildiği kabul edilir, yani ağı yeterince hassastır. Aksi takdirde, ağı hassasiyeti yetersiz olarak değerlendirilir ve ölçü tasarımında iyileştirmeler yapılması gerekebilir (Cooper, 1987; Hekimoğlu vd., 2002; Koch, 1999). Aydın ve Demirel (2005) tarafından Baarda'nın merkezi olmayanlık parametresi üzerine yapılan çalışmalarda, farklı güven düzeylerine ait kritik λ_0 değerlerinin belirlenmesinin deformasyon analizinin test gücü açısından önemli olduğu ortaya konmuştur. Bu çalışmada da önerilen duyarlılık analizlerinde %90, %95 ve %99 güven seviyelerine ait λ_0 değerleri kullanılarak ağı performansı ölçülmüştür.

2.2 Tespit Edilebilir En Küçük Yer Değiştirme Miktarı

Jeodezik ağılardaki hareket yönlerini temsil eden g vektörü, iki boyutlu bir ağı durumunda belirli noktalar için tanımlanan hareket yönü bileşenleri kullanılarak ifade edilir. Bu bağlamda, hareket yönü t_j , ile gösterildiğinde, g form vektörü Eşitlik 7'de gösterildiği gibi yazılır.

$$g = [\cos t_1, \sin t_1, \cos t_2, \sin t_2, \dots, \cos t_p, \sin t_p]^T \quad (7)$$

Bu formül yalnızca obje noktaları için deformasyon öngörüldüğünde uygulanır. Belirli noktalar için hareket bileşenleri tanımlanmamışsa, ilgili koordinat değerleri 0 olarak atanır (Şekil 4).

**Şekil 4:** j noktası için öngörülen hareket yönü ve x-y eksenlerindeki izdüşümü (Aydın vd., 2004a)

Öngörülen deformasyon vektörü aşağıdaki Eşitlik 8 ile ifade edilebilir:

$$d_k = ag \quad (8)$$

Burada a , gerekli ölçek faktörüdür. Yukarıdaki eşitlik, ağırlık katsayılarıyla tanımlanan lineer modelden türetilirse, Eşitlik 9 elde edilir.

$$\lambda_0 = \frac{a^2}{\sigma_0^2} \mathbf{g}^T \mathbf{Q}_d^+ \mathbf{g} \quad (9)$$

Buna göre, a 'nın minimum değeri Eşitlik 10'daki gibi belirlenir:

$$a_{min} = \sigma_0 \sqrt{\frac{\lambda_0}{\mathbf{g}^T \mathbf{Q}_d^+ \mathbf{g}}} \quad (10)$$

Böylece, tespit edilebilir en küçük yer değiştirme vektörünün değeri Eşitlik 11 ile aşağıdaki gibi elde edilir:

$$(d_k)_{min} = a_{min} \mathbf{g} \quad (11)$$

Niemeier (1985) tarafından önerilen temel bileşen analizi, bir ağın en zayıf bölgelerini belirlemek ve deformasyonun en az kesin olduğu yönleri tespit etmek için kullanılır. Bu analize göre, en kötü belirlenmiş deformasyon parametresi, birinci temel bileşenin yönünde bulunur. Buna göre, $\mathbf{g}$ form vektörü yerine, $\mathbf{Q}_d$ matrisinin maksimum özdeğeri V_{max} ile ilişkili özvektör Λ_{max} , deformasyonun en fazla belirsizlik taşıdığı yönü temsil eder ve tespit edilebilir en küçük yer değiştirmeyi belirlemek için kullanılır (Eşitlik 12).

$$a_{min} = \sigma_0 \sqrt{\lambda_0 V_{max}} \quad (12)$$

Böylece, birinci temel bileşen yönündeki tespit edilebilir en küçük yer değiştirme vektörü, Eşitlik 11 ve Eşitlik 12'den türetilerek Eşitlik 13 ile elde edilir (Aydm, 2012; Kuang, 1996; Velsink, 2015).

$$(d_k)_{min} = (\sigma_0 \sqrt{\lambda_0 V_{max}}) \Lambda_{max} \quad (13)$$

3. Bulgular

3.1 Nokta Bazlı Duyarlılık Analizi

Bu çalışmada, doğrultu ve kenar ölçülerini içeren bir jeodezik ağ, farklı matematiksel modelleme yöntemleri kullanılarak değerlendirilmiş ve her modelin hata ve güvenilirlik açısından ortaya koyduğu farklılıklar incelenmiştir. Özellikle, ağ içerisindeki nokta konum doğrulukları ile duyarlılık seviyeleri belirlenmiştir. Bulgular, datum noktalarının sayısının artmasıyla ağın duyarlılığının ve doğruluk seviyesinin yükseldiğini göstermektedir. Ayrıca, en küçük deformasyon büyüklüğünün belirlenebilirliği açısından kenar-doğrultu modelinin avantaj sağladığı görülmüştür. Çalışma, jeodezik ağların duyarlılık seviyesini artırmak ve hata analizini optimize etmek için model seçiminin kritik bir faktör olduğunu vurgulamaktadır.

Model 1 kapsamında yapılan değerlendirmede, datum noktalarına olan uzaklığın yer değişim tespiti üzerindeki etkisi incelenmiş ve datum noktalarına en uzak konumda bulunan noktanın en yüksek, en yakın konumdaki noktanın ise en küçük a_{min} değerine sahip olduğu belirlenmiştir. Analizlerde, önsel ve sonsal standart sapmalar kullanılarak, farklı ağ yapılarına göre tespit edilebilecek en küçük yer değişiminin nasıl değiştiği gözlemlenmiştir. Elde edilen sonuçlar, yalnızca kenar ölçülerinin kullanıldığı dengelemede tespit edilebilecek en küçük yer değişiminin en büyük değere sahip olduğunu, yalnızca doğrultu ölçülerinin kullanıldığı dengelemede ise en küçük yer değişiminin en düşük seviyede olduğunu göstermektedir.

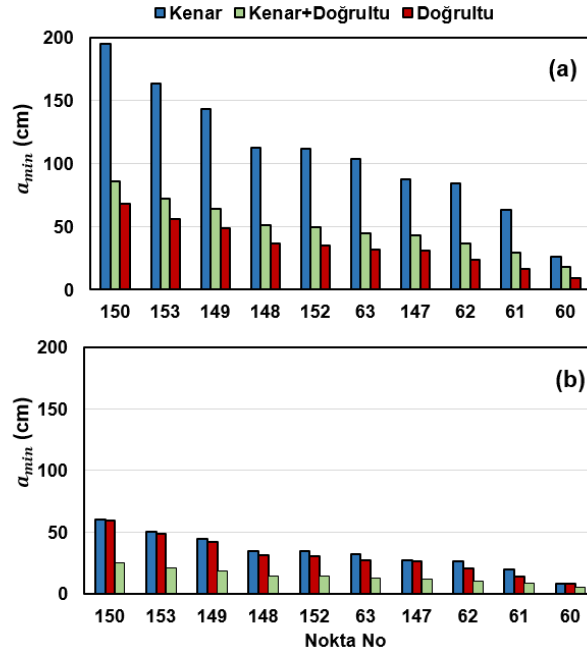
Tüm modeller için şekiller, önsel ve sonsal standart sapmalara göre sunulmuştur, çünkü bu iki değer, ölçme hassasiyetinin farklı aşamalarındaki belirsizlikleri ve güvenilirliği değerlendirmek için kritik öneme sahiptir. Önsel standart sapma (σ_0) ölçüler gerçekleştirilmeden önce belirlenen, genellikle ölçme cihazlarının üreticileri tarafından sağlanan hata değerlerine veya geçmiş deneyimlere dayalı bir hata tahminidir. Sonsal standart sapma (s_0) ise, dengeleme işlemi tamamlandıktan sonra, gerçek ölçü verileri kullanılarak hesaplanan hata büyüklüğünü ifade eder. Bu nedenle, önsel standart sapma teorik doğruluk tahminlerini sunarken, sonsal standart sapma ölçülerin gerçek güvenilirliğini ve modelin hata seviyesini yansıtmaktadır. Şekillerin her iki standart sapmaya göre verilmesi, modelin hem başlangıçtaki hata beklentileri hem de ölçü sonrası hata dağılımları açısından nasıl bir performans sergilediğini karşılaştırmalı olarak değerlendirmeyi mümkün kılmaktadır.

Tekin Ünlütürk ve Doğan (2025), yaptıkları çalışmada da kullanılan veri setini tutarlı bir referans sisteminde değerlendirebilmek amacıyla ölçüleri 3° dilim genişlikli Gauss-Krüger projeksiyon sistemine dönüştürmüş ve bu dönüşümle birlikte doğrultu ile kenar ölçülerini ayrı ayrı tanımlamıştır. Aynı çalışmada, doğrultu gözlemlerine ilişkin önsel hata modelinin, projeksiyon sonrası elde edilen üçgen kapanma hataları kullanılarak oluşturulduğu ve bu doğrultuda stokastik modelin tanımlandığı belirtilmiştir. Bu çalışmada gerçekleştirilen analizler, Tablo 3'te sunulan 5 mm + 2 ppm ölçü duyarlılığına göre yürütülmüştür. Söz konusu tabloda, yalnızca kenar ölçüsü, yalnızca doğrultu ölçüsü ve her ikisinin birlikte kullanıldığı farklı ağ türleri için önsel ve sonsal standart sapma değerleri ayrı ayrı verilmiştir. Üç ağ türünde de önsel duyarlılığın sabit tutulduğu açıkça görülmektedir. Tablo 3, ağ geometrisinin ve kullanılan ölçü türlerinin dengeleme öncesi ve sonrası hata büyüklüklerine etkisini ortaya koymakta olup; en düşük sonsal standart sapma (s_0) değerinin kenar ve doğrultu ölçülerinin birlikte kullanıldığı ağ yapısında elde edildiği, yalnızca tek bir ölçü türüne dayalı ağlarda ise hata büyüklüğünün arttığı gözlemlenmiştir.

Tablo 3: 5 mm + 2 ppm duyarlılığında farklı ağ türleri için önsel ve sonsal standart sapma değerleri

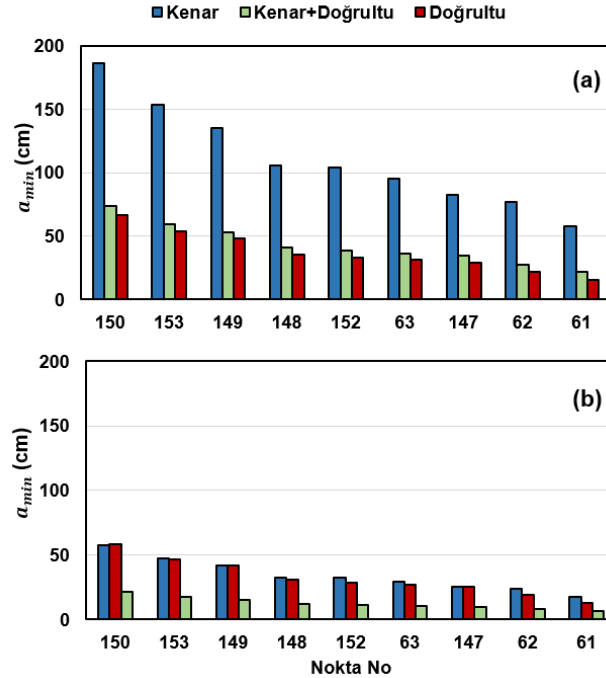
Ağ Türü	Kenar-Doğrultu	Doğrultu	Kenar
s_0 (cm)	0.55	0.67	0.74
σ_0 (cm)	0.16	0.16	0.16

Şekil 5'teki verilere göre, sonsal standart sapma kullanımı durumunda, kenar-doğrultu ağında ortalama a_{min} değeri 49.46 cm, doğrultu ağında 35.56 cm ve kenar ağında 109.26 cm olarak hesaplanmıştır. Bu sonuçlara göre, Model 1'de tespit edilebilir en küçük yer değişiminin doğrultu ağı için olduğu tespit edilmiştir. Öte yandan, önsel standart sapma dikkate alındığında, kenar-doğrultu ağında ortalama a_{min} değeri 14.30 cm, doğrultu ağında 30.91 cm ve kenar ağında 33.86 cm olarak bulunmuş ve bu durumda, Model 1'de en küçük yer değişiminin kenar-doğrultu ağında belirlendiği sonucuna ulaşılmıştır. Çalışma bulguları, farklı ağ türlerinin tespit edilebilir yer değişimi üzerinde etkili olduğunu göstermektedir.



Şekil 5: Model 1’de a) sonsal, b) önsel standart sapma ile hesaplanan (a_{min}) değerleri

Model 2 kapsamında yapılan analizde, farklı ağ türlerinde tespit edilebilir en küçük yer değiştirmenin nasıl değiştiği incelenmiştir. Şekil 6’da sunulan veriler doğrultusunda, ilk grafik sonsal standart sapma ile elde edilen sonuçları, ikinci grafik ise önsel standart sapma ile elde edilen sonuçları göstermektedir.

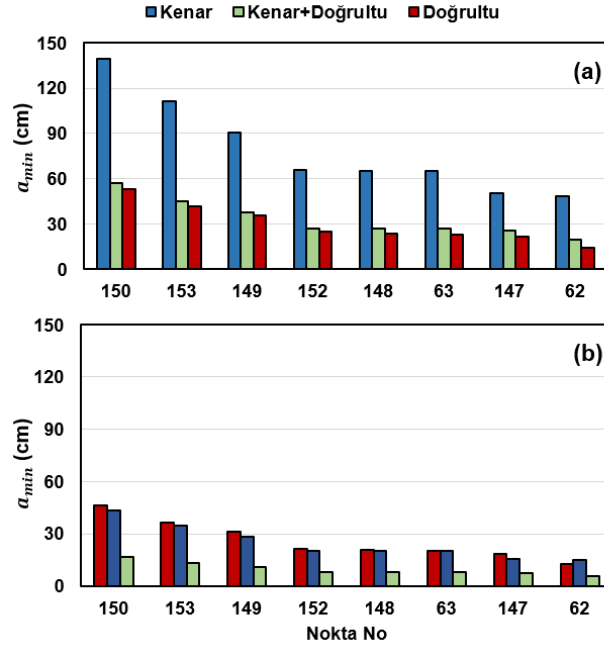


Şekil 6: Model 2’de a) sonsal, b) önsel standart sapma ile hesaplanan (a_{min}) değerleri

Kenar-doğrultu ağında sonsal standart sapma kullanıldığında, ortalama a_{min} değeri 43.03 cm, doğrultu ağında 37.27 cm ve kenar ağında 111.03 cm olarak hesaplanmıştır. Bu sonuçlar, Model 2’de tespit edilebilir en küçük yer değiştirmenin doğrultu ağı için en düşük seviyede olduğunu göstermektedir. Öte yandan, önsel standart sapma kullanıldığında, kenar-doğrultu ağında

ortalama a_{min} değeri 12.44 cm, doğrultu ağında 32.39 cm ve kenar ağında 34.31 cm olarak belirlenmiştir. Bu durumda, Model 2’de en küçük yer değiştirmenin kenar-doğrultu ağı için tespit edildiği görülmektedir. Bu sonuçlar, büyük ölçüde Model 1 ile benzerlik göstermektedir. Her iki modelde de sonsal standart sapma kullanıldığında doğrultu ağı; önsel standart sapma kullanıldığında ise kenar-doğrultu ağı daha yüksek duyarlılığa sahip bulunmuştur.

Model 3 kapsamında gerçekleştirilen analizde, farklı ağ türlerinde tespit edilebilir en küçük yer değiştirmenin nasıl değiştiği değerlendirilmiştir. Şekil 7’de sunulan sonuçlar, Model 1 ve Model 2 ile benzer eğilimler göstermekle birlikte, belirli farklılıklar da içermektedir.



Şekil 7: Model 3'te a) sonsal, b) önsel standart sapma ile hesaplanan (a_{min}) değerleri

Sonsal standart sapma kullanıldığında, kenar-doğrultu ağında ortalama a_{min} değeri 33.33 cm, doğrultu ağında 29.70 cm ve kenar ağında 79.59 cm olarak hesaplanmıştır. Bu değerler, Model 1 ve Model 2’ye kıyasla tüm ağ türlerinde daha düşük en küçük yer değişimi tespiti sağlandığını göstermektedir. Bununla birlikte, önceki modellerle tutarlı olarak, duyarlılığın doğrultu ağında yüksek olduğu belirlenmiştir.

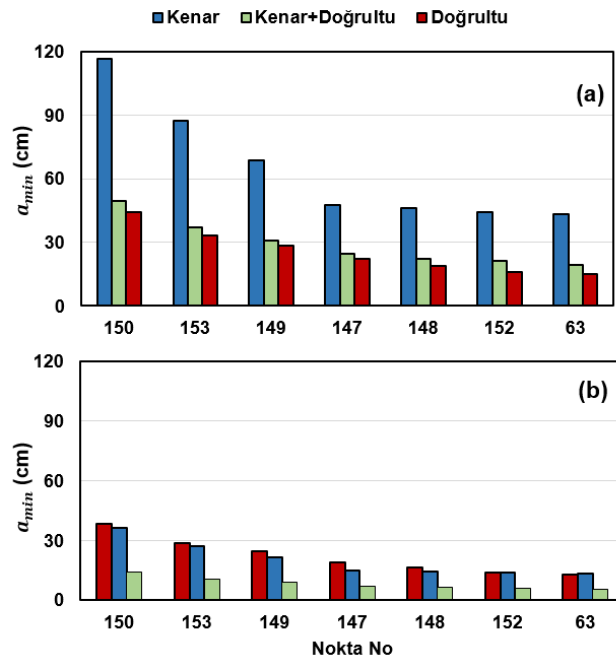
Önsel standart sapma kullanıldığında, kenar-doğrultu ağında ortalama a_{min} değeri 9.63 cm, doğrultu ağında 25.81 cm ve kenar ağında 24.67 cm olarak hesaplanmıştır. Önceki modellerde olduğu gibi, Model 3’te de en küçük yer değiştirmenin kenar-doğrultu ağında yakalandığı görülmektedir. Ancak, Model 1 ve Model 2’ye kıyasla tüm ağ türlerinde önsel standart sapma ile tespit edilen en küçük yer değişimi değerleri daha düşük seviyelerde elde edilmiştir.

Bu bulgular, Model 3’ün Model 1 ve Model 2’ye kıyasla daha yüksek bir duyarlılığa sahip olduğunu göstermektedir. Özellikle, kenar-doğrultu ağı ve doğrultu ağında belirgin bir iyileşme gözlenirken, kenar ağında da önemli bir fark oluşmuştur.

Model 4 için yapılan analizler, önceki modellerle benzer eğilimler göstermekle birlikte belirgin bir ayrım da içermektedir. Şekil 8’de sunulan sonuçlar, ilk üç modelden farklı olarak, önsel standart sapma kullanıldığında tespit edilebilir en küçük yer değiştirmenin doğrultu ağı yerine kenar-doğrultu ağı için belirlendiğini ortaya koymaktadır.

Sonsal standart sapma kullanıldığında, a_{min} değeri kenar-doğrultu ağında ortalama 29.29 cm, doğrultu ağında 25.33 cm ve kenar ağında 64.88 cm olarak hesaplanmıştır. Önceki modellerle tutarlı şekilde, tespit edilebilir en küçük yer değiştirmenin doğrultu ağı için olduğu belirlenmiştir.

Önsel standart sapma kullanıldığında, kenar-doğrultu ağında ortalama a_{min} değeri 8.47 cm, doğrultu ağında 22.03 cm ve kenar ağında 20.11 cm olarak hesaplanmıştır. Burada, önsel standart sapma kullanıldığında, doğrultu ağında tespit edilebilir en küçük yer değiştirmenin en yüksek değerlerden birine sahip olduğu belirlenmiştir. Bu sonuçlar, Model 4'ün farklı bir eğilim gösterdiğini ve özellikle önsel standart sapma ile doğrultu ağının önceki modellerdeki kadar avantajlı bir sonuç üretmediğini ortaya koymaktadır.

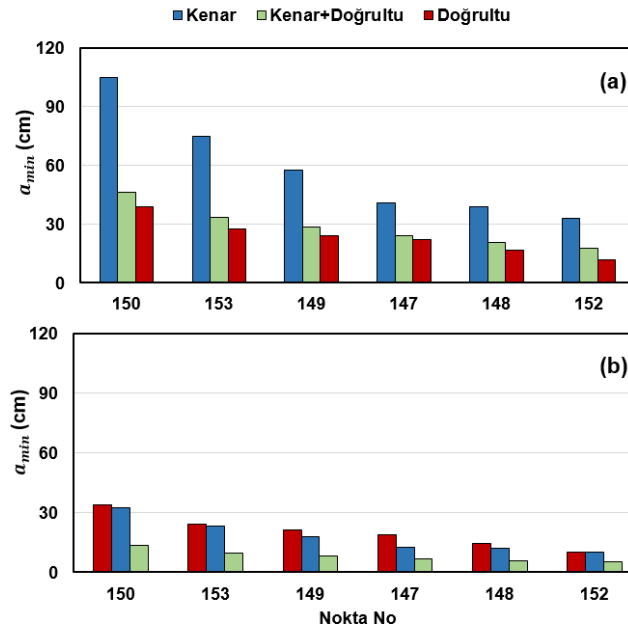


Şekil 8: Model 4'te a) sonsal, b) önsel standart sapma ile hesaplanan (a_{min}) değerleri

Şekil 9'da elde edilen bulgular, datum noktalarına en uzak noktalarda deformasyonun en büyük, en yakın noktalarda ise en küçük olduğunu göstermekte ve bu durumun Model 5 için de geçerli olduğunu doğrulamaktadır. Bununla birlikte, datum noktası sayısı arttıkça belirlenebilecek en küçük deformasyonun küçüldüğü gözlemlenmiştir. Bu bulgu, ağ tasarımı datum noktalarının sayısının ve dağılımının tespit edilebilir deformasyon üzerinde doğrudan etkili olduğunu göstermektedir.

Sonsal standart sapma kullanılarak yapılan hesaplamalara göre, kenar-doğrultu ağında ortalama a_{min} değeri 28.44 cm, doğrultu ağında 23.53 cm ve kenar ağında 58.26 cm olarak belirlenmiştir. Önceki modellerle tutarlı şekilde, en küçük tespit edilebilir yer değişiminin doğrultu ağı kapsamında olduğu tespit edilmiştir.

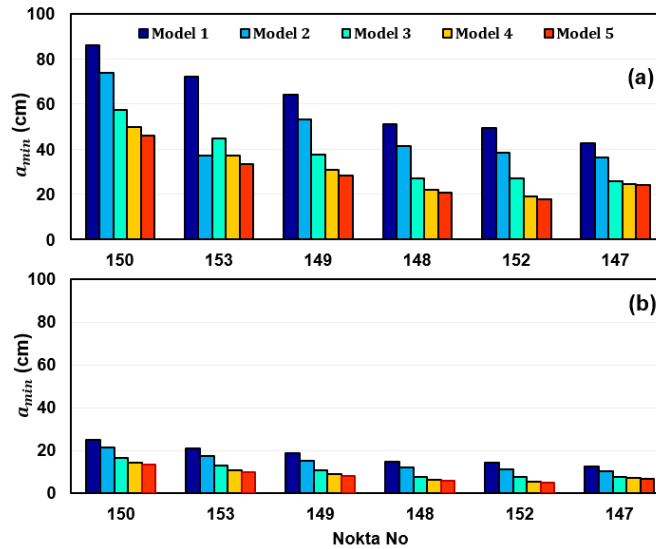
Önsel standart sapma kullanımı durumunda ise, kenar-doğrultu ağında ortalama a_{min} değeri 8.22 cm, doğrultu ağında 20.44 cm ve kenar ağında 18.05 cm olarak hesaplanmıştır. Diğer modellerle benzer şekilde, bu durumda da en küçük tespit edilebilir yer değişiminin kenar-doğrultu ağına ait olduğu görülmektedir. Genel olarak elde edilen sonuçlar, Model 5'in diğer modellere kıyasla daha optimal bir yapı sunduğunu ortaya koymaktadır.



Şekil 9: Model 5'te a) sonsal, b) önsel standart sapma ile hesaplanan (a_{min}) değerleri

3.2 Model Performanslarının Değerlendirilmesi

Şekil 10'da kenar-doğrultu ağı için tespit edilebilir en küçük yer değiştirmenin, önsel ve sonsal standart sapma kullanımıyla nasıl değiştiği gösterilmektedir. Şekilde, üst grafik sonsal standart sapma kullanılarak elde edilen sonuçları, alt grafik ise önsel standart sapma kullanılarak elde edilen sonuçları temsil etmektedir.

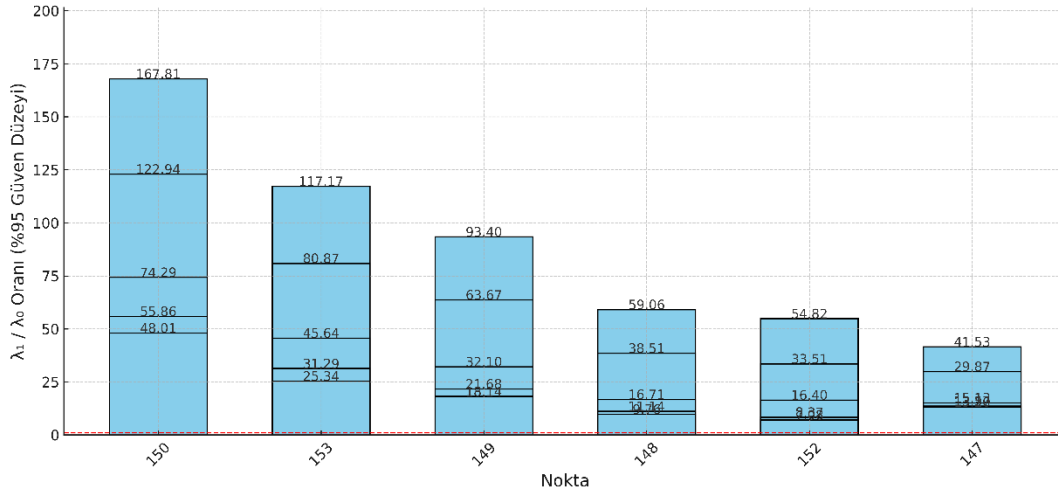


Şekil 10: Kenar-doğrultu ağı için a) sonsal, b) önsel standart sapma ile hesaplanan tespit edilebilir en küçük yer değiştirme

Analizler sonucunda, en büyük tespit edilebilir yer değiştirmenin Model 1'de, 150 numaralı noktada hem önsel standart sapma hem de sonsal standart sapma için olduğu belirlenmiştir. Benzer şekilde, en küçük tespit edilebilir yer değiştirmenin Model 5'te, 147 numaralı nokta için olduğu görülmüştür. Bu sonuçlar, farklı modellerde ve hata standart sapmalarına bağlı olarak tespit edilebilir en küçük yer değiştirmenin değiştiğini, ancak genel olarak Model 5'in en düşük yer değiştirme

değerlerini sağladığını ortaya koymaktadır.

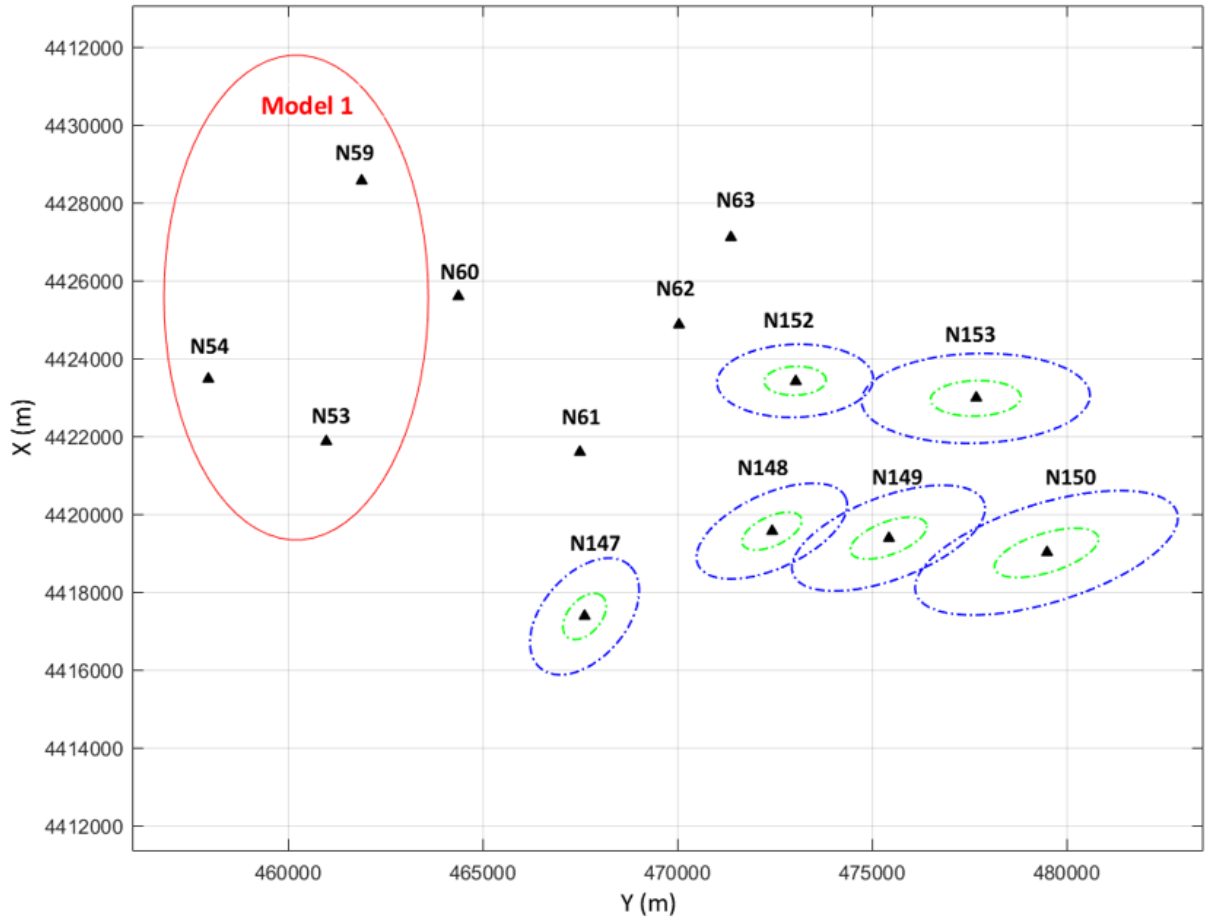
Deformasyon analizlerinde ağın güvenilirliğini değerlendirmek amacıyla, her bir ortak nokta için hesaplanan λ_1 değerleri; %90, %95 ve %99 güven düzeylerine karşılık gelen kritik χ^2 eşik değerleri (λ_0) ile karşılaştırılmıştır. Yapılan analizde, tüm noktalar için λ_1/λ_0 oranlarının her üç güven düzeyi açısından da 1'in oldukça üzerinde olduğu görülmektedir. Bu durum, ağ modelinde belirlenen noktasal bozulmaların yüksek bir test gücüyle ayırt edilebilir olduğunu ve ağı yönlü güvenilirlik açısından istatistiksel olarak güçlü bir yapıya sahip olduğunu göstermektedir. Sonuçlar Şekil 11'de sunulmuştur.



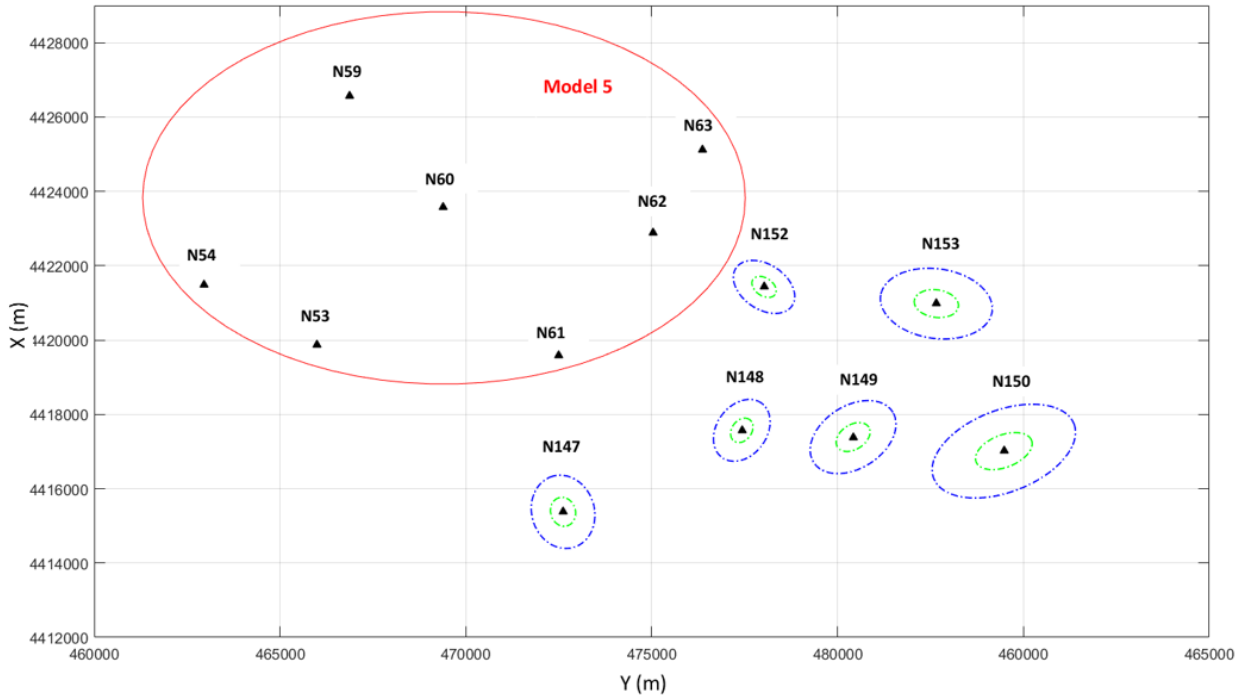
Şekil 11: Sabit noktaların beş farklı modele göre λ_1/λ_0 oranları

Ayrıca doğrultu ölçüleri için sabit bir standart sapma değeri kullanılmış ve bu nedenle doğrultu ölçülerinin ağırlıkları 1 olarak kabul edilmiştir. Kenar uzunluğu ölçülerinin ağırlıkları ise, kullanılan ölçü cihazının teknik duyarlılığına göre belirlenmiştir. Ağırlıklar, ölçülerin duyarlılığı ile ters orantılı olacak şekilde tanımlanmış; yani daha hassas ölçülere daha yüksek ağırlıklar atanmıştır.

Şekil 12 ve Şekil 13'te yer alan yer değiştirme elipslerinin büyük eksen yönleri, ilgili ağ noktalarında olası yer değiştirmelerin en düşük hassasiyetle izlenebildiği doğrultuları temsil etmektedir. Diğer bir ifadeyle, bu yönler, ağ yapısının en az duyarlı olduğu ve bu nedenle yer değiştirmelerin tespit edilmesinin en zor olduğu doğrultulardır. Bu analiz, ağın geometrik yapısının, hareketin yönüne bağlı olarak deformasyon tespit kapasitesini nasıl etkilediğine dair önemli bilgiler sunmaktadır. İlgili şekillerde, her bir nokta için iki farklı yer değiştirme elipsi gösterilmektedir. Mavi renkle çizilen elipsler, dengeleme sonucunda elde edilen sonsal standart sapma değerlerine göre hesaplanan yer değiştirme güven bölgelerini temsil etmektedir. Buna karşılık, yeşil elipsler, ölçü öncesi varsayılan hata bileşenlerine dayanan önsel standart sapma değerleriyle elde edilen yer değiştirme elipslerini göstermektedir. Bu iki elipsin karşılaştırılması, duyarlılık analizinde ağı başlangıçtaki varsayımsal yapısı ile nihai dengeleme sonuçları arasındaki farklılıkları görsel olarak ortaya koymakta ve ağ performansının değerlendirilmesine olanak tanımaktadır.



Şekil 12: Model 1 tüm ortak noktalar için elde edilen yer değiştirme elipsleri



Şekil 13: Model 5 tüm ortak noktalar için elde edilen yer değiştirme elipsleri

Yönelim temelli bu analiz, yalnızca yer değiştirme büyüklüklerine ilişkin değil, aynı zamanda ağıın doğrultu ağırlıklı

geometrisinin çözüm güvenilirliği üzerindeki etkilerine dair de önemli ipuçları sunmaktadır. Elde edilen bulgular, bazı ağ noktalarında yer değiştirme büyüklükleri görece düşük olmasına rağmen, belirli yönlerde duyarlılığın zayıf olduğunu göstermiştir. Bu durum, ağ güvenilirliliğinin yalnızca skaler büyüklüklerle değil, aynı zamanda yönsel bileşenler dikkate alınarak çok boyutlu bir yaklaşımla değerlendirilmesi gerektiğini ortaya koymaktadır.

Tablo 4'e göre dengeleme öncesi standart sapma (σ_0) değerinin tüm ölçü duyarlılıklarında sabit kalmasının temel nedeni, ölçme cihazlarının başlangıç hassasiyetinin değişmemesidir. Farklı duyarlılık seviyeleri (5 mm + 2 ppm, 5 mm + 1 ppm vb.) dengeleme sürecinde ağırlık matrisi aracılığıyla etkili olurken, başlangıçta belirlenen önsel hata tahminleri sabit tutulmuştur. Bu nedenle, dengeleme öncesi standart sapma (σ_0) değişmezken, dengeleme sonrası standart sapma (s_0) değerleri ölçme duyarlılığına bağlı olarak farklılık göstermektedir. Ayrıca Tablo 4'te, alet duyarlılığı artmasına rağmen s_0 değerinin yükselmesi, yalnızca cihaz hassasiyetinin değil, aynı zamanda ağı geometrisi, ölçü dağılımı ve model uyumu gibi faktörlerin de çözüm duyarlılığı üzerinde etkili olduğunu göstermektedir. Alet hassasiyeti arttıkça, modeldeki küçük uyumsuzluklar daha belirgin hale gelir ve bu da standart hata değerinde artışa yol açabilir. Bu durum, ölçü ağı içindeki sistematik veya rastgele hataların daha duyarlı hale gelmesiyle açıklanabilir.

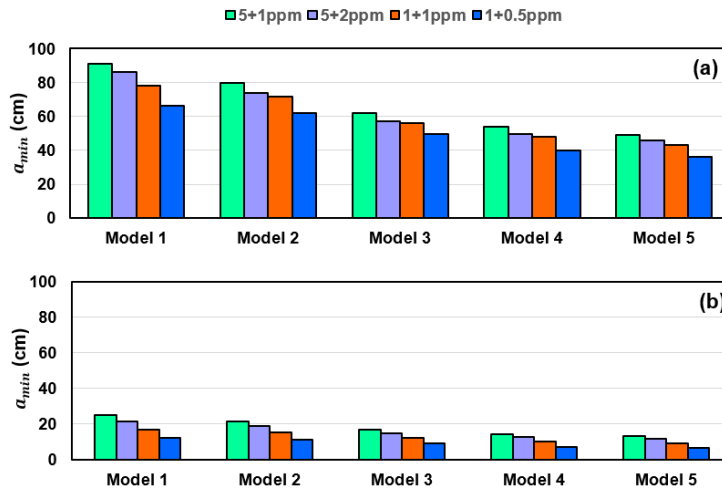
Tablo 4: Farklı alet duyarlılıklarına göre analiz sonuçları (cm)

	5 mm+ 2 ppm	5 mm+ 1 ppm	1 mm+ 1 ppm
s_0	0.55	0.67	0.74
σ_0	0.16	0.16	0.16
λ_0	9.64	9.64	9.64

Ölçme yapılan aletin duyarlılığının, belirlenebilir en küçük deformasyon değerine etkisi olabileceği öngörülerek, farklı alet duyarlılıkları göz önünde bulundurulmuş ve ağıdaki datum noktaları dışındaki ortak noktalar için deformasyon analizleri gerçekleştirilmiştir. Bu doğrultuda, 150 ve 147 numaralı noktalar seçilmiş ve kenar-doğrultu ağlarında tespit edilebilir deformasyon değerleri karşılaştırılmıştır.

150 numaralı noktanın seçilme nedeni, ağıdaki datum noktalarına en uzak nokta olmasıdır. Bu nedenle, deformasyonun en büyük olması beklenen noktadır. 147 numaralı noktanın seçilme nedeni ise, datum noktalarına en yakın noktalardan biri olmasıdır, dolayısıyla deformasyonun en küçük olduğu noktayı temsil etmektedir. Bu karşılaştırma, ağ içerisindeki farklı noktaların konumlarına bağlı olarak deformasyon duyarlılığının nasıl değiştiğini ve ölçme hassasiyetinin etkisini değerlendirmek amacıyla yapılmıştır.

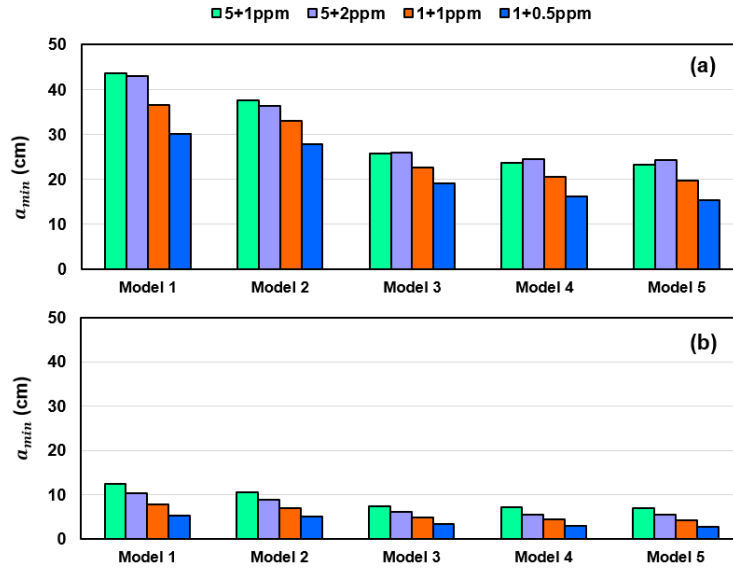
Şekil 14'te, kenar-doğrultu ağı için tespit edilebilir en küçük yer değiştirmenin ölçme aletinin duyarlılığına bağlı olarak nasıl değiştiği gösterilmektedir. Analizler, farklı ppm değerleri için yapılan hesaplamalar doğrultusunda, ölçme aletinin duyarlılığının arttıkça yakalanabilecek en küçük yer değiştirmenin azaldığını ortaya koymaktadır. Buna göre, sonsal standart sapma kullanıldığında, datum noktalarına en uzak konumda bulunan 150 numaralı nokta için, ölçme aletinin hassasiyeti arttıkça a_{min} değerlerinin sistematik olarak azaldığı gözlemlenmiştir. Benzer bir eğilim, önsel standart sapma kullanıldığında da gözlemlenmiştir.



Şekil 14: 150 nolu noktanın farklı alet duyarlılıklarında modellere göre a) sonsal, b) önsel standart sapma ile hesaplanan tespit edilebilir en küçük yer değışimi

Bu bulgular, alet duyarlılığının artmasıyla birlikte tespit edilebilir en küçük yer değıştiriminin küçüldüğünü ve model bazında datum noktası sayısının artmasının da belirlenebilecek en küçük deformasyon üzerinde önemli bir etkisi olduğunu ortaya koymaktadır.

Şekil 15'te gösterilen sonuçlara göre, sonsal standart sapma kullanıldığında, datum noktalarına en yakın konumda bulunan 147 numaralı noktada, ölçme aletinin hassasiyetinin artmasıyla a_{min} değerlerinde genel bir azalma gözlemlenmiştir. Buna göre, 5 mm + 1 ppm için ortalama 30.70 cm, 5 mm + 2 ppm için 30.77 cm, 1 mm + 1 ppm için 26.48 cm ve 1 mm + 0.5 ppm için 21.97 cm olarak hesaplanmıştır. Önsel standart sapma kullanıldığında, benzer şekilde 147 numaralı noktada ölçme aletinin hassasiyeti arttıkça a_{min} değerleri azalmaktadır. 5+2 ppm için ortalama 8.90 cm, 5+1 ppm için 7.26 cm, 1+1 ppm için 5.63 cm ve 1+0.5 ppm için 3.88 cm olarak belirlenmiştir. Sonuçlar, alet duyarlılığı arttıkça tespit edilebilir en küçük yer değıştiriminin azaldığını ve datum noktalarına yakın noktalarda tespit edilebilir en küçük yer değıştiriminin daha küçük olduğunu göstermektedir. Ayrıca deformasyon ölçülerinde önerilen duyarlılık düzeyleri olan 1+1 ppm ve 1+0.5 ppm'e karşılık gelen a_{min} değerleri, Şekil 10 ve Şekil 11'de görsel olarak sunulmuş olmakla birlikte, bu duyarlılık düzeylerine ilişkin sayısal karşılaştırmalar Tablo 5'te özetlenmiştir. Bu kapsamda, farklı modellerin duyarlılık performansları 147 ve 150 numaralı noktalar üzerinden nicel olarak değerlendirilmiştir.



Şekil 15: 147 nolu noktanın farklı alet duyarlılıklarında modellere göre a) sonsal, b) önsel standart sapma ile hesaplanan tespit edilebilir en küçük yer değişimi

Tablo 5: 147 ve 150 numaralı noktalar için önerilen duyarlılık düzeylerinde a_{min} değerleri

Model	150 Nolu noktaya ait a_{min} değeri				147 Nolu noktaya ait a_{min} değeri			
	1 mm + 1 ppm		1 mm + 0.5 ppm		1 mm + 1 ppm		1 mm + 0.5 ppm	
	s_0	σ_r	s_0	σ_r	s_0	σ_r	s_0	σ_r
Model 1	78.20	16.64	66.24	11.86	36.53	7.77	30.05	5.38
Model 2	71.82	15.28	61.95	11.09	33.07	7.04	27.84	4.98
Model 3	56.27	11.97	49.61	8.88	22.63	4.82	19.13	3.42
Model 4	48.15	10.25	40.15	7.19	20.45	4.35	16.06	2.87
Model 5	43.35	9.22	36.18	6.48	19.72	4.20	15.37	2.75

4. Sonuçlar

Bu çalışmada, serbest ağ dengelemesi yöntemine dayalı olarak, farklı ölçme duyarlılıkları ve ağ konfigürasyonları altında tespit edilebilir en küçük yer değiştirme değerlerinin belirlenmesine yönelik kapsamlı bir analiz gerçekleştirilmiştir. Elde edilen bulgular, ağı geometrik yapısı, datum noktalarının konumu ve ölçme duyarlılığı gibi parametrelerin deformasyon analizindeki belirleyici etkisini açıkça ortaya koymaktadır.

Yapılan değerlendirmelerde, duyarlılık analizleri önsel ve sonsal standart sapma değerleri dikkate alınarak gerçekleştirilmiş; analiz sonuçlarının, birleştirilmiş varyansın büyüklüğüne bağlı olarak anlamlı ölçüde farklılık gösterdiği gözlemlenmiştir. Örneğin, Model 1’de önsel duyarlılığa göre ortalama minimum tespit edilebilir yer değiştirme değeri 4.85 mm, sonsal duyarlılığa göre ise 3.92 mm olarak hesaplanmıştır. Bu fark, istatistiksel uygunluk testiyle belirlenen varyans çarpanlarının duyarlılık analizine etkisini ortaya koymaktadır.

Çalışmada ayrıca, datum noktalarının sayısı ve konumunun, tespit edilebilir en küçük yer değişimi üzerinde doğrudan etkili olduğunu ortaya koymuştur. Özellikle datum noktalarına uzak bölgelerde minimum tespit edilebilir yer değiştirme değerlerinin belirgin biçimde arttığı, buna karşın yakın bölgelerde daha düşük değerlere ulaşıldığı gözlemlenmiştir. Datum noktalarına 5–6 birim uzaklıktaki bölgelerde minimum tespit edilebilir yer değiştirme değerleri ortalama 6.2 mm’ye kadar

yükselirken, bu noktalara yakın alanlarda değerlerin 3.1 mm seviyesine kadar düştüğü belirlenmiştir. Ayrıca, datum noktası sayısının üçten beşe çıkarılması, genel ağ duyarlılığında yaklaşık %18 oranında iyileşme sağlamış ve minimum tespit edilebilir yer değiştirme değerlerinde anlamlı bir azalma oluşturmuştur.

Farklı ölçme duyarlılığı senaryoları incelendiğinde, kullanılan ölçüm cihazlarının hassasiyet düzeyinin, deformasyon tespit kapasitesi üzerinde önemli bir etkisi olduğu görülmüştür. Önsel standart sapma değerleri kullanılarak yapılan hesaplamalarda, 1 mm + 1 ppm duyarlılıkla elde edilen minimum tespit edilebilir yer değiştirme değeri tüm noktalar için ortalama 5.3 mm iken, bu değer, 1 mm + 0.5 ppm duyarlılıkla 2.9 mm'ye kadar düşmüştür. Elde edilen sonuçlara göre, ölçme doğruluğu arttıkça tespit edilebilir en küçük yer değiştirme değerleri de azalmaktadır. Bu durum, yüksek hassasiyetli ölçüm ekipmanlarının deformasyon analizlerinin güvenilirliğini doğrudan etkilediğini göstermektedir.

Çalışma kapsamında hesaplanan tespit edilebilir en küçük yer değiştirme değerleri, [Erdoğan vd. \(2017\)](#) tarafından önerilen teorik ve ampirik yöntemlerle tutarlılık göstermiştir. Farklı güven düzeyleri altında elde edilen bulgular, tespit edilebilir en küçük yer değiştirmenin yalnızca ölçü duyarlılığına değil, aynı zamanda ağın geometrik yapısına ve modele olan uygunluğuna da bağlı olduğunu ortaya koymuştur.

Benzer şekilde, elde edilen sonuçlar, [Betti vd. \(1999\)](#) tarafından geçici GNSS ağlarına yönelik gerçekleştirilen duyarlılık analizleri ile örtüşmektedir. Ağ geometrisinin duyarlılık üzerindeki belirleyici etkisi, farklı model konfigürasyonları altında net bir biçimde gözlemlenmiş; bu bulgu, deformasyon tespitine yönelik ağ tasarımında önceden gerçekleştirilecek duyarlılık analizlerinin vazgeçilmezliğini bir kez daha ortaya koymuştur. Ayrıca, bulgular [Amiri-Simkooei vd. \(2012\)](#) tarafından sunulan optimizasyon kuramıyla da uyumludur.

Sonuç olarak, bu çalışma; jeodezik ağlarda tespit edilebilir en küçük yer değiştirme hesaplamalarının hem ağ tasarımının optimizasyonunda hem de deformasyon analizlerinin güvenilirliğinin artırılmasında önemli bir karar destek aracı olduğunu göstermektedir.

Yazar Katkısı

Nihal Tekin Ünlütürk: Literatür Taraması, Metot, Modelleme, Makale Yazımı. **Uğur Doğan:** Düzenleme. **Cüneyt Aydın:** Düzenleme.

Çıkar Çatışması Beyanı

Yazarlar, bu çalışmada bilinen ilgili herhangi bir finansal veya finansal olmayan çıkar çatışması olmadığını beyan eder.

Kaynaklar

- Amiri-Simkooei, A. R., Asgari, J., Zangeneh-Nejad, F., & Zaminpardaz, S. (2012). Basic concepts of optimization and design of geodetic networks. *Journal of Surveying Engineering*, 138(4), 172-183.
- Aydın, C., Arslan, N., & Demirel, H. (2004a). Deformasyon analizinde duyarlılık. *Jeodezi, Jeoinformasyon ve Arazi Yönetimi Dergisi*, 90, 12-18.
- Aydın, C., Arslan, N., & Demirel, H. (2004b). Kanıtlanamayan kaba hataların deformasyon analizine etkisi. *TUJK Scientific Assembly*, Zonguldak, Türkiye.
- Aydın, C., & Demirel, H. (2005). Computation of Baarda's lower bound of the non-centrality parameter. *Journal of geodesy*, 78(7), 437-

441.

- Aydın, C., Arslan, N., & Doğan, U. (2006). GPS deformasyon ağlarında gözlem süresi ile ağ duyarlılığı arasındaki ilişki. *Harita Dergisi*, 73(135), 42-51.
- Aydın, C. (2012). Power of global test in deformation analysis. *Journal of Surveying engineering*, 138(2), 51-56.
- Aydın, C. (2014). *Geodetic deformation analysis*. Short lecture notes for graduate students. Yıldız Technical University, Geodesy Division.
- Baarda, W. (1968). A testing procedure for use in geodetic networks. *Netherlands geodetic commission*, 2(5).
- Berber, M., Dare, P., & Vaniček, P. (2006). Robustness analysis of two-dimensional networks. *Journal of surveying engineering*, 132(4), 168-175.
- Betti, B., Biagi, L., Crespi, M., & Riguzzi, F. (1999). GPS sensitivity analysis applied to non-permanent deformation control networks. *Journal of Geodesy*, 73(3), 158-167.
- Cai, J., Wang, J., Wu, J., Hu, C., Grafarend, E., & Chen, J. (2008). Horizontal deformation rate analysis based on multiepoch GPS measurements in Shanghai. *Journal of surveying engineering*, 134(4), 132-137.
- Caspary, W., Chen, Y. Q., & König, R. (1983). Kongruenzuntersuchungen in Deformationsnetzen durch Minimierung der Summe der Klaffungsbeträge. *Deformationsanalysen*, 83, 77-94.
- Caspary, W. (1988). A robust approach to estimating deformation parameters. *Proc. of the 5th Canadian Symp. on Mining Surveying and Rock Deformation Measurements*, 124-135.
- Chen, Y. Q., Chrzanowski, A., & Secord, J. M. (1990). A strategy for the analysis of the stability of reference points in deformation surveys. *CISM Journal*, 44(2), 141-149.
- Cooper, M. A. R. (1987). *Control surveys in civil engineering*. Collins.
- Erdoğan, B. (2014). An outlier detection method in geodetic networks based on the original observations. *Boletim de Ciências geodésicas*, 20(3), 578-589.
- Erdoğan, B., Hekimoğlu, Ş., & Durdağ, U. M. (2017). Theoretical and empirical minimum detectable displacements for deformation networks. *Proc., FIG Working Week*, Helsinki, Finlandiya.
- Even-Tzur, G. (1999). Sensitivity design for monitoring deformation networks. *Bollettino di geodesia e scienze affini*, 58(4), 313-324.
- Even-Tzur, G. (2002). GPS vector configuration design for monitoring deformation networks. *Journal of Geodesy*, 76(8), 455-461.
- Even-Tzur, G. (2006). Datum definition and its influence on the sensitivity of geodetic monitoring networks. *Proceedings of the 12th FIG Symposium*, Baden, Almanya.
- Han, J. Y., Guo, J., & Zheng, Z. Y. (2012). Sensitivity analysis for the principal strain parameters of a deformation monitoring network. *Journal of Surveying Engineering*, 138(3), 109-116.
- Hekimoğlu, S., Demirel, H., & Aydın, C. (2002). Reliability of the conventional deformation analysis methods for vertical networks. *Proceedings of the FIG XXII International Congress*, Washington.
- Hekimoğlu, Ş., Erdoğan, B., & Butterworth, S. (2010). Increasing the efficacy of the conventional deformation analysis methods: Alternative strategy. *Journal of Surveying Engineering*, 136(2), 53-62.
- Hekimoğlu, Ş., & Erdoğan, B. (2012). New median approach to define configuration weakness of deformation networks. *Journal of Surveying Engineering*, 138(3), 101-108.
- Koch, K. R. (1985). Ein statistisches auswerteverfahren für deformationsmessungen. *Allgemeine Vermessungs-Nachrichten*, 92(3), 97-108.
- Koch, K. R. (1999). *Parameter estimation and hypothesis testing in linear models*. Springer-Verlag.
- Kuang, S. (1991). *Optimization and design of deformation monitoring schemes* (Doktora Tezi). University of New Brunswick, Department of Geodesy and Geomatics Engineering, New Brunswick, Kanada.
- Kuang, S. (1996). *Geodetic network analysis and optimal design: Concepts and applications*. S. 368. Chelsea, England: Ann Arbor Press.
- Kutterer, H. (1999). On the sensitivity of the results of least-squares adjustments concerning the stochastic model. *Journal of Geodesy*, 73(7), 350-361.
- Küreç, P., & Konak, H. (2014). A priori sensitivity analysis for densification GPS networks and their capacities of crustal deformation monitoring: a real GPS network application. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 14(5), 1299-1308.
- Li, X., Barriot, J. P., Lou, Y., Zhang, W., Li, P., & Shi, C. (2023). Towards millimeter-level accuracy in GNSS-based space geodesy: A review of error budget for GNSS precise point positioning. *Surveys in Geophysics*, 44(6), 1691-1780.
- Niemeier, W. (1985). *Anlage von Überwachungsnetzen*. Pelzer, H. (ed) *Geodaetische netze in landes-und ingenieurvermessung II.*, 527-

558. Stuttgart: Verlag Konrad Wittwer.

- Nowel, K., & Kamiński, W. (2014). Robust estimation of deformation from observation differences for free control networks. *Journal of geodesy*, 88(8), 749-764.
- Nowel, K. (2015). Robust M-estimation in analysis of control network deformations: classical and new method. *Journal of surveying engineering*, 141(4), 04015002.
- Öztürk, E. (1982). *Jeodezik ağlarda güven ölçütleri ve ölçme planının optimizasyonu*. Trabzon: KTÜ Yayınları.
- Öztürk, E. (1987). Jeodezik ağlarda duyarlılık ve güven ölçütleri. *Türkiye I. Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı*, Ankara, Türkiye.
- Papo, H. B. (1999). Datum accuracy and its dependence on network geometry. *International Scientific and Technical Conference*, 4-9.
- Pelzer, H. (1971). Zur analyse geodätischer deformationsmessungen. *Deutsche Geodätische Kommission*, Münih, Almanya.
- Pope, A. J. (1976). *The statistics of residuals and the detection of outliers* (No. NOS-65-NGS-1).
- Schaffrin, B. (1986). New estimation/prediction techniques for the determination of crustal deformations in the presence of prior geophysical information. *Tectonophysics*, 130(1-4), 361-367.
- Schaffrin, B., & Bock, Y. (1994). Geodetic deformation analysis based on robust inverse theory. *manuscripta geodaetica*, 19(1), 31-44.
- Setan, H., & Singh, R. (2001). Deformation analysis of a geodetic monitoring network. *Geomatica*, 55(3), 333-346.
- Setan, H., & Othman, R. (2006). Monitoring of offshore platform subsidence using permanent GPS stations. *Journal of Global Positioning Systems*, 5(1-2), 17-21.
- Snow, K., & Schaffrin, B. (2007). GPS-network analysis with BLIMPBE: An alternative to least-squares adjustment for better bias control. *Journal of Surveying Engineering*, 133(3), 114-122.
- Tekin, N. (2016). *Jeodezik ağlarda farklı matematiksel modellerin dengeleme sonuçlarına etkilerinin araştırılması* (Yüksek Lisans Tezi). Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, Türkiye.
- Tekin Ünlütürk, N., & Doğan, U. (2025). Jeodezik ağlarda matematiksel model seçiminin dengeleme sonuçlarına etkisi. *Niğde Ömer Halisdemir Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi*, 14(2), 760-774.
- Velsink, H. (2015). On the deformation analysis of point fields. *Journal of Geodesy*, 89(11), 1071-1087.
- Welsch, W., Heunecke, O., & Kuhlmann, H. (2000). *Auswertung tischer Überwachungs-messungen*. M. Möser, G. Müller, H. Schlemmer, & H. Werner (Ed.) *Handbuch Ingenieurgeodäsie*, Herbert Wichmann Verlag.