

NEGATİF BİASLI FLOTASYON KOLONUNDA İNCE GANG TANELERİNİN SÜRÜKLENME MODELİKemal BİLİR^{1*}, Bahri ÖTEYAKA²¹ Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Maden Mühendisliği Bölümü, Eskişehir
ORCID No: <http://orcid.org/0000-0002-6747-6666>² Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Maden Mühendisliği Bölümü, Eskişehir
ORCID No: <http://orcid.org/0000-0002-5221-2414>

Anahtar Kelimeler	Öz
Flotasyon kolonu Negatif bias Sürüklenme İnce boyutlu gang Ampirik Model	<i>Bu çalışmada, modifiye (negatif biaslı) flotasyon kolonunda ince gang tanelerinin sürüklenmesi araştırılmıştır. Sürüklenme, flotasyon işlemleri sırasında ince gang tanelerinin istem dışı konsantreye taşınması olayıdır ve konsantre kalitesini düşürmektedir. Araştırmanın amacı, sürüklenmeyi etkileyen çalışma değişkenlerini belirlemek ve sürüklenme yüzdesini tahmin etmek için ampirik bir model geliştirmektir. Yüzeysel su yükselme hızı, tane boyutu, hava debisi ve köpürtücü miktarı gibi çalışma değişkenlerinin sürüklenme üzerindeki etkileri sistematik olarak araştırılmıştır. Sonuçlar, yüzeysel su yükselme hızının artmasıyla sürüklenmenin üssel olarak arttığını, tane boyutunun artmasıyla sürüklenmenin azaldığını, hava debisi ve köpürtücü miktarının artmasıyla sürüklenmenin doğrusal olarak arttığını göstermiştir. Deneysel veriler kullanılarak, çalışma değişkenleri ile sürüklenme arasındaki ilişkiyi modelleyen bir ampirik eşitlik geliştirilmiştir. Deneysel ve modelden tahmin edilen sürüklenme değerleri arasında iyi bir uyum gözlenmiştir, bu da geliştirilen modelin negatif biaslı flotasyon kolonlarında sürüklenmeyi tahmin etmede etkili olduğunu doğrulamaktadır. Bu çalışmanın bulguları, flotasyon sürecinin daha iyi anlaşılmasına ve kontrol edilmesine katkı sağlayarak, endüstriyel uygulamalarda konsantre kalitesinin iyileştirilmesine yönelik önemli bilgiler sunmaktadır.</i>

ENTRAINMENT MODEL OF FINE GANGUE PARTICLES IN A FLOTATION COLUMN WITH NEGATIVE BIAS

Keywords	Abstract
Flotation column Negative Bias Entrainment Fine size gangue Empirical Model	<i>This study investigated the entrainment of fine gangue particles in a modified (negative bias) flotation column. Entrainment is the unintentional transfer of fine gangue particles to the concentrate during flotation processes, and reduces the concentrate quality. The study aims to determine the operating variables affecting entrainment and develop an empirical model to predict the entrainment percentage. The effects of operating variables such as superficial water rise rate, particle size, airflow rate, and frother amount on entrainment were systematically investigated. The results showed that entrainment increased exponentially with increasing superficial water rise rate, entrainment decreased with increasing particle size, and entrainment increased linearly with increasing airflow rate and frother amount. Using the experimental data, an empirical equation was developed to model the relationship between operating variables and entrainment. A good agreement was observed between experimental and model-predicted entrainment values, confirming that the developed model is effective in predicting entrainment in negatively biased flotation columns. This study's findings contribute to a better understanding and control of the flotation process, thus providing important information for improving concentrate quality in industrial applications.</i>

Araştırma Makalesi

Research Article

Başvuru Tarihi : 17.05.2025

Submission Date : 17.05.2025

Kabul Tarihi : 24.06.2025

Accepted Date : 24.06.2025

* Sorumlu yazar: kbilir@ogu.edu.tr<https://doi.org/10.31796/ogummf.1700919>Bu eser, Creative Commons Attribution License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>) hükümlerine göre açık erişimli bir makaledir.This is an open access article under the terms of the Creative Commons Attribution License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

1. Giriş

İri taneli cevherlerin klasik flotasyon hücrelerinde flotasyonu, yüksek türbülans sonucu tanelerin hava kabarcıklardan ayrılması nedeniyle zordur (Dai, Fornasiero ve Ralston, 2000; De F, Fornasiero ve Ralston, 2007; Fuerstenau, Jameson ve Yoon, 2007; Jameson, 2010; Anzoom, Bournival ve Ata, 2024). Ayrıca iri kabarcıklar ile ince taneler arasındaki çarpışma olasılığının azalması nedeniyle ince boyutlu taneleri hücrelerde yüzdürmek de zordur. (Schulze 1977, 1984; Somasundaran, 1980; Sivamohan, 1990; Soto ve Barbary, 1991; Öteyaka ve Soto, 1994; Yoon, 2000). Günümüzde kullanılan flotasyon kolonları yukarıdaki dezavantajları en aza indirmek için kullanılmaktadır.

Flotasyon kolonları iki gruba ayrılır. Bunlar klasik (pozitif biaslı) ve modifiye (negatif biaslı) kolonlardır. Flotasyon kolonu, alttaki sparger yardımıyla flotasyon hücresinin ürettiğinden daha küçük kabarcıklar ürettiği için ince boyutlu taneleri zenginleştirmek üzere tasarlanmıştır. Böylece, kabarcıkların ve ince tanelerin çarpışma olasılığı artar (Boutin ve Wheeler, 1967, Finch ve Dobby, 1990; Xing, Gui ve Cao, 2017). Modifiye kolonlar, klasik mekanik flotasyon hücrelerinden daha az türbülanslı akış ürettiği için iri boyutlu cevherleri zenginleştirmek üzere tasarlanmıştır (Wyslouzil, Kohmeunch, Christodoulou ve Fan, 2009). Klasik ve modifiye kolonlar arasında önemli bir fark vardır. Klasik kolonlardaki yıkama suyu köpük bölgesini yıkayarak pozitif bir biasa neden olur. Ancak, modifiye kolonda, köpük bölgesinin olmaması negatif biasa yol açar (Barbery, Bouajila ve Soto, 1989; Soto ve Barbary, 1991; Soto, 1992; Öteyaka, 1993; Tao, 2005).

Cevher, negatif biaslı bir kolonda zenginleştirildiğinde besleme debisinin alt çıkış (artık) debisinden fazla olması durumunda yukarı doğru olan akıştan dolayı bazı istenmeyen problemler ortaya çıkabilir. Bu olaylardan biri de besleme içinde bulunabilecek ince gang tanelerinin hidrodinamik veya diğer yollarla konsantre içine istem dışı taşınmasıdır. Bu durum konsantrenin kalitesini düşürür (Englebrecht ve Woodburn, 1975; Trahar, 1981; Ata ve Jameson, 2005). Bu olay sürüklenme (entrainment) olarak ifade edilmektedir.

Flotasyonda, tanelerin konsantre içine taşınması temel olarak iki mekanizma ile gerçekleşmektedir (Englebrecht ve Woodburn, 1975; Lynch, Johnson, Manlapig ve Thorne, 1981; Trahar, 1981; Warren, 1985; Dobby ve Finch, 1986; Ersayın ve Apling, 1990; Kirjavainen, 1996). Bunlar hava kabarcıklarına bağlanma ve üst akıma giden su içinde istem dışı taşınma (hidrodinamik) dir.

Hidrofobik malzemeler için bu iki mekanizma birlikte geçerli iken, hidrofilik malzemeler için sadece hidrodinamik yolla üst akıma gitmesi söz konusu olmaktadır. Flotasyonda özellikle hidrofilik gang tanelerinin bu tür istem dışı taşınma ile konsantre içine

gitmesi konsantre tenörünün düşmesine neden olmaktadır (Englebrecht ve Woodburn, 1975; Trahar, 1981; Warren, 1985; Mavros, Lazaridis ve Matis, 1988; Maachar, Lin ve Dobby, 1990).

Hidrofilik tane sürüklenmesi, konsantre içine giden besleme suyu miktarına ve tane boyutuna bağlıdır (Englebrecht ve Woodburn, 1975; Lynch ve diğ., 1981; Trahar, 1981; Warren, 1985). Sürüklenme besleme suyu kazanımının artması ile artarken, tane boyutunun artması ile azalmaktadır. Hidrofilik katıların kazanımı ve besleme suyu kazanımı arasındaki ilişki lineer veya tane boyutuna bağlı olarak parabolik olabilir (Englebrecht ve Woodburn, 1975).

Negatif biaslı kolonda hidrofilik ince tanelerin konsantre içine sürüklenmesi yukarıda belirtilen nedenlerin yanı sıra diğer çalışma değişkenlerine de bağlıdır. Sürüklenmeye etkisi olabilecek çalışma değişkenlerini aşağıdaki şekilde sıralayabiliriz

- Yüzeysel su yükselme hızı,
- Gang taneciklerinin kütlesi (yoğunluk ve tane boyutu),
- Hava debisi veya yüzeysel hava hızı,
- Köpürtücü miktarı,
- Ağırlıkça % katı (veya pülp yoğunluğu)

Flotasyon performansı için, yukarıda açıklanan değişkenlerin sürüklenme üzerine etkisinin ve ince tanelerin besleme içindeki dağılımının bilinmesi gerekir. Bu çalışmanın amacı, negatif biaslı kolonda ince gang tanelerinin sürüklenmesinde etkili olabilecek çalışma değişkenlerini (yüzeysel su yükselme hızı, tane boyutu, köpürtücü miktarı, hava debisi) saptamak ve bunun yanı sıra belirlenecek çalışma değişkenleri ile sürüklenme arasındaki bire-bir ilişkiyi bularak sürüklenme miktarını (%) önceden tahmin edebilecek ampirik bir model geliştirmektir.

2. Materyal ve Yöntem

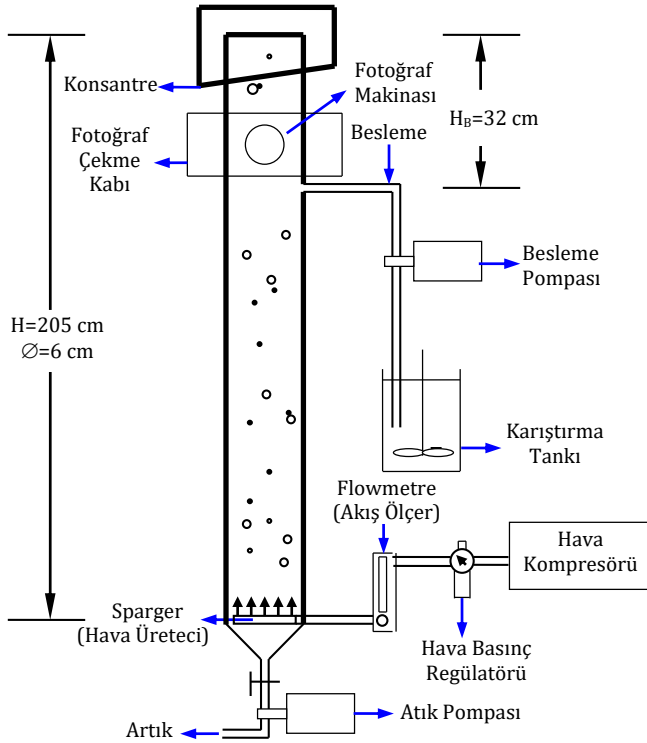
2.1. Malzeme

Deneylerde %99.8 saflığında öğütülmüş kuvars (SiO_2) kullanılmıştır. Numune 150, 106, 74, 53 ve 38 mikron elekler kullanılarak sınıflandırılmış ve sürüklenme deneyleri -150+106 μm , -106+74 μm , -74+53 μm , -53+38 μm ve -38 μm tane boyut aralıkları kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Her boyut aralığının ortalama tane boyutu sırasıyla 126, 89, 63, 45 ve 38 mikrondur. Besleme pülp yoğunluğu ağırlıkça %20 olarak ayarlanmıştır. Deneylerde köpürtücü olarak Cytec firması tarafından üretilmiş AeroFroth 77-A kullanılmıştır.

2.2. Deney Düzenegi

Deneysel çalışmalar 6 cm iç çapında ve 205 cm uzunluğunda polyesterden imal edilmiş bir kolonda gerçekleştirilmiştir. Şekil 1'de gösterilen deney

düzenegi besleme ve atık pompası, hava kompresörü, karıştırma tankı, sparger, hava akış ölçer ve hava basınç regülatöründen oluşmaktadır.



Şekil 1. Deney düzeneği (Bilir, 1997)

Peristaltik besleme ve atık pompaları 600 rpm kadar hızlara ulaşabilir. Bir hız kontrol ünitesi pompaların devirlerini ayarlar. Deneylerden önce pompalar debi açısından kalibre edilmiş ve kalibrasyon sonucunda besleme debisinin 0 ile 2190 ml/dak arasında değiştiği belirlenmiştir.

Sparger 27.4 mm yüksekliğe, 20.7 mm çapa ve 2.2 mm et kalınlığa sahiptir. Gözenekli paslanmaz çelikten yapılmıştır.

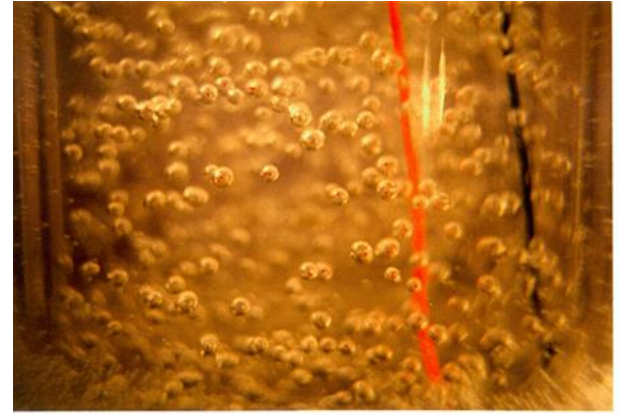
Kolona giren hava akış hızını kontrol etmek için 65 mm uzunluğunda bir akış ölçer kullanılmıştır. Hava basınç regülatörü, kompresörden gelen basınçlı havayı istenen değerinde sabit tutar (test sırasında oluşabilecek basınç değişikliği kabarcık boyutunun değişmesine neden olur). Ayrıca kompresörden gelen havadaki nemin yoğunlaşmasıyla oluşan suyu da tutar.

Fotoğraf çekme kabı, kabarcık çapının ölçülmesini etkileyebilecek ışık yansımalarını ve kırılmalarını önlemeye yardımcı olan suyla dolu kare kesitli (13*13 cm) bir kutudur (Yianatos, Finch ve Laplante, 1988; Sam, Gomez ve Finch, 1996).

Konsantre toplama kabı, kolonun üst kısmına monte edilmiş, 23*23*20 cm boyutlu ve şeffaf pleksiglas'tan yapılmıştır.

2.3. Kabarcık çapı ölçme yöntemi

Günümüzde, fotoğraf tekniğinin kullanıldığı yaklaşım laboratuvar ölçekli çalışmalarda kabarcık çapını ölçmenin bir yoludur (Ynchausti, Herbst ve Hales, 1988). Kabarcık çapı, makro lensli bir kamera ile çekilen fotoğraflardan yaklaşık 40-50 hava kabarcığının çapının ölçülmesi ve aritmetik ortalamasının alınmasıyla belirlenmiştir. Fotoğraflardan kabarcık çapları ölçülürken, kolonun içine daldırılan ve bilinen çaplara sahip ince kablolar kullanıldı (Şekil 2). Ölçümler mikroskop altında bir nesne mikrometresi kullanılarak yapılmıştır.



Şekil 2. Hava kabarcık çapının ölçülmesi için kullanılan fotoğraf (Hava debisi: 2000 ml/dak, Köpürtücü miktarı: 15 ppm) (Bilir, 1997)

2.4. Deneysel yöntem

Deneyler, aşağıda verilen aşamalar sırasıyla izlenerek gerçekleştirilmiştir:

- Her deney için kolonu doldurmaya ve flotasyon deneyini tamamlamaya yetecek miktarda su alınmış (40 lt) ve bu suya önceden belirlenen miktarda köpürtücü katılmıştır.
- Köpürtücü miktarı ayarlanmış su ile kolon doldurulmuş ve kolonun önceden belirlenen çalışma değişkenleri ayarlanmıştır.
- Ortalama tane boyutu belirli 1000 g örnek, besleme kabında gerekli miktarda köpürtücü miktarı belirli su ile karıştırılarak % 20 katı oranlı pülp elde edilmiştir.
- Elde edilen %20 katı oranlı pülp, kolona beslenmiştir. Pülp beslemesi bittikten sonra en son beslenen tanelere de sürüklenme fırsatı vermek ve kolonda pülp seviyesini düşürmemek amacıyla kolona 3 dakika köpürtücü miktarı ayarlı sudan verilmiştir. Hava debisi (Q_A) 3000 ml/dak. dır
- Deney sonunda sistem durdurulmuştur. Elde edilen taşan ve batan ürünler filtre edildikten sonra etüvde kurutulmuş ve tartımları alınmıştır.

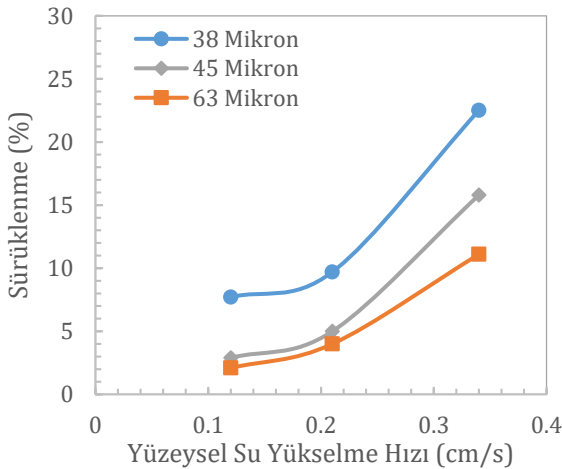
- Sürüklenme (E), üst akımdan alınan tanelerin toplam ağırlığının (A_U) beslenen tanelerin toplam ağırlığına (A_B) oranından hesaplanmaktadır ve aşağıdaki eşitlikle (1) ifade edilmiştir.

$$E = \frac{A_U}{A_B} 100, (\%) \quad (1)$$

3. Bulgular

3.1 Yüzeysel su yükselme hızının (J_w) etkisi

Modifiye kolon, atık akış hızının besleme akış hızından düşük olduğu negatif bir bias sergiler. Bu durumda, yüzeysel su akış hızı, kabarcık-tane agregasının konsantreye doğru yükselmesini kolaylaştırır (Aliaga ve Soto, 1993). Ancak, bu olumlu etkisine karşın, yüzeysel su akış hızı ince gang tanelerinin de konsantreye doğru hidrodinamik olarak sürüklenmesine neden olabilir. Fiziksel teoriye göre, yüzeysel su akış hızı parçacığın sedimentasyon hızından büyükse ince parçacığın su akışı yönünde sürüklendiğini belirtir. Yüzeysel su akış hızı, besleme akış hızını değiştirerek ayarlanmıştır. Yüzeysel su akış hızının sürüklenme üzerindeki etkisini belirlemek için bir dizi deney yürütülmüş ve sonuçlar Şekil 3'de gösterilmiştir.

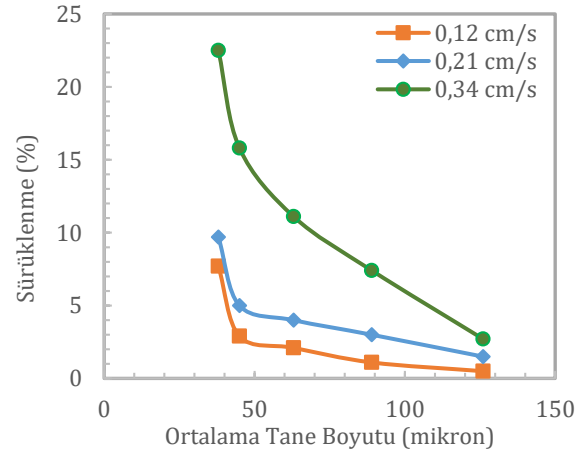


Şekil 3. Yüzeysel su yükselme hızının sürüklenme üzerine etkisi (Q_A : 3000 ml/dak, Q_{Fr} :10 ppm, ε_g :15% ve d_b :1.5 mm) (Q_A : Hava debisi, Q_{Fr} : Köpürtücü miktarı, ε_g : Hold-up (gaz tutunum)) (Bilir, 1997)

Şekil 3 incelendiğinde, yüzeysel su yükselme hızı arttığında sürüklenmenin arttığı görülmektedir. Aynı yüzeysel su yükselme hızında, tane boyutu azaldıkça sürüklenme artmaktadır. Hidrodinamik yolla tanelerin sürüklenmesi ile yüzeysel su yükselme hızı arasında lineer olmayan bir ilişki vardır (Şekil 3). Şekil 3, 38 mikron boyutlu tanelerin sürüklenmesinin 63 mikron boyutlu tanelerden daha büyük olduğunu gösterir.

3.2. Tane boyutunun (d_b) etkisi

Tane boyutu azaldıkça ince gang tanelerin kütlesi de azalır. Bu nedenle, ince boyutlu taneler hidrodinamik yolla veya yükselen kabarcıkların arkasında oluşan mikro türbülans etkisiyle konsantreye doğru sürüklenmesi olasıdır. Tane boyutunun sürüklenmeye olan etkisini araştırmak amacıyla beş farklı boyut fraksiyonu kullanıldı ve ortalama tane boyutlarının üç farklı yüzeysel su yükselme hızında sürüklenmesi incelenmiştir. Sonuçlar Şekil 4'te sunulmuştur.

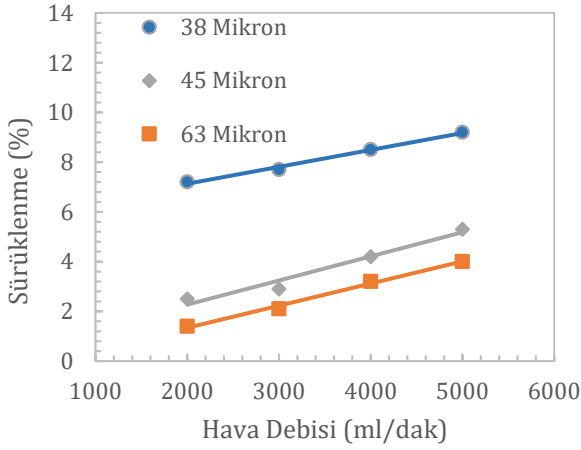


Şekil 4. Tane boyutunun sürüklenme üzerine etkisi (Q_A :3000 ml/dak, Q_{Fr} :10 ppm, ε_g :15% ve d_b :1.5 mm) (Bilir, 1997)

Şekil 4 incelendiğinde, tane boyutu arttığında sürüklenmenin azaldığı görülmektedir. Aynı boyutta, yüzeysel su yükselme hızı arttıkça sürüklenme de artmaktadır. Şekil 4'e göre hidrodinamik yolla tanelerin sürüklenmesi ile tane boyutu arasında doğrusal olmayan bir ilişki vardır.

3.3. Hava debisinin (Q_A) etkisi

Hava debisi, hem hold-up'ı (gaz tutunumu) hem de kabarcık çapını düzenlediği için modifiye flotasyon kolonunda kritik bir parametredir (Öteyaka ve Soto, 1992). Hava debisi arttıkça hold-up ve kabarcık çapı artar. Bu artış, kolonda türbülansı ve yükselen kabarcığın arkasındaki girdabı (mikro türbülans) da artırır (Wheeler, 1985; Yianatos, Finch ve Laplante, 1987; Öteyaka ve Soto, 1995). Bu nedenlerden dolayı, ince tanelerin konsantreye hidrodinamik yolla veya kabarcıkların yarattığı mikro türbülans etkisiyle sürüklenmesi olasıdır. Şekil 5, dört farklı hava debisi kullanılarak bunların üç farklı tane boyutu üzerindeki etkilerini ve değişen hava debilerinin sürüklenmeyi nasıl etkilediğini göstermektedir.

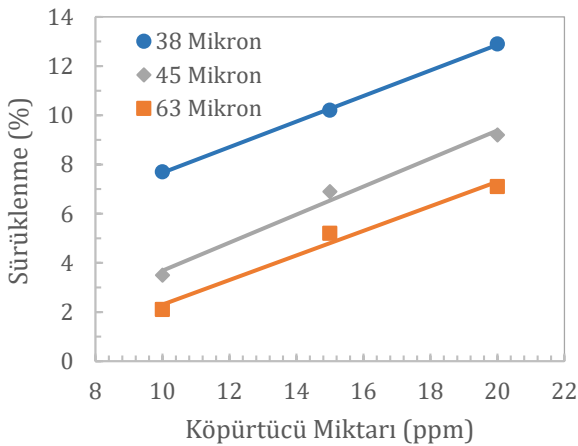


Şekil 5. Hava debisinin sürüklenme üzerine etkisi (Q_{Fr} :10 ppm, ε_g :15% ve d_b :1.5 mm) (Bilir, 1997)

Şekil 5 incelendiğinde, hava debisi arttığında tane sürüklenmesinin de arttığı görülmektedir. Aynı hava debisinde, tane boyutu azaldıkça sürüklenme artmaktadır. Sürüklenme ile hava debisi arasında lineer bir ilişki vardır.

3.4.Köpürtücü miktarının (Q_{fr}) etkisi

Köpürtücü miktarı, kabarcıkların çapını ve sayısını belirler. Sabit hava debisinde köpürtücü miktarı arttığında kabarcık çapı azalır, ancak kabarcık sayısı artar. Bu durum kolonda hold-up, türbülans ve yüzeysel su yükselme hızında kısmi bir artışa neden olur. Bu nedenle, köpürtücü miktarındaki bir artış, tanelerin sürüklenmesinde bir artışa neden olabilir. Köpürtücü miktarının sürüklenme üzerine etkisini incelemek amacıyla üç değişik köpürtücü miktarında üç değişik boyutun sürüklenmeleri incelenmiştir. Sonuçlar Şekil 6'da sunulmuştur.



Şekil 6. Köpürtücü miktarının sürüklenme üzerine etkisi (Köpürtücü miktarının sürüklenme üzerine etkisi (Q_A : 3000 ml/dak, 10 ppm için d_b : 1.5 mm, 15 ppm için d_b : 1.3 mm, 20 ppm için d_b : 1.0 mm) (Bilir, 1997)

Şekil 6 incelendiğinde, köpürtücü miktarı arttığında sürüklenmenin arttığı görülmektedir. Aynı köpürtücü miktarında, tane boyutu azaldıkça sürüklenme de artmaktadır. Sürüklenme ile köpürtücü miktarı arasında lineer bir ilişki vardır.

3.5. Sürüklenmenin modellenmesi

DeneySEL verilerden hareket ederek bağımsız değişkenler ile bağımlı değişkenler arasındaki ilişkiyi inceleyebilmek için izlenecek yollardan birisi regresyon-korelasyon tekniği ile istatistiksel ampirik modelin geliştirilmesidir (Brown, 1981; Hodouin, 1988; Sastry, 1990). Geliştirilecek olan ampirik model, yapılan deneySEL çalışmaların sonuçlarından yararlanarak çalışma değişkenleri ile sürüklenme arasındaki ilişkiyi inceler ve bunu matematiksel bir eşitlik ile açıklar. Bu eşitlik tek veya çok değişkenli, lineer ya da lineer olmayan olabilir. Bir modelin yapısını bulmak (lineer veya lineer olmayan) güçtür. Bunu kolaylaştırmanın bir yolu da bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki ilişkiyi bire-bir gösteren grafiklerden yararlanmaktır. Bunlar, çok değişkenli ampirik modellerin geliştirilmesinde bir basamak oluşturur (Hodouin, 1988; Majumder, Govindarajan, Sharma, Ray ve Rao, 1995; Uçbaş, Öteyaka ve Hoşten, 1996).

Model oluşturulurken Şekil 3, 4, 5 ve 6 no'lu grafiklerden faydalanılmıştır. Modelde bağımlı değişken olarak sürüklenme (E), bağımsız değişkenler olarak yüzeysel su yükselme hızı (J_w), tane boyutu (d_p), hava debisi (Q_A) ve köpürtücü miktarı (Q_{fr}) kullanılmıştır.

Şekil 3 incelendiğinde, yüzeysel su yükselme hızının artması ile sürüklenmenin arttığı görülmektedir. Aynı yüzeysel su yükselme hızında (örneğin, 0.12 cm/sn), tane boyutunun azalması ile sürüklenme artmaktadır. Hidrodinamik yolla tanelerin sürüklenmesi ile yüzeysel su yükselme hızı arasında lineer olmayan (üssel) bir ilişki vardır ve bu ilişki Eşitlik (2)'deki gibi ifade edilebilir (Bilir, 1997).

$$y = c_1 + e^{(b_0 + b_1 \cdot J_w)} \quad (2)$$

Şekil 4 incelendiğinde, tane boyutunun artması ile sürüklenmenin azaldığı görülmektedir. Aynı boyutta (örneğin, 38 mikron), yüzeysel su yükselme hızının artması ile sürüklenme artmaktadır. Hidrodinamik yolla tanelerin sürüklenmesi ile tane boyutu arasında lineer olmayan bir ilişki vardır ve bu ilişki Eşitlik (3)'deki gibi ifade edilebilir (Bilir, 1997).

$$y = c_2 + e^{(b_2 + b_3 \cdot d_p)} \quad (3)$$

Şekil 5 incelendiğinde, hava debisinin artması ile sürüklenmenin arttığı görülmektedir. Aynı hava debisinde (örneğin, 2000 ml/dak), tane boyutunun azalması ile sürüklenme artmaktadır. Sürüklenme ile

hava debisi arasında lineer (doğrusal) bir ilişki vardır ve bu ilişki Eşitlik (4)'deki gibi ifade edilebilir (Bilir, 1997).

$$y = c_3 + b_4 \cdot Q_A \quad (4)$$

Şekil 6 incelendiğinde, köpürtücü miktarının artması ile sürüklenme hızının arttığı görülmektedir. Aynı köpürtücü miktarında (örneğin, 10 ppm), tane boyutunun azalması ile sürüklenme artmaktadır. Sürüklenme ile köpürtücü miktarı arasında lineer bir ilişki vardır ve bu ilişki Eşitlik (5)'deki gibi ifade edilebilir (Bilir, 1997).

$$y = c_4 + b_5 \cdot Q_{fr} \quad (5)$$

Eşitlik (2), (3), (4) ve (5) yardımıyla sürüklenme miktarını, bağımsız değişkenlerin fonksiyonu olarak önceden tahmin edebilecek modelin yapısı Eşitlik (6)'daki gibi oluşturulmuştur. Yüzeysel su yükselme hızı ve tane boyutu arasında bir ilişkinin olduğu deneysel çalışmaların sonuçlarından görülmüş ve bu iki değişkenin birbirlerini etkileyebileceği düşünülerek bunların çarpımı da oluşturulacak model içerisine ilave edilmiştir. Oluşturulan modelin genel yapısı Eşitlik (6)'da verilmiştir (Bilir, 1997).

$$E = a + e^{(b+c \cdot d_p + d \cdot J_w + f \cdot d_p \cdot J_w)} + h \cdot Q_A + k \cdot Q_{fr} \quad (6)$$

Burada;

E : Sürüklenme (%)

d_p : Tane boyutu (mikron)

J_w : Yüzeysel su yükselme hızı (cm/s)

Q_A : Hava debisi (ml/dak)

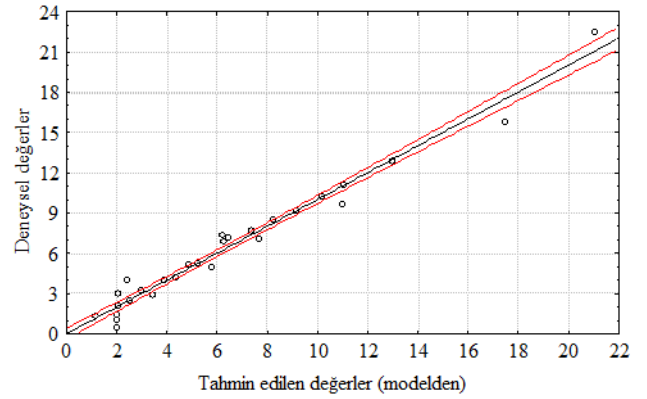
Q_{fr} : Köpürtücü miktarı (ppm)

a, b, c, d, f, h ve k : Sabitler

Bu modeldeki çalışma değişkenlerinin katsayılarını belirlemek bilgisayar kullanılmaksızın oldukça güçtür ve zaman alıcıdır. Bu nedenle Statistica bilgisayar paket programında bulunan ve kullanıcının tanımladığı modelleri inceleyen alt program kullanılmıştır. Regresyon analizi, paket programdaki Quasi-Newton tahmin metodu kullanılarak yapılmıştır. Hesaplanan katsayılar, Eşitlik (6)'da yerine konulmuş ve kuvarsın üst akıma taşınmasını tahmin edebilecek Eşitlik (7) oluşturulmuştur (Bilir, 1997).

$$E = -6.33433 + e^{(11.35661 - 0.273133 \cdot d_p - 21.4023d \cdot J_w + 0.715791 \cdot d_p \cdot J_w)} + 0.000899 \cdot Q_A + 0.563628 \cdot Q_{fr} \quad (7)$$

Deneysel ve tahmin edilen (modelden) sürüklenme değerleri Şekil 7'de verilmiştir. Bu şekilden, deneysel ve tahmin edilen değerler arasında iyi bir uyumun olduğu gözlenmektedir.



Şekil 7. Deneysel ve tahmin edilen değerler (Bilir, 1997)

4. Sonuçlar

Bu çalışmada, negatif biaslı flotasyon kolonunda ince gang tanelerinin sürüklenme davranışı incelenmiş ve sürüklenmeyi etkileyen temel çalışma değişkenleri belirlenmiştir. Yapılan deneysel çalışmalar sonucunda aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:

1. Yüzeysel su yükselme hızı (J_w), sürüklenme üzerinde üssel bir etkiye sahiptir. Su yükselme hızının artması, ince gang tanelerinin konsantreye taşınma oranını önemli ölçüde artırmaktadır. Bu durum, özellikle ince tane boyutlarında daha belirgin şekilde gözlenmiştir.
2. Tane boyutu (d_p), sürüklenme ile ters orantılı bir ilişki göstermektedir. Tane boyutu küçüldükçe, tanelerin sedimentasyon hızı azalmakta ve böylece hidrodinamik taşınma olasılıkları artmaktadır. En küçük boyut fraksiyonu olan -38 mikronluk tanelerde en yüksek sürüklenme oranları gözlenmiştir.
3. Hava debisi (Q_A), sürüklenme üzerinde doğrusal bir etkiye sahiptir. Hava debisinin artması, kolondaki hold-up'ı ve türbülansı artırarak ince tanelerin konsantreye sürüklenmesini kolaylaştırmaktadır. Bu etki, kabarcıkların arkasında oluşan mikro türbülansın şiddetlenmesiyle açıklanabilir.
4. Köpürtücü miktarı (Q_{fr}) arttıkça, oluşan kabarcıkların boyutu küçülmekte ve sayısı artmaktadır. Bu durum, kolondaki türbülans ve hold-up'ı artırarak sürüklenme oranının yükselmesine neden olmaktadır. Köpürtücü miktarı ve sürüklenme arasında doğrusal bir ilişki tespit edilmiştir.
5. Yüzeysel su yükselme hızı ve tane boyutu arasında etkileşim olduğu gözlenmiş, bu iki parametrenin birlikte değerlendirilmesinin sürüklenme tahmini için önemli olduğu anlaşılmıştır.

Çalışmanın en önemli çıktısı, deneysel verilerden hareketle geliştirilen ampirik modeldir:

$$E = -6.33433 + e^{(11.35661 - 0.273133 \cdot d_p - 21.4023d \cdot J_w + 0.715791 \cdot d_p \cdot J_w)} + 0.000899 \cdot Q_A + 0.563628 \cdot Q_{fr}$$

Bu model, deney koşulları dâhilinde ince gang tanelerinin sürüklenme oranını yüksek doğrulukla tahmin etmektedir. Deneysel ve tahmin edilen değerler arasındaki iyi uyum, modelin geçerliliğini ve güvenilirliğini kanıtlamaktadır.

Araştırma sonuçları, negatif biaslı flotasyon kolonlarında çalışma değişkenlerinin optimize edilmesiyle sürüklenmenin kontrol altına alınabileceğini göstermektedir. Özellikle yüzeysel su yükselme hızı ve hava debisinin kontrollü bir şekilde ayarlanması, ince gang tanelerinin konsantreye taşınmasını minimize ederek konsantre kalitesinin artırılmasında etkili olacaktır.

Geliştirilen model, endüstriyel ölçekli negatif biaslı flotasyon kolonlarının tasarımında ve işletilmesinde önemli bir araç olarak kullanılabilir. Model yardımıyla, farklı çalışma koşullarında ince gang tanelerinin sürüklenme davranışı önceden tahmin edilebilir ve buna göre işletme parametreleri optimize edilebilir.

Gelecekteki çalışmalarda, modelin farklı mineral sistemleri için genişletilmesi ve endüstriyel ölçekli kolonlarda doğrulanması önerilmektedir. Ayrıca, sürüklenme mekanizmasının daha iyi anlaşılması için mikro-hidrodinamik incelemeler ve CFD (Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği) modellemeleri yapılabilir. Bunun yanında, ince gang tanelerinin sürüklenmesini azaltacak yeni kolon tasarımları ve yöntemler geliştirilebilir.

Sonuç olarak, bu çalışma negatif biaslı flotasyon kolonlarında ince gang tanelerinin sürüklenme davranışını kapsamlı bir şekilde incelemiş ve pratik uygulamalar için değerli bir ampirik model ortaya koymuştur. Elde edilen bulgular, flotasyon işlemlerinde konsantre kalitesinin iyileştirilmesine ve proses verimliliğinin artırılmasına katkı sağlayacak niteliktedir.

Yazarların Katkısı

Kemal Bilir, deney düzeneği imalatına, bilimsel yayın araştırmalarına, örnek hazırlamaya, deney ve analizleri yürütmeye, makaleyi geliştirmeye ve yazmaya katkıda bulunmuştur. Bahri Öteyaka, tezin yönetilmesine katkıda bulunan doktora tez danışmanıdır.

Çıkar Çatışması

Yazarlar tarafından herhangi bir çıkar çatışması beyan edilmemiştir.

Kaynaklar

- Aliaga, W., & Soto, H. (1993). Application of column cells to potash flotation in brines. *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy Section C-Mineral Processing and Extractive Metallurgy*, 102, C70-C73.
- Anzoom, S. J., Bournival, G., & Ata, S. (2024). Coarse particle flotation: A review. *Minerals Engineering*, 206, 108499.
- Ata, S., & Jameson, G. J. (2005). The formation of bubble clusters in flotation cells. *International Journal of Mineral Processing*, 76(1-2), 123-139.
- Barbery, G., A. Bouajila and H.Soto 1989. U.S. Patent No 4, 822, 493, April 18th.
- Bilir, K. (1997). *Modifiye flotasyon kolonunda ince tanelerin sürüklenmesi ve iri taneli cevherlerin zenginleştirilmesi* (Doktora Tezi). Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Boutin, P., & Wheeler, D. A. (1967). Column flotation development using an 18-in. pilot unit. *Canadian Mining J*, 88(3).
- Brown, A. (1981). Régression-Corrélation, Laval University, Librairie des P.U.L. Québec-Canada, p.150.
- Dai, Z., Fornasiero, D., & Ralston, J. (2000). Particle-bubble collision models-a review. *Advances in Colloid and Interface Science*, 85(2-3), 231-256.
- De F. Gontijo, C., Fornasiero, D., & Ralston, J. (2007). The limits of fine and coarse particle flotation. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 85(5), 739-747.
- Dobby, G. S., & Finch, J. A. (1986). Flotation column scale-up and modelling. *Cim Bulletin*, 79(889), 89-96.
- Englebrecht, J.A. & E.T. Woodburn (1975). The effect of froth height, aeration rate and gas precipitation on flotation: *J. S. Afr. Inst. Min. Metall.* 76: 125-132.
- Ersayın, S. & Apling, A. (1990). Non-sulphide gangue behavior in sulphide flotation, Proceedings of the III. International Mineral Processing Symposium, (Önal, ed.), Sep, 11-13, İstanbul, Turkey, 576-585.
- Finch, J.A. & G.S. Dooby (1990). *Column flotation*. Pergamon press. Oxford USA.
- Fuerstenau, M.C., Jameson, G.J., & Yoon, R.H. (2007). Froth flotation: a century of innovation, SME.

- Hodouin, D. (1988). Analyse et Modélisation des Procédés, Université Laval, Québec-Canada, chapitre 1 et 6.
- Jameson, G. J. (2010). Advances in fine and coarse particle flotation. *Canadian Metallurgical Quarterly*, 49(4), 325-330.
- Kirjavainen, V. M. (1996). Review and analysis of factors controlling the mechanical flotation of gangue minerals. *International journal of mineral processing*, 46(1-2), 21-34.
- Lynch, A. J., Johnson, N. W., Manlapig, E. V., & Thorne, C. G. (1981). Mineral and coal flotation circuits: Their simulation and control.
- Maachar, A., Lin, D., & Dobby, G. S. (1990). Measurement of water recovery and entrainment in flotation columns. In *CIM Conference of Metallurgists*.
- Majumder, A. K., Govindarajan, B., Sharma, T., Ray, H. S., & Rao, T. C. (1995). An empirical model for chloridising-roasting of potassium in glauconitic sandstone. *International journal of mineral processing*, 43(1-2), 81-89.
- Mavros, P., Lazaridis, N.K. & Matis, K.A. (1988). Fines processing in a flotation column, Proceedings of the II International Mineral Processing Symposium, Aytekin (ed), Oct.4-6, İzmir, Turkey, 165-173.
- Öteyaka, B. (1993). Modélisation d'une colonne de flottation sans zone d'écume pour la séparation des particules grossières. *Ph.D. Thesis*, University Laval, Québec, Canada.
- Öteyaka, B. & Soto, H. (1992). Modelling of negative bias column for coarse particle flotation, Proceedings of 4th International Mineral Processing Symposium, Özbayoğlu (ed), 20-22 October, Antalya, vol.1, 315-326.
- Öteyaka, B. & Soto, H. (1994). Effet du taux de rétention du gaz sur la stabilité des agrégats bulle-particule(s) pendant la flottation: *Mines&Carrières "les techniques"*. 76: 245-248.
- Öteyaka, B. & Soto, H. (1995). Flotasyon kolonlarında hava hold-up'ının ve hava kabarcıkları çapının değişiminin tahmini, Türkiye 14. Madencilik Kongresi, 6-9 Haziran, Ankara, 387-391.
- Sam, A., Gomez, C. O., & Finch, J. A. (1996). Axial velocity profiles of single bubbles in water/frother solutions. *International Journal of Mineral Processing*, 47(3-4), 177-196.
- Sastry, Kal V.S. (1990). Principles and methodology of mineral process modeling, Control 90, Mineral and Metallurgical Processing, R.K. Rajamani and J.A. Harbst (eds)
- Schulze, H. J. (1977). New theoretical and experimental investigations on stability of bubble/particle aggregates in flotation: a theory on the upper particle size of floatability. *International Journal of Mineral Processing*, 4(3), 241-259.
- Schulze, H. J. (1984). Physico-chemical elementary processes in flotation. *Developments in mineral processing*, 4.
- Sivamohan, R. (1990). The problem of recovering very fine particles in mineral processing-a review. *International journal of mineral processing*, 28(3-4), 247-288.
- Somasundaran, P. (1980). Fine Particle Processing Vol. 2. In *Proceedings of an International Symposium, Las Vegas, Nevada*.
- Soto, H. (1992). Development of novel flotation-elutriation method for coarse phosphate beneficiation: *FIPR Publication*. Florida Institute Phosphate Research.
- Soto, H. & G. Barbary (1991). Flotation of coarse particles in a counter-current column cell: *Minerals and Metallurgical Processing*. 16-21.
- Tao, D. (2005). Role of bubble size in flotation of coarse and fine particles - A review. *Separation Science and Technology*, 39(4), 741-760.
- Trahar, W. J. (1981). A rational interpretation of the role of particle size in flotation. *International Journal of Mineral Processing*, 8(4), 289-327.
- Uçbaş, Y., Öteyaka, B. & Hoşten, Ç. (1996). Zonguldak toz kömürlerinin yağ aglomerasyonu ile zenginleştirilmesi için bir ampirik model, Türkiye 10. Kömür Kongresi Bildiriler Kitabı, 20-24 Mayıs, Zonguldak, 133-140.
- Warren, L. J. (1985). Determination of the contributions of true flotation and entrainment in batch flotation tests. *International Journal of Mineral Processing*, 14(1), 33-44.
- Wheeler, D.A. (1985). Column Flotation-The Original Column, Proceedings of the 2nd Latin American Congress on Froth Flotation Conception, Chile, 19-23 August, (Castro and Alvarez, eds.), 17-39.
- Wyslouzil, H. E., Kohmeunch, J., Christodoulou, L., & Fan, M. (2009). Coarse and fine particle flotation. In Proceedings of the 48th Conference of Metallurgists. Metallurgical Society of CIM Sudbury.

- Xing, Y., Gui, X., & Cao, Y. (2017). Effect of bubble size on bubble-particle attachment and film drainage kinetics-A theoretical study. *Powder technology*, 322, 140-146.
- Yianatos, J. B., Finch, J. A., & Laplante, A. R. (1987). Cleaning action in column flotation froths. *Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy Section C-Mineral Processing and Extractive Metallurgy*, 96, C199-C205.
- Yianatos, J. B., Finch, J. A., & Laplante, A. R. (1988). Selectivity in column flotation froths. *International Journal of Mineral Processing*, 23(3-4), 279-292.
- Ynchausti, R. A., Herbst, J. A., & Hales, L. B. (1988). Unique problems and opportunities associated with automation of column flotation cells. *Column Flotation*, 88, 27-33.
- Yoon, R. H. (2000). The role of hydrodynamic and surface forces in bubble-particle interaction. *International Journal of Mineral Processing*, 58(1-4), 129-143.