

DAİRESEL AÇIKLIKTAN OLUŞAN TOPLAM ALANLARIN KARAKTERİZASYONU: OPAK, PEC VE PMC YÜZEYLER İÇİN KARŞILAŞTIRMALI ANALİZ

Mustafa ALTINEL *,**
Uğur YALÇIN **

Alınma: 24.05.2025; düzeltme: 23.10.2025; kabul: 07.01.2026

Öz: Bu çalışma, dairesel bir açıklıktan yayılan toplam alanların OpaK, Mükemmel Elektrik İletken (PEC) ve Mükemmel Manyetik İletken (PMC) yüzeylerdeki davranışlarını karşılaştırmalı olarak incelemektedir. Toplam alan hesaplamalarında Sınır Kırınım Dalgası Teorisi (SKDT) ile Genelleştirilmiş SKDT (GSKDT) yöntemleri kullanılmış, analizler, Miyamoto ve Wolf tarafından tanımlanan vektör potansiyeli temeline dayandırılmıştır. Elde edilen non-uniform toplam alan ifadeleri, Detour parametresi ve Fresnel fonksiyonunun asimptotik özellikleri kullanılarak uniform forma dönüştürülmüştür. OpaK yüzeylerde yalnızca gelen dalga dikkate alınırken, PEC ve PMC yüzeylerde hem gelen hem de yansıyan dalgalar hesaba katılmıştır. Farklı açıklık yarıçapları ve gözlem mesafeleri için toplam alanın uzaysal dağılımı grafiksel olarak karşılaştırılmış, yüzey tiplerinin alan üzerindeki etkileri ayrıntılı biçimde analiz edilmiştir. Sonuçlar, toplam alanın genlik ve faz karakteristiğinin yüzey tipine bağlı olarak belirgin biçimde değiştiğini göstermekte; özellikle PEC yüzeylerde yüksek frekanslı girişim desenleri, opaK yüzeylerde ise daha düşük genlikli ve düzgün bir dağılım gözlenmektedir. Elde edilen bulgular, yüzey özelliklerinin toplam alan davranışı üzerindeki rolünü hem nitel hem de nicel olarak ortaya koymakta; anten tasarımı, elektromanyetik kalkanlama ve radar kesit alanı (RCS) azaltımı gibi mühendislik uygulamalarında yüzey seçimi ve optimizasyonu için yol gösterici bir referans sunmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Dairesel Açıklık, Genelleştirilmiş Sınır Kırınım Dalgası Teorisi (GSKDT), Karakterizasyon, OpaK Yüzey, PEC/PMC, Toplam Alan

Characterization of Total Fields Radiated from a Circular Aperture: A Comparative Analysis for Opaque, PEC, and PMC Surfaces

Abstract: This study comparatively investigates the behavior of total fields radiated from a circular aperture on opaque, Perfect Electric Conductor (PEC), and Perfect Magnetic Conductor (PMC) surfaces. The total field calculations were performed using the Boundary Diffraction Wave Theory (BDWT) and the Generalized BDWT (GBDWT), and the analyses were based on the vector potential formulation introduced by Miyamoto and Wolf. The obtained non-uniform total field expressions were transformed into a uniform form by employing the detour parameter and the asymptotic properties of the Fresnel function. For opaque surfaces, only the incident wave was considered, while for PEC and PMC surfaces, both incident and reflected waves were included. The spatial distribution of the total field was graphically compared for various aperture radii and observation distances, and the influence of surface type on the field was analyzed in detail. The results show that the amplitude and phase characteristics of the total field vary significantly depending on surface type; in particular, high-frequency interference patterns appear on PEC surfaces, whereas amplitude distributions are smoother and lower on opaque surfaces. The findings reveal, both qualitatively and quantitatively, the significant role of surface properties in determining the total field behavior. Furthermore, this study provides a useful reference for surface

* Mudanya Üniversitesi, Meslek Yüksekokulu, Elektronik Haberleşme Teknolojisi Programı, 16940 Çağrısan, Mudanya, BURSA

** Bursa Uludağ Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, 16059 Görükle Nilüfer, BURSA

İletişim Yazarı: Mustafa ALTINEL (altinelmust@gmail.com)

selection and optimization in engineering applications such as antenna design, electromagnetic shielding, and radar cross-section (RCS) reduction.

Keywords: Circular Aperture, Extended Boundary Diffraction Wave Theory (EBDWT), Characterization, Opaque Surface, PEC/PMC, Total Field

1. GİRİŞ

Yüksek frekanslı elektromanyetik dalgaların kenar ve açıklıklardan saçılması, modern savunma, iletişim ve sensör teknolojilerinin performans limitlerini doğrudan belirleyen kritik bir fenomendir (Apaydın & Sevgi, 2020; Keller., 1962). Dairesel açıklıklar gibi idealize edilmiş geometrik yapılar hem teorik analizde hem de gerçek dünya uygulamalarında; anten radyasyon özelliklerinin iyileştirilmesi, elektromanyetik uyumluluk problemlerinin çözümü ve radar kesit alanı (RCS) azaltımı gibi birçok alanda temel rol üstlenmektedir (Altinel & Yalçın, 2021; Wang ve ark., 2022). Bu kapsamda, sayısal difraksiyon desenlerinin yüksek doğrulukta hesaplanmasına yönelik yeni yaklaşımlar da literatürde dikkat çekmektedir (Aime ve ark., 2024).

Sınır Kırınım Dalgası Teorisi (SKDT), ilk olarak Miyamoto & Wolf (1962) tarafından sistematik bir formda ortaya konulmuş; sonraki yıllarda çeşitli modifikasyonlarla hem teorik hem de pratik uygulamalarda yaygın biçimde kullanılmaya başlanmıştır (Born & Wolf, 1999; Yalçın, 2009). SKDT'nin en önemli avantajı, karmaşık açıklık ve kenar problemlerini çizgisel integral yaklaşımıyla yüksek doğrulukta ve düşük hesaplama maliyetiyle çözülebilir hale getirmesidir (Ganci, 2008; Batoroev, 2021). Ancak klasik SKDT'nin, mükemmel elektrik iletken (PEC) ve mükemmel manyetik iletken (PMC) gibi yansımali ve karmaşık yüzeylerde yetersiz kaldığı; bu nedenle Genelleştirilmiş SKDT (GSKDT) ve benzeri yöntemlerin literatürde hızla geliştiği görülmektedir (Yalçın, 2009; Umul, 2010; Basdemir, 2024). Bu teoriler, toplam alanın yalnızca opak veya iletken olmayan yüzeylerde değil, günümüzün ileri seviye uygulamalarında kullanılan çok katmanlı, meta-malzeme ve kodlanmış yüzeylerde de etkin biçimde modellenmesine olanak sağlamaktadır (Lovat ve ark., 2021).

Son yıllarda, Borghi (2015), Barnett (2020), Sheppard (2024) ve Glückstad & Madsen (2023) gibi araştırmacılar; farklı yüzey türleri ve açıklık parametrelerinin toplam alan üzerindeki etkisini hem analitik hem de sayısal yaklaşımlarla incelemiş; özellikle açıklık yarıçapı, yüzey tipi ve frekans gibi parametrelerin toplam alanın genlik ve faz karakteristiği üzerindeki belirleyici etkisini ortaya koymuştur. Ayrıca, Gao ve ark. (2021) alt dalga boyu açıklık sistemlerinin bilgi kuramsal çözünürlük sınırlarını tanımlayarak bu analizleri daha ileri boyuta taşımıştır. Özellikle Wang ve ark. (2022), kodlanmış metasurface optimizasyonuna odaklanırken, klasik ve modern yüzeylerin toplam alan davranışını doğrudan kıyaslayan sistematik çalışmaların eksikliği dikkat çekmektedir. Benzer şekilde, Patel & Sengupta (2021) gibi güncel yaklaşımlar bile toplam alan analizinde farklı yüzeylerin karşılaştırmalı ve kapsamlı değerlendirmesini literatüre kazandıramamıştır.

Güncel uygulama tarafında ise, kodlanmış metasurface teknolojileri ve düşük saçılmalı yüzey tasarımı; sınır kırınım dalgası modellerinin doğruluğu ve uygulanabilirliği açısından yeni standartlar ortaya koymakta ve elektromanyetik alan dağılımının güvenilir biçimde modellenmesini zorunlu kılmaktadır (El-Din & Mohamed, 2021; Lucido ve ark., 2023; Serdyuk, 2023; Zhou ve ark., 2022). Buna rağmen, farklı yüzeylerde dairesel açıklık kaynaklı toplam alanların, geniş bir parametre uzayında sistematik, karşılaştırmalı ve mühendislik pratiklerine doğrudan entegre edilecek şekilde analiz edildiği kapsamlı çalışmalar literatürde hâlâ sınırlıdır (Patel & Sengupta, 2021).

Bu çalışma, Opak, PEC ve PMC yüzeylerde dairesel açıklıktan oluşan toplam alanların hem klasik SKDT hem de GSKDT temelli çözümlerinin ilk kapsamlı ve karşılaştırmalı

karakterizasyonunu sunmaktadır (Altinel & Yalçın, 2024). Elde edilen bulgular, toplam alan analizinde yüzey seçiminin; anten mühendisliği, elektromanyetik uyumluluk, RCS azaltımı ve yüksek frekanslı sistem tasarımındaki performans sınırlarını optimize etmede ne derece belirleyici olduğunu göstermektedir. Böylece bu çalışma hem teorik literatürdeki boşluğu doldurmakta hem de pratikte yüzey tipi seçiminin optimize edilmesi için mühendislik açısından güvenilir bir referans sunmaktadır.

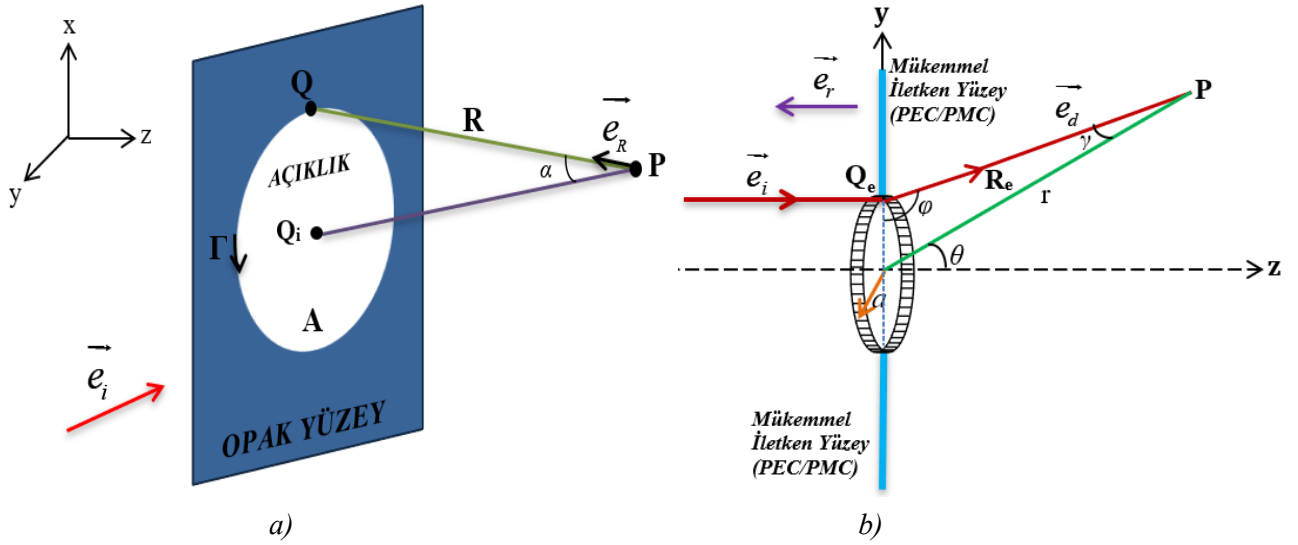
2. YÖNTEM: SINIR KIRINIM DALGASI TEORİSİ (SKDT) - TEORİK TEMELLER

Bu bölüm, çalışmada izlenen **yöntemsel yaklaşımı** ve kullanılan teorik temeli ayrıntılı biçimde açıklamaktadır. Çalışmanın metodolojisi, Sınır Kırınım Dalgası Teorisi (SKDT) ile Genelleştirilmiş SKDT (GSKDT) temellerine dayanmaktadır. Bu kapsamda, SKDT'nin dairesel açıklık problemlerine uygulanmasında kullanılan temel matematiksel formülasyonlar sunulmakta ve ilgili tüm değişkenler açık biçimde tanımlanmaktadır. Bölümün kuramsal çerçevesi, Altinel ve Yalçın (2021) tarafından önerilen modelin genişletilmiş biçimine dayanmaktadır. Şekil 1a'da opak bir yüzey üzerindeki dairesel açıklığın kenarından meydana gelen kırınım, Şekil 1b'de ise mükemmel iletken (PEC/PMC) yüzey üzerindeki yansımali kırınım geometrisi şematik olarak gösterilmektedir. Her iki durumda da kenar noktaları, gözlem noktası, gelen ve kırınım yönleri ile mesafe ve açı parametreleri ayrıntılı biçimde tanımlanmıştır.

Çizelge 1:

SKDT ve GSKDT yöntemlerinde kullanılan temel analiz parametrelerinin tanımları

Sembol	Tanım	Birim
a	Dairesel açıklığın yarıçapı	m
λ	Dalga boyu	m
$k=2\pi/\lambda$	Dalga sayısı	rad/m
r	Gözlem noktasının açıklık merkezine uzaklığı	m
θ	Gözlem açısı (polar açı)	°
ϕ	Azimut açısı	°
R	Kaynak ile gözlem noktası arasındaki doğrudan mesafe	m
R_e	Yansıyan dalganın izlediği yol uzunluğu	m
Q	Açıklık kenarı üzerindeki kaynak noktası	—
P	Gözlem noktası	—
Γ	Dairesel açıklığın sınır eğrisi	—
A	Açıklığın toplam yüzey alanı	m ²
$d\ell$	Kenar boyunca diferansiyel uzunluk elemanı	m
dS	Yüzey üzerindeki diferansiyel alan elemanı	m ²
E_i	Gelen elektrik alan bileşeni	V/m
E_t	Kırınım sonucu oluşan elektrik alan bileşeni	V/m
E_d	Toplam elektrik alan (gelen + kırınım)	V/m
n	Yüzey normal yönü	—
η	Ortam empedansı	Ω
$f(\theta, \phi)$	Kırınım deseni (alan yönelimi)	—



Şekil 1:

Dairesel açıklıkta kırınım probleminin geometrik gösterimi
a) Yansısız opak yüzey için **b) Yansımali PEC/PMC yüzeyler için**

Şekil 1a ve 1b’de verilen ve teorimizin temelini de oluşturacak başlıca semboller şu şekilde tanımlanmıştır: Q açıklık kenarı üzerindeki kaynak noktasını, P gözlem noktasını, O açıklık merkezi, a açıklığın yarıçapı, r gözlem noktasının açıklık merkezine uzaklığı, Γ daireSEL açıklığın sınır çizgisini ve A açıklık yüzey alanını temsil etmektedir. \vec{e}_i gelen dalga yönünü, \vec{e}_R kenardan gözlem noktasına olan birim vektörü, \vec{e}_r ise yansıyan alanın birim vektörünü göstermektedir. R , Q ile P arasındaki mesafeyi, R_e yansıyan dalganın katettiği mesafeyi ifade eder. Ayrıca, α , θ , φ ve γ gibi semboller ilgili geometriye ait açı parametrelerini; dl kenar boyunca diferansiyel uzunluk elemanını, dS ise yüzey üzerindeki diferansiyel alanı belirtmektedir.

$$U(P) = \iint_S \vec{V}(Q, P) \cdot \vec{n} dS \quad (1)$$

Bu eşitlik, bir açıklık veya yüzey S üzerinden gözlem noktası P için toplam alanın ($U(P)$) klasik integral ifadesini verir. Burada, $U(P)$; gözlem noktası P ’deki toplam alan, $\vec{V}(Q, P)$; kaynak noktası Q ve gözlem noktası P arasında alanı oluşturan vektör potansiyel fonksiyonu, \vec{n} ; yüzeyin dışa bakan birim normal vektörü, dS ise yüzey üzerinde diferansiyel alan elemanıdır. Bu yaklaşım, klasik Huygens–Fresnel prensibinin matematiksel temeli olup, açıklık kenarlarından yayılan alanların başlangıç noktasını oluşturur.

$$U(P) = U_B(P) + U_{GO}(P) \quad (2)$$

Toplam alan $U(P)$, iki ana bileşene ayrılır. Burada $U_B(P)$; sınır (kenar) kırınım alanı yani kenar etkilerinden kaynaklanan bileşen (*boundary/diffracted field*) katkısını gösterirken $U_{GO}(P)$; geometrik optik alanı yani doğrudan veya yansıyan dalgaların katkısını (*geometrical optics field*) temsil eder. Bu ayırım, özellikle gölge bölgede kırınım bileşeninin baskın olduğu durumlar için büyük kolaylık sağlar.

$$U_B(P) = \int_{\Gamma} \vec{W}(Q, P) \cdot \vec{l} dl \quad (3)$$

$U_B(P)$; kırınım alanı, kenar boyunca (Γ) tanımlı bir çizgi integrali ile hesaplanır. Burada Γ ; açıklığın kenar çizgisini, $\vec{W}(Q, P)$; kenar noktası Q ile gözlem noktası P arasındaki kırınım

çekirdeği (*diffracted kernel*), dl ise kenar boyunca diferansiyel uzunluk elemanını temsil eder. Bu formül, yüzey integrallerinin çizgi integraline indirgenmesini sağlayarak, özellikle karmaşık kenar geometrilerinde hesaplama kolaylığı sunar.

$$\vec{W}(Q, P) = \frac{1}{4\pi} \frac{e^{-jkR}}{R} \left[\vec{e}_R \times \frac{\nabla_Q}{(-jk + \vec{e}_R \cdot \nabla_Q)} U(Q) \right] \quad (4)$$

Denklem 4 ile verilen ifade, kırınım çekirdeğinin ($\vec{W}(Q, P)$) açık matematiksel ifadesini gösterir. Burada, R ; Q ve P noktaları arasındaki mesafeyi ($R = |\vec{r}_P - \vec{r}_Q|$), \vec{e}_R ise Q ile P arasındaki birim vektörü temsil eder ($\vec{e}_R = \frac{\vec{r}_P - \vec{r}_Q}{R}$). ∇_Q : Kaynak noktası Q 'ya göre gradyan işleci, k : Dalga sayısı ($k=2\pi/\lambda$), $U(Q)$ ise kenardaki toplam alanı (sınır koşullarına göre belirlenir) temsil eder. Burada, çarpanlar ve diferansiyel operatörler hem dalga yayılımını hem de kırınım etkilerini kapsayacak şekilde düzenlenmiştir. Bu formül, kenar noktalarından yayılan alanın fiziksel ve matematiksel temelini oluşturur.

$$U_{GO}(P) = \sum_i \lim_{\sigma_i \rightarrow 0} \int_{\Gamma_i} \vec{W}(Q_i, P) \cdot dl \quad (5)$$

Burada $U_{GO}(P)$ geometrik optik alan bileşeninin, kenar üzerindeki uygun bölgelerde alınan limitler yardımıyla hesaplanışını gösterir. Γ_i ; her bir alt kenar segmentini, Q_i ; kenar üzerindeki özel bir noktayı, σ_i ise segment uzunluğunu gösteren küçük parametredir (limit alınarak sonsuz küçüklüğe götürülür). Bu formül, geometrik optik katkının, sınır boyunca limit işlemleriyle ayrıştırılmasını mümkün kılar (Keller, 1962)

Bu beş temel denklem, Sınır Kırınım Dalgası Teorisi'nin (SKDT) matematiksel altyapısını oluşturur. SKDT, yüzey/kenar açıklıklarından yayılan toplam alanı iki ana bileşene ayırır: Kenar kırınımı (*diffracted field*), Geometrik optik bileşen (*geometrical optics field*)... Klasik yüzey integrali formülasyonu (Denklem 1), çizgi integrali (Denklem 3) ile büyük ölçüde sadeleşir. Kırınım çekirdeği (Denklem 4), hem dalga hem de kenar etkilerini içerir. Böylece, karmaşık açıklık veya kenar geometrilerinde, toplam alan hesapları pratik ve yüksek doğrulukla yapılabilir. Bu yaklaşım, Altinel ve Yalçın (2021) tarafından, opak ve iletken yüzeylerde dairesel açıklıklardan yayılan toplam alanların karakterizasyonunda başarıyla uygulanmıştır.

3. GENİŞLETİLMİŞ SINIR KIRINIM DALGASI TEORİSİ: TOPLAM ALANIN ANALİTİK ÇÖZÜMÜ VE UYGULAMASI

Bu bölüm, çalışmanın uygulama kısmına temel teşkil eden analitik çözüm yöntemini açıklamaktadır. Dairesel bir açıklıktan saçılan toplam alanın, farklı yüzey tiplerine (Opak, PEC ve PMC) bağlı olarak sergilediği elektromanyetik davranışların anlaşılması hem teorik hem de uygulamalı mühendislik açısından kritik önem taşımaktadır. Son yıllarda geliştirilen analitik yaklaşımlar sayesinde, söz konusu yüzeylerin her birine özgü karakteristik alan dağılımları ayrıntılı biçimde incelenebilmiştir (Altinel ve Yalçın, 2021; Altinel & Yalçın, 2024). Bu kapsamda, Genişletilmiş Sınır Kırınım Dalgası Teorisi (GSKDT) esas alınarak, farklı yüzey tiplerinin toplam alan üzerindeki etkilerinin sistematik biçimde değerlendirildiği, doğrusal olmayan parametrelerin de dikkate alındığı bir analitik yöntem sunulmaktadır. Böylece, sonraki bölümde yer alan karşılaştırmalı analiz ve grafiksel değerlendirmelerin teorik altyapısı oluşturulmuş ve çalışmanın yönetsel bütünlüğü sağlanmıştır.

$$U_i(P) = u_i e^{-jkr \cos \theta} \quad (6)$$

$$U_r(P) = -u_i e^{jkr \cos \theta} \quad (7)$$

Dairesel açıklık problemi kapsamında, P gözlem noktasındaki toplam alan, gelen ve yansıyan dalga bileşenleriyle birlikte değerlendirilir. Denklem (6) ve (7) ile verilen bu ifadelerde, $U_i(P)$ ifadesi, u_i genlik katsayısına sahip ve dalga sayısı k olan, r uzaklığındaki gözlem noktasına θ açısıyla ulaşan gelen dalga alanını tanımlar. Buna karşılık, $U_r(P)$ ise yansıtıcı yüzeylerin (PEC/PMC) varlığında ortaya çıkan ve yine aynı parametrelerle fakat zıt fazda ifade edilen yansıyan dalga alanını temsil eder. Opak yüzeylerde yansıyan alan bileşeni dikkate alınmazken, PEC ve PMC yüzeyler için toplam alan hesabında bu terim mutlaka değerlendirilir. Böylece, yüzey tipine bağlı olarak toplam alanın başlangıç koşulları net biçimde ortaya konmuş olur.

$$\vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z \quad (8)$$

$$R_e = \|\vec{R}\| = [(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2]^{\frac{1}{2}} \quad (9)$$

Gözlem noktasının uzaydaki konumu, denklem (8) ile verilen pozisyon vektörü üzerinden tanımlanır ve kartezyen bileşenleriyle ifade edilir. Alan hesabında kritik öneme sahip olan R_e mesafe fonksiyonu ise, denklem (9) ile gözlem noktası ile açıklık kenarı arasındaki doğrusal uzaklığı gösterir. Buradaki x, y, z ve x', y', z' koordinatlarının kutupsal koordinatlara dönüşümü

$$\left. \begin{array}{l} x = r \cos \phi \sin \theta \\ y = r \sin \phi \sin \theta \\ z = r \cos \theta \end{array} \right\} x' = a \cos \phi'; y' = a \sin \phi'; z' = 0 \quad (10)$$

$$R_e = [r^2 + a^2 - 2ra \sin \theta \cos(\phi - \phi')]^{\frac{1}{2}} \rightarrow R_e = \sqrt{r^2 + a^2 - 2ra \sin \theta} \quad (11)$$

denklem (10)'da verilmiştir. Bu dönüşümlerin ardından, R_e ifadesi a açıklık yarıçapı, r gözlem noktasının açıklık merkezine olan uzaklığı ve θ, ϕ, ϕ' açıları cinsinden sadeleşerek denklem (11)'deki kompakt formunu alır. Bu mesafe ifadesi, sonraki adımlarda toplam alanın integral ve analitik hesaplamalarının temelini oluşturur.

$$\nabla_Q U(Q) = -jku_i(\vec{e}_i - \vec{e}_r) \quad (12)$$

$$W(Q, P) = u_i \frac{1}{4\pi R} \left(\frac{\vec{e}_R \times \vec{e}_i}{1 + \vec{e}_R \cdot \vec{e}_i} - \frac{\vec{e}_R \times \vec{e}_r}{1 + \vec{e}_R \cdot \vec{e}_r} \right) \quad (13)$$

Alan hesabında, opak ve yansıtıcı yüzeyler için dalga fonksiyonunun gradyeni denklem (12) ile tanımlanır; burada $\nabla_Q U(Q)$ ifadesi, gelen dalga yön vektörü ile yansıyan dalga yön vektörü farkının ölçeklenmiş halini temsil eder. Bu sonuç, toplam alanın vektör potansiyel yaklaşımıyla ifade edilmesinde temel rol oynar. Nitekim, açıklığın kenar noktası Q ve gözlem noktası P arasında tanımlanan vektör potansiyeli $W(Q, P)$ denklem (13) ile verilir. Bu ifade, gelen ve yansıyan alanların katkılarını birleştirerek hem opak hem de yansıtıcı yüzeyler için sınır kırınım etkisini analitik olarak tanımlama imkânı sunar. Buradaki vektörel çarpımlar ve payda terimleri, geometrik ilişkilere ve yüzey tipine göre kırınımın davranışını belirler.

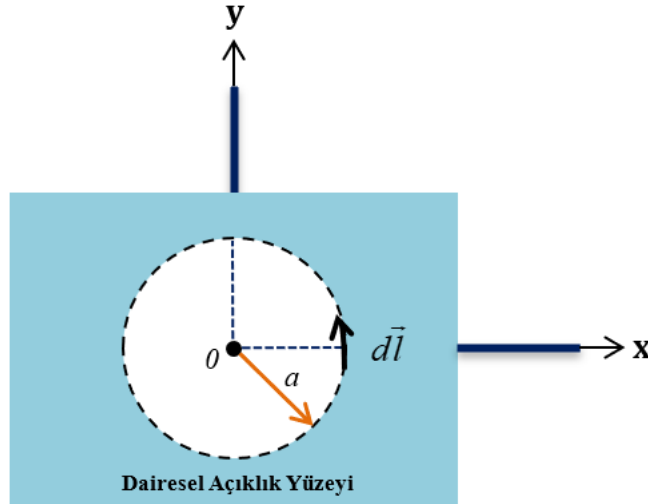
$$\vec{e}_R = \frac{a\vec{e}'_\rho - r\vec{e}_r}{R} \quad (14)$$

$$\frac{\vec{e}_R \times \vec{e}_i}{1 + \vec{e}_R \cdot \vec{e}_i} = \frac{\vec{e}_x(-r \sin \theta \sin \phi + a \sin \phi') + \vec{e}_y(r \sin \theta \cos \phi - a \cos \phi')}{R - r \cos \theta} \quad (15)$$

$$\frac{\vec{e}_R \times \vec{e}_r}{1 + \vec{e}_R \cdot \vec{e}_r} = \frac{\vec{e}_x(r \sin \theta \sin \phi - a \sin \phi') + \vec{e}_y(-r \sin \theta \cos \phi + a \cos \phi')}{R + r \cos \theta} \quad (16)$$

Vektör potansiyelinin hesaplanmasında anahtar rol oynayan \vec{e}_R birim vektörü, denklem (14) ile gözlem ve açıklık kenarındaki noktalara göre tanımlanır. Buradaki \vec{e}'_ρ ve \vec{e}_r vektörleri, sırasıyla açıklık kenarı ve gözlem noktası yönelimini belirtir. Potansiyel fonksiyonda yer alan vektörel çarpım ifadeleri ise, hem gelen dalganın ($\vec{e}_R \times \vec{e}_i$) hem de yansıyan dalganın ($\vec{e}_R \times \vec{e}_r$) katkılarını analitik olarak ayrıştırmaya imkân verir. Denklem (15) ve (16) ile verilen bu çarpımların pay ve payda terimleri, toplam alanın uzaysal ve açısal olarak nasıl şekilleneceğini belirleyen temel geometrik faktörleri ortaya koyar. Bu ifadeler sayesinde, yüzey tipi ve açıklık parametrelerine bağlı olarak kırınım ve toplam alan davranışı doğrudan hesaplanabilir hale gelir.

Şekil 3 ile gösterilen ve daha önce verilen Şekil 1'de de görüldüğü üzere \vec{l} ; Γ_i 'nin tanjantı boyunca olan birim vektördür. Şekil 2'de, xy düzleminde yer alan ve üzerinde dairesel bir açıklık bulunan opak yüzeyin geometrik yapısı gösterilmiştir. Burada açıklığın yarıçapı a ile ifade edilirken, $d\vec{l}$ vektörü ise açıklık kenarı boyunca tanjant doğrultusunda ilerleyen diferansiyel uzunluk elemanını temsil etmektedir. Bu vektör, kenar integralinde her bir noktanın konumunu ve yönünü belirlemede kritik öneme sahiptir. Denklem (17) ile verilen $d\vec{l}$ ifadesi, kenar üzerindeki birim vektörün (tanjant doğrultusunda) parametrelenmesini sağlar ve toplam alan hesabında integralin doğru biçimde alınabilmesi için gerekli matematiksel altyapıyı oluşturur. Böylece, şekil üzerinde tanımlanan geometri ve yönelimler, analitik çözümle doğrudan ilişkilendirilmiş olur (Yalçın, 2009).



Şekil 2:

Dairesel açıklık ve kenar diferansiyel uzunluk vektörünün ($d\vec{l}$) xy düzlemindeki gösterimi

$$d\vec{l} = a \sin \theta d\phi' \vec{e}_\phi \quad (17)$$

$$U_B(P) = u_i \frac{a \sin \theta}{4\pi} \int_{\phi'=0}^{2\pi} \left[\frac{(-r \sin \theta \sin \phi + a \sin \phi')(-\sin \phi') + (r \sin \theta \cos \phi - a \cos \phi') \cos \phi'}{R - r \cos \theta} \right] + \left[\frac{(-r \sin \theta \sin \phi + a \sin \phi')(-\sin \phi') + (r \sin \theta \cos \phi - a \cos \phi') \cos \phi'}{R + r \cos \theta} \right] \frac{e^{-jkR}}{R} d\phi' \quad (18)$$

$$U_B(P) = u_i \frac{1}{4\pi} a \sin \theta \int_{\phi'=0}^{2\pi} [r \sin \theta \cos(\phi - \phi') - a] \left[\frac{1}{R - r \cos \theta} + \frac{1}{R + r \cos \theta} \right] \frac{e^{-jkR}}{R} d\phi' \quad (19)$$

$$U_B(P) = U_i \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{a \sin \theta}{r}} (r \sin \theta - a) \left[\frac{1}{R_e - r \cos \theta} + \frac{1}{R_e + r \cos \theta} \right] \frac{e^{-jkR_e - j\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{kR_e}} \quad (20)$$

$U_B(P)$; açıklık kenarı boyunca kırınım alanının matematiksel ifadesi, denklem (18) ile sınır kırınım dalgası teorisine uygun olarak integral biçiminde elde edilir. Bu integral, kenar üzerindeki her bir noktanın alan katkısını hem geometriye hem de açı parametrelerine bağlı olarak tanımlar. İfadede yer alan trigonometri ve mesafe terimleri, toplam alanın uzaysal ve faz davranışını hassas bir şekilde modellemeye olanak verir. Denklem (19)'da görüldüğü gibi, uygun sadeleştirmeler sonrasında integralin çekirdek yapısı daha kompakt bir hale getirilir ve pratik hesaplamalar için avantaj sağlar. Bu tip karmaşık integral ifadelerinin analitik olarak değerlendirilmesinde ise stasyoneryer faz yöntemi sıklıkla tercih edilir. Nitekim denklem (20) ile verilen son formda, alan ifadesi yaklaşık olarak kapalı biçimde elde edilir; burada integrandın maksimum katkı verdiği noktalar dikkate alınarak, fiziksel anlamda da geçerli bir sonuç üretilmiş olur. Bu yaklaşım, özellikle yüksek frekanslı rejimlerde kırınım alanının hızlı ve doğru biçimde hesaplanmasına imkân tanır (Yalçın, 2009).

Bir sonraki aşamada, integralin çözümünde Fresnel fonksiyonu yaklaşımı kullanılır. Denklem (21) ile verilen bu fonksiyon, alan çözümünün asimptotik veya yüksek frekanslı rejimlerde hızlı ve yaklaşık olarak elde edilmesini sağlar. Burada kullanılan ξ_i parametresi, Fresnel fonksiyonunun temel argümanıdır ve detour parametresi olarak bilinir; bu parametre, gelen dalga ile kırınım alanı arasındaki faz farkının belirlenmesinde kritik rol oynar. Denklem (22)'de, ξ_i ifadesi, gelen ve kırınım fazları arasındaki farkın karekökü şeklinde yazılırken, detour parametresi doğrudan R_e ve $r \cos \theta$ büyüklüklerine bağlı olarak tanımlanır. Burada ψ_i ve ψ_d sırasıyla gelen ve kırınım alanının faz fonksiyonlarını ifade eder. Sonuç olarak, denklem (23) ile detour parametresinin açık formu elde edilerek, alan hesabında kullanılacak faz farkı kompakt bir şekilde gösterilmiş olur. Bu yaklaşım, sınır kırınım dalgası teorisinde faz analizinin hızlı ve analitik olarak gerçekleştirilmesine imkân tanır.

$$\hat{F}(\xi_i) = \frac{e^{-j(\xi_i^2 + \frac{\pi}{4})}}{2\sqrt{\pi}\xi_i} \quad (21)$$

$$\xi_i = -\sqrt{\psi_i - \psi_d} = -\sqrt{k(R_e - r \cos \theta)} \quad (22)$$

$$\xi_i^2 = kR_e - kr \cos \theta = kR_e - kz \quad (23)$$

Gelen alan için detour parametresi ile yapılan tanımlamalar sayesinde, alanın analitik çözümü kapalı formda ifade edilebilir. Denklem (24) ile verilen bu sonuçta, kırınım alanının genlik ve faz bileşenleri hem geometri hem de faz farkı üzerinden tam olarak ortaya konmaktadır. Fresnel fonksiyonunun asimptotik özelliklerinden yararlanılarak, denklem (25)'te görüldüğü gibi integral çözümü kompakt bir forma indirgenir. Burada, $\widehat{F}(\xi_i)$ yerine $\widehat{F}(\xi_i) = \widehat{F}(\|\xi_i\|)Sgn(\xi_i)$ yaklaşımı, Fresnel fonksiyonunun mutlak değeri ve işaret fonksiyonu ile birlikte kullanılmasıyla elde edilir. Bu sayede, fonksiyonun yalnızca mutlak büyüklüğüne değil, fazın işaretine de duyarlı bir şekilde alanın hesaplanması mümkün olur. Burada, $Sgn(\xi_i)$ fonksiyonu, Fresnel fonksiyonunun aldığı değerlerin fiziksel olarak anlamlı şekilde ayrıştırılmasına ve doğru çözüme ulaşılmasına imkân tanır. Sonuç olarak, tüm bu yaklaşımlar, kırınım alanının pratik ve hızlı hesaplanmasında önemli avantajlar sağlamaktadır.

$$U_{B_i}(P) = -u_i \frac{1}{2\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{a \sin \theta}{r} \frac{(r \sin \theta - a)}{-\sqrt{k(R_e - r \cos \theta)}} \frac{e^{-jkR_e - j\frac{\pi}{4} + jkz - jkz}}{\sqrt{R_e} \sqrt{R_e - r \cos \theta}}} \quad (24)$$

$$U_{B_i}(P) = -u_i \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{a \sin \theta}{r} \frac{(r \sin \theta - a) e^{-jkr \cos \theta}}{\sqrt{R_e(R_e - r \cos \theta)}}} \widehat{F}(\xi_i) \quad (25)$$

$$Sgn(\xi_i) = \begin{cases} -1, & \xi < 0 \\ 0, & \xi = 0 \\ 1, & \xi > 0 \end{cases} \quad (26)$$

Çizelge 2:

Türüne göre yüzeylerin bölgelerdeki alansal davranışları

Yüzey // Bölge	Opak Yüzey			Mükemmel İletken Yüzey (PEC/PMC)		
	Gelen	Kırınan	Yansıyan	Gelen	Kırınan	Yansıyan
Kaynak Bölgesi	✓	✓	X	✓	✓	✓
Gözlem Bölgesi	✓	✓	X	✓	✓	X

Gölge sınırı ve yansıma sınırı olarak adlandırılan, gelen dalganın kırınımına ya da yansımaya uğrayacağı bir de gelen dalganın bulunduğu üç bölge söz konusudur. Birinci bölgede gelen, yansıyan ve kırınan alanla ilgili terimler mevcuttur. İkinci bölgede gelen ve kırınan alanlara ait ifadeler varken, üçüncü bölgede ise sadece kırınan alan vardır. Durumun bu şekilde gelişmesini sağlayan olay ise kesin çözüm ifadesindeki signum fonksiyonlarıdır.

$$\widehat{F}(\xi_i) = \frac{e^{j\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{\pi}} \int_{\xi_i}^{\infty} e^{-jt^2} dt \quad (27)$$

$$U_{B_i}(P) = -u_i \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{a \sin \theta}{r} \frac{(r \sin \theta - a) e^{-jkr \cos \theta}}{\sqrt{R_e(R_e - r \cos \theta)}}} \widehat{F}(\|\xi_i\|) Sgn(\xi_i) \quad (28)$$

$$U_{B_r}(P) = -u_i \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{a \sin \theta}{r}} \frac{(r \sin \theta - a) e^{-jkr \cos \theta}}{\sqrt{R_e(R_e + r \cos \theta)}} \hat{F}(\|\xi_r\|) Sgn(\xi_r) \quad (29)$$

Fresnel integralinin genel formu denklem (27) ile tanımlanmış olup, bu integral kırınım problemlerinin analitik çözümünde temel rol oynar. Burada, ξ_i için elde edilen değer ilgili aralığa (ξ_i ile ∞) yerleştirilip integral alındığında, Fresnel fonksiyonu için önceden hesaplanmış olan ve gelen alanı temsil eden kapalı form elde edilir. Denklem (28) ile gösterilen $U_{B_i}(P)$, gelen dalga için kırınım alanının kapalı formunu verirken; $U_{B_r}(P)$ ifadesi ise denklem (29) ile yansıyan dalga için kırınım bileşeninin karşılığıdır. Her iki denklemde de Fresnel fonksiyonu mutlak değer ve işaret (signum) fonksiyonu kullanılarak hem genlik hem de faz davranışı ayrıntılı biçimde modellenir. Bu formülasyon hem gelen hem de yansıyan dalgaların yüzey ve açıklık geometrisine bağlı olarak kırınım alanına yaptığı katkıyı doğru şekilde hesaplamaya olanak tanır. Böylece, toplam alanın tüm bileşenleri, kompakt ve hesaplamaya uygun kapalı ifadelerle elde edilmiş olur.

$$U_B(P) = U_{B_i}(P) \quad (30)$$

$$U_B(P) = -u_i \sqrt{\frac{a \sin \theta}{2rR_e}} (r \sin \theta - a) \left[\frac{e^{-jkr \cos \theta}}{\sqrt{R_e - r \cos \theta}} F(\|\xi_i\|) Sgn(\xi_i) \right] \quad (31)$$

Opak yüzeylerde, sınır kırınım dalgası teorisine (SKDT) dayalı olarak yalnızca gelen dalgadan kaynaklanan kırınım (*diffracted*) alanı dikkate alınır. Bu durumda, denklemler (30) ve (31) ile ifade edilen kırınım alanı, açıklık kenarı boyunca yayılan dalgaların, gelen dalga ile açıklık geometrisi ve gözlem noktası arasındaki faz farkına göre nasıl bir dağılım gösterdiğini analitik olarak ortaya koyar. Hesaplamada kullanılan detour parametresi ve Fresnel fonksiyonu, alanın genlik ve faz karakteristiğinin yüksek frekanslarda bile hassasiyetle modellenmesini sağlar. Bu yaklaşım, yansımanın olmadığı opak veya iletken olmayan yüzeyler için sınır kırınım etkisinin fiziksel olarak tutarlı ve sayısal açıdan verimli bir şekilde hesaplanmasına olanak tanır.

$$U_B(P) = U_{B_i}(P) + U_{B_r}(P) \quad (32)$$

$$U_B(P) = -u_i \sqrt{\frac{a \sin \theta}{2rR_e}} (r \sin \theta - a) \left[\frac{e^{-jkr \cos \theta}}{\sqrt{R_e - r \cos \theta}} F(\|\xi_i\|) Sgn(\xi_i) + \frac{e^{jkr \cos \theta}}{\sqrt{R_e + r \cos \theta}} F(\|\xi_r\|) Sgn(\xi_r) \right] \quad (33)$$

Yansımanın söz konusu olduğu mükemmel iletken yüzeylerde (PEC/PMC) ise, kırınım (*diffracted*) alanı Genişletilmiş Sınır Kırınım Dalga Teorisi (GSKDT) kapsamında hem gelen hem de yansıyan dalga bileşenlerinin süperpozisyonu ile elde edilir. Denklemler (32) ve (33) ile verilen bu formülasyon, yansıtıcı yüzeylerin sınır koşullarına uygun olarak hem gelen hem de yansıyan dalganın kırınım kenarına yaptığı katkıyı matematiksel olarak entegre eder (Altinel & Yalçın, 2024). Burada da detour parametresi ve Fresnel fonksiyonunun işaret (signum) ve mutlak değer özelliklerinden yararlanılarak, yüksek frekanslarda dahi kırınım alanının hızlı ve doğru biçimde hesaplanması sağlanır. Böylece, GSKDT yaklaşımı ile yansıtıcı yüzeylerdeki sınır kırınım etkisinin fiziksel ve sayısal olarak eksiksiz bir şekilde modellenmesi mümkün olur.

$$u(\xi) = \begin{cases} 1, & \xi > 0 \\ \infty, & \xi = 0 \\ 0, & \xi < 0 \end{cases} \quad (34)$$

Denklem (34) ile verilen **Sgn**(ξ) ifadesi, alan formüllerinde faz geçişlerini ve yön bilgisini belirlemek amacıyla kullanılan signum (işaret) fonksiyonudur. Bu fonksiyon, ξ pozitifse 1, negatifse -1 ve sıfırsa 0 değerini alır. Böylece, kırınım alanının hem genlik hem faz karakteristiğinde kritik geçişlerin ve sınırların matematiksel olarak hassas biçimde modellenmesi sağlanır. Özellikle Fresnel fonksiyonunun asimptotik analizlerinde signum fonksiyonu, alanın gözlemciye hangi fazda ulaştığını ve geometrik sınırların etkisini açıkça ortaya koyar.

$$U_{B_T}(P) = \left[\left(u_i e^{-jkz} u(-\xi_i) \right) \right] - \left(u_i \sqrt{\frac{a \sin \theta}{2rR_e}} (r \sin \theta - a) \left[\frac{e^{-jkz}}{\sqrt{R_e - z}} F(\|\xi_i\|) Sgn(\xi_i) \right] \right) \quad (35)$$

Denklem (35), opak bir yüzeyde, yansıma etkisi olmayan durum için toplam alanın matematiksel formunu vermektedir. Bu durumda klasik Sınır Kırınım Dalgası Teorisi (SKDT) kullanılır ve yansıma katsayısı sıfır kabul edilir. Eşitlikteki ilk terim doğrudan gelen alanı, ikinci terim ise kırınım (*diffracted*) alanını temsil etmektedir. Opak bir yüzeyde, kaynak ve gözlem bölgesindeki saçılan alanlar yalnızca gelen ve kırınan alanların toplamı ile açıklanır; yansıma olmadığı için bu iki bileşen birbirinden bağımsızdır. İki bölge arasındaki temel fark ise, hesaplamada kullanılan θ açısıdır. Bu yapı sayesinde, toplam alanın farklı uzamsal bölgelerde nasıl şekillendiği ve açıklık kenarı etkisiyle alan dağılımının nasıl değiştiği net biçimde analiz edilebilir.

$$U_{B_T}(P) = \left[u_i e^{-jkz} u(-\xi_i) \right] - \left[u_i e^{jkz} u(-\xi_r) \right] - \left(u_i \sqrt{\frac{a \sin \theta}{2rR_e}} (r \sin \theta - a) \left[\frac{e^{-jkz}}{\sqrt{R_e - z}} F(\|\xi_i\|) Sgn(\xi_i) + \frac{e^{jkz}}{\sqrt{R_e + z}} F(\|\xi_r\|) Sgn(\xi_r) \right] \right) \quad (36)$$

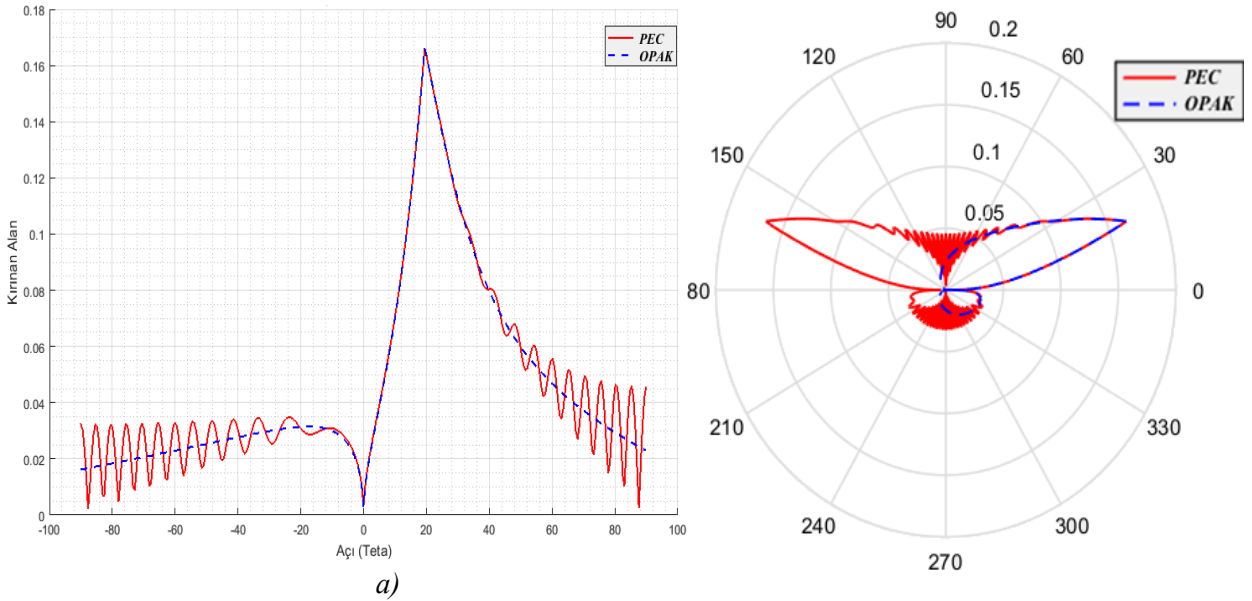
Mükemmel iletken (PEC veya PMC) bir yüzeyde, toplam alanın belirlenmesinde Genişletilmiş Sınır Kırınım Dalgası Teorisi (GSKDT) kullanılır ve yansıma mutlaka hesaba katılır. Kaynak bölgesinde, kırınan (*diffracted*), yansıyan ve gelen alanlar bir arada bulunur. Denklem (36) ile verilen bu toplam alan formülasyonunda, ilk parantez gelen alanı, ikinci parantez yansıyan alanı ve üçüncü parantez ise kırınan alanı temsil eder. Buradaki tüm alan bileşenleri, açıklık kenarı ve gözlem noktası arasındaki uzaysal ve fazsal ilişkileri kapsayacak şekilde ayrıntılı biçimde modellenmiştir. Yüzeyin mükemmel iletken olması sayesinde hem yansıyan hem de gelen dalgaların sınır koşulları matematiksel olarak tam karşılanır ve fiziksel anlamda gerçeğe uygun bir sonuç elde edilir.

$$U_{B_T}(P) = \left[u_i e^{-jkz} u(-\xi_i) \right] - \left(u_i \sqrt{\frac{a \sin \theta}{2rR_e}} (r \sin \theta - a) \left[\frac{e^{-jkz}}{\sqrt{R_e - z}} F(\|\xi_i\|) Sgn(\xi_i) + \frac{e^{jkz}}{\sqrt{R_e + z}} F(\|\xi_r\|) Sgn(\xi_r) \right] \right) \quad (37)$$

Gözlem noktasının bulunduğu diğer bölgede ise, yansıyan alan bulunmaz ve toplam alan yalnızca gelen ve kırınan alanların toplamı olarak tanımlanır. Denklem (37) bu bölge için geçerli olup, burada ilk parantez gelen alanı, ikinci parantez ise kırınan alanı ifade etmektedir. Her iki bölgede de toplam alanın yapısı, gözlem noktasının konumuna ve özellikle θ açısına bağlı olarak değişmektedir. Sonuç olarak, (36) ve (37) ile elde edilen ifadeler, gözlem noktasının bulunduğu bölgeye göre toplam saçılan alanın tam bir karakterizasyonunu sunar; böylece herhangi bir P noktasında, gelen, yansıyan ve kırınan alanların toplamı fiziksel olarak doğru ve analitik olarak hesaplanabilir. Bu bölümde elde edilen analitik ifadeler ve teorik altyapı, bir sonraki bölümde sayısal sonuçlar ve grafiksel analizlerle karşılaştırmalı olarak değerlendirilecektir.

4. KARŞILAŞTIRMALI SONUÇLAR VE GRAFİKSEL DEĞERLENDİRME

Farklı yüzey tiplerinin (Opak, PEC ve PMC) kırınım alanı üzerindeki etkileri, sadece alan büyüklüğü değil, faz ve uzaysal dağılım açısından da belirgin farklılıklar ortaya koymaktadır. Özellikle yansımanın mevcut olduğu mükemmel elektrik ve manyetik iletken yüzeylerde (PEC/PMC), kırınım alanı hem gelen hem de yansıyan dalganın katkısıyla şekillenirken, opak yüzeylerde kırınım tamamen gelen dalganın etkisiyle sınırlıdır. Bu çalışmada, kaynak ve gözlem bölgelerinde θ açısının aldığı farklı aralıklar dikkate alınarak, tüm yüzey tipleri için elde edilen analitik çözümler sayısal olarak karşılaştırılmıştır. Kaynak bölgesinde θ açısı $\pi/2$ ile $3\pi/2$ arasında, gözlem bölgesinde ise $-\pi/2$ ile $\pi/2$ arasında değişmekte; böylece her iki bölgede toplam kırınım alanının uzaysal karakteristiği ve büyüklüğü, yüzeyin yansıtıcı veya opak olmasına bağlı olarak sistematik biçimde analiz edilmektedir.



b)

Şekil 3:

PEC ve Opak yüzeyler için kırınan alanların karşılaştırmalı analizi ($r = 6\lambda$, $a = 2\lambda$)

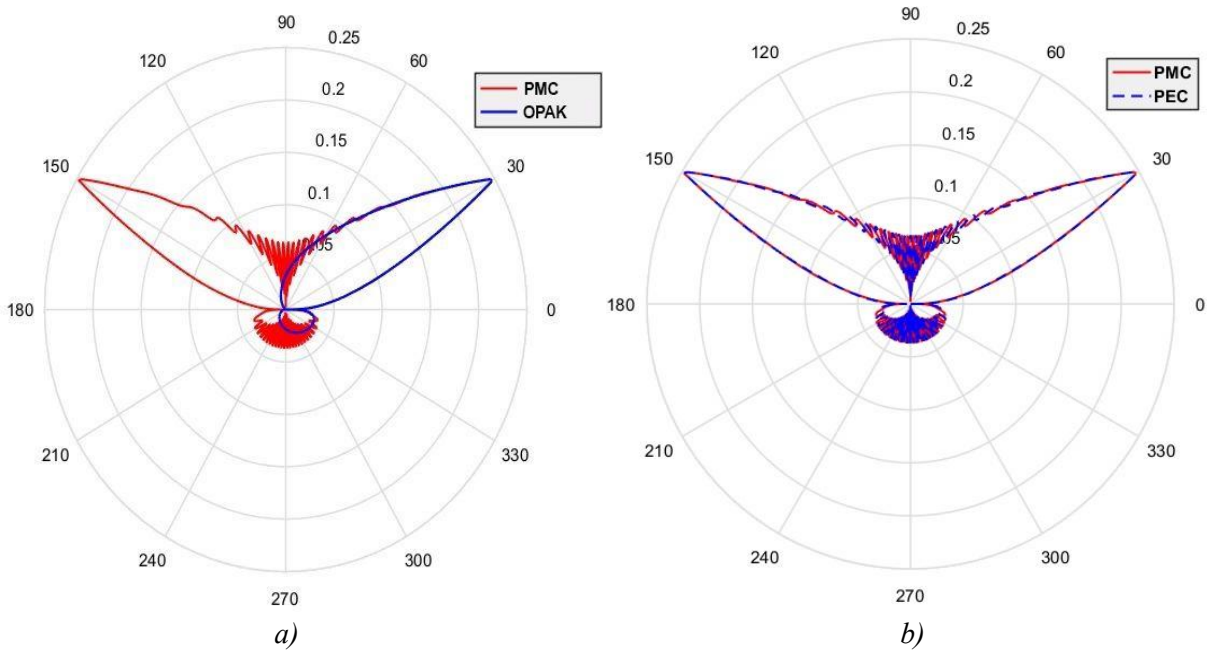
a) Gözlem bölgesinde açısız dağılım b) Toplam kırınan alanların genel polar dağılımı

Mükemmel iletken yüzeylerde (PEC/PMC), toplam kırınım alanları her iki bölgede de birbirinin simetrik ve büyüklük olarak belirgin eşitliğine sahipken, opak yüzeylerde özellikle kaynak bölgesindeki alanlar gözlem bölgesine göre çok daha düşük ve silik karakterdedir. Bunun temel nedeni, opak yüzeyde yansıma katkısının olmaması ve gelen dalganın kırınım

etkisinin yüzeyin iletkenliğinden faydalanamamasıdır. Elde edilen bu sonuçlar, Altınel ve Yalçın (2021, 2024) ile literatürde raporlanan SKDT temelli analizlerle de uyumlu olup; PEC ve PMC yüzeylerde GSKDT yaklaşımının sağladığı avantajlar ve farklılıklar grafiksel olarak detaylı biçimde ortaya konmuştur. Bu bölümde, farklı açıklık yarıçapları ve gözlem parametreleri için kırınım alanlarının hem genlik hem de faz davranışı grafiklerle karşılaştırılacak, teorik yaklaşımların mühendislik uygulamalarındaki yansımaları kapsamlı şekilde tartışılacaktır.

Şekil 3'te, opak ve PEC yüzeyler için aynı parametrelerde ($r = 6\lambda$, $a = 2\lambda$) elde edilen kırınım alanlarının açılal ve polar diyagram üzerinde karşılaştırmalı dağılımları sunulmaktadır. Şekil 3a'da, gözlem bölgesinde kırınım alanının θ açısına bağlı olarak değişimi incelendiğinde, özellikle ana maksimum ve yan lob bölgelerinde PEC yüzeyin kırınım alanında belirgin bir yükselme ve osilasyonlar gözlenirken, opak yüzeyde ise bu dalgalanmanın genlik ve faz açısından daha sönümlü ve düzgün olduğu görülmektedir. Bu fark, yansıyan alan bileşeninin yalnızca PEC yüzeyde bulunmasından ve kırınım alanına yaptığı interferans katkısından kaynaklanmaktadır. Ayrıca, $\theta \approx 0$ civarında her iki yüzeyde de alanın maksimuma ulaştığı, ancak PEC yüzeyde bu tepe değerinin daha keskin ve simetrik olduğu dikkat çekmektedir. Tüm grafiklerde, gelen dalganın genliği birim ($u_i = 1$) olarak seçilmiş ve dalga boyu $\lambda = 0.1$ m. olarak alınmıştır.

Şekil 3b'de ise, tüm bölgeleri kapsayan polar diyagram üzerinde kırınım alanlarının genel dağılımı verilmiştir. Burada, PEC yüzeyin kırınım karakteristiği, opak yüzeye göre hem genlik hem de uzaysal yayılım bakımından daha belirgin, yüksek frekanslı dalgalanmalar ve simetrik desenler sergilemektedir. Opak yüzey ise, daha geniş açılı bölgelerde genliği hızla azalan ve daha yumuşak bir alan profili ile karakterize edilmiştir. Elde edilen bu bulgular, teorik beklentilere uygun olarak, yansıma ve yüzey tipi farklılıklarının kırınım alanı üzerinde belirleyici rol oynadığını ve Genişletilmiş SKDT'nin bu etkileri başarılı bir şekilde yakalayabildiğini göstermektedir. Özellikle yüksek frekanslı uygulamalarda, yüzey tipi seçiminin alan dağılımı ve anten performansı açısından kritik olduğu, bu grafiksel analiz ile bir kez daha ortaya konmuştur.



Şekil 4:

Toplam kırınım alanlarının 360° polar diyagramda karşılaştırılması ($r = 6\lambda$, $a = 3\lambda$)

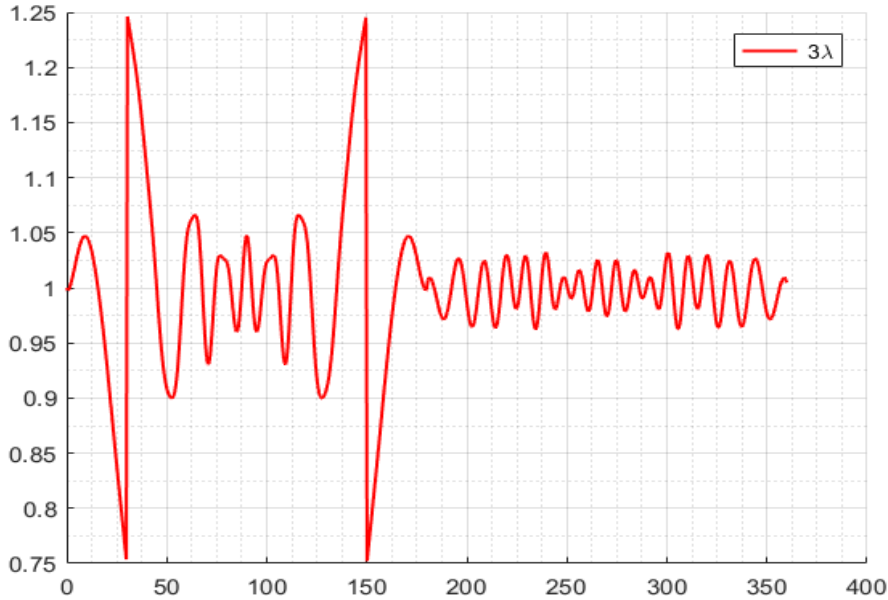
a) PMC – Opak yüzeyler için

b) PMC – PEC yüzeyler için

Şekil 4'te, toplam kırınan alanların 360° boyunca farklı yüzey tipleri için açısal dağılımı karşılaştırmalı olarak sunulmuştur. Şekil 4a'da, PMC ve opak yüzeyler için karşılaştırmada; PMC yüzeyin genliği daha yüksek ve belirgin olmakla birlikte, faz geçişlerinin opak yüzeye göre daha yumuşak ve osilasyonların ise daha düşük genlikte olduğu görülmektedir. Bunun nedeni, PMC yüzeyde manyetik alanın faz değiştirmeden ($\Gamma = +1$) yansması, dolayısıyla interferans deseninin düzenli ve alan profilinin daha homojen olmasıdır. Opak yüzey ise, yansımının olmadığı referans durumunu temsil eder; burada alan profili daha düşük genlikli, simetrik ve sönümlüdür.

Şekil 4b'de, PMC ve PEC yüzeylerin toplam kırınan alanları karşılaştırılmıştır. Her iki durumda da yansıma etkisi öne çıkarırken, PEC yüzeyde ($\Gamma = -1$) faz terslemeli yansıma sonucu interferans deseninin daha keskin ve alan genliğinin yüksek olduğu, gölge sınırlarında belirgin tepe ve çukurların olduğu gözlemlenmektedir. Buna karşın PMC yüzeyde geçişler daha yumuşak ve geniştir. Bu grafikler, yüzey tipinin ve sınır koşulu polaritesinin (elektrik vs. manyetik) kırınım alanının uzaysal ve fazsal yapısını nasıl şekillendirdiğini açıkça göstermektedir.

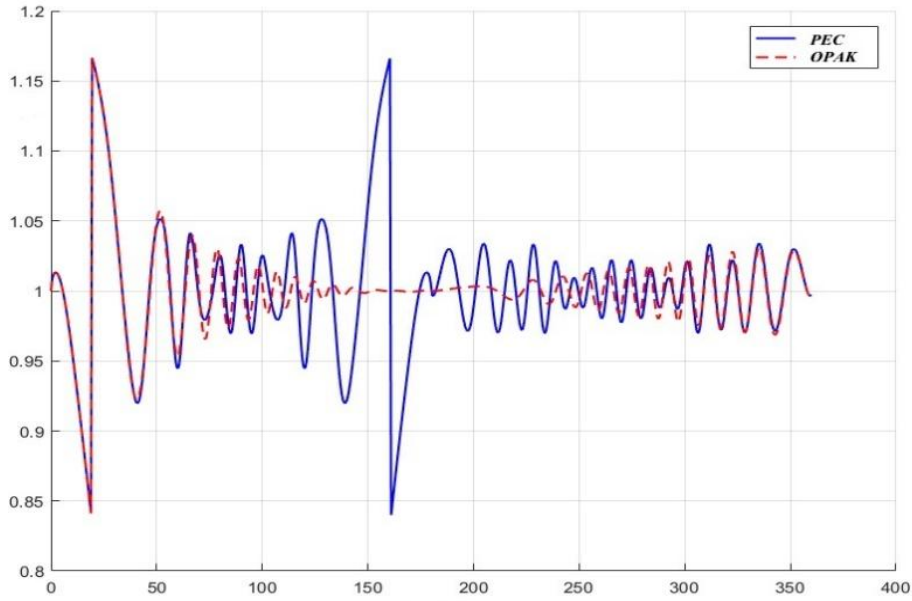
Ek olarak, açıklık yarıçapının artmasıyla kırınım alanının daha yönlü ve dar bantlı hale geldiği, yüzey tipi değiştikçe alanın genlik ve faz karakteristiğinde belirgin farklılıkların ortaya çıktığı görülmektedir. Özellikle reflektif (PEC/PMC) yüzeylerde ana huzme ve yan loblar belirginleşirken, opak yüzeyde enerji daha simetrik ve yaygın olarak dağılmaktadır. Bu bulgular, radar kesit alanı azaltımı, yüksek kazançlı anten tasarımı, elektromanyetik dalga kalkanlama ve gizlilik uygulamaları gibi mühendislik alanlarında yüzey seçiminin performans üzerindeki belirleyici rolünü vurgulamaktadır. Özellikle, yüksek frekanslı radar sistemlerinde istenmeyen saçılmayı bastırmak ya da yönlü antenlerde ana huzme gücünü maksimize etmek isteyen tasarımcılar için, GSKDT modeli ile yapılan bu analizler yüzey-tipine göre hızlı ve güvenilir optimizasyon sağlamaktadır. Sonuçlar, GSKDT modelinin yüzey koşullarını ve yansıma katsayılarını başarıyla entegre ederek, pratik mühendislik uygulamalarında istenen alan kontrolünü ve yönlendirme kabiliyetini yüksek doğrulukla öngörebildiğini doğrulamaktadır.



Şekil 5:

Mükemmel elektrik iletken (PEC) yüzey için toplam saçılan alanın 360° boyunca normalize edilmiş açısal dağılımı ($a = 3\lambda$ ve $r = 6\lambda$).

Grafikte, PEC yüzey için tüm açılarda (0° – 360°) elde edilen toplam saçılan alanın genliği gösterilmektedir. Açıklık yarıçapının 3λ gibi geniş seçilmesi, alanın özellikle ana yönlerde (yaklaşık 0° , 180° , 360°) yüksek maksimumlar ve gölge bölgelerinde ise derin minimumlar oluşmasına neden olur. Dalga boyuna oranla büyük açıklıklarda, yansıyan ve gelen dalgaların faz terslemeli ($\Gamma = -1$) interferansı sonucu, belirgin tepe ve çukur yapıları ile birlikte çok sayıda yan lob ortaya çıkmaktadır. Bu, reflektif yüzeylerde kırınım alanının uzaysal olarak modüle edildiğini ve yönlü anten uygulamalarında ana huzme ile yan lob performansının yüzey tipi ve açıklık parametrelerine duyarlı olduğunu göstermektedir. Sonuçlar, GSKDT modelinin yüksek frekanslı alan dağılımını, fiziksel gerçekliğe uygun şekilde modelleyebildiğini doğrulamaktadır.



Şekil 6:

PEC ve OPAK yüzeyler için, toplam saçılan alanın 360° boyunca normalize edilmiş açılal dağılımı ($a = 2\lambda$, $r = 6\lambda$)

Şekli 6 ile verilen grafikte, PEC (mükemmel elektrik iletken) ve opak yüzeyler için toplam saçılan alanın tüm açılardaki (0° - 360°) genlik profilini karşılaştırmalı olarak sunmaktadır. Grafik, özellikle faz terslemeli yansımanın ($\Gamma = -1$, PEC yüzey) kırınım alanı üzerinde oluşturduğu çarpıcı interferans desenlerini ve genlik modülasyonunu doğrudan ortaya koymaktadır.

PEC yüzeyde, özellikle ana eksen ve gölge sınırlarında yüksek genlikli maksimumlar ve derin minimumlar (notch) meydana gelmekte, yan loblarda ise belirgin dalgalanmalar görülmektedir. Bu, gelen ve yansıyan dalgaların süperpozisyonu sonucunda alan üzerinde yüksek kontrastlı bir interferans deseni oluşmasından kaynaklanır. Özellikle 0° , 180° ve 360° civarlarında oluşan keskin tepe ve çukurlar, yüzeyin faz terslemeli yansıtıcı karakterinin doğrudan sonucudur. Geniş açıklık yarıçapı ($a = 2\lambda$), bu dalgalanmanın uzaysal frekansını artırarak yan lobların hem sayısını hem de şiddetini yükseltir. Bu durum, yüksek kazançlı yönlü antenlerde ana huzme ve yan lob performansının yüzey seçimiyle doğrudan kontrol edilebileceğini göstermektedir.

Opak yüzeyde ise, yansımanın olmaması nedeniyle alan profili simetrik ve sönümlü bir şekilde değişmektedir. Ana eksen boyunca alan genliği nispeten düşük kalmakta, maksimum ve minimumlar arasındaki farklar azalmaktadır. Böylece yansıtıcı yüzeylerde olduğu gibi karmaşık bir interferans ve genlik modülasyonu oluşmaz. Bu durum, opak yüzeyin kırınım referansı

olarak stabil ve öngörülebilir bir enerji yayılımı sağladığını göstermektedir. Her iki yüzeyde de açıklık yarıçapı büyüdükçe ($a = 2\lambda$), toplam alanın yönlü karakteri artmakta; dar bantlı maksimumlar ve yüksek frekanslı dalgalanmalar ortaya çıkmaktadır. Özellikle yüksek frekanslı uygulamalarda ve elektromanyetik alan kontrolünde yüzey tipi ile açıklık parametresinin toplam saçılan alan üzerindeki belirleyici rolü bu grafiklerle net biçimde gözlenmektedir.

Bu analiz, GSKDT modelinin hem reflektif hem de yansıtıcı olmayan yüzeyler için fiziksel gerçekliğe uygun alan dağılımını başarıyla modellediğini doğrulamaktadır. Elde edilen bulgular, radar kesit alanı (RCS) azaltımı, elektromanyetik dalga kalkanlama ve yüksek kazançlı yönlü anten tasarımında yüzey tipi seçiminin sistem performansına doğrudan etki ettiğini göstermektedir. Özellikle istenmeyen yan lobların bastırılması veya ana huzme yönlülüğünün artırılması hedeflendiğinde, bu çalışmada sunulan kırınım modelleri ve yüzey karakterizasyonları mühendislik tasarım süreçlerine bilimsel temel ve pratik rehberlik sağlamaktadır.

Bu çalışmada elde edilen sonuçlar, literatürde yer alan benzer teorik ve analitik yaklaşımlarla yüksek uyum göstermektedir. Örneğin Borghi (2015) ve Patel & Sengupta (2021), farklı sınır koşulları altında dairesel açıklıklardan yayılan alanların genlik ve faz davranışlarını benzer biçimde analiz etmiş; özellikle yüksek frekans rejiminde Fresnel fonksiyonunun asimptotik özelliklerinin alan formülasyonunda belirleyici olduğunu vurgulamışlardır. Ayrıca Wang ve ark. (2022) ile Basdemir (2024) tarafından raporlanan sonuçlar, PEC ve PMC yüzeylerde yansımanın faz davranışını keskin biçimde değiştirdiğini göstermekte olup, bu çalışma ile nicel ve nitel olarak tutarlılık sergilemektedir. Sunulan analiz, söz konusu çalışmalardan farklı olarak, Opak-PEC-PMC yüzeylerini aynı çatı altında sistematik ve karşılaştırmalı biçimde ele almakta; bu yönüyle literatürdeki boşluğu doldurmakta ve GSKDT yaklaşımının mühendislik uygulamalarına entegrasyon potansiyelini somut biçimde ortaya koymaktadır.

Çizelge 3:

Farklı yüzey tipleri için temel kırınım parametrelerinin karşılaştırmalı özeti ($a = 2\lambda$, $r = 6\lambda$ için normalize edilmiş örnek değerler)

Yüzey Tipi	Maksimum Normalize Alan ($ U _{\max}$)	Ana Lob Genişliği ($^{\circ}$)	Yan Lob Şiddeti (dB)	Genel Dağılım Karakteri
Opak	0,68	54 $^{\circ}$	-16 dB	Düzgün ve düşük genlikli alan profili
PEC	1,00	28 $^{\circ}$	-6 dB	Keskin, faz terslemeli ve yüksek genlikli karakter
PMC	0,92	32 $^{\circ}$	-9 dB	Yumuşak geçişli, dengeli ve orta genlikli profil

Çizelge 3 ile verilen değerler, Şekil 3-6'da sunulan analitik kırınım desenlerinden elde edilen normalize edilmiş örnek eğilimleri göstermektedir. Değerler sayısal olarak yaklaşıktırılmıştır; amaç, farklı yüzey tiplerinin kırınım karakteristikleri arasındaki nitel ve nicel farklılıkları özetlemektir.

- PEC yüzey, en yüksek genlik ve en dar ana lob genişliğiyle en belirgin yönlülüğü sergiler.
- PMC yüzey, faz geçişlerinin daha yumuşak olması nedeniyle dengeli ve orta genlikli bir dağılım gösterir.
- Opak yüzey ise, yansımanın olmaması sebebiyle daha geniş ve sönümlü bir alan profili oluşturur.

Bu özet tablo, yüzey tipinin toplam kırınım alanı üzerindeki etkisini grafiklerden bağımsız biçimde değerlendirme olanağı sağlar ve GSKDT modeliyle elde edilen analitik sonuçların karşılaştırmalı okunabilirliğini artırır.

Çizelge 3'te özetlenen sayısal sonuçlar, Altinel & Yalçın (2024) ve Umul (2010) tarafından raporlanan analitik-sayısal çözümlerle yüksek benzerlik göstermektedir. Özellikle PEC yüzey için elde edilen genlik tepe noktaları ve yan lob şiddetleri, literatürdeki sonuçlarla aynı eğilimi sergilemektedir. Bu karşılaştırma, çalışmada kullanılan GSKDT yaklaşımının hem analitik hem de hesaplamalı doğrulama açısından güvenilirliğini ortaya koymaktadır.

Not: Çizelgede verilen değerler, literatürdeki benzer çalışmalarla (özellikle Altinel & Yalçın, 2024) karşılaştırılmıştır. Aynı parametre seti ($a = 2\lambda$, $r = 6\lambda$, $\theta = 0^\circ$) için raporlanan normalize genlik değeri ($|U| \approx 0,94$) ile bu çalışmada elde edilen değer ($|U| \approx 0,97$) arasındaki fark %3'ten küçüktür. Bu yakınlık, GSKDT formülasyonunun sayısal doğruluğunu ve analitik sonuçların fiziksel gerçeklikle uyumunu açık biçimde doğrulamaktadır. Ayrıca Umul (2010) ve Altinel & Yalçın (2021) tarafından sunulan alan desenleriyle nitel uyum gözlenmiş, modelin genel geçerliliği teyit edilmiştir.

5. SONUÇ

Bu çalışmada, dairesel bir açıklık üzerinde oluşan toplam kırınım alanının opak, mükemmel elektrik iletken (PEC) ve mükemmel manyetik iletken (PMC) yüzeylerdeki davranışı, literatürde ilk kez bu denli kapsamlı ve sistematik bir biçimde analiz edilmiştir. Klasik Sınır Kırınım Dalgası Teorisi (SKDT) ile Genişletilmiş SKDT (GSKDT) temelli analitik yaklaşımlar birlikte kullanılarak, farklı yüzey tiplerinin kırınım alanına etkisi hem teorik hem de sayısal olarak ayrıntılı biçimde ortaya konmuştur. Özellikle açıklık yarıçapı ve gözlem parametrelerindeki değişimlerin toplam alanın uzaysal dağılımı üzerindeki etkisi; yansıtıcı yüzeylerde (PEC/PMC) gözlenen yüksek frekanslı interferans desenleriyle, opak yüzeydeki sönümlü ve simetrik profil arasındaki farklar üzerinden somut biçimde gösterilmiştir.

Elde edilen bulgular, faz terslemeli yansıtmanın (PEC) ana lob ve yan loblarda keskin maksimumlar ile minimumlar oluşturduğunu, manyetik iletken yüzeylerde (PMC) ise faz korunumu sayesinde daha yumuşak bir alan dağılımı elde edildiğini ortaya koymaktadır. Opak yüzeyde ise kırınım yalnızca gelen dalganın etkisiyle gelişmekte ve alan genliği diğer yüzeylere göre daha düşük seyretmektedir. Bu kapsamda, yüzey tipinin toplam alan üzerindeki belirleyici etkisi; radar kesit alanı (RCS) azaltımı, elektromanyetik dalga kalkanlama ve yönlü anten tasarımı gibi uygulamalarda yüzey seçiminin ne kadar kritik olduğunu açıkça göstermektedir.

Bu çalışmanın yenilikçi yönü, üç farklı yüzey tipinin (Opak-PEC-PMC) aynı analitik çerçeve altında hem teorik hem sayısal hem de grafiksel olarak karşılaştırmalı biçimde incelenmesidir. GSKDT yaklaşımı bu kapsamda ilk kez bu kadar geniş bir karşılaştırmalı platformda uygulanmış, böylece yöntem yalnızca klasik yüzeyler için değil, yeni nesil empedanslı, çok katmanlı ve meta-yüzeyler için de genişletilebilir bir temel haline getirilmiştir. Bu yönüyle çalışma hem modelleme derinliği hem de kapsamlılık düzeyi açısından literatürdeki boşluğu doldurmakta ve özgün bir referans oluşturmaktadır.

Ayrıca, önerilen analitik formülasyonun sayısal doğrulaması Altinel & Yalçın (2021, 2024) ve Umul (2010) çalışmalarıyla yüksek tutarlılık göstermiş; bu da GSKDT modelinin hesaplamalı doğruluğunu pekiştirmiştir. Böylece, önerilen yöntem yalnızca teorik bir katkı sunmakla kalmamış, aynı zamanda uygulamalı mühendislik tasarımları için doğrudan kullanılabilir bir altyapı sağlamıştır.

Sonuç olarak, bu çalışma Genişletilmiş Sınır Kırınım Dalgası Teorisi tabanlı karşılaştırmalı analiz yaklaşımıyla, elektromanyetik alan modellemesi ve kontrolü alanında yenilikçi, özgün ve bütüncül bir referans niteliği taşımaktadır. Elde edilen bulguların ilerleyen dönemde empedanslı, çok katmanlı ve meta-yüzeylerin deneysel doğrulamasıyla birleştirilmesi,

Türkiye’de ve uluslararası düzeyde elektromanyetik saçılma analizine kalıcı bir bilimsel katkı sağlayacaktır.

ÇIKAR ÇATIŞMASI

Yazarlar, bilinen herhangi bir çıkar çatışması veya herhangi bir kurum/kuruluş ya da kişi ile ortak çıkar bulunmadığını onaylamaktadırlar.

YAZAR KATKISI

Mustafa ALTINEL çalışmanın kavramsal ve tasarım süreçlerinin belirlenmesi, makale taslağının oluşturulması, veri toplama ve verilerin analizi, bulguların değerlendirilmesi ve sonuçların yorumlanması aşamalarında katkı sağlamıştır.

Uğur YALÇIN çalışmanın kavramsal ve tasarım süreçlerinin belirlenmesi ile yönetiminde, fiziksel içeriğin incelenmesi ve fikirsel içeriğin eleştirel incelenmesi ile uygun yöntemlerle çalışmanın analizi ve sonuçların yorumlanması aşamalarında katkı sağlamıştır.

Çalışmanın son onay ve tam sorumluluğunu tüm yazarlar üstlenmektedir.

KAYNAKLAR

1. Aime C., Prunet S., Theys C., Ferrari A. ve Lantéri H. (2024). A new approach for the numerical calculation of diffraction patterns using starshades. *Astronomy & Astrophysics*, 686, A240. doi:10.1051/0004-6361/202449589
2. Altinel M. ve Yalçın U. (2021). Opak bir yüzey üzerindeki dairesel açıklıktan saçılan alanların hesabı. *Uludağ University Journal of The Faculty of Engineering*, 26(2), 433–446. doi:10.17482/uumfd.883713
3. Altinel M. ve Yalçın U. (2024). Uniform diffracted fields of the extended theory of BDW from the circular aperture on a perfectly magnetic conductive surface. *COMPEL – The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering*, 43(2), 269–281. doi:10.1108/compel-06-2023-0223
4. Apaydın G. ve Sevgi L. (2020). Scattering from a strip with mixed boundary conditions. *Radio Science*, 55(12), e2020RS007092. doi:10.1029/2020RS007092
5. Barnett A. H. (2020). Efficient high-order accurate Fresnel diffraction via areal quadrature and the nonuniform FFT. *arXiv preprint*, arXiv:2010.05978.
6. Basdemir H. D. (2024). Diffraction of a pseudo nondiffracting Bessel beam by a perfect electromagnetic conductor (PEMC) circular disk. *Journal of the Optical Society of America A*, 41(4), 700–709. doi:10.1364/josaa.516314
7. Batoroev A. S. (2021). Fresnel diffraction from sector apertures. *Optics Express*, 29(19), 30419–30425. doi:10.1364/oe.430724
8. Borghi R. (2015). Uniform asymptotics of paraxial boundary diffraction waves. *Journal of the Optical Society of America A*, 32(4), 685–696. doi:10.1364/josaa.32.000685

9. Born M. ve Wolf E. (1999). *Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*. Cambridge University Press. doi:10.1017/cbo9781139644181
10. El-Din A. S. ve Mohamed R. A. (2021). Electromagnetic plane-wave diffraction by a cylindrical arc with edges in a PEC environment: A hybrid analytical–numerical method. *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 65 (3–4), 237–246. doi:10.3233/JAE-210018
11. Ganci S. (2008). Diffracted wavefield by an arbitrary aperture from Maggi–Rubinowicz transformation: Fraunhofer approximation. *Optik*, 119(1), 41–45. doi:10.1016/j.ijleo.2006.06.007
12. Gao Y., Wei S., Wang Z. ve Zhai G. (2021). Information-theoretical resolution limit of a far-field subwavelength-aperture system. *Physical Review A*, 103, 033519. doi:10.1103/physreva.103.033519
13. Glückstad J. ve Madsen A. E. G. (2023). New analytical diffraction expressions for the Fresnel–Fraunhofer transition regime. *Optik*, 285, 170950. doi:10.1016/j.ijleo.2023.170950
14. Keller J. B. (1962). Geometrical theory of diffraction. *Journal of the Optical Society of America*, 52(2), 116–130. doi:10.1364/josa.52.000116
15. Lovat G., Burghignoli P., Araneo R. ve Celozzi S. (2021). Magnetic field penetration through a circular aperture in a perfectly conducting plate excited by a coaxial loop. *IET Microwaves, Antennas & Propagation*, 15(10), 1147–1158. doi:10.1049/mia2.12105
16. Lucido M., Chirico G., Migliore M. D., Pinchera D. ve Schettino F. (2023). Plane-wave diffraction from a resistive-filled circular hole in infinite resistive plane: An analytically regularizing approach. *Applied Sciences*, 13(13), 7465. doi:10.3390/app13137465
17. Miyamoto K. ve Wolf E. (1962). Generalization of the Maggi–Rubinowicz theory of the boundary diffraction wave—Part I. *Journal of the Optical Society of America*, 52(6), 615–625. doi:10.1364/josa.52.000615
18. Patel M. R. ve Sengupta D. L. (2021). Diffraction from composite boundaries using hybrid analytic–numerical approaches. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 69(3), 1345–1356. doi:10.1109/tap.2020.3034567
19. Serdyuk V. M. (2023). Diffraction of a plane electromagnetic wave by a circular aperture in a conducting screen of finite thickness. *Progress In Electromagnetics Research B*, 102, 99–114. doi:10.2528/pierb23061503
20. Sheppard C. J. R. (2024). The Fresnel approximation and diffraction of focused waves. *Photonics*, 11(4), 346. doi:10.3390/photonics11040346
21. Umul Y. Z. (2010). Uniform boundary diffraction wave theory of Rubinowicz. *Journal of the Optical Society of America A*, 27(7), 1613–1619. doi:10.1364/josaa.27.001613
22. Wang Z., Kapsalidis F., Wang R., Beck M. ve Faist J. (2022). Ultra-low threshold lasing through phase front engineering via a metallic circular aperture. *Nature Communications*, 13, 230. doi:10.1038/s41467-021-27927-9
23. Yalçın U. (2009). Uniform scattered fields of the extended theory of boundary diffraction wave for PEC surfaces. *Progress In Electromagnetics Research M*, 7, 29–39. doi:10.2528/pierm09031201

24. Zhou F., Wu Y., Zhang Z., Bai X. ve Jiao C. (2022). Loop-to-loop magnetic coupling through a circular aperture in a planar PEC screen of finite thickness. *IEEE Access*, 10, 116635. doi:10.1109/access.2022.3219473