

Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli Kapsamında Hazırlanan 9. Sınıf Matematik Ders Kitabında Matematiksel Muhakeme Becerisi

ARAŞTIRMA MAKALESİ

Çağla Hatem AKÇA¹, Meltem SARI²

1 Doktora Öğrencisi, Hacettepe Üniversitesi,
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü,
caglaakca@hacettepe.edu.tr.
ORCID: 0000-0001-5061-245X

2 Doktor Öğretim Üyesi, Hacettepe Üniversitesi,
Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü,
meltem-s@hacettepe.edu.tr.
ORCID: 0000-0003-3580-2372

Atf: “Akça, Ç. H., & Sarı, M. (2025). Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli’ kapsamında hazırlanan 9. sınıf matematik ders kitabında matematiksel muhakeme becerisi. *Millî Eğitim*, 55(250), 1029-1062 . DOI: 10.37669/milliegitim.1709449”

Gönderilme Tarihi: : 30.05.2025

Kabul Tarihi: 06.01.2026

DOI: 10.37669/milliegitim.1709449

Anahtar Kelimeler:

Matematik ders kitabı,
Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli (TYMM),
matematiksel muhakeme becerisi,
öğrenme çıktısı,
kitap inceleme

Öz

Türkiye’de 2024-2025 eğitim öğretim yılında Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli (TYMM) kapsamında öğretim programlarının değişmesi ve kademeli olarak uygulamaya geçilmesi ile birlikte birçok alanda araştırma ihtiyacı ortaya çıkmıştır. TYMM’ye geçilmesiyle beceriler daha fazla gündeme gelmeye başlamıştır. Matematik dersi bağlamında öğretim programında beş tane alan becerisi yer almaktadır. Bu alan becerilerinden biri “matematiksel muhakeme” becerisidir ve matematik dersi öğrenme çıktıları, öğretim programında vurgulanan beceriler üzerine inşa edilmiştir. Matematiksel muhakeme ve ispat matematik eğitiminin önemli bileşenlerinden biri olarak birçok uluslararası öğretim programında da öğrencilere kazandırılması gereken temel beceriler arasında yer almaktadır. Öğretim programlarında yapılan değişikliklerin hayat geçirilmesi ders kitaplarının da programlara paralel olarak düzenlenmesiyle mümkündür. Dolayısıyla öğretim sürecinin önemli bir yönlendiricisi olan ders kitaplarının, muhakeme ve ispata yönelik sunduğu fırsatların incelenmesi önemlidir. Bu çalışmanın amacı; 2024 yılında yenilenen öğretim programı kapsamında ilk kez kullanılmaya başlanan 9. sınıf matematik ders kitabında, matematiksel muhakeme alan becerisinin nasıl yer aldığı incelemektir. Araştırmanın amacı doğrultusunda veriler ders kitabı ve öğretim programı dokümanlarından elde edilmiş ve bu veriler içerik analizi yöntemiyle analiz edilmiştir. Matematiksel muhakeme becerisinin kitapta en çok uygulama olmak üzere örnek, sıra sizde ve alıştırma başlıkları altında yer aldığı belirlenmiştir. Matematiksel muhakeme becerisinin bütünlük becerilerinden olan çıkarım yapma ve matematiksel ispat becerilerine de içeriklerde ayrı ayrı veya bir arada yer verildiği görülmüştür. İstatistiksel araştırma süreci dışında tüm temalar kapsamında ders kitabında matematiksel muhakeme becerisine yönelik içerikler olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Çalışmanın bulguları, incelenen ders kitabının öğretim programının beklentilerini ne ölçüde karşıladığını ortaya çıkaracak ve bundan sonra yazılacak ders kitaplarında nelere dikkat edilmesi gerektiği konusunda yönlendirici olacaktır.

Mathematical Reasoning Skills in The Century of Türkiye Education Model 9th Grade Mathematics Textbook

RESEARCH ARTICLE

Keywords:

Mathematics textbook,
The Century of Türkiye Education Model (TYMM),
mathematical reasoning skill,
learning outcome, textbook analysis

Abstract

The change and gradual implementation of the new curriculum of The Century of Türkiye Education Model (TYMM) in the 2024-2025 academic year in Türkiye, has created a need for research in many areas. The transition to the TYMM has brought increased emphasis on skills-based education. There are five domain-specific skills for mathematics course, one of which is mathematical reasoning and mathematics course learning outcomes are built upon the skills emphasized in the curriculum. Mathematical reasoning and proof are important components of mathematics education and are among the fundamental skills that students should acquire in many international curricula. Implementing changes in the curriculum is possible by revising textbooks in line with the curriculum. Therefore, it is important to examine the opportunities provided by textbooks, one of the key guides of the instructional process, for reasoning and proof. The aim of this study is to examine how mathematical reasoning skill is included in the 9th-grade mathematics textbook. According to the aim of the study, data were obtained from the textbook and curriculum documents and they were analyzed with content analysis. The findings indicate that mathematical reasoning skill is predominantly presented under the headings of practice, examples, your turn, and exercises. It was also observed that the skills of inference and mathematical proof, which are integrated within mathematical reasoning were included either separately or in combination within the content. It was concluded that across all themes except the statistical research process, the textbook includes content related to mathematical reasoning skill. The findings of the study will reveal the extend to which the textbook meets the expectations of the curriculum and provide recommendations for the development of future textbooks.

Giriş

Toplumsal, teknolojik, bilimsel ve politik gelişmeler öğretim programlarının güncellenmesi ihtiyacını ortaya çıkarmaktadır. Bu bağlamda yapılan çalışmalar, yalnızca içerikteki konular kapsamındaki değişikliklerle sınırlı olmayıp aynı zamanda pedagojik yaklaşımlar, kazandırılması hedeflenen bilgi ve beceriler, öğretim materyalleri gibi çok yönlü güncellemeleri de beraberinde getirmektedir. Yerel faktörler, kültürel beklentiler, politik ve tarihî gelenekler, öğretim programları değişikliklerini etkilemekte; karmaşık ve çok katmanlı bir dönüşüm süreci olarak görülen öğretim programı değişiklikleri farklı ülkelerde farklı sonuçlara yol açmaktadır (Remillard & Heck, 2014; Schoenfeld, 2014).

Ülkemizde 2024-2025 eğitim öğretim yılından itibaren Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) tarafından kademeli olarak uygulamaya konulan Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli (TYMM), öğretim programları başta olmak üzere kapsamlı değişiklikler içeren bir düzenlemedir. Bu modelin, bilgi ve beceri temelli eğitimin önem kazandığı günümüz ihtiyaçlarına ve çağın gerekliliklerine uygun, bütüncül ve beceri odaklı bir öğretim yapısı sunma amacıyla olduğu (MEB, 2025) vurgulanmaktadır. TYMM'nin program geliştirme tasarımının bütüncül eğitim yaklaşımını esas almasıyla, öğretim programlarında kavramsal beceriler, fiziksel beceriler, eğilimler ve alan becerileri başlıklarına yer verilmiştir. Kavramsal becerilerin karmaşık ve soyut fikirleri eyleme dönüştürme sürecinde ortaya çıktığı ifade edilmekte ve bu becerilerin derslere özgü yapılarını alan becerilerinin temsil ettiği belirtilmektedir. Öğretim programlarında ise ilgili derse ait bilgi kümeleri ile alan becerilerinin bütünleşmesiyle öğrenme çıktıları oluşmaktadır. Bu kapsamda alan becerileri, kavramsal becerileri ve/veya alana özgü bütünleşik becerileri kapsamakta ve bu becerilerin süreç bileşenlerini de içermektedir (MEB, 2024d). Modelde alan becerileri Türkçe, matematik, fen bilimleri, sosyal bilimler, sanat, beden eğitimi, oyun ve spor, bilişim teknolojileri ve yazılım, tasarım, din eğitimi ve öğretimi, yabancı dil olmak üzere 10 farklı alana özgü olarak belirlenmiştir. İlkokul, ortaokul ve lise düzeyi için ortak olan ve süreç bileşenleri ile modellenen matematik alan becerileri (MAB), “matematiksel muhakeme, matematiksel problem çözme, matematiksel temsil, veri ile çalışma ve veriye dayalı karar verme, matematiksel araç ve teknoloji ile çalışma” şeklinde beş beceri olarak tanımlanmıştır. Ancak bu alan becerilerinden matematiksel muhakeme becerisinin üç bütünleşik becerisi olarak ifade edilen çözümleme, yorumlama ve çıkarım yapma kavramsal becerilerinin matematiksel muhakemeyi tam olarak karşılayamayacağı görülerek alana özgü bir beceri olarak “matematiksel doğrulama veya ispat yapma” şeklinde dördüncü bir bileşen eklenmiştir (MEB, 2024d).

Matematiksel Muhakeme ve İspat

Schoenfeld (2009) matematiğin can damarının matematiksel muhakeme ve ispat olduğunu ifade etmektedir. Matematiksel muhakeme ve ispat matematik yapmanın merkezindedir (Stylianides, 2008) ve bu yüzden matematik eğitiminde anahtar bileşen olması gerektiği vurgulanmaktadır (Hanna & Jahnke, 1996).

İngilizcede “reasoning” kelimesinin dilimizdeki karşılığı olarak kullanılan muhakeme sözcüğü mahkeme kelimesi ile aynı kökenden gelmekte olup eldeki bilgilere dayanarak düşünüp yansız karar verme anlamına gelmektedir (Umay, 2003). Sözlük anlamı, bir karar vermek için bir şey hakkında düşünme süreci olarak açıklanmaktadır (Cambridge Dictionary, n.d.). Umay (2003) muhakemenin, akla mantığa yakın olduğuna bakma anlamındaki “usa vurma” ve genellemeler yapma, tahminlerde bulunma anlamındaki “akıl yürütme” anlamlarını da kapsadığını kabul ederek “reasoning” yerine muhakeme sözcüğünü kullanmayı tercih etse de literatürde bu kavramın karşılığı olarak sıklıkla “akıl yürütme” sözcüğünün kullanıldığı da görülmektedir (Doğan, 2019; Güler, 2020; Şengül & Kırıl, 2023). Matematiksel muhakemenin otoriteler tarafından kabul görmüş

ortak bir tanımı bulunmamakta (Aydoğan Yenmez & Gökçe, 2023) ve tam olarak neyi içerdiğinin, nasıl karakterize edileceğinin net olmadığı vurgulanmaktadır (Jeanotte & Kieran, 2017). Literatür incelendiğinde birbirine benzeyen fakat farklılıkları olan tanımların mevcut olduğu görülmektedir. Lithner (2003) matematiksel muhakemenin, üst düzeyde mantıksal çıkarım olduğu yönündeki genel görüşe katılmadığını ve muhakemenin her zaman formal tümdengelimsel mantığa dayanmak zorunda olmadığını belirtmektedir. Lithner (2000) muhakemeyi daha geniş anlamda ele almakta, muhakeme terimini iddialar üretmek ve sonuçlara ulaşmak için benimsenen düşünce çizgisi, düşünme biçimi olarak tanımlamaktadır. Bu tanımına bağlı olarak muhakemeyi taklitçi muhakeme ve yaratıcı matematiksel muhakeme şeklinde ikiye ayırarak kavramsal olarak açıklamaktadır (Lithner, 2008). Benzer şekilde Altıparmak ve Öziş (2005) muhakemenin sadece matematiksel değil temel bir yetenek olduğunu belirterek yargılardan, gerçeklerden önermelerden sonuç çıkarma işlemi olduğunu ve bu sonuçlardan emin olmak anlamına geldiğini ifade etmektedir.

Jeanotte ve Kieran'a (2017) göre matematiksel muhakemenin; tümdengelimsel, tümevarımsal ve abdükatif akıl yürütme biçimlerini içeren yapısal yönü ve muhakemenin nasıl gerçekleştiğine dair düşünme sürecine odaklanan süreç yönü şeklinde iki açıdan ele alınması gerekmektedir. Kolloche (2021) de, matematik eğitimi araştırmalarının merkezindeki bir kavram olmasına rağmen muhakemeye dair tutarlı bir teorik çerçeveye ihtiyaç duyulduğunu belirtmekte ve matematiksel muhakemeyi epistemolojik açıdan ele almaktadır. Lithner (2008) muhakemeyi ispatla sınırlamayıp geniş anlamda ele alsada son yıllarda matematik eğitiminin önemli bir bileşeni hâline gelen muhakeme becerisi ispatla bir arada ele alınmaktadır (Bieda vd., 2014; Fujita & Jones, 2014; Stylianides, 2009; Thompson vd. 2012; Zhang & Qi, 2019). Muhakeme, matematiksel olguları genelleştirme sürecine girmeyi, matematiksel ilişkiler hakkında varsayımlarda bulunmayı içerirken ispat, mantıksal olarak geçerli muhakeme yoluyla matematiksel bir iddianın doğruluğunu kanıtlamaktır (Bieda vd., 2014). Stylianides (2009) örüntüleri belirleme, varsayımda bulunma, ispat gerektirmeyen argümanlar sunma ve ispatlar sunma şeklindeki temel faaliyetleri kapsayacak şekilde muhakeme ve ispatlama terimini kullanmakta ve bu şekilde odak noktasının ispatla ilgili olan muhakeme olduğunu vurgulamaktadır.

Weber ve Alcock (2009) çalışmalarında ispatları sentaktik muhakemeye ve semantik muhakemeye üretilen ispatlar olarak ayırmaktadır. Sentaktik muhakeme ispatın formal yapısı kullanılarak belli bir ispat yöntemine uygun şekilde tanımları açma ve sembollerini iletme şeklinde ispat oluşturma; semantik muhakeme ise sezgisel ikna ve anlamlandırmanın ön planda olduğu ispat oluşturma yaklaşımı olarak açıklanmaktadır (Weber & Alcock, 2009). Matematiksel ispat, matematikçilerin bulgularını ve muhakemelerini birbirlerine iletmelerinin bir aracı olarak görülmekte (Mingus & Grassl, 1999) ve her düzeydeki okul matematiğinin merkezinde olması gerektiği vurgulanmaktadır (Komatsu, 2016). İspat kavramına ilişkin birçok farklı tanım yapılsa da ispatın matematiği diğer bilimlerden ayıran temel özelliği olduğu kabul edilmiş (Fischbein, 1982; Heinze & Reiss, 2003; Hersh, 2009; Hoyles, 1997) ve Antik Yunan döneminde ispatın idrak edilmesiyle birlikte mantıksal çıkarım, muhakeme sürecinin merkezine alınmıştır (Harel & Sowder, 2007). İspat, önermelerin ilişkisine dayanan, muhakeme yoluyla ulaşılan mantıksal bir çıkarımdır (Yıldırım, 2000). Bell (1976) ispatı, veriler ya da doğruluğu kabul edilmiş ilkelerle başlayan, varış noktası sonuç olan, mantıksal zincir ile birbirine bağlı yönlendirilmiş ifadeler ağacı olarak tanımlamaktadır.

Matematik disiplini açısından ispat kavramının tanımlanmasında daha kesin ve net kurallar içeren ispatın formal yönüne vurgu yapılırken (Hanna & De Villiers, 2008; Tall, 1989), matematik eğitimi açısından ispat farklı düzeylerde farklı şekilde ele alınabilmekte ve daha çok ispatın sosyal yönü öne çıkarılarak kişinin kendini ve başkalarını bir argümanın doğruluğuna ve yanlışlığına ikna etmesi olarak görülmektedir (Harel & Sowder, 2007; Hersh, 1993; Porteus, 1994; Simon & Blume,

1996; Waring, 2001). İspatın anlamı ve tanımı kişiler ve toplumlar arasında farklılık gösterebildiği gibi (Harel & Sowder, 2007) öğretim programlarındaki yeri ve kapsamı da matematiğin ülkeler arasında en çok farklılık gösteren yönüdür (Bell, 1976; Schoenfeld, 2014). Ancak ispat matematiksel muhakemenin somut bir örneği (Hanna & Jahnke, 1996) ve daha özelleşmiş alt formu (Arslan, 2007) olarak kabul edildiğinden öğretim programlarında muhakeme ve ispat bir arada ele alınmaktadır (MEB, 2024a; NCTM, 2000).

Bu çalışmada TYMM Matematik Dersi Öğretim Programı'nda alan becerilerinden biri olarak yer verilen matematiksel muhakeme becerisi üzerinde durulduğundan, programda tanımlandığı şekilde ele alınmakta ve matematiksel ispata yönelik varsayımlar kullanarak akla, mantığa yatkın çıkarımlarda bulunma süreci olarak kabul edilmektedir.

Uluslararası Öğretim Programlarında Muhakeme ve İspat

Amerika'daki Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM) tarafından yayımlanan Okul Matematiği için İlkeler ve Standartlarda muhakemenin önemine dair net bir ifade yer almıştır (NCTM, 1989 akt. Edwards, 1999). Muhakeme ve ispat beş süreç standardından biri olarak tanımlanarak tüm öğrencilerin matematiksel muhakeme ve ispata dayalı beceriler geliştirmesinin, okul matematiği için temel bir hedef olması gerektiği vurgulanmıştır (NCTM, 2000). Bu bağlamda öğrencilerin matematiksel düşünme süreçlerini tanımaları, önerme geliştirmeleri, ispat yapmaları ve farklı muhakeme türlerini kullanmaları amaçlanmıştır (NCTM, 2000). Schoenfeld (2014) NCTM tarafından problem çözme, iletişim, muhakeme ve ispat standartlarına yer verilmesini, öğretim programı tartışmalarını içeriğe odaklanmaktan çıkarıp matematiksel süreçlere vurgu yapan devrim niteliğinde bir gelişme olarak değerlendirmiştir. Çeşitli ülkelerin matematik dersi öğretim programlarının eğilimleri üzerine yaptığı değerlendirmede, farklı ulusal bağlamlara, öğretmen hazırlıklarına ve kültürel geleneklere bağlı olarak muhakeme ve ispat gibi süreç odaklı becerilerin öğretim programlarında farklı şekilde yer aldığını saptamıştır (Schoenfeld, 2014). Schoenfeld (2014) büyük paradigma kayması ve ilerleme olarak gördüğü Amerika'daki NCTM standartlarında ortaya çıkan gelişmelerin diğer ülkelerdeki öğretim programlarını da etkileyeceğini ve küresel bir değişime yol açabileceğini düşünmektedir. Nitekim ülkemizde de öğretim programlarında son yıllarda gerçekleşen değişiklikler değerlendirildiğinde, Matematik Dersi Öğretim Programı'nın içerik ve konu merkezli olmaktan uzaklaşıp daha süreç odaklı ve beceri temelli bir duruma evrildiği (Karabey & Erdoğan, 2023) ve öğretimde K12 Beceriler Çerçevesi Öğretim Tasarımı Modeli'nin temel alınmaya başlandığı (Cırık & Sağır Akpolat, 2024) söylenebilir.

Çeşitli ülkelerin öğretim programlarında muhakeme ve ispat becerisinin durumunu inceleyen çalışmalarda, Fas'ta lise eğitiminde muhakeme ve ispata kapsamlı şekilde yer verildiği (Nhiry vd., 2023), Estonya öğretim programında her kademede ispatla ilişkili hedeflerin bulunduğu, Finlandiya'da daha çok lise kademesinde formal ispata geçiş yapıldığı, İsveç'te ise sadece seçilmiş sınıfların öğretim programlarında ispat kavramına rastlandığı (Hemmi vd., 2013) belirtilmektedir. Japonya'da öğretim programında muhakeme ve ispata ağırlıklı olarak geometri konularında rastlandığı ve ispat ifadesine açıkça ilk defa 8.sınıfta yer verildiği ifade edilmektedir (Fujita & Jones, 2014). Kanada, Almanya ve Tayvan gibi ülkelerde de muhakeme ve ispat büyük ölçüde ortaöğretim düzeyinde geometri dersleriyle sınırlıdır (Otten vd., 2014).

Türkiye'de Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programlarında Muhakeme ve İspat

MEB tarafından hazırlanan Matematik Dersi Öğretim Programlarında matematiksel akıl yürütme becerisine açıkça ya da örtük bir şekilde yer verildiği görülmektedir. 2005 yılında önemli bir revizyon geçiren Matematik Dersi Öğretim Programları 2011'de küçük düzeltmelere uğramış ve 2013

yılındaki değişikliğe kadar uygulamada kalmıştır. Bu programda, ortaöğretim matematik dersinin genel amaçlarında “Tüme varım ve tümden gelim ile ilgili çıkarım yapabilmeleri”, “Matematiksel problemleri çözme süreci içinde, kendi matematiksel düşünce ve akıl yürütmelerini ifade edebilmeleri” (MEB, 2011) ifadeleri yer almaktadır. Akıl yürütme becerisi ise beş temel matematik becerisinden biri olarak tanımlanmakta ve öğrencilerin akıl yürütme becerisini kazanabilmesi için geliştirmesi gereken beceriler sıralanmaktadır (MEB, 2005; 2011). Bununla birlikte MEB tarafından 2010-2011 öğretim yılında uygulamaya konulan, sonrasında 2013 yılında geometri derslerinin matematik dersleriyle birleştirilerek öğretim programlarının güncellenmesiyle uygulamadan kalkan Ortaöğretim Geometri Dersi Öğretim Programı’nda da, Matematik Dersi Öğretim Programı’nda olduğu gibi akıl yürütme ve ispat becerisine temel beceriler arasında yer verilmekte ve öğrencilerin ispatlar yapması, ispatların geçerliliğini sorgulaması, akıl yürütme ve ispat yapmada öz güven duyması hedeflenmektedir (MEB, 2010).

2013 yılında uygulamaya konulan Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı’nda da benzer şekilde Matematik Dersi Öğretim Programı’nın geliştirmeyi hedeflediği matematiksel beceri ve yeterlilikler arasında matematiksel süreç becerilerinden biri olarak matematiksel akıl yürütme ve ispat yapma becerisinin yer aldığı ve bu kapsamda öğrencilerde geliştirilmesi hedeflenen davranışların listelendiği görülmektedir (MEB, 2013). Programda, “Öğrencilere matematik öğrenme sürecinde akıl yürütme (muhakeme) becerilerinin geliştirilmesi için ortamlar hazırlanmalıdır.” (MEB, 2013) ifadesi yer almaktadır. Ortaöğretim kademesinin son iki sınıfında hâlâ yürürlükte olan ve 2018 yılında uygulanmaya başlanan Matematik Dersi Öğretim Programı’nda ise akıl yürütme becerisine açıkça yer verilmediği, sadece programın amaçlarına ulaşması için akıl yürütme ve karar vermeyi gerektirecek durumlar barındıran gerçek yaşam problemleri kullanmaya dikkat edilmesine vurgu yapıldığı görülmektedir (MEB, 2018).

TYMM ile birlikte öğretim programlarında, beş matematiksel alan becerisinden biri olarak açıkça yer verilen matematiksel muhakeme becerisinin MEB (2024d) tarafından, “Bilgi veya varsayımlar kullanarak mantığa yatkın çıkarımlarda bulunma süreci” biçiminde tanımlandığı görülmektedir (MEB, 2024d). Kavramsal becerilerden çözümlenme, yorumlama, çıkarım yapma becerileri içerdikleri süreç bileşenleri göz önünde bulundurularak matematiksel muhakeme becerisinin ilk üç bütünleşik becerisi olarak belirlenmiştir (MEB, 2024d). Ancak bu becerilerin muhakemeyi karşılamakta yetersiz kalacağı düşünülerek matematiksel doğrulama veya ispat yapma şeklinde alana özgü dördüncü bir beceri ve bu beceriye ait süreç bileşenleri tanımlanmıştır. Bu dört beceri üzerine yapılandırılan matematiksel muhakeme becerisinin bütünleşik becerileri ve süreç bileşenleri TYMM’de yer aldığı biçimde Tablo 1’de sunulmaktadır (MEB, 2024d).

Tablo 1*Matematiksel Muhakeme Becerisinin Bütünleşik Becerileri ve Süreç Bileşenleri*

	Bütünleşik Becerileri	Süreç Bileşenleri
Matematiksel Muhakeme Becerisi	Çözümleme	Nesne, olgu ve olaylara ilişkin parçaları belirlemek Parçalar arasındaki ilişkileri belirlemek
	Yorumlama	Mevcut olayı/konu/durumu bağlamdan kopmadan dönüştürmek Kendi ifadeleriyle olay/konu/durumu nesnel, doğru anlamı değiştirmeyecek bir şekilde yeniden ifade etmek
	Çıkarım Yapma	Mevcut bilgileri dâhilinde varsayımda bulunmak Örüntüleri listelemek Karşılaştırmak Önerme sunmak Değerlendirmek
	Matematiksel doğrulama veya ispat yapma	Matematiksel doğrulama veya ispat yapma yöntemlerini seçerek işe koşmak Matematiksel doğrulama veya ispatı değerlendirmek

TYMM Matematik Dersi Öğretim Programlarında matematiksel muhakeme becerisi ve muhakemenin alana özgü bir bileşeni olarak matematiksel doğrulama veya ispat yapma yer almaktadır. Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı'nda ispata "MAT.7.2.3. Sayılar ve özelliklerini içeren ispatlara ilişkin matematiksel muhakeme yapabilme" öğretim çıktısında yer verilmektedir. Ortaöğretim matematik programında ise çok sayıda ispat içeren öğrenme çıktıları bulunmaktadır. Bu bakımdan TYMM Matematik Dersi Öğretim Programı'nda matematiksel muhakeme ve ispata önemli vurgular bulunmaktadır.

Ders Kitaplarında Matematiksel Muhakeme ve İspat

Öğretim programlarının uygulanmasında temel kaynaklardan biri olan ders kitapları, öğrencilere sunulan öğrenme fırsatlarının niteliğini belirleme açısından önemli bir gösterge işlevi görmektedir (Doğan, 2019; Valverde vd., 2002). Ders kitaplarının öğrencilere ve öğretmenlere sunacağı örnekler, etkinlikler ve yönlendirmeler aracılığıyla muhakeme sürecine katkıda bulunacak önemli fırsatlar sağlayabileceği belirtilmektedir (Aydoğan Yenmez & Gökçe, 2023; Gracin & Matič, 2021; Stylianides, 2009). Ders kitaplarının yalnızca öğretim programının bir yansıması değil, aynı zamanda öğrenme süreçlerinin bir yönlendiricisi olduğu düşünüldüğünde; matematiksel muhakeme becerisinin bu kaynaklarda nasıl yer aldığına ilişkin analizler, mevcut uygulamaların değerlendirilmesi açısından önem teşkil etmektedir (National Research Council, 2004). Ders kitaplarının öğrenci öğrenmesi üzerine etkisi göz önüne alındığında, matematiksel akıl yürütme ve ispatın ülkemizde nasıl şekillendiğini analiz etmek için öncelikle ders kitaplarında nasıl ele alındığının araştırılması gerekmektedir (Doğan, 2019). Farklı ülkelerde de birçok araştırmacı matematik ders kitaplarındaki muhakeme ve ispatların, gerekçelendirmelerin doğasını ve kitapların bu anlamda sunduğu öğrenme fırsatlarını araştırmıştır (Bieda vd., 2014; Fujita & Jones, 2014; Hong & Choi, 2018; Otten vd., 2014; Stacey & Vincent, 2009; Stylianides, 2009; Thompson vd., 2012; Zhang & Qi, 2019). Matematik ders kitaplarının matematik öğretimini nasıl etkilediğini farklı yöntem ve teknikler kullanarak inceleyen çalışmalar, ders kitaplarının öğrencilerin matematik öğrenme fırsatları üzerinde önemli etkiye sahip olduğunu ortaya koymuştur (Stylianides, 2009). Stylianides (2009) çalışmasında matematik ders kitaplarında öğrencilere muhakeme ve ispat süreçlerine katılma fırsatı sağlayan bölümleri analiz edebilmek için bir teorik çerçeve ve buna ilişkin yöntemsel bir yaklaşım sunmaktadır. Literatür incelendiğinde çalışmalarda (Fujita & Jones, 2014; Karakuş & Korkutan, 2021; Zeybek vd. 2018)

ders kitaplarının muhakeme ve ispat bağlamında analizlerinde bu teorik çerçevenin kullanıldığı görülmektedir. Stylianides'in (2009) analitik çerçevesine ek olarak literatürde, analizlerde kullanılan farklı çerçeveler de yer almaktadır. Şengül ve Kırıl (2023), literatürdeki çerçeveleri sentezleyerek 5. ve 6. sınıf matematik ders kitaplarını analiz etmek için yeni bir teorik çerçeve oluşturmuşlar ve yaptıkları çalışma kapsamında sıklıkla karşılaşılan çerçeveleri bir tabloda bir araya getirmişlerdir (Tablo 2).

Tablo 2

Muhakeme ve İspat Bağlamında Ders Kitabı Analizinde Kullanılan Analitik Çerçeveler

Kategoriler		
Yazarlar	Kitaplarda Yer Alan Matematiksel Akıl Yürütme ve İspat Etkinliğinin Amacı	Ortaya Çıkan Argüman Türleri
Stylianides (2009)	<ol style="list-style-type: none"> 1. Bir model tanımlama <ol style="list-style-type: none"> i) Mantıklı model ii) Kesin model iii) Öncü varsayım iv) Öncü olmayan varsayım 2. Bir varsayımda bulunma <ol style="list-style-type: none"> i) Varsayım ii) Öncü kanıt iii) Öncü olmayan kanıt 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Kanıt sağlama: Genelleyici örnek, Gösterim, Açıklama, Doğrulama, Tahrif, Yeni Bilgi Üretimi 2. Kanıtsız argüman sağlama: Ampirik Argüman, Gerekeç
Thompson ve diğ. (2012)	<ol style="list-style-type: none"> 1. Bir varsayımda bulunma veya araştırma <ol style="list-style-type: none"> i) Bir varsayımda bulunma ii) Bir varsayımı araştırma 2. Bir argüman geliştirme veya değerlendirme <ol style="list-style-type: none"> i) Bir argüman geliştirme ii) Bir argümanı değerlendirme 3. Kanıtla ilgili diğer akıl yürütme <ol style="list-style-type: none"> i) Karşı örnek ii) Bir hatayı düzeltme veya tanımlama iii) İspat ilkeleri 	Genel, Spesifik, Öğrenciye bırakılır, Gerekeç yok
Bieda ve diğ. (2014)	<ol style="list-style-type: none"> 1. İddia etme 2. İddiaları gerekçelendirme 3. İddia etme ve iddiaları gerekçelendirme 4. Gerekeçleri değerlendirme 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Kanıt tipi argüman: Gösterim, Genelleyici Örnek 2. Kanıtsız argüman: Ampirik, Gerekeç
Doğan (2019)	<ol style="list-style-type: none"> 1. Varsayımda bulunma veya araştırma <ol style="list-style-type: none"> i) Varsayımda bulunma ii) Varsayımı araştırma 2. Argüman oluşturma veya değerlendirme <ol style="list-style-type: none"> i) Argüman oluşturma ii) Argümanı değerlendirme 	İspat, Genelleyici örnek, Mantıkla oluşturulan argümanlar, Örnek tabanlı argüman
Zhang ve Qi (2019)	<ol style="list-style-type: none"> 1. Kanıtsız argüman sağlama 2. Bir argümanı değerlendirme 3. Bir varsayımda bulunma 4. Kanıt sağlama 	Genelleştirme, Tahmin Etme, Genelleyici Örnek, Gösterim, Karşı Örnek, Ampirik Argüman, Gerekeç

Not: Şengül, S., & Kırıl, B. (2023). "Matematik ders kitaplarında matematiksel akıl yürütme ve ispat". *Yaşadıkça Eğitim*, 37(2), 508-530 (Yazardan izin alınarak kullanılmıştır).

Stacey ve Vincent (2009), 8. sınıf matematik ders kitaplarında matematiksel muhakeme ve ispatın nasıl temsil edildiğini, Harel ve Sowder'ın (2007) ispat şemaları çerçevesini kullanarak incelemişlerdir. Avustralya'daki farklı kitaplarda muhakeme türleri ve sıklığı açısından farklılıklar bulunsa da kitapların çoğunda kural ve ilişkileri nedensiz sunmak yerine açıklama sunma çabası olduğu görülmüştür (Stacey & Vincent, 2009). Fujita ve Jones (2014) çalışmalarında, Japonya'daki 8. sınıf ders kitaplarının geometri bölümlerini, Stylianides'ın (2009) teorik çerçevesini kullanarak muhakeme ve ispat açısından analiz etmişlerdir. Çalışmada ders kitaplarının muhakeme ve ispat açısından yüksek düzeyde fırsatlar sunduğu ve öğrencileri, varsayımda bulunmaya ve doğrudan ispatlar yapmaya yönlendirdiği belirlenmiştir (Fujita & Jones, 2014). Bieda vd. (2014), ABD'de yayımlanan 5.sınıf matematik ders kitaplarında muhakeme ve ispat görevlerine ne kadar yer verildiğini araştırmış ve kitapların sunduğu muhakeme ve ispat fırsatlarının sınırlı kaldığını, genellikle deneysel gerekçelendirmeye odaklandığını görmüşlerdir. Fu vd., (2022) Çin'de popüler olan üç farklı ders kitabındaki cebir konularını, muhakeme ve ispat kapsamında öğrencilere sunduğu öğrenme fırsatları açısından analiz etmişler ve her üç kitapta da muhakeme ve ispat görevlerinin oranının %40'ın altında olduğunu belirlemişlerdir.

Çeşitli ülkelerde yapılan araştırmalara benzer olarak ülkemizde de muhakeme ve ispat bakımından ders kitaplarını inceleyen çalışmalar yapılmıştır. Doğan (2019) sekizinci sınıf ders kitabında matematiksel muhakeme ve ispatın niteliği ve kapsamını; Şengül ve Kıral (2023) beşinci ve altıncı sınıf matematik ders kitaplarındaki matematiksel muhakeme ve ispat etkinliklerini analiz etmişlerdir. Karakuş ve Korkutan (2021) çalışmalarında 2013 ve 2018 yıllarında gerçekleşen öğretim programı revizyonları kapsamında değişen yedinci ve sekizinci sınıf matematik ders kitaplarında geometri ve ölçme öğrenme alanında yer alan ispat etkinliklerini incelemiş ve bu bağlamda kitapları karşılaştırmıştır. Ders kitaplarında yer alan aktivitelerin çok az bölümünün ispat niteliği taşıdığını ve ispat etkinliklerinin sayısının 2013 yılı ile karşılaştırıldığında 2018 yılında azaldığını görmüşlerdir. Zeybek vd. (2018) ortaokul matematik ders kitaplarında muhakeme ve ispat etkinliklerinin sayısının oldukça az olduğunu, mevcut muhakeme ve ispat etkinliklerinin büyük çoğunluğunun ispat olmayan deneysel argümanlardan oluştuğunu belirlemişlerdir. Ders kitaplarını inceleyen ulusal ve uluslararası çalışmalar kitaplardaki muhakeme ve ispat etkinliklerinin oranının ülkelere göre farklılık gösterdiğini ortaya koymuştur. Ülkemiz açısından değerlendirildiğinde ise bugüne kadar kullanılan ders kitaplarında muhakeme ve ispata sınırlı düzeyde yer verildiği, öğretim programlarındaki muhakeme ve ispat içeren etkinliklere yer verilmesi önerilerinin (MEB, 2013; 2018) kitaplara yeterince yansıtılmadığı söylenebilir. TYMM ile birlikte Matematik Dersi Öğretim Programı'nda matematiksel muhakeme ve ispatın öne çıkan beceriler olduğu görülmektedir. Bu nedenle TYMM kapsamında hazırlanan güncel ders kitaplarında öğretim programı beklentilerine göre mevcut durumun belirlenmesi ve bundan önceki ders kitaplarına kıyasla matematiksel muhakeme becerisine ne kadar ve ne şekilde yer verildiğinin incelenmesi ihtiyacı bu çalışmanın çıkış noktası olmuştur.

Araştırmanın Amacı ve Önemi

Ders kitapları öğretim sürecinde öğretmenlerin sınıf içi uygulamalarını yönlendiren ve öğrenci öğrenmesini etkileyen en önemli faktörlerden biridir. Çalışmalarda, eğitim reformları sonucu gerçekleşen değişikliklerin ve öğretim programlarında vurgulanan uygulamaların sınıf içinde nasıl yer bulduğunun ders kitaplarından anlaşılabilmesi ve değişikliklerin hayata geçirilmesinin ancak ders kitaplarının da programlara paralel olarak düzenlenmesiyle mümkün olacağı ifade edilmektedir (Herbel-Eisenmann, 2007; Hong & Choi, 2018; Thompson vd. 2012). Ders kitaplarını muhakeme ve ispat bağlamında inceleyen çalışmaların genellikle Amerika'daki matematik ders kitapları üzerine olduğu belirtilmekte ve farklı ülkelerin muhakeme ve ispat anlamında sunduğu fırsatların

incelenmesinin önemi vurgulanmaktadır (Hong & Choi, 2018). Ülkemizde de ispat üzerine yapılmış çalışmalar incelendiğinde, ders kitaplarını ispat açısından değerlendirme az çalışılan konulardan biri olarak ortaya çıkmaktadır (Sakallı Doğru vd., 2024). Oysaki ders kitaplarındaki muhakeme ve ispat fırsatlarını analiz etmek öğrencilerin muhakeme ve ispat öğrenme fırsatlarını anlamak için önemli bir adımdır (Thompson vd. 2012). Ülkemizde matematiksel muhakeme ve ispat kapsamında yapılan sınırlı sayıdaki ders kitabı analizi çalışmaları, kitap içeriklerinin programlardaki önerilerle yeterince uyuşmadığını göstermektedir (Doğan, 2019). Ayrıca bu çalışmaların büyük çoğunluğunun TYMM öncesi öğretim programlarına uygun yazılmış ders kitapları üzerine olduğu ve ortaokul kitapları kapsamında yapıldığı (Doğan, 2019; Karakuş & Korkutan, 2021; Şengül & Kıral, 2023; Zeybek vd. 2018) görülmektedir. TYMM ile birlikte matematiksel alan becerisi olarak matematiksel muhakemeye yer verilmesi, ispata vurgu yapılması ve Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda önceki programlara kıyasla (MEB 2013, 2018) muhakeme ve ispata yönelik öğrenme çıktılarının ağırlığının artması ders kitaplarının da bu anlamda ne tür fırsatlar sunduğu sorusunu gündeme getirmektedir. TYMM ile gerçekleşen değişikliklerin ders kitabına nasıl yansıtıldığını, matematiksel muhakeme ve ispatın ders kitabına nasıl entegre edildiğinin incelenmesi önemlidir. Bu bağlamda çalışmanın amacı, ortaöğretim 9.sınıf matematik ders kitabında matematiksel muhakeme becerisinin nasıl yer aldığını ve bu beceriye yönelik ne tür öğrenme fırsatlarının sunulduğunu belirlemektir. Buna yönelik olarak araştırma soruları şu şekilde belirlenmiştir:

- Ders kitaplarında matematiksel muhakeme becerisine ne şekilde yer verilmiştir?
- Ders kitabı bölümlerinde matematiksel muhakeme becerisi hangi sıklıkla yer almaktadır?

Yöntem

Çalışma, TYMM'de matematik alan becerilerinden biri olarak yer verilen matematiksel muhakeme becerisinin ders kitabının içeriğine nasıl yansıtıldığını incelemek amacıyla olduğundan doküman analizi yapılmıştır. Doküman analizi, araştırma kapsamında bilgi içeren yazılı materyallerin sistematik olarak incelenmesidir (Bowen, 2009; Yıldırım & Şimşek, 2018). Eğitimle ilgili araştırmalarda, ders kitapları ve öğretim programları gibi dokümanlar veri kaynağı olarak kullanılabilir (Yıldırım & Şimşek, 2018). Doküman analizi aracılığıyla belgeler incelenerek veriler toplanmaktadır ve eğitim alanında öğretim programları, ders içerikleri gibi konuları ele alan çalışmalarda bu yöntem kullanılmaktadır (Sak vd., 2021). Bu çalışmada da araştırma sorularını yanıtlamaya yönelik olarak MEB tarafından hazırlanan TYMM Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı ve 9.sınıf matematik ders kitapları incelenmiştir. Çalışmada ders kitabına içerik analizi uygulanarak araştırma soruları yanıtlanmıştır.

Verilerin Toplanması

Çalışmanın verilerini, MEB tarafından 2024-2025 öğretim yılında dokuzuncu sınıflarda kullanılmak üzere yayımlanan "9.Sınıf Matematik Dersi 1. Kitap ve 2. Kitap" ders kitapları ve Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı oluşturmaktadır. TYMM kapsamında değişen öğretim programlarının kademeli olarak uygulanmasıyla beraber 2024-2025 eğitim öğretim yılı başlangıcında birinci, beşinci ve dokuzuncu sınıf düzeylerine ilişkin ders kitapları paydaşlar ile paylaşılmıştır. Bu kitaplara erişim <https://ogmmateryal.eba.gov.tr> internet adresi üzerinden sağlanmıştır. Matematik Dersi Öğretim Programı'nın 9. sınıf düzeyine göre hazırlanan ders kitapları; sayılar, nicelikler ve değişimler, geometrik şekiller, algoritma ve bilişim, eşlik ve benzerlik, istatistiksel araştırma süreci, veriden olasılığa temalarını içermektedir. Yayımlanan birinci kitap birinci dönemde, ikinci kitap ise ikinci dönemde kullanılmak üzere hazırlanmıştır. Bu kitaplarda bulunan temalar ve temalara ilişkin sayfa aralıkları Tablo 3'de sunulmaktadır.

Tablo 3*İncelenen Ders Kitabında Temalar ve Sayfa Aralıkları*

	Tema	Sayfa Aralığı
Kitap	Sayılar	10-87
	Nicelikler ve Değişimler	88-179
	Geometrik Şekiller	180-209
Kitap	Algoritma ve Bilişim	10-95
	Eşlik ve Benzerlik	96-149
	İstatistiksel araştırma süreci	150-199
	Veriden olasılığa	200-231

Geçerlik ve Güvenirlik Çalışmaları

Nitel araştırmalarda; araştırmanın doğasına uygun olarak iç geçerlik yerine inandırıcılık, dış geçerlik yerine aktarılabilirlik, iç güvenirlilik tutarlılık ve dış güvenirlilik yerine teyit edilebilirlik kavramları kullanılmaktadır (Yıldırım & Şimşek, 2018). Doküman analizi kullanılan bir araştırmada inandırıcılığın artırılması için;

- Elde edilen verilerin açık ve tutarlı sunulması,
- Başka araştırmacı teyidi alınması,
- Doküman üzerinde uzun süre çalışılması,
- Verilerin karşılaştırılarak yorumlanması,
- Verilere eleştirel gözle bakılması,
- Ulaşılan sonuçların gerçeğe uygun olup olmamasının araştırılması

etkili olacaktır (Cansız Aktaş, 2019). Bu çalışma, inandırıcılığı arttırarak geçerlik sağlamak amacıyla yukarıda verilen öneriler göz önünde bulundurularak yürütülmüştür. Çalışmada verilerin sunumuna ilişkin süreç ve veri analizi detaylandırılarak paylaşılmıştır.

Çalışma kapsamında, 9. sınıf matematik ders kitabı bölümleri öğretim programında yer alan temaların öğrenme çıktıları bağlamında incelenmiş ve her bir öğrenme çıktısı için ayrı ayrı kodlanmıştır. Bir temanın öğrenme çıktılarına yönelik kitapta yer alan bölümlerin kodlanma süreci tamamlandıktan sonra, kodlama sürecine yönelik yapılan çalışmalar düzenli olarak iki araştırmacı arasında görüşülmüş ve kodlamanın son hâline karar verilmiştir. Buna ek olarak farklı bir tema kodlandıktan sonra öncesinde kodlanan tema tekrar gözden geçirilerek karşılaştırma yapılmış ve tutarlılık sağlanmıştır. Kodlamalar iki araştırmacı arasında görüş birliğine varılarak tamamlanmıştır. İnandırıcılık bağlamında, incelenen ders kitabı seçim ölçütüne yer verilmiştir. Çalışmanın temellendirildiği ve kodlamanın gerçekleştirildiği kavramsal çerçeve (Tablo 1) açıklanarak iç geçerliğin artırılması amaçlanmıştır. Aktarılabilirlik, verilerden doğrudan alıntılara yer verilmesi şeklinde ayrıntılı betimleme ile sağlanabilir (Cansız Aktaş, 2019). Bu kapsamda, çalışmada muhakeme becerisinin kitapta ne şekilde yer aldığına ilişkin bulgularda kitap bölümlerine doğrudan yer verilmiştir. Tutarlılık ve teyit edilebilirlik için çalışmada, tema kodlamaları her iki araştırmacı tarafından birbirinden bağımsız olarak yapılmış; birkaç kez gözden geçirilmiş ve analiz süreci detaylı biçimde betimlenmiştir.

Çalışmada MEB tarafından hazırlanan öğretim programı ve ders kitabı incelenmiştir. Veriler erişime açık kaynaklar üzerinden ulaşılan dokümanlardan elde edildiğinden araştırmanın yürütülmesinde etik kurul onayına ihtiyaç duyulmamaktadır.

Verilerin Analizi

Çalışmada verilere, doküman analizinde sıklıkla tercih edilen içerik analizi uygulanmıştır (Merriam & Tisdell, 2018). İçerik analizi aracılığıyla dokümanlar belirli kurullarla objektif bir biçimde analiz edilebilmektedir (Metin & Ünal, 2022). İçerik analizi hem nitel hem de nicel araştırmalarda kullanılabilir (Ayyıldız & Fidan, 2024). Nitel içerik analizlerinde betimleyici (nasıl, nedir vb.) ve açıklayıcı (neden, niçin vb.) sorulara cevap aranırken nicel çalışmalarda içerik analizinin amacı kategoriler oluştururken belirlenen kelimelerin veya kavramların tekrar etme sıklığıdır (Metin & Ünal, 2022). Bu kapsamda bu çalışmada kitap bölümlerindeki muhakeme becerisine ilişkin içerikleri incelemek ve muhakeme becerisine ne şekilde yer verildiğini saptamak için nitel, belirlenen kısımların sıklığını belirlemek için nicel yaklaşımla içerik analizi kullanılmıştır. Böylece ders kitabında matematiksel muhakeme becerisine ve bütünlük becerilerine ne kadar ve ne şekilde yer verildiği belirlenmiştir. Birinci araştırma sorusu için uygulanan nitel yaklaşımlı içerik analizinde verileri kodlayarak temayı bulma, kodları düzenleme, bulguları tanımlama ve yorumlama aşamaları (Yıldırım & Şimşek, 2018) gerçekleştirilmiştir.

Verilerin analizine başlamadan önce TYMM’de tanımlanan matematiksel muhakeme becerisi, çözümlenme, yorumlama, çıkarım yapma ve matematiksel ispat veya doğrulama becerileri ve bu becerilere ait süreç bileşenleri detaylı bir şekilde incelenmiştir. Analiz sürecinde matematiksel muhakeme alan becerisinin çıkarım yapma ile matematiksel ispat veya doğrulama becerilerine odaklanılmış, çözümlenme ve yorumlama becerileri problem çözme alan becerisinin de bütünlük becerileri içinde yer aldığından bulguların sunumunda kullanılan tablolarda yer verilmemiştir. Çalışmada matematiksel muhakemeye ilişkin “çıkartım yapma” ve TYMM’de muhakemeye özgü olarak tanımlanan “matematiksel doğrulama veya ispat yapma” bütünlük becerileri ve bu becerilerin süreç bileşenleri üzerinde durulmuştur. TYMM Matematik Dersi Öğretim Programı ve 9. sınıf matematik kitabındaki temalar incelendiğinde, kitapta temaların sıralanışında farklılık olduğu gözlemlenmiştir. Çalışmamızda kitap analizi yapıldığı için bulgularda temalar kitaptaki sıraya göre düzenlenmiştir ancak karışıklığın önüne geçmek için ilgili temada yer alan öğrenme çıktıları ve öğrenme çıktılarının öğretim programındaki numaralarına yer verilmektedir.

Çalışmanın verilerini oluşturan 9.sınıf ders kitabında her tema kapsamında verilen içerikler incelenmiş ve kitapta “Başlarken, Ön Değerlendirme, Konuya Başlarken, Giriş, Uygulama, Örnek, Mavi Bölüm, Sarı Bölüm, Sıra Sizde, Alıştırmalar, Araştırma Ödevi, Performans Görevi, Farklı Kaydet, Proje Görevi, Karekod, Ölçme Değerlendirme ve Matematik Tarihinden Notlar” bölümlerinin yer aldığı gözlemlenmiştir. Kitap içerisinde bölümler arası geçişlerde bilgi içerikli metinler de yer almaktadır. Ancak bu metinlerin yer aldığı kısımların kitap içerisindeki bütünlüğü sağlamak amacıyla kullanıldığı görüldüğünden ayrı bölüm olarak bahsetme ihtiyacı duyulmamıştır. Kitap içindeki bölümlerde doğrudan “Giriş, Mavi Bölüm, Sarı Bölüm” başlıkları yer almamaktadır. Kitapta öğrenme çıktısına yönelik merak uyandırma, dikkat çekme, günlük hayatla ilişkilendirme, ön bilgileri harekete geçirme gibi çeşitli amaçları içeren başlangıç metinleri analiz sırasında araştırmacılar tarafından “Giriş” olarak isimlendirilmiştir. Kitap içinde mavi kutuda yer alan ve herhangi bir başlığı bulunmayan ifadeler “Mavi Bölüm”, sarı kutu içerisinde alınan ve herhangi başlığı bulunmayan ifadeler ise “Sarı Bölüm” olarak adlandırılmıştır.

Analiz süreci aşağıdaki aşamalar takip edilerek gerçekleştirilmiştir:

- Matematik alan becerilerinden matematiksel muhakeme becerisi, çıkarım yapma bütünlük becerisi ve matematiksel ispat veya doğrulama alan becerisi ve bu becerilere ait süreç bileşenleri detaylı bir şekilde incelenmiştir. Bunun sonucunda süreç bileşenlerinde yer alan “varsayımda bulunma, örüntüleri listeleme, karşılaştırma, önerme sunma, değerlendirme, doğrulama, ispatlama, doğrulamayı değerlendirme ve ispatlamayı değerlendirme” ifadeleri verilerin kodlanmasında kullanılmıştır.
- 9. sınıf matematik ders kitabı içinde yer alan her bir temaya ait bölümler (Başlarken, Ön Değerlendirme, Konuya Başlarken, Giriş, Uygulama, Örnek, Mavi Bölüm, Sarı Bölüm, Sıra Sizde, Alıştırmalar, Araştırma Ödevi, Performans Görevi, Farklı Kaydet, Proje Görevi, Karekod, Ölçme Değerlendirme ve Matematik Tarihinden Notlar) belirlenen kodlar kapsamında incelenerek kodlanmıştır. Bu kodlama sürecinde her bir öğrenme çıktısına ait kitap bölümlerindeki süreç bileşenlerine yönelik ifadeler kitap dokümanı üzerinde taranmış ve Word dosyasına ilişkili olduğu beceri not edilmiştir. İlgili Word dosyalarında çıkarım yapma ve matematiksel doğrulama veya ispat yapma becerisini içermeyen bölümlerin neden ele alınmadığına yönelik araştırmacı notları da yer almaktadır.
- Her bir tema ve temanın öğrenme çıktıları için kitaptaki bölüm başlıklarının yer aldığı içerik tabloları oluşturulmuştur. Bu tablolardaki ilgili kısımlara muhakeme becerisi (çıkarm yapma ve matematiksel ispat veya doğrulama bütünlük becerileri) içeren bölümler yazılmıştır.
- Temalara ait tablolar birleştirilerek her bir öğrenme çıktısı için matematiksel muhakeme becerisinin görülme sıklığı belirlenmiştir.

Bulgular

Araştırma soruları doğrultusunda bulgular iki bölümde sunulacaktır. İlk bölümde matematiksel muhakeme becerisinin yer aldığı bölümlerden alıntılarla, kitapta bu beceriye ne şekilde yer verildiği sorusuna ilişkin bulgular sunulacak; ikinci bölümde ise muhakeme becerisinin bulunduğu kitap başlıklarına ilişkin bulgular ve bu bulgulara ait tablolar sunulacaktır.

1. Ders Kitabında Matematiksel Muhakeme Becerisine Yer Verilmesi

Matematik Dersi Öğretim Programı incelendiğinde 9.sınıfta yer alan temalardan sayılar, nicelikler ve değişimler, geometrik şekiller, eşlik ve benzerlik temalarında alan becerisi olarak matematiksel muhakemeye yer verildiği görülmektedir. Sayılar, geometrik şekiller, eşlik ve benzerlik temalarında ise muhakemeye ek olarak matematiksel doğrulama veya ispat yapma becerisine de vurgu yapılmaktadır. Algoritma ve bilişim, istatistiksel araştırma süreci ve veriden olasılığa temalarında muhakeme becerisine açıkça vurgu yapılmasa da kitapta algoritma ve bilişim ile veriden olasılığa temaları altındaki bazı başlıklarda muhakeme becerisine yer verildiği görülmektedir. Kitabın tüm temaları ve temalara ait bölümler incelendiğinde matematiksel muhakeme becerisine çoğunlukla “uygulama, örnek, sıra sizde, alıştırma” başlıkları altında ve karekodla erişilen etkinliklerde yer verildiği görülmüştür. Hiçbir temada “Konuya Başlarken, Giriş, Mavi Bölüm, Araştırma Ödevi, Farklı Kaydet, Proje Ödevi” başlıkları altında matematiksel muhakeme alan becerisine yönelik ifadeye rastlanmamıştır.

Matematiksel muhakeme alan becerisini içeren kitap başlıklarına ait içeriklerde çıkarım yapma ve matematiksel doğrulama veya ispat yapma becerileri ayrı olarak ya da her iki beceri de birlikte yer almaktadır. Sayılar temasındaki bir uygulama başlığında öncül sorularda çıkarım yapma bütünlük becerisinin süreç bileşenlerinin tamamına (varsayımda bulunmak, örüntüleri listelemek, karşılaştırmak, önerme sunmak ve değerlendirmek) doğrudan yer verildiği görülmektedir (Şekil 1).

Şekil 1

Sayılar Temasında Çıkarım Yapma Becerisi ile İlişkili Uygulama, Matematik 9. Sınıf Ders Kitabı (1. Kitap), s. 15-16

2. Uygulama

Üslü Gösterimlerle Toplama ve Çıkarma İşlemi
Verilen bilgileri inceleyerek aşağıdaki soruları cevaplayınız.
n tam sayı; a, b, x birer gerçek sayı ve x sıfırdan farklı olsun.

1. Üslü gösterimlerle $a \cdot x^n + b \cdot x^n$ ve $a \cdot x^n - b \cdot x^n$ işlemlerinin sonuçları nasıl bulunabilir? Varsayımlarınızı oluşturunuz.

2. Tabloda verilen işlemlerin sonuçlarını örneklerdeki gibi bularak uygun yerlere yazınız.

İşlem	Ortak Çarpan Parantezindeki İşlem	Sonuç
$3 \cdot 2^{10} + 2^{10}$	$(2^{10} + 2^{10} + 2^{10}) = (3 + 1) \cdot 2^{10}$	$4 \cdot 2^{10}$
$5 \cdot 3^{12} - 2 \cdot 3^{12}$	$(5 - 2) \cdot 3^{12}$	$3 \cdot 3^{12}$
$-7 \cdot 11^5 + 4 \cdot 11^5$		
$0,4 \cdot 5^7 + 2,1 \cdot 5^7$		
$3 \cdot 10^9 - 10^9 + 2,5 \cdot 10^9$		
$a \cdot 5^4 + b \cdot 5^4$		
$a \cdot x^6 + b \cdot x^6$		
$a \cdot x^6 - b \cdot x^6$		

3. Tabloda elde ettiğiniz sonuçlardan yararlanarak üslü gösterimlerle toplama ve çıkarma işlemleriyle ilgili genellemeler oluşturunuz.

4. Varsayımlarınızla genellemelerinizi karşılaştırarak üslü gösterimlerle toplama ve çıkarma işlemlerine dair önermelerinizi oluşturunuz.

5. Oluşturduğunuz önermeler yardımıyla aşağıda verilen problemi çözünüz. Önermelerin problem çözümünde ne tür kolaylıklar sağladığını ve başka hangi problem durumlarda kullanılabileceğini yazınız.
Aynı doğrultuda bulduklarında Merkür ve Jüpiter'in merkezlerinin Güneş'e yaklaşık uzaklıkları sırasıyla $5,8 \cdot 10^7$ km ve $7,5 \cdot 10^8$ km'dir. Buna göre Merkür ve Jüpiter'in merkezlerinin arasındaki uzaklık yaklaşık kaç km'dir?

6. Oluşturduğunuz önermeleri cebirsel olarak doğrulayınız. Doğrulama yöntemlerinizi sınıf arkadaşlarınızın kullandığı yöntemlerle karşılaştırarak kullanışlılık açısından değerlendiriniz.

Eşlik ve benzerlik temasında örnek başlığında yer alan 3. örneğin ise matematiksel doğrulama veya ispat yapma becerisine yönelik olduğu ve verilen önermenin ispatının yapıldığı görülmektedir. Ancak burada uygulama başlığından farklı olarak kitaptaki örnek başlıklarının tümünde olduğu gibi çözüm de verildiğinden öğrencinin ispatı kendi oluşturması yerine inceleyerek anlamaya çalışmasının beklendiği öngörülmektedir (Şekil 2).


Şekil 2

Eşlik ve Benzerlik Temasında Matematiksel Doğrulama veya İspat Yapma Becerisi ile İlişkili Örnek, Matematik 9. Sınıf Ders Kitabı (2. Kitap), s. 39

3. ÖRNEK

Aşağıda verilen önermenin doğruluğunu ispatlayınız.
"Bir ikizkenar üçgende üçgenin tepe noktasından çizilen kenarortay, aynı zamanda açıortay ve yüksekliktir."

Çözüm



$|AB| = |AC|$ olacak şekilde ABC ikizkenar üçgeni ve bu üçgenin BC kenarına ait $[AH]$ kenarortayı çizilirse oluşan ABH ve ACH üçgenlerinin karşılıklı tüm kenar uzunlukları eşit olduğundan bu üçgenler eşittir (K.K.K.). $\widehat{ABH} \cong \widehat{ACH}$ olduğundan $m(\widehat{BAH}) = m(\widehat{HAC})$, $m(\widehat{ABH}) = m(\widehat{ACH})$ ve $m(\widehat{BHA}) = m(\widehat{AHC}) = 90^\circ$ olur. Buradan $[AH]$ açıortaydır. $[AH] \perp [BC]$ olduğu için $[AH]$ aynı zamanda yüksekliktir.

Kitap başlıklarından biri olan sıra sizde başlığı altında da öğrencilerden verilen soruları yanıtlamaları beklenmektedir. Bu başlık altında hem çıkarım yapma hem matematiksel doğrulama veya ispat yapma becerilerinin birlikte yer aldığı sıra sizde başlığına algoritma ve bilişim teması altında yer verilmiştir (Şekil 3). Öğretim programında bu tema altındaki alan becerilerinde muhakeme becerisi açıkça yer almasa da kitaptaki temaya ait bölümlerde bu beceriye yer verildiği görülmektedir. Bu bölümlerden biri olan sıra sizde başlığı altında verilen önermenin ispatlanması, ispata yönelik çıkarımların açıklanması ve ispat adımlarının algoritmasının oluşturulması istenmektedir.

Kitapta her temanın her bir öğrenme çıktısına ait bölüm sonunda alıştırmalar başlığı yer almaktadır. Bu başlık altında verilen tüm alıştırmalar da incelenmiş ve muhakeme becerisi ile ilişkili olup olmadığı analiz edilmiştir. Alıştırma başlığı altında yer alan muhakeme becerisi ile ilişkili bir soru nicelikler ve değişimler temasında bulunmaktadır. Bu soruda (Şekil 4) öğrenciden ulaştığı çözümü farklı yöntemlerle doğrulaması ve çıkarımlarını değerlendirmesi beklenmektedir.

Şekil 3

Algoritma ve Bilişim Temasında Çıkarım Yapma ve Matematiksel Doğrulama veya İspat Becerileri ile İlişkili Sıra Sizde, Matematik 9. Sınıf Ders Kitabı (2. Kitap), s. 138

5. Sıra Sizde

Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

a) Üç basamaklı bir doğal sayının 8'e tam bölünüp bölünmediğini gösteren bir önerme yazıp bu önermenin doğruluğunu ispatlayınız.

b) Önermeyi ispatlamak için kullandığınız mantık bağlaçları ve niceleyicilere yönelik çıkarımlarınız ne olur? Açıklayınız.

c) İspat adımlarından hareketle üç basamaklı bir doğal sayının 8'e tam bölünüp bölünmediğini bulan bir algoritmanın işleyişini akış şeması ile ifade ediniz.

Akış Şeması

Kitabın genelinde muhakeme alan becerisiyle ilişkili etkinliklerin daha çok uygulama ve örnek başlıkları altında yer aldığı, sıra sizde ve alıştırma başlıklarında daha az yer verildiği görülmüş ve sadece bir performans görevi başlığında ve bir kontrol noktasında muhakeme becerisine rastlanmıştır.

Veriden olasılığa teması altında yer alan performans görevinde muhakeme becerisine sınırlı ölçüde yer verilmektedir (Şekil 5). Bu görevdeki “Tekrar sayısı arttıkça deneysel ve teorik olasılık değeri arasındaki fark nasıl değişmektedir? Nedenleriyle açıklayınız.” ifadesi ile öğrencinin yaptığı gözlemler sonucu “Bir olayın deneyine ait tekrar sayısı arttıkça olaya ait deneysel olasılık değeri, teorik olasılık değerine yaklaşma eğilimindedir” sonucuna ulaşması beklenmektedir. Bu nedenle matematiksel muhakeme becerisinin çıkarım yapma bütünleşik alt becerisi ile ilişkilendirilmiştir.

Şekil 4

Nicelikler ve Değişimler Temasında Çıkarım Yapma Becerisi ile İlişkili Alıştırma, Matematik 9. Sınıf Ders Kitabı (1. Kitap), s. 160

<p>7. Doruk saat 08.00'de evden çıkıp evine 1,2 km uzaklıkta bulunan okuluna sabit hızla 16 dakikada yürümüştür. Okula gittikten hemen sonra cüzdanını unuttuğunu fark edip aynı sabit hızla eve geri dönmüş ve cüzdanını almıştır.</p> <p>Verilen bilgilere göre aşağıdaki soruları cevaplayınız.</p> <p>a) Doruk'un zamana (dk.) bağlı okula olan mesafesini (km) modelleyen fonksiyonu cebirsel ve grafik temsiliyle ifade ediniz.</p>	<p>b) Doruk'un okula olan mesafesinin 400 metreden az olduğu saat aralığını belirleyecek çözüm stratejileri oluşturunuz.</p> <p>c) Belirlediğiniz stratejileri kullanarak problemi çözünüz.</p> <p>ç) Elde ettiğiniz çözümü farklı yöntemlerle doğrulayınız.</p> <p>d) Problemin farklı çözüm yöntemlerini ilişkilendirerek elde ettiğiniz çıkarımları değerlendiriniz.</p>
--	---

Şekil 5

Veriden Olasılığa Temasında Çıkarım Yapma Becerisi ile İlişkili Performans Görevi, Matematik 9. Sınıf Ders Kitabı (2. Kitap), s. 226

Performans Görevi

Yeni Bir Sayı Küpü

Bu görevde sizden yüzeylerinde 1, 1, 2, 3, 3, 4 yazan hilesiz iki sayı küpü simülasyonu kullanarak sayı küplerinin üst yüzeylerine gelen sayıların toplamına ait sıklık, göreceli sıklık ve ağaç şemasını elde etmeniz; bunları kullanarak oluşturduğunuz raporu sunmanız beklenmektedir.

Göreve başlamadan önce aşağıdaki hususa dikkat ediniz.

- Teknoloji kullanımında sınıf arkadaşlarınız ile iş birliği yapınız.

Görev esnasında aşağıdaki hususlara dikkat ediniz.

- Simülasyonu kullanarak 50, 150, 300, 900, 1800 ve 3000 tekrardan oluşan sıklıkları ve göreceli sıklıkları hesaplayınız.
- Hesapladığınız göreceli sıklıklara ait grafikleri oluşturunuz.
- Oluşturduğunuz grafikleri değişebilirlik bağlamında değerlendiriniz.
- Teorik olasılık değerini elde etmek için yaptığınız deneyi görselleştiriniz ve küplerin üst yüzeylerine gelen sayıların toplamının 5 olma olayına ait çıktıları belirtiniz.
- Küplerin üst yüzeylerine gelen sayıların toplamının 5 olma olayına ait aşağıdaki tabloyu doldurunuz.


Tekrar Sayısı	DeneySEL Olasılık Değeri	Teorik Olasılık Değeri	DeneySEL ve Teorik Olasılık Değeri Arasındaki Fark
50			
150			
300			
900			
1800			
3000			

- Tablo ve grafikleri eksiksiz oluşturunuz.
- Çalışma sırasında yapılanları kaydediniz.
- Tekrar sayısı arttıkça deneySEL ve teorik olasılık değeri arasındaki fark nasıl değişmektedir? Nedenleriyle açıklayınız.

Görev bitiminde aşağıdaki hususlara dikkat ediniz.

- Çalışma notlarınızı, tabloları ve grafikleri sınıf arkadaşlarınız ile paylaşınız.
- Bu görevi zamanında öğretmenize teslim ediniz.

Performans göreviniz, karekod içinde verilen analitik dereceli puanlama anahtarları ile değerlendirilecektir.




Performans görevi ile ilgili simülasyona ulaşmak için karekodu okutunuz.

Geometrik şekiller teması altında yer alan bir kontrol noktasının doğrudan matematiksel doğrulama veya ispat becerisi ile ilişkili olduğu görülmüştür (Şekil 6).

1044

Şekil 6

Geometrik Şekiller Temasında Matematiksel Doğrulama veya İspat Becerisi ile İlişkili Kontrol Noktası, Matematik 9. Sınıf Ders Kitabı (1. Kitap), s. 184


Kontrol Noktası 

- Üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamının 180° olduğuna ilişkin teorem, paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açılar kullanılarak **ispatlanabilir.**
- Üçgenin dış açılarının ölçüleri toplamının 360° olduğuna ilişkin teorem, üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamından yararlanılarak **ispatlanabilir.**
- “Üçgende bir dış açının ölçüsü, kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşittir.” teoremi, paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açılar kullanılarak veya üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamından yararlanılarak **ispatlanabilir.**

Kitapta yer alan tüm karekodlara erişim sağlanarak burada yer alan etkinliklerin muhakeme becerisi ile ilişkili olup olmadığı incelenmiştir. Bunun sonucunda sayılar, geometrik şekiller, eşlik ve benzerlik, algoritma ve bilişim temaları altında yer alan karekodların bazılarındaki etkinliklerin muhakeme becerisi ile ilişkili olduğu görülmüştür. Aşağıda geometrik şekiller temasındaki bir karekod yönlendirmesinde bulunan ve doğrudan ispat etkinliği içeren bir çalışma kâğıdı verilmektedir (Şekil 7).

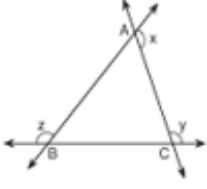
Şekil 7

Geometrik Şekiller Temasında Matematiksel Doğrulama veya İspat Becerisi ile İlişkili Karekod İçeriği



Çalışma Kâğıdı

Aşağıda bir ABC üçgeni verilmiştir ve bu üçgenin dış açı ölçüleri x , y , z ile gösterilmiştir.



Verilen bilgilerden hareketle “Üçgenin dış açılarının ölçüleri toplamı 360° dir.” önermesinin ispat adımları ile ilgili aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1. Teoremin iki paralel doğrunun bir kesenle yaptığı açılar kullanılarak nasıl ispatlanabileceğine ilişkin fikirlerinizi açıklayınız.
2. Birinci adımda karar verdiğiniz ispat yöntemine uygun olarak gerekli çizimleri yapınız ve çiziminizle ilgili açıklamalar yazınız.
3. Yaptığınız çizim sonucunda oluşan açılar ile üçgenin dış açıları arasındaki ilişkiyi açıklayınız ve matematiksel olarak ifade ediniz.
4. Üçüncü adımda elde ettiğiniz ilişkileri kullanarak üçgenin dış açılarının ölçüleri toplamına ilişkin ulaştığınız sonucu yazınız.

2. Ders Kitabında Muhakeme Becerisinin Yer Alma Sıklığı

Kitap içeriği analiz edildiğinde matematiksel muhakeme becerisine özellikle “Uygulama, Örnek, Sıra Sizde, Alıştırma” başlıkları altında ve karekod ile erişilen etkinliklerde yer verildiği görülmüştür. Bunun dışında bir performans görevi ve bir kontrol noktası başlığında muhakeme becerisine rastlanmış diğer başlıklar altında matematiksel muhakeme alan becerisine yönelik ifadeye

rastlanmamıştır. Bu nedenle bulgulara yönelik tablolarda uygulama, örnek, sıra sizde ve alıştırmalar başlıklarında matematiksel muhakeme becerisine yer verilme durumu yer almaktadır. MEB 9. matematik sınıf ders kitabının, matematiksel muhakeme becerisinin bütünleşik becerilerinden olan çıkarım yapma ve matematiksel doğrulama veya ispat yapma becerilerine göre analiz edilmesi sonucu elde edilen bulgular, TYMM Matematik Dersi Öğretim Programı'nda yer alan yedi tema ve bu temalara ait öğrenme çıktıları kapsamında tabloda sunulmuştur (Tablo 4). Kitap içindeki başlıklar tabloda uygulama (U), örnek (Ö), sıra sizde (S), alıştırmalar (A) şeklinde ve kitapta yer aldığı bölümdeki sırasına göre numaralandırılarak kodlanmıştır. Kitapta yer alan alıştırmalar bölümlerindeki soru sayılarının temadan temaya farklılık gösterdiği gözlemlenmiştir. Bu farklılık nedeniyle hangi sorularda matematiksel muhakeme becerisine yer verildiğinin ayrıntılandırılmasına ihtiyaç duyulmuştur. Bu doğrultuda Tablo 4'te alıştırmalar bölümünde muhakeme becerisine yer verilen soru numaraları parantez içinde belirtilmiştir.

Tablo 4*Öğrenme Çıktıları Kapsamında Matematiksel Muhakeme Becerilerine İlişkin Kitap İçeriği*

TEMA	Öğrenme Çıktısı	Çıkarım Yapma	Matematiksel Doğrulama veya İspat Yapma
Sayılar	MAT.9.1.1. Gerçek sayıların üslü ve köklü gösterimleriyle yapılan işlemlere dair muhakeme yapabilme	U1, U2, U3, U4, U5, U7, U8, U9, S4, A1(2)	U2, U3, U4, U5, U7, U8, U9
	MAT.9.1.2. Gerçek sayı aralıklarının gösteriminde ve aralıklarla ilgili işlemlerde küme sembol ve işlemlerden yararlanabilme	U11, U12	-
	MAT.9.1.3. Farklı sayı kümelerinin özellikleri hakkında muhakeme yapabilme	U17, U18	U17, U18, Ö19, Ö20, Ö21, S13, S14, A3(1), A3(2), A3(3)
	MAT.9.1.4. Gerçek sayıların işlem özelliklerini cebirsel olarak ifade etmede analogik akıl yürütebilme	U20, U21, U26	U20, U24, U26, S15
Nicelikler ve Değişimler	MAT.9.2.1. Gerçek sayılarda $f(x) = x$ şeklinde tanımlı doğrusal referans fonksiyonun nitel özellikleri ile bu fonksiyondan türetilen $g(x) = a \cdot f(x \pm r) \pm k$, ($a, r, k \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$) doğrusal fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin matematiksel muhakeme yapabilme	U2, U3, U5, U6, U7	U2, U3, U5, U6, Ö2, S2
	MAT.9.2.2. Gerçek sayılarda $f(x) = \pm ax \pm b \pm c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$) şeklinde tanımlı mutlak değer fonksiyonlarının nitel özelliklerini incelemek için doğrusal fonksiyonlara bağlı analogik akıl yürütebilme	U8, U10, U11	-
	MAT.9.2.3. Doğrusal fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikler içeren problem çözebilme	U16, Ö13, Ö14	U13, U14, U17, U18, Ö9, Ö13, Ö14, A3(7)
Geometrik Şekiller	MAT.9.4.1. Üçgende açı ve kenarla ilgili özellikleri, üçgenin açı ve kenarları arasındaki ilişkileri doğrulayabilme veya ispatlayabilme	U4, U5	U1, U2, U3, U4, U5, U6, S3, S8

TEMA	Öğrenme Çıktısı	Çıkarım Yapma	Matematiksel Doğrulama veya İspat Yapma
Eşlik ve Benzerlik	MAT.9.5.1. Geometrik dönüşümlerle ilgili çıkarım yapabilme	U1, U2, U3, U4, U5, Ö1, S1, S2, S3	-
	MAT.9.5.2. İki üçgenin eş veya benzer olması için gerekli olan asgari koşullarla ilgili çıkarım yapabilme	U6, U7	Ö3, Ö5, Ö7, S6, S10, A2(1), A2(2)
	MAT.9.5.3. Bir üçgenden hareketle ona benzer üçgenler oluşturma ile ilgili yansıtma yapabilme	-	A3(5)
	MAT.9.5.4. Tales, Öklid ve Pisagor teoremlerini ispatlayabilme	-	U10, U11, U12, Ö22
	MAT.9.5.5. Eşlik ve benzerlikle ilgili çıkarım ve teoremleri içeren problemleri çözebilme	-	-
Algoritma ve Bilişim	MAT.9.3.1. Algoritma temelli yaklaşımlarla problem çözebilme	U3	-
	MAT.9.3.2. Algoritmik yapılar içerisindeki mantık bağlaçlarını ve niceleyicileri çözümleyebilme	-	-
	MAT.9.3.3. Mantık bağlaçları ve niceleyicilerin algoritmalarda kullanımına yönelik edindiği deneyimi farklı matematiksel görev ve problemlere yansıtabilme	S5, A3(1)	U10, U11, Ö8, S5, A3(1)
İstatistiksel Araştırma Süreci	MAT.9.6.1. Tek nicel değişkenli veri dağılımları ile çalışabilme ve tek nicel değişken içeren veriye dayalı karar verebilme	-	-
	MAT.9.6.2. Başkaları tarafından oluşturulan tek nicel değişkenli veri dağılımlarına ilişkin istatistiksel sonuç veya yorumları tartışabilme	-	-
Veriden Olasılığa	MAT.9.7.1. Olayların olasılığını gözleme dayalı tahmin edebilme	U1, U3	-
	MAT.9.7.2. Olayların olasılığına ilişkin tümevarımsal akıl yürütebilme	U6, U7	-

Tablo 3'te matematiksel muhakeme alan becerilerinin bütünleşik becerilerine ilişkin kodlamasına göre, MEB (2024b, 2024c) 9. sınıf matematik ders kitabında matematiksel muhakeme alan becerisini içeren 38 uygulama, üç örnek, beş sıra sizde ve iki alıştırmaya sorusu çıkarım yapma bütünleşik becerisiyle ilişkilidir. Matematiksel doğrulama veya ispat yapma bütünleşik becerisiyle ilişkili 31 uygulama, 12 örnek, dokuz sıra sizde ve sekiz alıştırmaya sorusu bulunmaktadır. Uygulama, örnek, sıra sizde ve alıştırmaya soruları başlıklarında yer alan bazı etkinliklerin, sayılar teması U2, nicelikler ve değişimler teması Ö13, algoritma ve bilişim teması S5 bölümlerinde olduğu gibi hem çıkarım yapma hem de matematiksel doğrulama veya ispat yapma becerileriyle ilişkili olduğu görülmektedir. Bu bulgulara göre matematiksel muhakeme becerisi ile ilişkili etkinlikler ağırlıklı olarak uygulama başlığı altında yer almakta bunu sırasıyla örnek, sıra sizde ve alıştırmaya bölümleri takip etmektedir.

Temalara ve öğrenme çıktıklarına göre değerlendirildiğinde sayılar, nicelikler ve değişimler, geometrik şekiller temalarının tüm öğrenme çıktıklarına yönelik kitap bölümlerinde, muhakeme becerisi ile ilişkili başlıkların yer aldığı ancak istatistiksel araştırma süreci temasında ise muhakeme becerisi içeren bir bölüm bulunmadığı görülmektedir.

Bu kısımdan itibaren yer verilen tablolarda (Tablo 5'ten Tablo 9'a kadar) “Uygulama, Örnek Sıra Sizde” sütunlarında yer alan “Toplam” ifadesi, belirtilen öğrenme çıktısına ait kitap içeriğinde bulunan ilgili başlıktaki bölüm sayısını belirtmektedir. Beceri içeren sütunu ise çıkarım yapma veya matematiksel doğrulama veya ispat yapma becerisini içeren bölüm sayısını ifade etmektedir. “Alıştırmalar” başlıklı kitap bölümü her öğrenme çıktısından sonra bir bölüm şeklinde yer almaktadır ancak bölümdeki soru sayıları farklılık göstermektedir. Alıştırmalar bölümündeki her soru ayrı ayrı incelenmiş ve kodlamalar yapılmıştır. Bu nedenle Tablo 5'ten Tablo 9'a kadar alıştırmalar sütununda yer alan toplam ifadesi ilgili öğrenme çıktısındaki alıştırmalar bölümünde yer alan soru sayısını, beceri içeren ifadesi ise beceriyi içeren soru sayısını ifade etmektedir.

Sayılar teması kapsamında muhakeme becerisinin yer aldığı uygulamalarda çıkarım yapma ve matematiksel doğrulama veya ispat yapma becerileri çoğunlukla birlikte yer almaktadır. Bu temada MAT.9.1.2 öğrenme çıktısı dışındaki tüm öğrenme çıktıklarına yönelik kitap içeriğinde her iki beceriye de yer verilmektedir.

Ders kitabında, sayılar temasının her bir öğrenme çıktısı için kitap içeriğinde uygulama, örnek, sıra sizde ve alıştırmalar başlıklarına yer verilmektedir. Bu başlıkların içeriğine bakıldığında en yüksek oranda (%61,5) uygulama içeriklerinde, en az örneklerde (%12,5) olmak üzere tüm başlıklarda muhakeme becerisi ile ilişkili bölümler olduğu görülmektedir (Tablo 5).

Tablo 5

Sayılar Teması Altında Ders Kitabında Matematiksel Muhakeme Becerisinin Görülme Sıklığı

	Öğrenme Çıktısı	Uygulama		Örnek		Sıra Sizde		Alıştırma	
		Toplam	Beceri içeren	Toplam	Beceri içeren	Toplam	Beceri içeren	Toplam	Beceri içeren
Sayılar	MAT.9.1.1	9	8	14	0	7	1	6	1
	MAT.9.1.2	5	2	4	0	5	0	5	0
	MAT.9.1.3	4	2	3	3	2	2	3	3
	MAT.9.1.4	8	4	3	0	2	1	4	0
	Yüzdeler	%61,5		%12,5		%25		%22,2	

Nicelikler ve değişimler teması kapsamında da sayılar temasına benzer şekilde MAT.9.2.2 öğrenme çıktısı haricinde tüm öğrenme çıktıklarına yönelik kitap içeriğinde çıkarım yapma ve matematiksel doğrulama veya ispat yapma becerilerine yer verilmektedir. Tablodan görüldüğü üzere (Tablo 4) bazı uygulamalar çıkarım yapma ve matematiksel doğrulama veya ispat yapma becerilerini birlikte içermektedir. Örneğin sayılar teması MAT.9.2.1 öğrenme çıktısı kapsamında yer alan U2, U3, U5, U6 numaralı uygulamalarda hem çıkarım yapma hem de matematiksel doğrulama veya ispat yapma becerilerinin birlikte yer aldığı gözlemlenmiştir.

Nicelikler ve değişimler temasının üç öğrenme çıktısı için ders kitabında dört başlığın da bulunduğu ve muhakeme becerisi ile ilişkili içeriklerin uygulama etkinliklerinde önemli yer kapladığı (%72,2) görülmektedir (Tablo 6). Bu temadaki toplam 18 uygulama etkinliğinin 13'ü muhakeme becerisi ile ilişkilidir.

Tablo 6

Nicelikler ve Değişimler Teması Altında Ders Kitabında Matematiksel Muhakeme Becerisinin Görülme Sıklıkları

	Öğrenme Çıktısı	Uygulama		Örnek		Sıra Sizde		Alıştırma	
		Toplam	Beceri içeren	Toplam	Beceri içeren	Toplam	Beceri içeren	Toplam	Beceri içeren
Nicelikler ve Değişimler	MAT.9.2.1	7	5	4	1	4	1	5	0
	MAT.9.2.2	4	3	2	0	1	0	2	0
	MAT.9.2.3	7	5	8	3	1	0	7	1
	Yüzdeler	%72,2		%28,6		%16,7		%7,1	

Geometrik şekiller teması kapsamında kitapta yer alan uygulamaların hepsinde matematiksel doğrulama veya ispat yapma bütünleşik becerisi, iki uygulamada ise ek olarak çıkarım yapma bütünleşik becerisi de yer almaktadır. Matematiksel muhakeme alan becerisi kapsamındaki iki sıra sizde başlığında ise matematiksel doğrulama veya ispat yapma becerisi bulunmaktadır. Kitabın tamamında muhakeme becerisi içeren tek kontrol noktası başlığı da (Şekil 6) bu tema kapsamındadır.

Tablo 7

Geometrik Şekiller Teması Altında Ders Kitabında Matematiksel Muhakeme Becerisinin Görülme Sıklıkları

	Öğrenme Çıktısı	Uygulama		Örnek		Sıra Sizde		Alıştırma	
		Toplam	Beceri içeren	Toplam	Beceri içeren	Toplam	Beceri içeren	Toplam	Beceri içeren
Geometrik Şekiller	MAT.9.4.1	6	6	11	0	8	2	10	0
	Yüzdeler	%100		%0		%25		%0	

Uygulama etkinliklerinin tamamı muhakeme becerisi ile ilişkili olmasına rağmen bu temanın örnek ve alıştırma kısımlarında bu beceriye yer verilmemesi dikkat çekicidir. Sıra sizde bölümleri ise %25 oranında muhakeme becerisine yönelik içeriğe sahiptir (Tablo 7).

Eşlik ve benzerlik teması kapsamındaki beş öğrenme çıktısının ikisi (MAT.9.5.1 ve MAT.9.5.2) çıkarım yapma bütünleşik becerisi ile ilişkili iken bir öğrenme çıktısı (MAT 9.5.4) doğrudan matematiksel ispat yapma becerisine yöneliktir. Dolayısıyla bu öğrenme çıktılarına yönelik kitap içeriğinde ilişkili oldukları bütünleşik beceriyi içeren uygulama, örnek, sıra sizde etkinlikleri ve alıştırma soruları bulunmaktadır. Yansıtmayı içeren MAT 9.5.3 öğrenme çıktısı kapsamında matematiksel ispata yönelik bir alıştırma sorusu bulunurken, problem çözmeye yönelik MAT 9.5.5 öğrenme çıktısı kapsamındaki kitap içeriğinde muhakeme becerisine ait herhangi bir etkinlik yer almamaktadır.

Tablo 8

Eşlik ve Benzerlik Teması Altında Ders Kitabında Matematiksel Muhakeme Becerisinin Görülme Sıklıkları

	Öğrenme Çıktısı	Uygulama		Örnek		Sıra Sizde		Alıştırma	
		Toplam	Beceri içeren	Toplam	Beceri içeren	Toplam	Beceri içeren	Toplam	Beceri içeren
Eşlik ve Benzerlik	MAT.9.5.1	5	5	2	1	4	3	4	0
	MAT.9.5.2	2	2	11	3	6	2	12	2
	MAT.9.5.3	2	0	5	0	2	0	5	1
	MAT.9.5.4	3	3	11	1	3	0	12	0
	MAT.9.5.5	1	0	2	0	2	0	3	0
	Yüzdeler	%76,9		%16,1		%29,4		%8,3	

Ders kitabında, eşlik ve benzerlik temasındaki içeriklerde diğer temalara benzer şekilde uygulama etkinlikleri büyük oranda (%76,9) muhakeme becerisi ile ilişkili olup sıra sizde (%29,4), örnek (16,1) ve alıştırma başlıklarında (%8,3) bu beceriye sınırlı düzeyde yer verilmiştir (Tablo 8).

Öğretim programında algoritma ve bilişim temasında öğretim programında muhakeme alan becerisi yer almasa da bu temanın üç öğrenme çıktısından ikisine yönelik kitap bölümlerinde matematiksel muhakeme becerisi ile ilişkili etkinlikler bulunmaktadır. Kitapta muhakeme becerisi ile ilişkili tek performans görevine de (Şekil 7) bu tema kapsamındaki kitap bölümünde yer verilmektedir.

Öğretim programında algoritma ve bilişim teması için muhakeme alan becerisi vurgulanmadığından ders kitabında da bu temadaki başlıklarda muhakeme ile ilişkili içeriklerin oranı görece olarak düşüktür. Uygulama etkinliklerinde muhakeme becerisine %27,3 oranında yer verilirken örnek (%12,5), sıra sizde (%20) ve alıştırma (%33,3) başlıklarından sadece birer tanesi muhakeme ile ilişkilidir (Tablo 9).

Tablo 9

Algoritma ve Bilişim Teması Altında Ders Kitabında Matematiksel Muhakeme Becerisinin Görülme Sıklıkları

	Öğrenme Çıktısı	Uygulama		Örnek		Sıra Sizde		Alıştırma	
		Toplam	Beceri içeren	Toplam	Beceri içeren	Toplam	Beceri içeren	Toplam	Beceri içeren
Algoritma ve Bilişim	MAT.9.3.1	7	1	6	0	3	0	1	0
	MAT.9.3.2	2	0	1	0	1	0	1	0
	MAT.9.3.3	2	2	1	1	1	1	1	1
	Yüzdeler	%27,3		%12,5		%20		%33,3	

İstatistiksel araştırma süreci temasında öğretim programındaki alan becerileri kısmında ve öğrenme çıktılarında muhakeme becerisine yönelik bir ifade olmadığı gibi buna paralel olarak kitapta da muhakeme ile ilişkili içeriğin yer almadığı ortaya çıkmıştır.

Veriden olasılığa temasında ise her iki öğrenme çıktısı kapsamındaki kitap içeriğinde çıkarım yapma bütünlük becerisiyle ilişkili uygulama etkinlikleri olduğu görülmektedir. Bu tema kapsamında toplam yedi uygulama etkinliğinin dördü de çıkarım yapma becerisine yöneliktir. Dolayısıyla bu temadaki uygulama etkinliklerinin %57,1'i muhakeme becerisi ile ilişkilidir. Ancak

örnek, sıra sizde ve alıştıırma başlıklarında muhakeme becerisine yer verilmemiştir.

Ders kitabında temalara ilişkin bölümlerde uygulama, örnek, sıra sizde ve alıştıırma başlıklarına ek olarak sıklıkla karekodlar verilmiştir. Bu karekodlarla içeriklere erişim sağlanmış ve kitapta yer alan etkinliklerle aynı şekilde analiz edilmişlerdir. Bu içeriklerde her bir tema için matematiksel muhakeme becerisine rastlama sıklıklarına ilişkin bulgular Tablo 10'da yer almaktadır.

Karekod içeriklerinde sayılar (%40), geometrik şekiller (%40), eşlik ve benzerlik (%21,4), algoritma ve bilişim (%20) temalarında muhakeme becerisi ile ilişkili beceriler bulunmaktadır. Nicelikler ve değişim, istatistiksel araştırma süreci, veriden olasılığa temalarındaki karekod içeriklerinde muhakeme becerisine yer verilmediği görülmektedir. Kitabın bütününde yer alan 98 karekod içeriğinden 13'ü yani %13,3'ü muhakeme ile ilişkilidir. Sayılar temasındaki matematiksel muhakeme becerisini içeren dört karekodun üçü çalışma kâğıdına yönlendirmektedir ve bu çalışma kâğıdında yer alan soruların bazılarında bu beceriye rastlanmaktadır. Bu çalışma kâğıtlarında yer alan sorularda, verilen önermenin doğruluğunu gösterme ve ispatlama ifadelerine yer verildiği gözlenmiştir. Diğer karekod ise özdeşliğin görsel ispatının yer aldığı bir animasyondur. Geometrik şekiller temasındaki muhakeme ile ilişkili dört içerikten ikisi animasyon, biri çalışma kâğıdı diğeri ise zenginleştirme etkinliği şeklindedir. Eşlik ve benzerlik temasındaki üç karekodun biri çalışma kâğıdına, biri ek ölçme etkinliklerine diğeri ise zenginleştirme etkinliklerine yönlendirmektedir. Algoritma ve bilişim temasındaki muhakeme becerisi ile ilişkili iki karekodun biri çalışma kâğıdı diğeri zenginleştirme etkinliği şeklindedir.

Tablo 10

Karekod Yönlendirmelerinde Matematiksel Muhakeme Becerisinin Görülme Sıklıkları

Tema	Toplam	Karekod	
		Beceri İçeren	Yüzdellik
Sayılar	10	4	%40
Nicelikler ve Değişimler	14	0	%0
Geometrik Şekiller	10	4	%40
Eşlik ve Benzerlik	14	3	%21,4
Algoritma ve Bilişim	10	2	%20
İstatistiksel Araştırma Süreci	23	0	%0
Veriden Olasılığa	17	0	%0

Sonuç, Tartışma ve Öneriler

Bu çalışmada TYMM Matematik Dersi Öğretim Programı'na uygun olarak MEB tarafından hazırlanan ve 2024-2025 eğitim öğretim yılında 9. sınıflarda kullanılmaya başlanan matematik ders kitabı, matematiksel muhakeme becerisinin yer alma şekli ve sıklığı açısından analiz edilmiştir. Kitap incelemesine paralel olarak Matematik Dersi Öğretim Programı da incelenmiş ve her temada alan becerilerinden hangilerine yer verildiği belirlenmiştir. Yapılan analizde sayılar, nicelikler geometrik şekiller, eşlik ve benzerlik temalarındaki alan becerilerinde matematiksel muhakeme becerisine yer verildiği ve sayılar, geometrik şekiller, eşlik ve benzerlik temalarında ek olarak matematiksel doğrulama veya ispat yapma becerisinin de yer aldığı sonucuna ulaşılmıştır. Algoritma ve bilişim, veriden olasılığa temalarında muhakeme becerisi, alan becerileri kısmında açıkça yer almasa da kitapta bazı bölümlerde bu temalar kapsamında da muhakeme becerisi ile

ilişkili içerikler olduğu ortaya çıkmıştır. Öğretim programında yer alan temalarda eğer öğrenme çıktısı ve süreç bileşenlerinde muhakeme yapabilme, çıkarım yapma, ispat edebilme vb. ifadeler yer alıyorsa ders kitabında özellikle uygulama başlığı altında muhakeme becerisine yönelik içeriklere yer verildiğini dolayısıyla öğretim programının beklentilerinin kitaba yansıtılmaya çalışıldığını söylemek mümkündür. Öğrenme çıktısında bu ifadelerin yer almaması kitapta bu öğrenme çıktısı için ayrılan bölümde muhakeme becerisine yer verilmediği anlamına gelmemektedir. Ancak bu ifadelerin bulunduğu öğrenme çıktıları kapsamındaki içeriklere göre daha az yer aldığını söyleyebiliriz. Öğretim programında istatistiksel araştırma süreci temasında muhakeme becerisine açıkça yer verilmediği gibi bu tema kapsamındaki kitap içeriklerinde de hiçbir başlık altında matematiksel muhakeme becerisine rastlanmamıştır. Matematik eğitiminde gittikçe artan bir öneme sahip olan istatistik öğretimi kapsamında muhakeme becerisine yer verilmemesi dikkat çekicidir. Literatürde istatistik öğretiminde öğrencilerin sadece tanımları bilme, formülleri uygulama, grafik ve tabloları okuma, yorumlama ile sınırlı kalmayıp istatistiksel akıl yürütme becerilerini geliştirmeleri gerektiği vurgulanmaktadır (Garfield & Ben-Zvi, 2004; Moore, 1990). İstatistik öğretimindeki ana hedefler istatistiksel muhakeme ve okuryazarlık becerilerini geliştirmek olarak belirtilmektedir (Ben-Zvi, 2020). TYMM Matematik Dersi Öğretim Programı'nda istatistiksel araştırma süreci teması, veri ile çalışma ve veriye dayalı karar verme alan becerisine vurgu yapmaktadır. Okuryazarlık becerileri kapsamında da veri okuryazarlığı yer almaktadır (MEB, 2024d). Ancak istatistik eğitimi literatürüne paralel olarak öğretim programında ve kitap içeriklerinde, istatistik konuları kapsamında istatistiksel muhakeme ve istatistiksel okuryazarlığa vurgu yapılmasının daha uygun olacağı düşünülmektedir. Literatürde istatistiksel muhakeme farklı muhakeme türlerinden biri olarak tanımlanmakta (Kolloosche, 2021) ve veriye dayalı karar verme, kararı dayanaklarıyla sunma, verilerden çıkarım yapma ve bu çıkarımları gerekçelendirme şeklinde açıklanmaktadır (Garfield, 2002, 2003; Garfield & Gal, 1999). Bu nedenle istatistiksel araştırma teması kapsamında muhakemeyi öne çıkaran verilere dayalı kararları dayanaklarıyla sunma, gerekçelendirme, veriye dayalı çıkarımda bulunma ve çıkarımlarını doğrulama türünde içeriklere de yer verilmesi önerilebilir.

İncelenen ders kitabında yer alan matematiksel muhakeme becerisine yönelik kitap bölümleri, çıkarım yapma ve matematiksel doğrulama veya ispat becerileri kapsamında analiz edildiğinde bazı başlıklarda çıkarım yapma, bazılarında matematiksel doğrulama veya ispat ve bazılarında da her ikisinin birlikte yer aldığı belirlenmiştir. Becerilerden herhangi birinin öne çıkmadığı ve ikisine de benzer şekilde yer verildiği ayrıca istatistiksel araştırma süreci teması dışında tüm temalarda muhakeme ve ispat ile ilişkili içerikler olduğu görülmüştür. Otten ve diğerlerine (2014) göre matematiksel ispatlar genellikle ortaöğretimde geometri derslerinde/konularında açıkça tanıtılmaktadır ancak TYMM Matematik Dersi Öğretim Programı'nda ve 9. Sınıf Matematik ders kitabında geometri konuları dışında da ispatlara açıkça yer verildiği sonucuna ulaşılmıştır.

Matematiksel muhakeme becerisinin kitapta en çok uygulama (%58,4) başlığı altında yer aldığı ve bunu sırasıyla sıra sizde (%19,4), örnek (%12,9) ve alıştırmaya (%9,8) başlıklarının izlediği görülmüştür. Bu sonuç, ders kitaplarında muhakemenin özellikle yapılandırılmış, yönlendirmeli görevlerde daha fazla yer aldığını göstermektedir (Stein vd., 2000; Stylianides, 2007). MEB (2024b, 2024c) ders kitabı incelendiğinde öğrenenin ön bilgilerine yönelik değerlendirme sonrasında ilgili öğrenme çıktısına ilişkin günlük hayat ilişkileri, dikkat çekme gibi derse giriş etkinlikleri verilmekte ve kitapta her tema ve temanın öğrenme çıktıları için içerik sunumu uygulama, örnek, sıra sizde ve alıştırmaya biçiminde ilerlemektedir. Uygulama bölümlerinin içeriği detaylı incelendiğinde birden fazla adıma yer verildiği, bu adımlarda öğrenciye rehberlik eden ifadeler olduğu belirlenmiştir. Uygulama adımlarının matematiksel muhakeme alan becerisinin çıkarım yapma ve matematiksel doğrulama veya ispat yapma bütünleşik becerilerindeki süreç bileşenlerine yönelik olduğu gözlenmektedir.

Dolayısıyla bu durum matematiksel muhakeme becerisinin yönlendirmelerle adım adım öğrenciye kazandırılmak istendiğini düşündürmektedir. Kitap içerisinde örnekler çözümlü olarak verilmektedir ve öğrenenin elde ettiği bilgileri kullanmasını sağlayan kitap bölümüdür. Sıra sizde bölümü ise öğrenenin kendisi ile baş başa kaldığı rehberlik eden ifadelerin yer almadığı bölüm olarak tanımlanabilir. Dolayısıyla kitap içerisinde yer alan kitap bölümlerinin içeriği sunma amaçları düşünüldüğünde matematiksel muhakeme becerisine ağırlıklı olarak uygulama bölümünde yer verilmesinin nedeninin, öğrencinin bu beceriyi kazanmasını desteklemek ve matematiksel bilgileri hazır olarak sunmak yerine öğrenci tarafından adım adım yapılandırılmasını sağlamak olduğu söylenebilir. Uygulama bölümlerindeki yönlendirmeler rehberlik etme açısından katkı sağlasa da aşırı yönlendirmenin öğrencinin düşünme becerilerini pasifleştirebileceği ve sadece tekrar eden bir çözüm alışkanlığına dönüşebileceği (Kirschner vd., 2006) gibi bir risk barındırmaktadır. Bu nedenle öğrencinin kendi başına yapması beklenen sıra sizde, alıştırmalar gibi kitap bölümlerinde matematiksel muhakeme becerisine daha sık yer verilmesinin önemli olduğu düşünülmektedir. Ancak analiz bulguları, bu bölümlerde muhakeme becerisinin yer alma oranının görece düşük olduğunu (%19,4 ve %9,7) ortaya koymuştur. Sıra sizde ve alıştırmalar başlıklarındaki içeriklerin matematiksel muhakeme becerisine yönelik çeşitlendirilmesi önerilmektedir. Ayrıca kitapta yer alan araştırma ödevi, proje ödevi ve performans görevi gibi öğrencinin derinlemesine düşünmesini sağlayabilecek bölümlerde muhakeme becerisine sistematik olarak yer verilmemiştir. Oysaki bu bölümler, öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerini kullanabilecekleri görevlerle kendi muhakemelerini inşa etmelerine olanak sağlayabilir (Brookhart, 2010; Zohar & Dori, 2003). Bu nedenle, söz konusu bölümlerin yeniden yapılandırılarak muhakeme becerileri ile ilişkilendirilmesi önerilebilir. Bundan sonra yazılacak diğer sınıf düzeylerine yönelik ders kitaplarında da bu duruma dikkat edilmesi ve uygulama başlığı dışındaki başlıklar altında da muhakeme becerisine ve bu becerinin bütünleşik becerilerine yönelik içeriklere daha fazla yer verilmesi düşünülebilir.

Bilgi iletişim teknolojileri kullanımının artmasıyla ders materyallerinde karekodlara yer verilme sıklığının arttığı gözlenmektedir. Benzer biçimde incelenen ders kitabında da sıklıkla karekodlara yer verilmiştir. Bu karekodların ders kitabı içerisinde çalışma kâğıdı, animasyon, ek ölçme değerlendirme gibi etkinliklere yönlendirme, verilere ulaşma, bilgilendirme gibi farklı amaçlar kapsamında kullanıldığı tespit edilmiştir. Günümüzde ders kitaplarına dijital kaynaklar (dinamik geometrik gösterimler, inşa şablonları vb.) eklenerek matematiksel muhakemeye ilişkin boşluklar doldurulmaya çalışılmaktadır (Stacey & Vincent, 2009). Kitap içerisinde yer alan karekodların %13,26'sı matematiksel muhakeme becerisini içermektedir. Matematiksel muhakeme becerisini içeren karekodlar “sayılar”, “geometrik şekiller”, “eşlik ve benzerlik” ve “algoritma bilişim” temaları kapsamındadır. Bu beceriyi içeren karekodlar çalışma kâğıdına ve animasyona yönlendirmede ön plana çıkmaktadır.

2024–2025 eğitim öğretim döneminde yürürlüğe giren TYMM kapsamında, ortaöğretim kademesinde yalnızca 9. sınıf düzeyine yönelik ders kitapları hazırlanarak öğretim sürecinde kullanılmaya başlanmıştır ve MEB tarafından basılan tek bir matematik ders kitabı bulunmaktadır. Bu nedenle, bu çalışmada elde edilen sonuçlar yalnızca söz konusu kitapla sınırlıdır. Aynı sınıf düzeyinde farklı ders kitaplarının bulunmaması ve diğer sınıf düzeylerine ait kitapların henüz yayımlanmamış olması nedeniyle aynı tema farklı sınıf düzeylerinde karşılaştırılamamıştır. Bu nedenle ilerleyen yıllarda farklı sınıf düzeylerinde ders kitaplarının yayımlanmasıyla birlikte benzer çalışmaların farklı kitaplarla yapılması ve temalar üzerinden karşılaştırmalı olarak yürütülmesi önerilmektedir. Bunun yanında ders kitabındaki içeriklerin öğretmenler tarafından nasıl algılandığı, yorumlandığı ve sınıf içi uygulamalarda nasıl yer bulduğu da önemli bir araştırma konusu olarak öne çıkmaktadır. Yapılacak çalışmalarda öğretmen ve öğrencilerin ders kitaplarını ne şekilde kullandıkları, öğretmenlerin ders kitabı hakkındaki görüşleri araştırılabilir.

Extended Summary

Introduction

There is a need for continuous updating of the curriculum in line with social, technological, scientific and political developments. Studies conducted in this context are not limited to changes in course contents but also include updates in pedagogical approaches, skills and learning outcomes. Changes in curriculum are considered as a development process aimed at improving the quality of educational content (Schoenfeld, 2014). The Century of Türkiye Education Model (TYMM), implemented by the Ministry of National Education (MoNE) in the 2024–2025 academic year, is a comprehensive reform that includes significant changes. This model defines domain-specific skills for various disciplines, and identifies mathematical reasoning as one of the domain skills in mathematics.

Mathematical reasoning is recognized as one of the fundamental components of teaching and learning mathematics (Nhiry et al., 2023). National curriculums of various countries emphasize that reasoning and proof are essential elements of mathematics education (Jeanotte & Kieran, 2017; Zhou et al., 2025). There is no common definition of mathematical reasoning (Aydoğan Yenmez & Gökçe, 2023) and it is emphasized that it is not clear what exactly it includes and how it will be characterized (Jeanotte & Kieran, 2017). According to the MoNE (2024), mathematical reasoning is defined as “the process of making logically sound inferences based on knowledge or assumptions.”

Textbooks, which are one of the main resources for the implementation of curricula, serve as an important indicator of the quality of learning opportunities offered to students (Doğan, 2019; Valverde et al., 2002). It is emphasized that textbooks can provide significant support to the reasoning process through the examples, activities, and instructional guidance they offer to students and teachers (Aydoğan Yenmez & Gökçe, 2023; Gracin & Matič, 2021; Stylianides, 2009). The literature suggests that textbooks have received limited scholarly attention, particularly in relation to proof and reasoning (Sakallı et al., 2024; Stylianides, 2009). The increased emphasis on skills introduced by the TYMM has brought forth the question of how these skills are integrated into textbooks. In this context, the aim of this study is to examine how the mathematical reasoning skill is represented in the 9th grade upper secondary mathematics textbook and to identify the types of learning opportunities provided in relation to this skill. In this context, the research questions are as follows:

- How is mathematical reasoning skill included in textbooks?
- How often is mathematical reasoning skill included in textbook sections?

Methodology

Since the study aims to examine how the mathematical reasoning skill, which is included as one of the mathematical domain skills in the TYMM, is reflected in the content of the textbook, a document analysis was conducted. The data for the study consist of the 9th Grade Mathematics Course Book 1 and 2 and the upper secondary mathematics curriculum.

The analysis process was carried out by following steps:

- Mathematical reasoning skills, inference making and mathematical proof and/or verification integrated skills and process components of these skills were examined in detail. As a result, expressions such as making assumptions, comparing, proposing, evaluating, proving etc., in the process components were identified to be used in coding the data.

- The sections corresponding to each theme in the 9th grade mathematics textbook were examined and coded according to the predetermined codes.
- Content tables listing the chapter titles corresponding to each theme and its learning outcomes in the textbook were created. Sections containing reasoning skills were recorded in the relevant parts of these tables.
- The frequency of mathematical reasoning skills for each learning outcome was determined by combining the tables belonging to the themes.

Each theme was coded sequentially and underwent expert review. To ensure consistency, previously coded themes were iteratively re-examined, and the final coding was established through consensus between two researchers.

Findings

The 9th-grade mathematics curriculum identifies mathematical reasoning as a specific domain skill in the themes of Numbers, Quantities and Changes (QC), Geometric Shapes (GS), and Congruence and Similarity (CS). In the Numbers, GS, and CS themes, this focus extends to include mathematical verification and proof skills. Although the themes of Algorithms and Informatics (AI), Statistical Research Process (SRP), and From Data to Probability (PD) do not explicitly emphasize reasoning in the curriculum, the textbook still incorporates these skills within specific titles under the AI and PD themes. Across the textbook, mathematical reasoning skills—comprising inference, verification, and proof—are predominantly featured in the Practice, Example, Your Turn (YT), and Exercise sections, as well as in activities accessed via QR codes. Outside of these primary headings, reasoning is rare, appearing only once in a performance task and once in a checkpoint section. Notably, within the Numbers theme, the textbook addresses reasoning skills across all learning outcomes. Within this theme, sections related to reasoning skills were identified under all headings, with the highest proportion found in practice content (61.5%) and the lowest in examples (12.5%). In the theme of QC, the textbook includes all four headings for the three learning outcomes, with content related to the reasoning skill prominently featured in practice activities (72.2%). Although all of the practice activities in the book on the theme of GS are related to reasoning skills, it is noteworthy that this skill is not included in the examples and exercises sections of this theme. The YT sections have 25% of the content related to reasoning skills. In the textbook, content related to the theme of CS shows a pattern similar to other themes, with practice activities predominantly associated with the reasoning skill (76.9%), while the YT (29.4%), examples (16.1%), and exercises (8.3%) sections contain this skill to a more limited extent. Since the curriculum does not emphasize the reasoning domain skill for the theme of AI, the proportion of reasoning-related content in the textbook sections under this theme is relatively low. While reasoning skills are included in 27.2% of practice activities, only one instance of reasoning-related content is found in each of the examples (12.5%), YT (20%), and exercises (33.3%) sections. In the theme of PD from data, 57.1% of the practice activities are related to the reasoning skill. However, the examples, YT, and exercises sections do not include content related to reasoning. In addition to the practice, examples, YT and exercises sections, the textbook frequently provides QR codes linked to supplementary activities. Analysis of these QR code contents reveals that reasoning-related skills are present in the themes of numbers (40%), GS (40%), CS (21.4%), and AI (20%). Conversely, no reasoning-related content is found in the QR code activities for the themes of QC, the SRP, and probability from data. Out of a total of 98 QR code contents throughout the textbook, 13 (13.2%) are associated with the reasoning skill.

Discussions, Conclusions, and Recommendations

In this study, the 9th-grade mathematics textbook prepared by the MoNE for use in the 2024–2025 academic year, in accordance with the TYMM curriculum, was examined in terms of the presence and frequency of the mathematical reasoning skill. In parallel with the textbook review, the curriculum was also analyzed to determine which domain-specific skills were included within each theme. The analysis revealed that the mathematical reasoning skill is incorporated within the domain skills of the themes of numbers, quantities, GS, and CS. Furthermore, in the themes of numbers, GS, and CS, the skills of mathematical verification and proof were additionally included. Although the reasoning skill is not explicitly included as a domain-specific skill in the themes of AI, and PD from data, the textbook analysis revealed that some sections within these themes also contain content related to the reasoning skill. The mathematical reasoning skill appears most frequently under the practice heading (58.4%), followed by YT (19.4%), examples (12.9%), and exercises (9.8%). This finding indicates that reasoning is more commonly featured in structured, guided tasks within textbooks (Stein et al., 2000; Stylianides, 2007). While the guidance provided in practice sections can support student learning, excessive scaffolding may risk disengaging students' critical thinking skills and reducing their work to mere repetitive procedures (Kirschner et al., 2006). Therefore, it is considered important to increase the frequency of mathematical reasoning opportunities in less guided sections, such as YT and exercises, where students are expected to work more independently. As textbooks for different grade levels are published in the coming years, it is recommended that similar studies be conducted with other textbooks and that comparative analyses across themes be carried out. In addition, how teachers perceive and interpret the content of textbooks and how it is applied in the classroom is also an important research topic. Future studies could investigate how teachers and students use textbooks and teachers' opinions about textbooks.

Yazar Katkıları: Yazarlar çalışmaya %50 oranında eşit katkı sağlamıştır.

Çıkar Çatışması: Yazarlar arasında herhangi bir çıkar çatışması bulunmamaktadır.

Etik Beyanı: Bu çalışmada “Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi”nde belirtilen kurallara uyulduğunu ve bilimsel araştırma ve yayın etiğine aykırı eylemlere dayalı hiçbir işlem yapmadığımızı beyan ederiz. Aynı zamanda tüm yazarların çalışmaya katkıda bulunduğu, yazarlar arasında herhangi bir çıkar çatışmasının bulunmadığını, tüm etik ihlallerde tüm sorumluluğun makale yazarlarına ait olduğunu beyan ederiz.

Etik Kurul İzni: Araştırma, erişime açık dokümanların incelenmesi şeklinde yürütüldüğünden etik onay gerektirmemektedir.

Finansman: Bu araştırma herhangi bir fon almamıştır.

Telif Hakları: Millî Eğitim dergisinde yayımlanan çalışmaların Creative Commons Atıf-Ticari Olmayan 4.0 Uluslararası Lisansı ile lisanslanmıştır.

Veri Kullanılabilirliği Beyanı: Bu çalışma sırasında oluşturulan veya analiz edilen veriler, talep üzerine yazarlardan temin edilebilir.

Yazma Yardımı için Yapay Zekâ Kullanımı: Çalışmada yapay zekâ kullanılmamıştır.

Kaynakça

- Altıparmak, K., & Öziş, T. (2005). Matematiksel ispat ve matematiksel muhakemenin gelişimi üzerine bir inceleme. *Ege Eğitim Dergisi*, 6(1), 25–37.
- Arslan, Ç. (2007). *İlköğretim öğrencilerinde muhakeme etme ve ispatlama düşüncesinin gelişimi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Uludağ Üniversitesi.
- Aydoğan Yenmez, A., & Gökçe, S. (2023). Pursuing the traces of mathematical reasoning. *Asia Pacific Education Review*, 26, 5–19. <https://doi.org/10.1007/s12564-023-09895-5>
- Ayyıldız, P., & Fidan, T. (2024). Nitel araştırmalarda veri analizi. F. Nayır & T. Atmaca (Ed.ler), *Nitel araştırmalarda tasarım ve uygulama* içinde (ss. 39–60). Anı Yayıncılık.
- Bell, A. W. (1976). A study of pupils' proof-explanations in mathematical situations. *Educational Studies in Mathematics*, 7, 23–40.
- Ben-Zvi, D. (2020). Data handling and statistics teaching and learning. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 177–181). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_41
- Bieda, K., Ji, X., Drwencke, J., & Picard, A. (2014). Reasoning-and-proving opportunities in elementary mathematics textbooks. *International Journal of Educational Research*, 64, 71–80.
- Bowen, G. A. (2009). Document analysis as a qualitative research method. *Qualitative Research Journal*, 9(2), 27–40.
- Brookhart, S. (2010). *How to assess higher-order thinking skills in your classroom*. ASCD.
- Cambridge University Press. (n.d.). Reasoning. In *Cambridge Dictionary*. Retrieved November 12, 2025, from <https://dictionary.cambridge.org/dictionary/english/reasoning>
- Cansız Aktaş, M. (2019). Nitel veri toplama teknikleri. H. Özmen & O. Karamustafaoğlu (Ed.ler), *Eğitimde araştırma yöntemleri* içinde (ss. 114–139). Pegem Akademi Yayıncılık.
- Cırık, İ. & Sağır Akpolat, T. (2024). Abdüktif Düşünmenin K12 Beceri Geliştirme Sürecindeki Rolü: Matematik Dersi Örneği. *Milli Eğitim*, 53(241), 519-542. <https://doi.org/10.37669/milliegitim.1308508>
- Doğan, M. (2019). Sekizinci sınıf matematik ders kitabındaki matematiksel akıl yürütme ve ispat öğrenme olanakları. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20(2), 601–618. <https://doi.org/10.17679/inuefd.527243>
- Edwards, L. D. (1999). Odds and evens: Mathematical reasoning and informal proof among high school students. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(4), 489–504. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(99\)00002-4](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(99)00002-4)
- Fu, Y., Qi, C., & Wang, J. (2022). Reasoning and proof in algebra: The case of three reform-oriented textbooks in China. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 22, 130–149. <https://doi.org/10.1007/s42330-022-00199-1>
- Fujita, T., & Jones, K. (2014). Reasoning-and-proving in geometry in school mathematics textbooks in Japan. *International Journal of Educational Research*, 64, 81–91. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2013.09.014>
- Fischbein, E. (1982). Intuition and proof. *For the Learning of Mathematics*, 3(2), 9–18.

- Garfield, J. (2002). The challenge of developing statistical reasoning. *Journal of Statistics Education*, 10(3). <http://jse.amstat.org/v10n3/garfield.html>
- Garfield, J. (2003). Assessing statistical reasoning. *Statistics Education Research Journal*, 2(1), 22–38. <http://fehps.une.edu.au/serj>
- Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2004). Research on statistical learning and reasoning. In J. B. Garfield & D. Ben-Zvi (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 5–22). Kluwer Academic Publishers.
- Garfield, J., & Gal, I. (1999). Teaching and assessing statistical reasoning. In L. Stiff (Ed.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12* (pp. 207–219). National Council of Teachers of Mathematics.
- Gracin, D., & Matič, L. (2021). Use of textbooks and other resources in curriculum reform: A longitudinal case study. *ZDM Mathematics Education*, 53, 1373–1385. <https://doi.org/10.1007/s11858-021-01271-0>
- Güler, G. (2020). Akıl yürütme ve ispat ilişkisi. I. Uğurel (Ed.), *Matematiksel ispat ve öğretimi: Okul yıllarında ispat öğretimini destekleyen çok yönlü bir bakış* içinde (s. 89–112). Anı Yayıncılık.
- Hanna, G., & Jahnke, H. N. (1996). Proof and proving. In A. J. Bishop et al. (Eds.), *International handbook of mathematics education: Part 1* (pp. 877–908). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-009-1465-0_27
- Hanna, G., & de Villiers, M. (2008). ICMI study 19: Proof and proving in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, 40(2), 329–336. <https://doi.org/10.1007/s11858-008-0073-4>
- Harel, G., & Sowder, L. (2007). Toward comprehensive perspectives on the learning and teaching of proof. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 2, pp. 805–842). Information Age Publishing.
- Heinze, A., & Reiss, K. (2003, June). Reasoning and proof: Methodological knowledge as a component of proof competence. *Proceedings of the Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education*. Bellaria, Italy.
- Hemmi, K., Lepik, M., & Viholainen, A. (2013). Analysing proof-related competences in Estonian, Finnish and Swedish mathematics curricula—towards a framework of developmental proof. *Journal of Curriculum Studies*, 45(3), 354–378. <https://doi.org/10.1080/00220272.2012.754055>
- Herbel-Eisenmann, B. A. (2007). From intended curriculum to written curriculum: Examining the “voice” of a mathematics textbook. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(4), 344–369. <https://doi.org/10.2307/30034878>
- Hersh, R. (1993). Proving is convincing and explaining. *Educational Studies in Mathematics*, 24(4), 389–399.
- Hersh, R. (2009). What I would like my students to already know about proof. In D. A. Stylianou, M. L. Blanton, & E. J. Knuth (Eds.), *Teaching and learning proof across the grades: A K-16 perspective* (pp. 17–20). Routledge.
- Hong, D. S., & Choi, K. M. (2018). Reasoning and proving opportunities in textbooks: A comparative analysis. *International Journal of Research in Education and Science (IJRES)*, 4(1), 82–97. <https://doi.org/10.21890/ijres.382937>
- Hoyles, C. (1997). The curricular shaping of students’ approaches to proof. *For the Learning of Mathematics*, 17(1), 7–16.

- Jeannotte, D., & Kieran, C. A. (2017). Conceptual model of mathematical reasoning for school mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 96, 1–16. <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9761-8>
- Karabey, B., & Erdoğan, A. (2023). K12 beceriler çerçevesi Türkiye bütüncül modeli matematik alan becerileri. *Milli Eğitim Dergisi*, 52(1), 971-996. <https://doi.org/10.37669/milliegitim.1309180>
- Karakuş, F., & Korkutan, E. (2021). An examination of proofs on geometry and measurement in middle school mathematics textbooks within the scope of reasoning and evidence analytical framework. *Manisa Celal Bayar University Journal of the Faculty of Education*, 9, 1–16. <https://doi.org/10.52826/mcbuefd.840090>
- Kirschner, P., Sweller, J., & Clark, R. (2006). Why minimal guidance during instruction does not work: An analysis of the failure constructivist, discovery, problem-based, experiential and inquiry-based teaching. *Educational Psychologist*, 41(2), 75–86. https://doi.org/10.1207/s15326985ep4102_1
- Kollosche, D. (2021). Styles of reasoning for mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 107(3), 471–486. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10046-z>
- Komatsu, K. (2016). A framework for proofs and refutations in school mathematics: Increasing content by deductive guessing. *Educational Studies in Mathematics*, 92, 147–162. <https://doi.org/10.1007/s10649-015-9677-0>
- Lithner, J. (2000). Mathematical reasoning in task solving. *Educational Studies in Mathematics*, 41, 165–190. <https://doi.org/10.1023/A:1003956417456>
- Lithner, J. (2003). Students' mathematical reasoning in university textbook exercises. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 29–55. <https://doi.org/10.1023/A:1023683716659>
- Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67, 255–276. <https://doi.org/10.1007/s10649-007-9104-2>
- Merriam, S. B., & Tisdell, E. J. (2018). *Nitel araştırma: Desen ve uygulama için bir rehber* (S. Turan, Çev., 4. baskı). Nobel Yayıncılık. (Orijinal eserin yayın tarihi 2015).
- Metin, O., & Ünal, Ş. (2022). İçerik analizi tekniği: İletişim bilimlerinde ve sosyolojide doktora tezlerinde kullanımı. *Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 22(Özel Sayı), 273–294. <https://doi.org/10.18037/ausbd.1227356>
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2005). *Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı (9–12. sınıflar)*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2010). *Ortaöğretim geometri dersi öğretim programı (9–12. sınıflar)*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2011). *Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı (9–12. sınıflar)*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2013). *Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı (9–12. sınıflar)*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2018). *Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı (9–12. sınıflar)*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

- Milli Eğitim Bakanlığı. (2024a). *Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı (hazırlık, 9,10,11 ve 12. sınıflar)*
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2024b). *Ortaöğretim matematik 9 ders kitabı (1. Kitap)*.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2024c). *Ortaöğretim matematik 9 ders kitabı (2. Kitap)*.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2024d). *Türkiye yüzyılı maarif modeli: Öğretim programları ortak metni*.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2025, 26 Nisan). *TYMM süreci*. <https://tymm.meb.gov.tr/surec>
- Mingus, T. T., & Grassl, R. M. (1999). Preservice teacher beliefs about proofs. *School Science and Mathematics*, 99(8), 438–444. <https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.1999.tb17506.x>
- Moore, D. S. (1990). Uncertainty. In L. A. Steen (Ed.), *On the shoulders of giants: New approaches to numeracy* (pp. 95–137). National Academy Press.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*.
- National Research Council. (2004). *On evaluating curricular effectiveness: Judging the quality of K-12 mathematics evaluations*. National Academy Press.
- Nhiry, M., Abouhanifa, S., & El Khouzai, E. (2023). The characterization of mathematical reasoning through an analysis of high school curricula and textbooks in Morocco. *Cogent Education*, 10(1). <https://doi.org/10.1080/2331186X.2023.2188797>
- Otten, S., Gilbertson, N., Males, L., & Clark, D. (2014). The mathematical nature of reasoning-and-proving opportunities in geometry textbooks. *Mathematical Thinking and Learning*, 16, 51–79. <https://doi.org/10.1080/10986065.2014.857802>
- Porteous, K. (1994). When a truth is seen to be necessary. *Mathematics in School*, 23(5), 2–5. <https://www.jstor.org/stable/30215105>
- Remillard, J. T., & Heck, D. J. (2014). Conceptualizing the curriculum enactment process in mathematics education. *ZDM Mathematics Education*, 46, 705–718. <https://doi.org/10.1007/s11858-014-0600-4>
- Sak, R., Şahin Sak, İ. T., Öneren Şendil, Ç., & Nas, E. (2021). Bir araştırma yöntemi olarak doküman analizi. *Kocaeli Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 4(1), 227–250. <https://doi.org/10.33400/kuje.843306>
- Sakallı Doğru, E., Eroğlu, A., & Yazıcı, N. (2024). Türkiye’de ispat kavramı üzerine matematik eğitimi alanında hazırlanmış lisansüstü tezlerin yönelimlerinin incelenmesi: Bir araştırma sentezi çalışması. *Ulusal Eğitim Akademisi Dergisi*, 8(1), 29–53. <https://doi.org/10.32960/uead.1431354>
- Schoenfeld, Alan H. (2009). The soul of mathematics. In Despina A. Stylianou, Maria L. Blanton & Eric J. Knuth, *Teaching and learning proof across the grades: A K-16 perspective* (pp. xii–xvi). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203882009>
- Schoenfeld, A. H. (2014). Reflections on curricular change. In Y. Li & G. Lappan (Eds.), *Mathematics curriculum in school education* (pp. 49–65). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-7560-2_4
- Simon, M. A., & Blume, G. W. (1996). Justification in the mathematics classroom: A study of prospective elementary teachers. *Journal of Mathematical Behavior*, 15, 3–31. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(96\)90036-X](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(96)90036-X)

- Stacey, K., & Vincent, J. (2009). Modes of reasoning in explanations in Australian eighth-grade mathematics textbooks. *Educational Studies in Mathematics*, 72, 271–288. <https://www.jstor.org/stable/25619864>
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M., & Silver, E. A. (2000). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*. Teachers College Press.
- Stylianides, G. (2008). An analytic framework of reasoning-and-proving. *For the Learning of Mathematics*, 28(1), 9–16.
- Stylianides, A. J. (2007). The notion of proof in the context of elementary school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 289–321. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-9038-0>
- Stylianides, G. (2009). Reasoning-and-proving in school mathematics textbooks. *Mathematical Thinking and Learning*, 11(4), 258–288. <https://doi.org/10.1080/10986060903253954>
- Şengül, S., & Kırıl, B. (2023). Matematik ders kitaplarında matematiksel akıl yürütme ve ispat. *Yaşadıkça Eğitim*, 37(2), 508–530. <https://doi.org/10.33308/26674874.2023372589>
- Tall, D. (1989). The nature of mathematical proof. *Mathematics Teaching*, 127, 28–32.
- Thompson, D., Senk, S., & Johnson, G. (2012). Opportunities to learn reasoning and proof in high school mathematics textbooks. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43(3), 253–295. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.43.3.0253>
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234–243.
- Valverde, G., Bianchi, L., Wolfe, R., & Schmidt, W. (2002). *According to the book: Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks*. Kluwer Academic Publishers.
- Waring, S. (2001). Proof is back! (A proof-oriented approach to school mathematics). *Mathematics in School*, 30(1), 4–8.
- Weber, K., & Alcock, L. (2009). Proof in advanced mathematics classes: Semantic and syntactic reasoning in the representation system of proof. In D. A. Stylianou, M. L. Blanton, & E. J. Knuth (Eds.), *Teaching and learning proof across the grades: A K-16 perspective* (pp. 323–338). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203882009>
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayıncılık.
- Yıldırım, C. (2000). *Matematiksel düşünme*. Remzi Kitabevi.
- Zeybek, Z., Üstün, A., & Birol, A. (2018). Matematiksel ispatların ortaokul matematik ders kitaplarındaki yeri. *İlköğretim Online*, 17(3). <https://doi.org/10.17051/ilkonline.2018.466349>
- Zhang, D., & Qi, C. (2019). Reasoning and proof in eighth-grade mathematics textbooks in China. *International Journal of Educational Research*, 98, 77–90. <https://doi.org/10.1016/j.ijer.2019.08.015>
- Zohar, A., & Dori, Y. (2003). Higher order thinking skills and low-achieving students: Are they mutually exclusive? *Journal of the Learning Sciences*, 12(2), 145–181. <https://www.jstor.org/stable/1466891>