



Two stage robust p-Hub center and open routing problem

Merve Evyapan^{ID}, Zühal Kartal*^{ID}, Onur Kaya^{ID}

Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Eskisehir Technical University, 26555, Eskisehir, Türkiye

Highlights:

- p-Hub Center and Open Vehicle Routing Problem
- Hub Location and Routing under Uncertainty
- A Two-stage Robust Modelling Approach

Keywords:

- P-hub center and open vehicle routing problem
- Hub location and routing
- Two stage robust modelling
- Travel time uncertainty

Article Info:

Research Article
Received: 11.06.2025
Accepted: 16.01.2026

DOI:

10.17341/gazimmfd.1716850

Correspondence:

Author: Zühal Kartal
e-mail: zkartal@eskisehir.edu.tr
phone: +90 222 213 7777-8244

Graphical/Tabular Abstract

In an era of rapid urbanization and growing demand for timely deliveries, designing resilient hub-and-spoke networks under uncertain travel conditions is increasingly essential. This study addresses a joint decision-making problem involving the single allocation p-hub center and open routing problem under travel time uncertainty. While conventional models assume fixed travel times, real-life systems are prone to disruptions from traffic, weather, or accidents. To overcome this, we propose a two-stage robust optimization framework: hub locations are selected in the first stage, and vehicle routes are planned in the second stage after delay realizations. A novel mixed-integer programming (MIP) model based on a three-index vehicle flow structure is developed to minimize the maximum travel time across all origin-destination pairs. Symmetry-breaking constraints and variable ordering techniques are also integrated to improve computational efficiency. Deterministic and robust models are evaluated on the CAB and Turkish datasets. Results show that accounting for travel time uncertainty yields notably different and more reliable hub location and routing decisions. Figure A illustrates the difference between the deterministic network structure and the robust solution under a scenario with $P(g)=0.40$ and $d=0.50$, where $P(g)$ indicates the probability of delay and d reflects the proportional travel time increase (Figure A).



Figure A. Comparisons of hub locations and routes under deterministic and uncertain travel times

Purpose:

The purpose of this study is to develop an integrated modeling approach that simultaneously determines hub locations and open vehicle routes under travel time uncertainty. The goal is to minimize the maximum delivery time between any origin and destination to ensure balanced, timely, and reliable service, especially in logistics environments where traffic conditions are dynamic and unpredictable.

Theory and Methods:

We formulate a deterministic mixed-integer programming model for the single allocation p-hub center and open vehicle routing problem using a novel three-index vehicle flow structure. Recognizing the impact of uncertain travel conditions, we extend the model into a two-stage robust optimization framework, where the first stage involves hub location decisions made before uncertainty is realized, and the second stage entails route decisions made after observing travel time deviations. Symmetry-breaking and variable ordering techniques are also applied to reduce solution time and improve efficiency.

Results:

The results clearly demonstrate that incorporating travel time uncertainty leads to substantial changes in both hub locations and routing plans compared to deterministic solutions. Notably, the use of α discount factors and robust modeling significantly improves maximum travel time performance and delivery consistency across the network.

Conclusion:

This study highlights the critical role of incorporating travel time uncertainty into hub location and routing decisions to achieve operational resilience. The proposed two-stage robust optimization approach offers a practical and adaptable tool for enhancing delivery reliability in dynamic parcel delivery networks.



İki aşamalı gürbüz p-Ana dağıtım üssü merkez ve açık uçlu rotalama problemi

Merve Evyapan^{ID}, Zühal Kartal*^{ID}, Onur Kaya^{ID}

Eskişehir Teknik Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, 26555, Eskişehir, Türkiye

ÖNEÇIKANLAR

- Bütünleşik p-ana dağıtım üssü merkez ve açık uçlu araç rotalama problemi ele alınmıştır
- Seyahat süresi belirsizliği altında, ana dağıtım üssü yerleşim problemleri ve rotalama kararları optimize edilmiştir
- İki aşamalı gürbüz modelleme yaklaşımı önerilmiştir

Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi

Geliş: 11.06.2025

Kabul: 16.01.2026

DOI:

10.17341/gazimmfd.1716850

Anahtar Kelimeler:

ADÜ yer seçimi problemi ve rotalama problemi, p-ADÜ merkez ve açık uçlu araç rotalama problemi, gürbüz programlama, iki aşamalı formülasyon

ÖZ

Bu çalışmada, Türkiye genelinde kargo taşımacılığı alanında karşılaşılan toplama-dağıtım sürecini doğrudan rotalar üzerinden gerçekleştiren bir yapıda, p-Ana Dağıtım Üssü (ADÜ) merkez yer seçimi ve açık uçlu araç rotalama kararlarını bütünleşik biçimde inceleyen bir problem ele alınmıştır. Problemin amacı, herhangi bir kaynak-hedef noktası arasındaki maksimum seyahat süresini minimuma indirerek dengeli ve etkin rotaların oluşturulmasını sağlamaktır. Bu amaçla öncelikle özgün bir karma tamsayı matematiksel modelleme formülasyonu sunulmuştur. ADÜ yerlerinin belirlenmesi ve rotalama planlamasında, trafik sıkışıklığının etkisi çoğu zaman göz önüne alınmamakta, bu nedenle seyahat süreleri ideal koşullar altında sabit değerlendirilmektedir. Ancak, seyahat süresindeki belirsizliklerin ADÜ yeri belirleme ve rotalama kararlarına entegre edilmesi, güvenilir bir dağıtım ağı tasarımı açısından kritik rol oynamaktadır. Bu kapsamda çalışmada, taşıma sürecinde meydana gelebilecek gecikmelerin olasılığını dikkate alan çözümler üretmek amacıyla iki aşamalı bir gürbüz programlama modeli geliştirilmiş ve "İki Aşamalı Gürbüz Tek Aşamalı p-ADÜ Merkez ve Açık Uçlu Rotalama Problemi" olarak literatüre sunulmuştur. Deterministik ve gürbüz modele ait duyarlılık analizleri CAB ve TR veri setleri üzerinde gerçekleştirilmiştir. Sonuçlar incelendiğinde, trafik yoğunluğu gibi seyahat süresini etkileyebilecek faktörlerin dahilinde, belirlenen ADÜ merkezlerinin konumları ve rotaların deterministik model sonuçlarından önemli ölçüde farklılaştığı görülmüştür. Bu bulgular, daha güvenilir lojistik dağıtım ağı tasarımları için belirsizliklerin karar süreçlerine entegre edilmesinin önemini ortaya koymaktadır.

Two stage robust p-Hub center and open routing problem

HIGHLIGHTS

- An integrated p-Hub center and open vehicle routing problem is investigated
- Hub location and routing decisions are optimized under travel time uncertainty
- A two stage robust modelling approach is proposed

Article Info

Research Article

Received: 11.06.2025

Accepted: 16.01.2026

DOI:

10.17341/gazimmfd.1716850

Keywords:

Hub location and routing problem, p-Hub center and open routing problem, robust programming, two-stage formulation

ABSTRACT

In this study, we address an integrated problem involving the p-hub center problem and the open vehicle routing problem (OVRP) within a direct collection and delivery framework, as observed in the cargo transportation sector across Türkiye. The primary objective of the problem is to minimize the maximum travel time between any origin-destination pair while constructing balanced and efficient routes. For this purpose, we first introduce a novel mixed-integer mathematical formulation. In traditional hub location and routing decisions, the effects of traffic congestion are often disregarded, and travel times are typically considered constant under ideal conditions. However, integrating travel time uncertainty into these decisions is crucial for designing a reliable distribution network. Therefore, we further propose a two-stage robust programming model to account for the probability of transportation delays, introducing it into the literature as the "Two-Stage Robust p-Hub Center and Open Vehicle Routing Problem." Sensitivity analyses for both deterministic and robust models were performed on CAB and TR datasets. The results show that, when factors affecting travel time such as real-life traffic density; are incorporated into the robust model, the resulting hub locations and route structures differ significantly from those obtained using the deterministic model. These findings highlight the importance of incorporating uncertainties into decision-making processes for designing more reliable logistics distribution networks.

1. Giriş (Introduction)

Türkiye’de kargo taşımacılığı, kara yolu altyapısını temel alan ve aktarma merkezleri aracılığıyla işleyen (hub-and-spoke) yapıdaki bir lojistik sistem üzerinden yürütülmektedir. Bu sistem, şehirlerdeki talep merkezleri ile aktarma merkezleri (hublar) arasında çalışan ana rota hatları ve aktarma merkezlerini birbirine doğrudan bağlayan hatlar olmak üzere iki düzeyli bir taşımacılık ağına sahiptir. Bu yapıda, aktarma merkezi bulunmayan talep merkezlerinin konumlandığı birden fazla düğüme aynı araç tarafından ulaşabilmektedir (Yaman vd. [1]).

Türkiye’de ve dünyada genellikle bir kargo gönderisi üç temel aşamadan geçerek, son noktaya ulaştırılır. İlk olarak, gönderi bulunduğu talep merkezinden kendisine atanmış aktarma merkezine taşınır; bu esnada araç, güzergâh üzerindeki diğer talep merkezlerinden de yük alabilir. Ardından gönderi, çıkış aktarma merkezinden hedef aktarma merkezine, genellikle başka bir aktarma merkezine uğramadan, ADÜ’ler arasındaki doğrudan hatlar üzerinden taşınır. Son olarak, hedef aktarma merkezine ulaşan gönderi, ilgili talep merkezine yönlendirilir ve oradan alıcısına ulaştırılır. Bu süreçte talep merkezi, taşıma aracının uğradığı rota hattı üzerinde bir ara durak olabilir. Talep merkezleri bu çalışmada şehirlerdeki şubelerin tümünü ifade etmektedir, bir başka deyişle her bir şehrin tek bir talep merkezi olduğu varsayılmaktadır. Gönderilerin müşteriler tarafından sisteme dahil edildiği ve alıcılara ulaştırılana kadar lojistik süreçte yer aldığı noktalar talep merkezleri tarafından temsil edilmektedir. Aktarma merkezleri ise bu gönderilerin toplandığı, ayrıştırıldığı ve yeniden yönlendirildiği merkezi düğüm noktalarıdır. Aktarma merkezleri literatürde ayrıca Ana Dağıtım Üsleri (ADÜ’ler) olarak adlandırılmaktadır. ADÜ’lerin yer seçimlerinin yapıldığı ve talep merkezlerinin ADÜ’lere atandığı problem literatürde ADÜ yer seçimi problemi kategorisinde incelenmektedir (O’Kelly, [2]; Campbell, [3]; Ernst and Krishnamoorthy, [4]). Bu çalışmada ADÜ ve aktarma merkezi terimlerinin her ikisi de kullanılmıştır.

Literatürde yukarıda anlatılan kargo dağıtım sisteminin ele alındığı problem çeşidi, Ana Dağıtım Üssü Yerleşimi ve Rotalama problemleri kategorisinde yer almaktadır. Ana Dağıtım Üssü Yerleşimi problemlerinde, ADÜ’lerden talep merkezlerine bir aracın atandığı varsayımı bulunmaktadır. Ancak, gerçek hayat uygulamalarının çoğunda, aktarma merkezleri ve talep merkezleri arasındaki talep, bir aracı doldurmaya yetmemekte, bu durum da maliyet artışına sebep olabilmektedir. Dolayısıyla, günümüz uygulamalarının çoğunda, ADÜ’lerin stratejik olarak konumlarını belirlemenin yanı sıra, araçlara ait rotaların da oluşturulduğu problemler üzerinde çalışılmaktadır (Yaman vd. [1]; Kartal vd. [5]; Kartal vd. [6]; Ibnoulouafi vd. [7]). ADÜ yer seçimi problemleri dışında, araç rotalama problemlerinin farklı varyasyonlarına yönelik matematiksel modelleme çalışmaları literatürde çeşitli yayınlarda ele alınmıştır (Atasagun ve Karaoğlan [8]; Bayrak ve Yörük [9]).

Günümüzde, kargo şirketlerinin ilk hedefi gönderileri alıcılara mümkün olan en kısa sürede ulaştırarak müşteri memnuniyetini artırmaktır. Bu amaçla Türkiye’deki önde gelen kargo şirketleri, aynı gün veya ertesi gün teslimat gibi zaman taahhütlü hizmetler sunmakta ve bu hizmetleri güvenilir, gecikmeleri en aza indirecek şekilde sağlamak için operasyonel sistemlerini sürekli olarak iyileştirme çabasına girmektedirler. Bu bağlamda, özellikle teslimat sürelerinin dengeli olması ve hiçbir müşterinin aşırı bekleme süreleriyle karşılaşmaması büyük önem taşır. Bu nedenle, dağıtım ağları tasarlanırken teslimat süresindeki eşitsizliklerin azaltılması hem dengeli hem de standartlaştırılmış bir hizmet sunumu açısından temel bir yaklaşımdır. Zaman taahhütlü hizmetlerin sürdürülebilir ve güvenilir bir şekilde sunulabilmesi ise dağıtım ağının etkinliğine

bağlıdır. Özellikle, en uzun teslimat süresinin en aza indirilmesi, müşteri deneyimindeki olumsuzlukları azaltmak açısından kritik bir öneme sahiptir. Bu durum, enk-enb (minimax) amaç fonksiyonu dikkate alınarak, bir başka deyişle maksimum teslimat süresini minimize edecek şekilde bir dağıtım ağının tasarlanmasını gerektirir. Böylece hem operasyonel verimlilik artırılabilir hem de müşteri memnuniyetine yönelik zaman hassasiyeti yüksek hizmetler sunulabilir.

Kargo taşımacılığında, düğümler arasındaki seyahat süreleri ve trafik akışlarının hacimleri belirsizlik içermesine rağmen, literatür genellikle belirli (deterministik) verilere dayalı ADÜ yer seçimi problemleri üzerine odaklanmaktadır. Ancak, talep, seyahat süreleri ve indirim katsayıları gibi parametrelerin doğası gereği belirsiz olmalarına rağmen, deterministik değerlerle alınan kararlar, ileride ek maliyetlerin ortaya çıkmasına sebep olabilmektedir (Rahmati vd. [10]). Bu çalışmada, özellikle seyahat sürelerindeki belirsizliğin dikkate alınarak, daha güvenilir ADÜ yerleşimleri ve rotalama kararlarının elde edilmesi amaçlanmaktadır. Belirsizliğe karşı geliştirilen yaklaşımlar arasında stokastik programlama ve gürbüz (robust) optimizasyon öne çıkmaktadır. Stokastik programlama, gürbüz optimizasyondan farklı olarak, belirsiz parametrelerin olasılık dağılımının bilindiği durumlarda kullanılır ve çözüm; bu dağılım ya da senaryolar üzerinden elde edilir. Bu yaklaşım; iki aşamalı, çok aşamalı ve şans kısıtlı (chance-constrained) gibi çeşitli biçimlerde uygulanabilir. İki aşamalı stokastik modellerde, birinci aşamada alınan kararlar, belirsizlik gerçekleştiği son ikinci aşamada verilen kararlarla tamamlanır. Öte yandan, gürbüz optimizasyon, belirsizliği ya parametre aralıklarıyla ya da belirli senaryolarla tanımlayarak en kötü duruma karşı dayanıklı çözümler üretmeyi amaçlar. İki aşamalı gürbüz optimizasyon, stokastik programlama ve gürbüz optimizasyon yaklaşımlarının bir birleşimidir; bu yöntemde birinci aşama karar değişkenleri, ikinci aşamadaki en kötü durum senaryoları dikkate alınarak belirlenir (Ben-Tal vd. [11]).

Bu çalışmanın literatüre iki önemli katkısı bulunmaktadır. İlk olarak, tek atamalı p-ADÜ merkez yer seçimi ve açık uçlu rotalama problemi için, üç indisli araç akış formülasyonuna dayalı bir tasarım ağı üzerine kurulu *özgün* bir matematiksel model önerilmektedir. İkinci olarak, seyahat sürelerindeki belirsizlik dikkate alınarak *iki aşamalı gürbüz optimizasyon yaklaşımına* dayalı bir karar yapısı benimsenmiştir. İlk aşamada, ADÜ tesislerinin yerleri belirsizlik ortaya çıkmadan önce belirlenmekte; ikinci aşamada ise bu yerleşim kararları sabit tutularak, gerçekleşen seyahat süresi belirsizlikleri altında araçlara ait rotalar oluşturulmaktadır. Bu yapı, bekle-gör (wait-and-see) kararlarının uygulanmasına olanak tanımakta ve değişken seyahat koşulları altında dağıtım kararlarının esnek bir biçimde optimize edilmesini sağlamaktadır. Bu çalışmanın ikinci bölümünde literatür taramasına yer verilmiştir. Üçüncü bölümde, Deterministik Matematiksel Model, dördüncü bölümde İki Aşamalı Gürbüz Matematiksel Model, beşinci bölümde ise Sonuç ve Önerilere yer verilmiştir.

2. Literatür Taraması (Literature Review)

Bu çalışmanın literatür taraması dört başlık altında sınıflandırılmıştır: İlk bölümde ADÜ yer seçimi problemlerine ilişkin matematiksel modeller incelenmiş, ikinci bölümde ADÜ yer seçimi ve rotalama problemlerine ait matematiksel modellemeye dayanan çalışmalara yer verilmiştir. Üçüncü bölümde p-ADÜ merkez ve rotalama problemleri ele alınmış; son olarak, ADÜ yer seçimi ve rotalama problemlerine yönelik gürbüz yaklaşımlar değerlendirilmiştir.

ADÜ yer seçimi problemleri: ADÜ yer seçimi problemi üzerine yapılan ilk çalışmalardan biri Goldman [12] tarafından gerçekleştirilmiştir. O’Kelly [2] çalışması ise, havayolu yolcu ağlarını

inceleyerek bu problem için literatürde kabul gören ilk matematiksel modeli sunmuş ve bu modeli tek atamalı p-ADÜ medyan problemi olarak tanımlamıştır. O'Kelly [2], ABD Sivil Havacılık Kurulu (CAB) tarafından değerlendirilen, 1970 yılına ait 25 ABD şehri arasındaki havayolu yolcu etkileşimlerine dayalı bir veri setini literatüre kazandırmıştır. Literatürde, talep merkezlerinin ADÜ'lere atama şekline göre problemler tek atamalı ve çok atamalı olarak sınıflandırılmaktadır. Bu çalışmada ele alınan problem tek atamalı olduğu için literatür taramasında da tek atamalı ADÜ yerleşimi problemine ait çalışmalara değinilmiştir. Campbell [3], tek atamalı p-ADÜ medyan problemi için ilk doğrusal tamsayı programlama formülasyonunu geliştirmiştir. Ernst and Krishnamoorthy [4], daha büyük problemleri çözebilmek için daha az değişken ve kısıt gerektiren alternatif bir formülasyon önermiştir. Ebery [13] ise $O(n^2)$ değişken ve $O(n^2)$ kısıt içeren başka bir formülasyon sunmuştur. p-ADÜ merkez yer seçimi problemi, p-merkez problemine benzer şekilde bir enk-enb (minimax) türü problem olup, bu probleme ilişkin ilk formülasyon Campbell [3] tarafından geliştirilmiştir. Kara ve Tansel [14], tek atamalı p-ADÜ merkez problemi için literatüre bir formülasyon sunmuş ve problemin NP-tam olduğunu kanıtlamıştır. Ernst vd. [15], 'ADÜ yarıçapına bağlı' yeni bir değişken tanımlayarak farklı bir formülasyon önermiştir. Buna göre, her bir 'k' ADÜ'sü için kendisine atanan düğümlerle arasındaki en büyük toplama/dağıtım maliyetini temsil eden yeni bir ADÜ yarıçapını hesaplayan r_k değişkeni tanımlamışlardır. Ernst vd. [16] ise, ADÜ yerleri sabitken tek atamalı p-ADÜ merkez probleminin atama alt problemini incelemiş, problemin NP-zor olduğunu kanıtlamış ve doğrusal programlama formülasyonları geliştirmiştir. Kapsama tipi problemlerde, bir talep noktasının belirli bir mesafe/süre içinde bir tesis tarafından kapsandığı kabul edilir. Campbell [3], bu problemin ADÜ literatürüne ait ilk formülasyonlarını da literatüre kazandırmıştır. Kara ve Tansel [17], tek atamalı ADÜ küme kapsama probleminin NP-zor olduğunu kanıtlamıştır. Ernst vd. [18] ise, daha önce p-ADÜ merkez problemi için önerdikleri yaklaşıma benzer bir formülasyonla tek atamalı ADÜ küme kapsama problemi için bir formülasyon önermişlerdir. Ayrıntılı literatür özetleri için Alumur ve Kara [19] ve Alumur vd. [20] çalışmalarına başvurulabilir.

ADÜ yer seçimi ve rotalama problemleri: ADÜ yer seçimi problemlerinde, aynı amaç fonksiyonlarını esas alan farklı matematiksel modelleme yaklaşımları literatürde yer almaktadır. Ancak ADÜ yer seçimi ve rotalama problemleri, matematiksel modelleme açısından standart bir yapıda sınıflandırılmamaktadır. Bunun temel nedeni, araç rotalama problemlerinin oldukça farklı varyasyonlara sahip olması ve bu problemlerin, gerçek hayat uygulamalarında karşılaşılan operasyonel kısıtlar nedeniyle çeşitlilik göstermesidir. ADÜ yer seçimi problemlerinde, $O(n^3)$ mertebesinde çok indisli ürün akışı formülasyonuna dayanan karar değişkeni kullanan bilinen ilk çalışma Ernst ve Krishnamoorthy [4] çalışmasında sunulmuştur. ADÜ yeri belirleme ve rotalama problemlerinde aynı türde değişken kullanarak matematiksel model sunan yayınlar ise tekli atama dikkate alındığında; Rodríguez-Martín vd. [21], Kartal vd. [5], Gao vd. [22], Aloullal vd. [23], Kartal [24] ve Pourmohammadi vd. [25] olarak sıralanabilir. ADÜ yer seçimi problemlerinde, $O(n^4)$ mertebesinde, 4 indisli ürün akışı formülasyonuna dayalı matematiksel model (path-based variable: rota tabanlı değişkene dayalı formülasyon) ise literatürde ilk olarak Campbell [3] yayınında önerilmiştir. ADÜ yer seçimi ve rotalama problemlerinde ise, dört indisli çok ürün akışlı formülasyon kullanan çalışmalar arasında ise tek atamalı versiyonu dikkate alan çalışmalar de Camargo vd. [26], Bostel vd. [27], Kartal vd. [5], Abbasi vd. [28], Danach vd. [29], ve Wu vd., [30], olarak yer almaktadır. ADÜ yerleşimi ve rotalama problemleriyle ilgili literatür taraması çalışması için Wandelt vd. [31], çalışması incelenebilir.

p-ADÜ merkez ve rotalama problemleri: Bu alanda yazarların bildiği kadarıyla ilk çalışma, literatürde "En Geç Varışlı ADÜ Yer Seçimi

Problemi" olarak adlandırılan Yaman vd. [1] çalışmasıdır. Bu çalışmada, aktarma merkezlerinin (ADÜ) yerlerinin belirlenmesi, ADÜ olmayan düğümlerin aktarma merkezlerine atanması ve birden fazla duraklama içerebilen rotalama yapısının oluşturulması amaçlanmıştır. Problemin hedefi, varış noktalarına en geç ulaşan gönderinin varış zamanını minimize etmektir. Çalışmada, açılacak ADÜ sayısı sabit bir 'p' değeri ile verilmiş, ancak rotalarda kullanılacak toplam araç sayısı için bir üst sınır tanımlanmıştır, böylelikle her bir ADÜ'ye atanacak araç sayısı modelin seçimine bırakılmıştır. Bu çalışmada ele alınan problem tanımı, serim tasarımı açısından en çok Yaman vd. [1] çalışmasına benzemektedir. Her iki çalışmada da Türkiye'deki kargo akış sistemi modellenmiş, araçlar doğrudan bir rota hattı üzerinde toplama/dağıtım işlemlerini, birden fazla ADÜ olmayan düğüme uğrayarak gerçekleştirebilmektedir. Ancak, bu çalışmada Yaman vd. [1] çalışmasından farklı olarak her bir ADÜ'ye atanacak araç sayısı önceden belirlenmiştir. Ayrıca, amaç fonksiyonu maksimum sürenin minimize edilmesini hedeflemektedir. Ek olarak, Yaman vd. [1] çalışmasında araçların hangi sırayla düğümleri ziyaret ettiğini göstermek amacıyla iki indisli bir araç-akış formülasyonu (x_{ij} : i düğümünden sonra j düğümü geliyorsa 1, aksi takdirde 0 alan karar değişkeni) kullanılmasına rağmen, bu çalışmada x_{ijv} olarak tarifiyen 3 indisli araç akış formülasyonu kullanılmıştır. Buna göre, i düğümünden sonra j düğümüne v aracıyla gidiliyorsa 1; aksi halde 0 değerini alan karar değişkeni kullanılmıştır. Kartal ve Ernst [30] çalışmasında, amaç fonksiyonları aynı olan üç eşdeğer matematiksel model literatüre sunulmuştur. Yazarlar, "Kapasitesiz Tek Atamalı p-ADÜ Merkez Yer Seçimi ve Rotalama Problemi" ni ele almış; araçların klasik araç rotalama/gezgin satıcı problemlerinde olduğu gibi rotaya başladıkları ADÜ'ye geri döndükleri varsayımı altında problemi modellemişlerdir. Kartal vd. [6], Kartal ve Ernst [32] çalışmasında ele alınan problem için çözüm aramak amacıyla karınca kolonisi optimizasyonu, tavlama benzetimi ve kesikli parçacık sürüşü optimizasyonu gibi sezgisel algoritmalar geliştirilmiştir. İbnoulofi vd. [7], p-ADÜ merkez ve rotalama problemi için, düğümler ile ADÜ'ler arasındaki talep akışını da dikkate alan bir matematiksel model önermişlerdir. Bu çalışmada, her bir rotanın maksimum süresi hesaplanırken son düğümden çıkış için sistemde harcanan süre hesaplanmıştır. Kassoumeh vd. [33] çalışmasında p-ADÜ merkez yer seçimi ve rotalama problemine yönelik bir matsezigisel çözüm yöntemi geliştirilmiştir.

Gürbüz ADÜ yer seçimi ve rotalama problemleri: Belirsizlik altındaki karar problemlerinde genellikle iki temel yaklaşım benimsenmektedir: *stokastik optimizasyon* ve *gürbüz optimizasyon*. Stokastik yaklaşımda, belirsiz parametrelerin olasılık dağılımları biliniyor varsayılır; bu durumda amaç, genellikle beklenen maliyetin en küçüklenmesi veya belirli olasılık seviyelerinde kısıtların sağlanmasıdır. Bu bağlamda, senaryo tabanlı modeller, iki aşamalı veya çok aşamalı stokastik programlama ve şans kısıtları (chance constraints) yaygın biçimde kullanılmaktadır. Öte yandan, gürbüz optimizasyon yaklaşımında, belirsizliklerin dağılımı bilinmediğinde veya yalnızca sınırlı özet bilgi mevcut olduğunda, en kötü duruma karşı dayanıklı çözümler üretilmesi hedeflenir. Bu tür modellerde, çözümün tüm olası gerçekleştirmeler karşısında kabul edilebilir düzeyde performans göstermesi amaçlanır; bu nedenle sapma kontrolü, pişmanlık minimizasyonu ve belirsizlik kümelerine dayalı çözüm yaklaşımları ön plana çıkar. ADÜ yer seçimi ve rotalama problemleri incelendiğinde, *stokastik programlama yaklaşımlarında*, belirsizliğin olasılıksal olarak ele alındığı çalışmalar ön plana çıkmaktadır. Örneğin, Marianov ve Serra [34] ile Yang [35], hava kargo taşımacılığı bağlamında talep belirsizliğini dikkate almışlardır. Sim vd. [36], seyahat süresi belirsizliğini şans kısıtları ile modellediği stokastik ADÜ merkez problemini ele almıştır. Contreras vd. [37], belirsiz talep ve taşıma maliyetleri altında iki aşamalı bir stokastik programlama modeli önermiştir. Benzer şekilde, Alumur vd. [38], kurulum maliyetlerindeki belirsizliği senaryo tabanlı olarak, talep

belirsizliğini ise iki aşamalı stokastik programlama ile ele almışlardır. Mohammadi vd. [39] ise, her kaynak-varış çifti arasındaki akışı belirsiz parametre olarak tanımlayarak, iki amaçlı bir karma tamsayılı model geliştirmiştir.

Gürbüz optimizasyon yaklaşımında ise, farklı belirsizlik türleri altında en kötü durumlara karşı dayanıklı çözümler geliştirilmektedir. Bu çerçevede, Mulvey vd. [40] senaryo tabanlı bir gürbüz model sunmuş, Yu ve Li [41] bu modeli lojistik problemler için uyarlamıştır. Shahabi ve Unnikrishnan [42], elipsoidal belirsizlik altında ADÜ yer seçimi problemini çözmüşlerdir. Ghaffari-Nasab vd. [43], kapasite kısıtlarının da belirsiz olduğu bir ortamda talep belirsizliğini dikkate alan bir model önermiştir. Habibzadeh Boukani vd. [44], hem kurulum maliyeti hem de kapasite belirsizliğini modele dahil etmiştir. Meraklı ve Yaman [45], çok yönlü talep belirsizliği altında kapasitesiz çok atamalı p-ADÜ medyan problemini ele almış; ardından Meraklı ve Yaman [46], kapasiteli çok atamalı ADÜ medyan problemine en-kenb gürbüzlük kriterini uygulamışlardır. Zetina vd. [47], talep ve taşıma maliyetlerindeki belirsizlikleri dikkate alan çözümler önermiştir. de Sá vd. [48], seyahat süresi belirsizliği altında eksik bağlantılı ADÜ yer seçimi problemlerini incelemiştir; Ghaffarinasab [49], ise büyük ölçekli örnekler için tabu arama tabanlı matsezigisel bir yöntem geliştirmiştir. Rahmati ve Bashiri [50], talep, kurulum maliyeti ve ADÜ'ler arası indirim faktörü gibi farklı belirsizlik türlerini modele entegre etmiştir. Araghi vd. [51], belirsiz müşteri konumları altında yeşil açık uçlu araç rotalama problemini çözmek için gürbüz bir model önermiştir.

İki aşamalı gürbüz optimizasyon yaklaşımı ile ilgili daha sınırlı sayıda çalışmada görülmektedir. Bu kapsamda, Rahmati vd. [10], belirsiz talep altında ADÜ yer seçimi ve atama kararlarını birbirinden ayıran iki aşamalı bir model geliştirmiş; belirsizlik bütçesinin etkili biçimde belirlenebilmesi için yeni bir beklenen toplam fonksiyon tanımlamıştır. ADÜ yer seçimi ve rotalama kararlarının birlikte alındığı Wang vd. [52] çalışmasında, belirsiz talepler altında üçüncü parti lojistik kullanımını da içeren bir problem için, stratejik aşamada yer seçimi ve atama kararlarının belirsizlikten önce verildiği iki aşamalı bir model önermiştir. Model, dağılımsal olarak gürbüz optimizasyon (DRO) yaklaşımıyla yeniden yapılandırılmış ve belirsizlik, destek, ortalama ve varyans bilgilerine dayalı bir belirsizlik kümesiyle modellenmiştir.

Bu çalışma, literatürdeki mevcut ADÜ yer seçimi ve rotalama çalışmalarından birkaç temel açıdan ayrılmaktadır. Çalışmada, Rahmati vd. [10] çalışmasında olduğu gibi, ADÜ yer seçimi kararları belirsizlikten önce, atama ve rotalama kararları belirsizlik gerçekleşikten sonra belirlenen iki aşamalı bir yapı benimsenmiştir; ancak Rahmati vd. [10] çok atamalı klasik bir ADÜ yer seçimi modeli sunmakta olup, bir aracın birden fazla düğümü belirli bir sırayla ziyaret ettiği rotalama yapısını kapsam dışı bırakmaktadır. Bu çalışma ise tek atamalı bir yapı altında ADÜ yer seçimi ile rotalama kararlarını belirsizlik ortamında bütünlük biçimde ele almaktadır. Ayrıca Yaman vd. [1] problemi deterministik bir çerçevede incelemektedirken, bu çalışmada seyahat süresi belirsizliği, gecikme olasılığı ve gecikme faktörü üzerinden senaryo bazlı olarak modellenmiş ve problem iki aşamalı bir gürbüz optimizasyon yapısına dönüştürülmüştür. Literatürde bilindiği kadarıyla bu çalışma, iki aşamalı gürbüz yaklaşımın p-ADÜ merkez ve açık uçlu rotalama problemlerine uygulanmasına yönelik ilk çalışmadır.

3. Deterministik Tek Atamalı p-ADÜ Merkez ve Açık Uçlu Rotalama Problemi (Deterministic Single Allocation p-Hub Center and Open Routing Problem)

Bu bölümde, Tek Atamalı p-ADÜ Merkez ve Açık Uçlu Rotalama Problemi için karma tamsayılı 3 indisli özgün matematiksel model sunulmuştur.

3.1. Problemin Tanımı ve Matematiksel Model (Problem Definition and Mathematical Model)

Deterministik tek atamalı p-ADÜ merkez ve araç rotalama problemi, p adet ADÜ'nün serim üzerindeki uygun düğümlere yerleştirilmesini, her talep merkezinin sadece bir ADÜ'ye atanmasını ve her ADÜ'ye bağlı aracın kendisine atanan talep merkezlerinin tümünü ziyaret edebileceği tek bir hat üzerinde rotalanmasını kapsar. Problemin amacı, tüm bu atama ve rotalama kararları altında kaynak ve hedef noktaları arasındaki maksimum seyahat süresini minimize etmektir. Önerilen matematiksel modelde talep düğümlerinden oluşan küme "N" olarak tarif edilmiştir. Rotalarda sınırlı sayıda homojen olan ve kapasite sınırı olmayan araçların kümesi ise "V" olarak belirtilmiştir. Ele alınan matematiksel modelde, her ADÜ'ye atanacak araç sayılarının bilindiği ve sabit olduğu varsayılmıştır. Model 1 olarak adlandırılan deterministik modeldeki indisler, parametreler, karar değişkenleri ve kısıtlar aşağıda sıralanmıştır:

İndisler

i, j = kaynak ve talep noktaları

v = hizmet veren araçlar

Parametreler

t_{ij} = i düğümünden j düğüme seyahat süresi

p = Açılacak ADÜ sayısı

n_i = i . ADÜ'ye atanan araç sayısı

α = ADÜ'ler arası ulaşım süresi indirim katsayısı

M = Yeterince büyük sayı

L = Bir aracın ziyaret edebileceği maksimum

düğüm sayısı ($n-p*v+1$)

Karar değişkenleri

x_{jiv} =1, v aracı rota üzerindeki i ve j düğümlerini sırayla ziyaret ederse; 0, d.d.

a_{jiv} =1, i düğümünden rotasına başlayan v aracı

j ADÜ'sünde rotasını tamamlyorsa; 0, d.d.

h_i =1, eğer i düğümü ADÜ ise; 0, d.d.

b_{iv} =1, eğer i düğümündeki duraklama yerine

v aracı atanırsa; 0, d.d.

hz_{iv} =1, eğer i ADÜ'süne v aracı atanırsa; 0, d.d.

xz_{iv} =1, eğer i düğüme v aracı atanırsa; 0, d.d.

β = Herhangi bir kaynak-varış noktası çifti arasındaki maksimum seyahat süresi

R_k = k ADÜ'sünün yarıçapı

u_i = yardımcı değişken

Model 1:

$$\text{Enk } Z = \beta \quad (1)$$

$$\sum_{j \in N} (a_{jiv}) + b_{iv} + hz_{iv} = xz_{iv} \quad \forall i \in N, \forall v \in V \quad (2)$$

$$\sum_{i \in N} h_i = p \quad (3)$$

$$hz_{iv} \leq h_i \quad \forall i \in N, \forall v \in V \quad (4)$$

$$\sum_{i \in N} hz_{iv} = 1 \quad \forall v \in V \quad (5)$$

$$\sum_{v \in V} hz_{iv} = h_i * n_i \quad \forall i \in N \quad (6)$$

$$hz_{jv} \leq \sum_{i \neq j} x_{ijv} \quad \forall j \in N, \forall v \in V \quad (7)$$

$$\sum_{j \neq i} x_{ijv} = \sum_{j \neq i} (a_{jiv}) + b_{iv} \quad \forall i \in N, \forall v \in V \quad (8)$$

$$\sum_{j \neq i} x_{jiv} = \sum_{j \neq i} (a_{jiv}) + b_{iv} \quad \forall i \in N, \forall v \in V \quad (9)$$

$$x_{jiv} + xz_{iv} \leq xz_{jv} + 1 \quad \forall i, j \in N, \forall v \in V \quad (10)$$

$$x_{jiv} + xz_{jv} \leq xz_{iv} + 1 \quad \forall i, j \in N, \forall v \in V \quad (11)$$

$$\sum_{v \in V} xz_{iv} = 1 + (n_i - 1) * h_i \quad \forall i \in N \quad (12)$$

$$hz_{iv} \leq xz_{iv} \quad \forall i \in N, \forall v \in V \quad (13)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} a_{ijv} = 1 \quad \forall v \in V \quad (14)$$

$$R_k \geq \sum_{j \neq i} \sum_{j \neq i} (t_{ij}) * x_{ijv} - M * (1 - hz_{kv}) \quad (15)$$

$$\forall i, j, k \in N: i \neq j, \forall v \in V$$

$$u_i - u_j + L * \sum_{v \in V} x_{ijv} + (L - 2) * \sum_{v \in V} (x_{jiv}) \leq L - 1 \quad (16)$$

$$\forall i, j \in N: i \neq j, \forall v \in V$$

$$R_i + R_j + \alpha^t t_{ij} * (h_i + h_j - 1) \leq \beta \quad (17)$$

$$\forall i, j \in N: i \neq j$$

$$h_i, hz_{iv} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N, \forall v \in V \quad (18)$$

$$b_{iv}, xz_{iv} \in \{0,1\} \quad \forall i \in N, \forall v \in V \quad (19)$$

$$x_{jiv}, a_{ijv} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in N: i \neq j, \forall v \in V \quad (20)$$

$$R_i \geq 0 \quad \forall i \in N \quad (21)$$

$$u_i \geq 0 \quad \forall i \in N \quad (22)$$

Amaç fonksiyonu (1), herhangi bir kaynak-varış noktası çifti arasındaki en uzun seyahat süresinin en aza indirilmesini amaçlamaktadır. Kısıt (2), herhangi bir 'i' düğümünün; bir ADÜ veya duraklama noktası olmasını, ya da bir rota başlatan bir düğüm olmasını garantilemektedir. Kısıt (3), 'p' sayıda ADÜ açılmasını sağlamaktadır. Kısıt (4), 'v' aracının 'i' düğümüne atanması için 'i' düğümünün ADÜ olması gerektiğini ifade etmektedir. Kısıt (5), her aracın sadece bir ADÜ'ye atanmasını sağlarken, Kısıt (6) herhangi bir 'i' düğümünün ADÜ olması durumunda düğüme 'ni' tane aracın atanmasını sağlamaktadır. Kısıt (7), 'j' düğümünün ADÜ olması halinde 'v' aracının o ADÜ'ye atanmasını garantilemektedir; bir başka deyişle hz_{jv} ve x_{ijv} için ilişki kısıtıdır. Kısıt (8) ve Kısıt (9), birlikte rota içindeki bir düğümün ya ADÜ düğümü olmasını ya da bir duraklama düğümü olmasını garantiler. Kısıt (10) ve Kısıt (11) birlikte ' x_{jiv} ' ve ' xz_{jv} ' karar değişkenlerini ilişkilendirir. Bu iki kısıt eğer bir 'i' düğümünden sonra 'j' düğümü ziyaret ediliyorsa, bu iki düğümün aynı araca atanmasını garantiler. Kısıt (12), herhangi bir 'i' düğümünün ADÜ olması halinde 'ni' kadar aracın bu ADÜ'ye atanmasını, ADÜ olmayan bir düğüm olması halinde ise sadece 1 kez ziyaret edilmesini garantilemektedir. Kısıt (13), eğer 'v' aracı bir 'i' ADÜ'süne atanmışsa ' hz_{iv} ' değişkeni ile ' xz_{iv} ' değişkeninin de değer almasını sağlamaktadır. Kısıt (14), her aracın 'i' düğümünden başlayıp 'j' ADÜ'sünde biten bir rotaya atanmasını sağlamaktadır. Kısıt (15), k ADÜ sünün yarıçapını hesaplamaktadır. Kısıt (16) ise alt tur engelleme kısıtıdır. Kısıt (17) serim ağındaki herhangi bir 'i' düğümü ile 'j' düğümü arasında geçecek seyahat süresini hesaplar. Bu kısıt, i ve j ADÜ'lerine atanmış en uzak düğümlere olan mesafeleri temsil eden r_i ve r_j karar değişkenleri ve i ve j ADÜ'leri arasındaki mesafenin toplanması sayesinde bulunmaktadır. Kısıt (18), ' h_i ' ve ' hz_{iv} ' değişkeninin; Kısıt (19) ' b_{iv} ', ve ' xz_{iv} ' değişkenlerinin 0-1 tamsayı değişken olduğunu; Kısıt (20) ise ' x_{jiv} ' ve ' a_{ijv} ' değişkenlerinin 0-1 tamsayı değişken olduğunu göstermektedir. Kısıt (21) ve (22) ise ' R_k ' ve ' u_i ' değişkenlerinin pozitif değişken olduğunu göstermektedir. Bu model en kötü senaryoda $|H|=n$ ve $|V|=v$ olduğu durumda, modelde $(2n^2v+n^2+3nv+n)$ 0-1 tamsayı değişkene, $(2n)$ sürekli değişkene ve $(n^3v+3n^2v+2n^2+6nv+2n+2v)$ kısıta sahiptir.

3.2. Simetri Bozma Kısıtları ve Değişken Sıralama (Symmetry Breaking Constraints and Variable Ordering)

Simetri bozma kısıtları, tamsayı programlama problemlerinde çözüm uzayında yer alan, fakat anlam olarak birbirinin aynısı olan simetrik çözümlerin çözüm sürecine dahil olmasını engelleyen kısıtlardır. Geliştirilen bu matematiksel modelde ADÜ'lere atanan araçlar eşdeğerdir ve hangi aracın hangi ADÜ'ye atandığı bilgisi çözüm üzerinde bir değişiklik oluşturmaz. Ancak bu tür simetritler, çözüm uzayında gereksiz tekrarlar oluşturur ve çözüm algoritmasının aynı yapısal çözümü farklı biçimlerde tekrar tekrar değerlendirmesine yol açar. Dolayısıyla, bu bölümde araçlar özelinde uygulanan simetri bozma kısıtları, birbirinin tamamen eşdeğeri olan araçların modelde farklı biçimlerde atanmasından doğan yapay simetriteri ortadan kaldırır. Aşağıda, geliştirilen (23) numaralı simetri bozma kısıtı sunulmuştur:

$$hz_{iv} \leq \sum_{j \leq i} hz_{jv-1} \quad \forall i \in N, v \in V \setminus \{1\} \quad (23)$$

Bu kısıt ile, 'i' düğümü ile belirtilen ADÜ'ler küçükten büyüğe sıralanırken ADÜ'lere atanacak 'v' indisi ile belirtilen araç numaraları da küçükten büyüğe sıralanarak ADÜ'lere atanır. Bu yöntemle modeldeki simetri yok edilerek, çözüm için türetilen dal-sınır ağacı sayısında azalma sağlanır.

Değişken sıralaması (variable ordering), tamsayı programlama problemlerinde çözüm sürecinde hangi değişkenlerin önce dallanacağına öncelik verilmesini sağlayan bir stratejidir. Böylece, çözüm ağacının daha verimli gezilmesi sağlanabilir. Değişkenlerin önceliklendirilmesi, toplam çözüm süresini kayda değer şekilde düşürebilir. Bu çalışmada, h_i ve x_{ijv} değişkenleri için GAMS CPLEX çözücüsü ortamında değişken sıralaması uygulanmıştır.

3.3. Sayısal Sonuçlar (Computational Results)

Bu çalışmada yer alan sayısal sonuçlar, GAMS 34.3 versiyonu CPLEX çözücüsü ile Intel i7 (2.80 Ghz) 16 GB Ram'a sahip bir dizüstü bilgisayar üzerinde çözdürülerek elde edilmiştir. Öncelikle matematiksel modelin performansının belirlenmesi için simetri bozma kısıtları ve h_i ve x_{ijv} değişkenlerinin önceliklendirilmesi ile ilgili denemeler yapılmış ve bu denemeler Tablo 1.'de sunulmuştur. Geliştirilen matematiksel programlama modeli Yaman vd. [1] çalışmasında dağılım olarak Türkiye'yi temsil edecek 16 şehirlik bir veri seti ve Amerika Sivil Havacılık Kurulu (CAB) veri setinin ilk 10 şehri üzerinde çözdürülmüştür [2]. Bu çalışmada yer alan çözümler için ' $CAB.n.p.v$ ' ve ' $TR.n.p.v$ ' kısaltmaları kullanılmıştır. Kısaltmalarla; ' CAB ' Cıvil Aeronautics Board (Sivil Havacılık Otoritesi) veri seti, ' TR ' Türkiye veri seti, ' n ' veri setinde yer alan düğüm sayısı, ' p ' açılacak ADÜ sayısı ve ' v ' her bir ADÜ'ye atanan araç sayısı değerini belirtmektedir. Tablo 1'de birinci sütunda verilen Model 1'de, sadece x_{ijv} değişkenlerinin önceliklendirildiği, Model 1 (A)'da Model 1'e simetri bozma kısıtlarının eklendiği; Model 1 (B)'de sadece h_i değişkenlerinin önceliklendirildiği ve Model 1 (A+B)'de ise Model 1 (B)'ye simetri bozma kısıtlarının eklenmesi durumundaki sayısal sonuçlar verilmiştir.

Tablo 1'den inceleneceği üzere, farklı değişken sıralama stratejileri ve simetri bozma uygulamalarının çözüm süresi üzerindeki etkileri karşılaştırmalı olarak sunulmuştur. Elde edilen sonuçlar, kullanılan tekniklerin çözüm süresi üzerinde doğrudan etkili olduğunu göstermektedir. Model 1 altında yalnızca x_{ijv} değişkenlerine öncelik verilerek (variable ordering) ele alınan çözümlerde, ortalama çözüm süresi 1019,04 saniye olarak oldukça yüksektir. Ancak aynı değişken sıralamasına ek olarak simetri bozma kısıtları da uygulandığında Model 1 (A), çözüm süresi dramatik bir biçimde 26,63 saniyeye kadar düşmektedir. Bu fark, özellikle araçlar arasındaki yapay simetritelerin

çözüm uzayını ne kadar büyüttüğünü ve bu simetrilerin yok edilmesinin algoritmanın dallanma yapısını ne kadar sadeleştirdiğini açıkça göstermektedir. Araçların indeksleri üzerinden getirilen basit simetri bozma kuralları, çözücünün çok sayıda eşdeğer çözüm yolunu değerlendirmesini engellemiş, böylece çözüm süreci neredeyse 40 kat hızlanmıştır. Öte yandan, Model 1 (B) sütununda, ADÜ seçim değişkenleri olan h_i üzerine öncelik verilerek yapılan ele alınan çözüm sonuçlarında ortalama süre 73,95 saniye olarak ölçülmüştür. Bu değer, x_{ijv} değişkenlerine göre belirgin bir iyileşme sunsa da yine de ADÜ'ler için çok fazla simetri içeren bir yapının bulunmadığını düşündüğümüzde, yalnızca dallanma sıralamasının etkili olduğunu göstermektedir. Model 1 (A+B) sütununda ise, h_i değişkenlerine sıralama ile birlikte simetri bozma uygulandığında sürenin 52,86 saniyeye kadar düştüğü gözlenmektedir. Bu iyileşme, her ne kadar önemli olsa da x_{ijv} değişkenleri üzerinde uygulanan simetri bozma kadar büyük bir etki yaratmamıştır. Bunun temel nedeni, araçlar arasında yüksek düzeyde simetri bulunmasına karşın, ADÜ seçimlerinin daha sınırlı bir simetri içermesidir. Genel olarak tablo, çözüm süresi açısından en verimli stratejinin x_{ijv} değişkenlerine öncelik verilmesi ve bu değişkenlerdeki yapay simetrilerin etkili biçimde ortadan kaldırılmasının önemini ortaya koymaktadır. Simetri bozma olmadan yalnızca değişken sıralama kullanıldığında dahi önemli kazanımlar elde edilirken, her iki tekniğin birlikte uygulanmasıyla çözüm süresi neredeyse yüzde 97 oranında azaltılmıştır. Tablo 1'deki çözüm sonuçlarından hareketle, bundan sonraki deneylerde x_{ijv} değişkenlerinin önceliklendirildiği ve simetri bozma kısıtlarının uygulandığı Model 1 (A) versiyonuyla çözümlerin alınmasına devam edilmiştir.

Tablo 2'de ise, Model 1 (A) versiyonuyla oluşturulan matematiksel modelle alınan sonuçlar, ADÜ yerleri, dal-sınır ağacı düğüm sayıları ve her bir problem ve parametresinde oluşan rotalar sunulmuştur. Tablo 2. ile ilgili olarak, öncelikle CAB veri seti üzerinde kullanılan ADÜ'ler arasındaki taşımalarda uygulanan ' α ' ölçek ekonomisi katsayısının etkileri incelenmiştir. Bu katsayı, ADÜ'ler arası transferlerde kargoların konsolide edilmesi sayesinde seyahat/taşıma süresinin kısalmasını temsil eder ve bu nedenle 0-1 arasında değerlerle ifade edilmektedir. Spesifik olarak, Türkiye'de taşımacılığın büyük oranda karayolları ile yapılması nedeniyle, ADÜ'ler arasında daha hızlı ve büyük tırlar hizmet vermektedir. Bu yüzden ' α '=0,9 olarak uygulanmaktadır (Tan ve Kara, [53]). CAB

veri setinin ABD'de taşımacılığın uçaklarla yapılması nedeniyle 0,2 veya 0,4 gibi düşük değerler alabilmesi de olanaklıdır. CAB veri setinde literature benzer şekilde kullanılan α değerinin çözümleri oldukça etkilediği görülmektedir (CAB.10.3.1.; CAB.10.3.2.). α =1 olduğunda süre avantajı sağlanmamakta; α azaldıkça ADÜ'ler arası taşımada zaman kazanımı sağlanmaktadır. Bu durum, Tablo 2'den görüleceği üzere amaç fonksiyonu değerlerine doğrudan yansımaktadır. Örneğin CAB.10.3.1 probleminde $\alpha = 1$ iken iki düğüm arasındaki maksimum süre 1816,25 zaman birimi; $\alpha = 0,2$ olduğunda ise 1405,63 zaman birimi olarak gerçekleşmiştir. Çalışmanın bundan sonraki bölümlerinde zaman birimi ifadesine yer verilmemiştir. Benzer şekilde CAB.10.3.2 probleminde de α azaldıkça maksimum ulaşım süresi düzenli biçimde azalmaktadır. Bu bulgular, ADÜ'ler arası taşımanın gerektiğinde daha büyük ve hızlı araçlarla yapılmasının, sistem geneline önemli iyileşmeler sağladığını göstermektedir. Çözüm sürecine ilişkin önemli bir gösterge olan dal-sınır ağacı sayısı da parametre değişikliklerinden etkilenmektedir. Genel olarak, α ölçek ekonomisi katsayısı azaldıkça çözümün daha az düğüm üzerinden gerçekleştirilebildiği görülmektedir. Örneğin CAB.10.3.2 probleminde $\alpha = 1$ iken çözüm 788 dal-sınır düğümü ile bulunmuşken, $\alpha = 0,2$ olduğunda bu sayı yalnızca 188 olmuştur. Bu durum, ADÜ'ler arası taşıma avantajı sayesinde çözüm ağacının daha hızlı daraltıldığını ve algoritmanın daha az dallanma ile sonuca ulaştığını göstermektedir. Ancak bu azalma her durumda doğrusal değildir; bazı örneklerde problem yapısına bağlı olarak dal-sınır ağacı büyüklüğü farklılaşabilmektedir.

Tablo 2'den elde edilen sonuçlara göre, α katsayısındaki değişimlerin ADÜ yer seçimleri ve rota yapıları üzerinde belirgin etkiler yarattığı görülmektedir. Bu etkileri daha ayrıntılı incelemek amacıyla, CAB.10.3.1 problemi için $\alpha = 1; 0,8; 0,6; 0,4$ ve $0,2$ değerleri altında elde edilen ADÜ yerleri ve rota yapıları Şekil 1'de sunulmuştur.

Şekil 1.a'dan görüldüğü gibi ölçek ekonomisi değerinin daha yüksek olduğu $\alpha=1,0; 0,8; 0,6$ durumda, ADÜ'lerin birbirine yakın konumlarda yoğunlaştığı görülmektedir. Bu durum, taşıma sürelerinde indirimin düşük olduğu durumlarda, serimdeki ADÜ'lerin daha merkezi ve kompakt bir yapıya yöneldiğini göstermektedir. Öte yandan, Şekil 1.b.'de $\alpha = 0,4$ ve $0,2$ için elde edilen sonuçlar incelendiğinde, serim yapısının ve taşıma rotalarının önemli ölçüde farklılaştığı görülmektedir. Farklı α değerleri altında oluşan rotalar

Tablo 1. Simetri Bozma Kısıtları ve Değişken Önceliklendirmenin Model 1 Üzerindeki Etkileri
(Effects of Symmetry-Breaking Constraints and Variable Ordering on the Performance of Model 1)

Prob.	α	Model 1		Model 1 (A)		Model 1 (B)		Model 1 (A+B)	
		Süre (sn)	Dal-sınır Ağacı	Süre (sn)	Dal-sınır Ağacı	Süre (sn)	Dal-sınır Ağacı	Süre (sn)	Dal-sınır Ağacı
<i>CAB.</i>									
10.2.1	1	3,27	1130	1,81	446	6,88	3006	5,66	2179
10.3.1	1	7,39	2356	5,48	1739	8,28	2172	7,02	2507
10.3.1	0,8	7,67	2073	5,36	1181	8,19	1677	7,69	2729
10.3.1	0,6	6,48	2591	7,24	2063	10,81	3457	7,69	2714
10.3.1	0,4	10,41	3660	4,52	927	10,61	3772	9,5	3148
10.3.1	0,2	6,28	2126	4,69	984	8,17	2492	11,31	3149
10.3.2	1	17	2351	9,81	788	9,7	1438	12,61	1513
10.3.2	0,8	18,5	2758	10,03	1194	16,7	2120	15,24	1817
10.3.2	0,6	18,7	2384	10,81	1160	12,59	1547	12,88	1857
10.3.2	0,4	12,48	901	6,78	509	14,17	1871	5,94	286
10.3.2	0,2	8,91	476	5,11	188	4,8	314	4,44	135
10.4.1	1	6,92	1831	5,45	947	8,59	1806	5,39	1058
<i>TR.</i>									
16.7.1	0,9	1187	20652	197	2208	609,7	7205	426	2678
16.8.1	0,9	12955	654846	98,1	2116	306,1	3121	208,7	2464
Ortalama Süre		1019,04		26,63		73,95		52,86	

analiz edildiğinde, yalnızca 1-Atlanta ADÜ'sünün tüm senaryolarda sabit kaldığı; diğer iki ADÜ'nün ve buna bağlı rotaların değiştiği dikkat çekmektedir. Örneğin, $\alpha = 1,0; 0,8$ ve $0,6$ için 8-Denver düğümü, 4-Chicago ADÜ'süne atanarak tek bir düğümlü rota oluşturmuştur. Ancak α değeri $0,4$ ve $0,2$ olduğunda, aynı düğüm bu kez 10-Houston ADÜ'sü üzerinden bir rotaya dahil edilmiştir. Ayrıca, 6-Cleveland düğümü de $\alpha = 1,0; 0,8$ ve $0,6$ senaryolarında ADÜ olarak seçilmemişken, düşük α değerlerinde ($0,4$ ve $0,2$) ADÜ olarak seçilmiştir. Ayrıca, bazı alt rota yapılarının tüm senaryolarda aynı kaldığı gözlemlenmiştir. Özellikle 6-Cleveland, 2-Baltimore ve 3-Boston şehirleri arasındaki rota, α katsayısı ne olursa olsun değişmemiştir. Bu durum, modelin belirli kısmi rotaları sabit tutarak toplam çözüm kalitesini koruduğunu ve bu yapıların çözüm açısından avantaj sağladığını göstermektedir. Bu değerlendirmeler doğrultusunda, α katsayısındaki değişimin yalnızca i-j düğümleri arasındaki maksimum süreyi değil, aynı zamanda ADÜ yerleşimlerini ve rota yapısını da doğrudan etkilediği; modelin farklı ekonomik senaryolara uyum sağlayarak serim tasarımını esnek biçimde yeniden yapılandırabildiği sonucuna varılmaktadır.

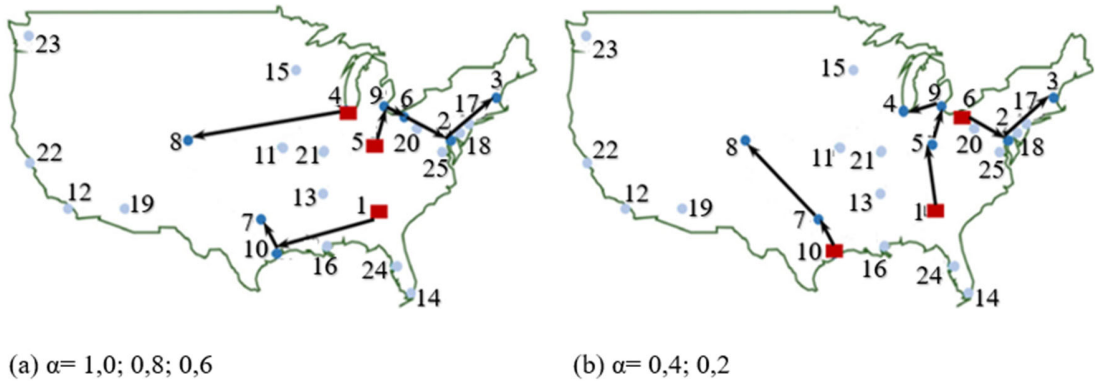
İkinci olarak çözümler üzerinde etkisi incelenen faktör araç sayısıdır. Araç sayısının artırılması, benzer biçimde çözüm kalitesi üzerinde önemli bir etkiye sahiptir. Aynı ADÜ sayısı ile çözümlen problemler arasında araç sayısı arttıkça, amaç fonksiyonu değerlerinde düşüş gözlenmektedir. Örneğin TR.16.5.1 probleminde araç sayısı 1 iken amaç fonksiyonu 1130; araç sayısının 2 olduğu TR.16.5.2 probleminde ise 968,07 olarak çözücü tarafından hesaplanmıştır. Bu farklılık, araç sayısı arttıkça her aracın daha az sayıda şehir ziyaret ettiği, bu sayede rotaların ve toplam taşıma süresinin kısaldığını göstermektedir.

4. İki Aşamalı Gürbüz Tek Atamalı p-ADÜ Merkez ve Açık Uçlu Rotalama Problemi (Two-stage Robust Single-Allocation p-Hub Center and Open Routing Problem)

Bu bölümde, gerçek hayatta karşılaşılabilecek hava koşulları, trafik kazaları gibi çeşitli dışsal faktörler nedeniyle teslimat sürelerinde meydana gelebilecek gecikmeler göz önünde bulundurulmuş; bu

Tablo 2. Model 1 (A) CAB.10 ve TR.16 veri seti üzerinde sayısal sonuçlar
(Numerical results of Model 1 (A) on the CAB.10 and TR.16 data sets)

Prob.	α	ADÜ yerleri	Amaç Fnk.	Süre(sn)	Dal-Sımr Ağacı Sayısı	Rota
<i>CAB.</i>						
10.2.1	1	1,5	2417,32	1,81	446	3-2-6-9-4-5; 8-7-10-1
10.3.1	1	1,4,5	1816,25	5,48	1739	3-2-6-9-5; 7-10-1; 8-4
10.3.1	0,8	1,4,5	1726,61	5,36	1181	3-2-6-9-5; 7-10-1; 8-4
10.3.1	0,6	1,4,5	1636,97	7,24	2063	3-2-6-9-5; 7-10-1; 8-4
10.3.1	0,4	1,6,10	1509,91	4,52	927	3-2-6; 4-9-5-1; 8-7-10
10.3.1	0,2	1,6,10	1405,63	4,69	984	3-2-6; 4-9-5-1; 8-7-10
10.3.2	1	4,5,6	1486,07	9,81	788	1-5; 2-9-6; 3-6; 7-5; 8-4; 10-4
10.3.2	0,8	2,4,5	1447,81	10,03	1194	1-5; 3-2; 6-9-2; 7-5; 8-4; 10-4
10.3.2	0,6	1,2,7	1313,48	10,81	1160	3-2; 4-5-1; 6-2; 8-7; 9-1; 10-7
10.3.2	0,4	2,5,7	1134,00	6,78	509	1-5; 3-2; 6-2; 8-7; 9-4-5; 10-7
10.3.2	0,2	2,5,7	995,81	5,11	188	1-5; 3-2; 6-2; 8-7; 9-4-5; 10-7
10.4.1	1	2,4,7,9	1439,23	5,45	947	1-5-6-9; 3-2; 8-4; 10-7
<i>TR.</i>						
16.4.3	0,9	2,7,11,14	956,07	655,23	2751	1-7; 3-11; 4-2; 5-7; 6-14; 8-2; 9-2; 10-11; 12-11; 13-14; 15-14; 16-7
16.5.1	0,9	2,8,11,13,14	1130,00	597,55	14549	5-16-7-1-8; 6-14; 9-4-2; 10-12-3-11; 15-13
16.5.2	0,9	2,7,8,11,14	968,07	861,52	3801	1-8; 3-8; 4-11; 5-7; 6-14; 9-2; 10-12-11; 13-2; 15-14; 16-7
16.6.1	0,9	1,2,8,11,13,14	1056,00	400,00	7174	3-8; 5-16-7-1; 6-14; 9-4-2; 10-12-11; 15-13
16.7.1	0,9	2,4,7,11,13,14,16	986,73	197,67	2208	3-2; 5-16; 6-14; 8-1-7; 9-4; 10-12-11; 15-13
16.8.1	0,9	2,4,7,10,11,13,14,16	986,73	98,03	2116	1-7; 3-11; 5-16; 6-14; 8-2; 9-4; 12-10; 15-13



Şekil 1. CAB.10.3.1 örneği $\alpha=0,2;0,4;0,6;0,8;1,0$ için Model 1 sonuçlarının şekilsel gösterimi
(Graphical representation of Model 1 results for the CAB.10.3.1 instance with $\alpha = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, \text{ and } 1.0$)

doğrultuda seyahat sürelerinin sabit olmadığı, bir başka deyişle belirsizlik içerdiği varsayılmıştır. Bölüm 4.1’de geliştirilen iki aşamalı gürbüz tek atamalı p-ADÜ merkez ve açık uçlu rotalama problemi, 4.2.’de ise bu modele ait sayısal sonuçlara yer verilmiştir.

4.1. Matematiksel Model (Mathematical Model)

Seyahat sürelerindeki belirsizlik bir önceki bölümde önerilen matematiksel modele (Model 1 (A)) dahil edilerek serim ağındaki herhangi bir kaynak-varış noktası çifti arasındaki en uzun seyahat süresini en aza indiren iki aşamalı gürbüz tek atamalı p-ADÜ merkez ve açık uçlu rotalama problemi ele alınmıştır. Geliştirilen bu iki aşamalı gürbüz programlama modelinde, ilk aşamada serim ağındaki düğümler arasından en uygun ADÜ’lerin konumları belirlenmektedir. İkinci aşamada ise serim ağına meydana gelebilecek olası gecikmeler dikkate alınarak, herhangi bir kaynak-varış noktası çifti arasındaki en uzun seyahat süresini en aza indirecek şekilde her bir müşteri düğümünün yalnızca bir ADÜ’ye atanması sağlanmakta ve rotalar oluşturulmaktadır. Bir serim ağındaki seyahat sürelerinde gecikme olması ve gecikme olmaması olmak üzere iki durum mevcuttur. ‘i’ düğümü ile ‘j’ düğümü arasındaki seyahat süresinde gecikme olma olasılığı $0 < P(\text{Gecikme}) \leq 1$ ve $P(\text{Gecikme Yok}) = 1 - P(\text{Gecikme})$ şeklinde ifade edilmektedir. Ayrıca bir bağlantıda gecikme yaşanma olasılığı diğer tüm bağlantılardan bağımsızdır. Bu iki düğüm arasındaki seyahat süresinde eğer bir gecikme varsa $t_{ij}(\text{Gecikme}) = (1 + d)t_{ij}$; aksi durumda ise $t_{ij}(\text{Gecikme Yok}) = t_{ij}$ olarak tariflenmiştir. Bu gösterimdeki gecikme faktörü ‘d’ seyahat süresindeki oransal artıştır ve $d > 0$ ’dır. Modelde belirtilen senaryolar oluşturulurken, bahsedilen gecikme durumlarının olasılıklarına göre süre matrisleri oluşturulmuştur.

Önerilen matematiksel modelde ‘gerçekleşecek senaryoların kümesi ise ‘S’ olarak belirtilmiştir. Bölüm 2’de verilen deterministik matematiksel programlama modeline ek olarak ‘iki aşamalı gürbüz p-ADÜ merkez yer seçimi ve açık uçlu rotalama problemi’ dahilinde kullanılan ek parametreler ve karar değişkenleri aşağıda verilmiştir. Ardından, Model 2 sunulmuştur.

İndisler

$s =$ senaryo

İkinci Aşama Karar değişkenleri

$x_{jvs} = 1$, s senaryosunda v aracı rotadaki i ve j düğümlerini sırayla ziyaret ederse; 0, d.d.

$a_{ijvs} = 1$, s senaryosunda i düğümünden rotasına başlayan v aracı j ADÜ’sünde rotasını tamamlıyorsa; 0, d.d.

$b_{ivs} = 1$, s senaryosunda i düğümündeki duraklama yerine v aracı atanırsa; 0, d.d.

$xz_{ivs} = 1$, s senaryosunda i düğümüne v aracı atanırsa; 0, d.d.

$\beta_s = s$ senaryosunda herhangi bir kaynak-varış noktası çifti arasındaki en büyük seyahat süresi

$R_{ks} = s$ senaryosunda k ADÜ’sünün yarıçapı

$u_{is} =$ yardımcı değişken

Parametreler

$\tilde{t}_{ijs} = s$ senaryosundaki ADÜ ağına i ADÜ’sünden

j ADÜ’süne seyahat süresi

Model 2:

Modelin ilk aşaması:

$$Enk Z = \beta \quad (1)$$

(3), (4), (5), (6), (18), (23) kısıtları altında;

Modelin ikinci aşaması:

$$\sum_{j \in N} (a_{ijvs}) + b_{ivs} + hz_{iv} = xz_{ivs} \quad (24)$$

$$\forall i \in N, \forall v \in V, \forall s \in S$$

$$hz_{iv} \leq \sum_{j \neq i} x_{ijvs} \quad \forall i, j \in N, \forall v \in V, \forall s \in S \quad (25)$$

$$\sum_{j \neq i} x_{ijvs} = \sum_{j \in N} (a_{ijvs}) + b_{ivs} \quad (26)$$

$$\forall i, j \in N, \forall v \in V, \forall s \in S$$

$$\sum_{j \neq i} x_{ijvs} = \sum_{j \in N} (a_{ijvs}) + b_{ivs} \quad (27)$$

$$\forall i, j \in N, \forall v \in V, \forall s \in S$$

$$x_{jivs} + xz_{ivs} \leq xz_{jvs} + 1 \quad (28)$$

$$\forall i, j \in N, \forall v \in V, \forall s \in S$$

$$x_{jivs} + xz_{jvs} \leq xz_{ivs} + 1 \quad (29)$$

$$\forall i, j \in N, \forall v \in V, \forall s \in S$$

$$\sum_{v \in V} xz_{ivs} = 1 + (n_i - 1) * h_i \quad (30)$$

$$\forall i \in N, \forall s \in S$$

$$hz_{iv} \leq xz_{ivs} \quad \forall i \in N, \forall v \in V, \forall s \in S \quad (31)$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} a_{ijvs} = 1 \quad \forall v \in V, \forall s \in S \quad (32)$$

$$R_{ks} \geq \sum_{i \neq j} \sum_j (\tilde{t}_{ijs}) * x_{ijvs} - M * (1 - hz_{kv}) \quad (33)$$

$$\forall i, j, k \in N, \forall v \in V, \forall s \in S$$

$$u_i - u_j + L * \sum_{v \in V} x_{ijvs} + (L - 2) \quad (34)$$

$$* \sum_{v \in V} (x_{jivs}) \leq L - 1$$

$$\forall i, j \in N: i \neq j, \forall v \in V, \forall s \in S$$

$$R_{is} + R_{js} + \alpha^t \tilde{t}_{ijs} * (h_i + h_j - 1) \leq \beta_s \quad (35)$$

$$\forall i, j \in N: i \neq j, \forall s \in S$$

$$\beta_s \leq \beta \quad \forall s \in S \quad (36)$$

$$b_{ivs}, xz_{ivs} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N, \forall v \in V, \forall s \in S \quad (37)$$

$$x_{jivs}, a_{ijvs} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in N: i \neq j, \forall v \in V \quad (38)$$

$$R_{is} \geq 0 \quad \forall i \in N, \forall s \in S \quad (39)$$

$$u_{is} \geq 0 \quad \forall i \in N, \forall s \in S \quad (40)$$

Amaç fonksiyonu, herhangi bir kaynak-varış noktası çifti arasındaki en büyük seyahat süresinin en aza indirilmesini amaçlamaktadır. Modelin ilk aşamasında, (3), (4), (5), (6), (18), (23) kısıtlarıyla ADÜ yerleri belirlenip, araçların ADÜ'lere atanması gerçekleştirilerek sabitlenmiştir. Burada belirtilmek istenen, simetri bozma kısıtlarıyla ADÜ'lere araç atamaları yapıldıktan sonra, her bir senaryo için bu atamaların da ADÜ yerleriyle birlikte sabit kalabilmesidir. Modelin ikinci kısmındaki tüm kısıtlar ise, ADÜ yerleri sabitlendikten sonra, ‘s’ senaryosuna ait seyahat matrisleri kullanılarak modelin birinci kısmındaki kısıtların ‘s’ senaryosuna özel yeni karar değişkenleriyle çözülmesi sonucu rotalama sonuçlarını verir. Örnek olarak (24) numaralı kısıtla, ‘s’ senaryosunda herhangi bir ‘i’ düğümünün; bir ADÜ veya duraklama noktası olmasını ya da bir rota başlatan düğüm olmasını sağlamaktadır. Model 2’deki kısıtlar, Model 1(A)’deki diğer kısıtların bu şekilde yeniden yorumlanmış halidir; bu nedenle, tekrar olmaması açısından tüm kısıtların açıklamalarına yer verilmemiştir. (36) numaralı kısıt ise, modelin ikinci aşamasına özgü olup, gürbüz yaklaşımın temel özelliğini yansıtan “senaryo bazlı en kötü durum” hesaplamasını doğrusalştırılmış biçimde modele entegre etmektedir. Bu kısıt, her bir senaryoda oluşan maksimum seyahat süresini temsil

eden β_s değerlerinin, tüm senaryolar içinde en büyük olanını belirleyen üst sınır değişkeni β ile ilişkilendirilmesini sağlar. Böylece, model her bir senaryo için hesaplanan ikinci aşama amaç fonksiyonlarının en kötüsünü minimize edecek şekilde yapılandırılmış olur. Bu yapı teorik olarak iç içe geçmiş bir 'min-max' optimizasyonu gerektirse de çözüm sürecini basitleştirmek amacıyla doğrusallaştırılmış hali kullanılmıştır.

4.2. Sayısal Sonuçlar (Computational Results)

Bu bölümde gerçekleştirilen analizlerde, problemin çözümünde kullanılan test örnekleri, ADÜ sayısı p , gecikme olasılığı $P(g)$ ve gecikme faktörü ' d ' değerinin farklı kombinasyonları dikkate alınarak oluşturulmuştur. Bu örnekler, $(p, P(g), d)$ üçlüsü şeklinde temsil edilmektedir. Amaç, değişen gecikme düzeylerinin ve süre artış oranlarının model çıktıları üzerindeki etkilerini incelemektir. Gecikme olasılığı $P(g)$, 0,20 ve 0,40 değerlerini; gecikme faktörü ' d ' ise 0,25 ve 0,50 seviyelerini alacak şekilde tanımlanmıştır. Belirlenen $(p, P(g), d)$ kombinasyonlarına göre oluşturulan test senaryoları, her biri farklı belirsizlik durumlarını yansıtan 10 ayrı senaryoyu içermektedir. Her kombinasyon için ADÜ yerleri belirlenerek sabitlendikten sonra gürbüz programlama modeli 10 defa çalıştırılmış ve her bir çözümde farklı veri setleri kullanılarak sonuçlar karşılaştırılmıştır. Böylece her kombinasyon altındaki senaryo sonuçları değerlendirilerek, modelin farklı belirsizlik yapılarına karşı gösterdiği çözüm kararlılığı ve performansı analiz edilmiştir. Seyahat süresi matrisleri, sabit hız varsayımıyla mesafe verilerinden hesaplanmıştır. Türkiye veri setinde kara yolu taşımacılığı esas alınarak mesafeler 90 km/saat hızla bölünmüş ve dakika cinsinden süreler elde edilmiştir [53]. CAB veri setinde ise, mesafeler 80 km/saat hızla bölünerek seyahat süreleri hesaplanmıştır.

İki aşamalı gürbüz tek atamalı p-ADÜ merkez ve rotalama modeliyle öncelikle araştırılmak istenen konu ise ' α ' değerlerinin sabit tutulup,

$P(g)/d$ değerlerinin sonuçlar üzerinde etkisinin incelenmesidir. Bu amaçla, Türkiye veri seti üzerinde TR16.7.1 probleminde literatürle uyumlu olarak $\alpha=0,9$ alınarak, gecikme olasılığı $P(g)$ ve seyahat süresindeki oransal artışı temsil eden gecikme faktörü d parametrelerinin model çıktıları üzerindeki etkileri incelenmiştir (Tan ve Kara, [53]; Yaman vd. [1]). Bu kapsamda $P(g)$ için 0,20 ve 0,40; d için ise 0,25 ve 0,50 değerleri dikkate alınarak dört farklı $(P(g), d)$ kombinasyonu oluşturulmuştur. Her bir kombinasyon altında seyahat süresi belirsizliğini temsil eden 10 ayrı senaryo tanımlanmış; bu senaryoların her biri için Model 1 (A), 10 tekrar olacak şekilde çalıştırılmıştır. Böylece toplamda 100 senaryo çözümü elde edilerek, modelin farklı gecikme yapılarına karşı gösterdiği performans değerlendirilmiştir. Türkiye veri setine dayalı bu analizlerin sayısal sonuçları Tablo 3'te sunulmuştur. Tablo 3'te her bir $(P(g), d)$ kombinasyonu altında elde edilen ADÜ yerleşim kümeleri, amaç fonksiyonu değerleri, çözüm süreleri ve dal-sınır ağacı sayıları raporlanmaktadır. Tablo 3 ve Tablo 4'te amaç fonksiyonu değerleri A.F. satırlarında, dal-sınır ağacı sayıları ise D-S satırlarında sunulmaktadır. Tablolarda yer alan 'Süre' satırlarında ise, GAMS CPLEX çözücüsünün optimal çözümleri elde etmek için harcadığı hesaplama süresi saniye cinsinden verilmektedir.

Tablo 3'te yer alan sonuçlar, farklı gecikme olasılığı $P(g)$ ve gecikme faktörü d kombinasyonlarının hem ADÜ yerleşim kararları hem de modelin hesaplama performansı üzerinde belirgin etkiler yarattığını göstermektedir. Deterministik yaklaşım çözümleri için geliştirilen Model 1 (A) sonuçları incelendiğinde; gecikme olasılığı ve gecikme faktörü değerleri arttıkça amaç fonksiyonu değerlerinde artış gözlenmiş, bu da modelin gecikmelere duyarlı olduğunu ve iki düğüm arasındaki maksimum sürenin daha uzun bir durumda gerçekleştirilebildiğini ortaya koymuştur. Burada belirtilmek istenen, Tablo 3'te A.F. satırlarında verilen tüm amaç fonksiyonu değerlerinin, optimal çözümlere karşılık gelen ve zaman birimi cinsinden ifade edilen değerler olduğudur. Çözüm süreleri senaryolara bağlı olarak

Tablo 3. Model 1 (A) ile TR.16.7.1 $\alpha=0,9$ örneği üzerindeki sayısal sonuçlar
(Computational results of Model 1 (A) for the TR.16.7.1 instance with $\alpha = 0.9$)

P(g) /d.		Tekrar									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,2/ 0,25	A.F.	1125,9	1112,9	1135,8	1152,2	1097,8	1136,5	1126,2	1097,5	1114,1	1118,3
	ADÜ [*]	1,2,4,	1,2,7,	1,2,4,	2,4,7,	1,2,7,	2,7,8,	1,2,4,	2,7,8,	1,2,8,	2,4,8,
	ler	7,11,	11,12,	8,11,	8,11,	11,12,	9,12,	7,12,	11,12,	11,12,	11,13,
		13,14	13,14	13,14	13,14	13,14	13,14	13,14	13,14	13,14	14,16
	Süre	30766,7	22546,4	20327,7	28529,9	51014,3	33076,7	42819	80775,6	22021,8	36074,8
	D-S	5987	3686	3175	5075	7468	5212	4279	8919	3287	4255
0,2/ 0,5	A.F.	1235,2	1250,70	1223,43	1226,9	1218,9	1225,9	1243,1	1234,1	1234,50	1260,60
	ADÜ [*]	2,7,8,	2,7,8,	1,2,4,	2,7,8,	2,7,8,	1,2,4,	1,2,7,	1,2,4,	2,7,8,	2,7,8,
	ler	11,12,	10,11,	8,11,	11,12,	11,12,	8,11,	10,11,	8,11,	11,12,	11,12,
		13,14	13,14	13,14	13,14	13,14	13,14	13,14	13,14	13,14	13,14
	Süre	29631,4	51965,8	28558,4	30489,6	30107	25712,4	48861	32240,6	31212,7	43336,2
	D-S	4027	5233	5925	7066	3925	11453	10939	7490	6050	4263
0,4/ 0,25	A.F.	1198,9	1175,6	1169,1	1181,5	1175	1163,3	1152,25	1164,83	1169,58	1176,42
	ADÜ [*]	1,2,7,	1,2,4,	1,2,7,	1,2,4,	1,2,8,	1,2,7,	1,2,7,	1,2,7,	1,2,8,	1,2,7,
	ler	10,11,	8,11,	10,11,	8,12,	10,11,	11,12,	11,12,	10,11,	11,12,	10,11,
		13,14	13,14	13,14	13,14	13,14	13,14	13,14	13,14	13,14	13,14
	Süre	31589,3	70881,1	43855,1	60526,1	38685,2	41056,4	52533,6	31218,3	24072,3	47473,1
	D-S	3611	6069	4280	9517	8134	6956	8269	3781	2505	4049
0,4/ 0,5	A.F.	1336,80	1299,17	1302,07	1334,43	1325,67	1353,70	1294,27	1353,77	1337,50	1325,00
	ADÜ [*]	1,2,4,	2,7,8,	2,7,8,	1,2,4,	2,7,8,	1,2,7,	1,2,7,	1,2,3,	2,7,8,	2,7,8,
	ler	8,11,	11,12,	10,11,	8,11,	11,12,	10,11,	11,12,	4,8,	11,12,	11,12,
		13,14	13,14	13,14	13,14	13,14	13,14	13,14	11,14	13,14	13,14
	Süre	39310,4	27412,9	36272,8	28462,8	52337,9	59296,9	43890,3	31795,1	24386,9	39070,7
	D-S	7028	5626	6875	2655	9824	13478	6683	4830	5415	6188

Tablo 4. Model 2'nin sabit ADÜ ile TR.16.7.1 $\alpha=0,9$ örneği üzerindeki sayısal sonuçlar
(Computational results of Model 2 with fixed hub locations for the TR.16.7.1 instance with $\alpha = 0.9$)

P(g)=0,2 Senaryo Sonuçları					P(g)=0,4 Senaryo Sonuçları				
d	ADÜ	A.F.	Süre	D.S.	d	ADÜ	A.F.	Süre	D.S.
0,25	1,2,4,7,11,13,14	HH	86400	HH	0,25	1,2,4,8,11,13,14	1223,83	4131,187	14414
0,25	1,2,4,7,12,13,14	HH	86400	HH	0,25	1,2,4,8,12,13,14	1223,83	5482,50	19670
0,25	1,2,7,11,12,13,14	1169,08	3052,27	6497	0,25	1,2,7,10,11,13,14	1246,67	3586,86	3494
0,25	1,2,4,8,11,13,14	1175,58	7916,03	12144	0,25	1,2,7,11,12,13,14	HH	86400	HH
0,25	1,2,8,11,12,13,14	1176,83	3227,63	12160	0,25	1,2,8,10,11,13,14	1217,33	5825,61	11056
0,25	2,4,7,8,11,13,14	1180,83	3753,13	3005	0,25	1,2,8,11,12,13,14	1223,83	4113,27	15710
0,25	2,4,8,11,13,14,16	1200,92	2783,67	2229	0,50	1,2,3,4,8,11,14	1498,27	2986,67	3347
0,25	2,7,8,9,12,13,14	1229,75	4550,125	10818	0,50	1,2,4,8,11,13,14	1390,33	3147,11	9834
0,25	2,7,8,11,12,13,14	HH	86400	HH	0,50	1,2,7,10,11,13,14	1388,10	3225,27	10916
0,50	1,2,4,8,11,13,14	1325,00	3284,36	1230	0,50	1,2,7,11,12,13,14	1371,90	4256,00	49656
0,50	1,2,7,10,11,13,14	1309,10	3367,17	3916	0,50	2,7,8,10,11,13,14	1388,10	2985,56	10724
0,50	2,7,8,10,11,13,14	1306,77	3397,31	2555	0,50	2,7,8,11,12,13,14	1375,00	3226,13	9709
0,50	2,7,8,11,12,13,14	1339,67	3102,78	16525					

önemli ölçüde değişiklik göstermekte olup, minimum çözüm süresi 20327,69 saniye ($P(g)/d$ 0,20/0,25 kombinasyonu, tekrar 3), maksimum çözüm süresi 80775,59 saniyeye kadar çıkmıştır ($P(g)/d$ 0,20/0,25 kombinasyonu, tekrar 8). Bu değişkenliğin kaynağının, büyük ölçüde ADÜ yerleşimlerinin ve seyahat matrisinin karmaşıklığından kaynaklandığı düşünülmektedir. Dal-sınır ağacı sayıları ise minimum olarak 2505 (örneğin, 0,40/0,25 kombinasyonu, tekrar 9) ile 13478 (örneğin, 0,40/0,50 kombinasyonu, tekrar 6) arasında değişmiş ve genellikle amaç fonksiyonundaki artışla birlikte yükselme eğilimi göstermiştir. Ancak, en büyük dal-sınır sayısının gözlemlendiği örneğin çözüm süresi 59296,88 saniyedir. Dolayısıyla, bu gibi örneklerde yüksek düğüm sayısına rağmen makul sürelerde çözümler elde edilmesi, modelin çözüm alanında farklı yerleşim kombinasyonlarına bağlı olarak çeşitli yakınsama özellikleri sergileyebildiğini ortaya koymaktadır. Genel olarak, artan gecikme koşulları altında hem çözüm kalitesinin hem de hesaplama yükünün arttığı; dolayısıyla belirsizliklerin hem operasyonel kararlar hem de hesaplama performansı açısından dikkate alınması gerektiği sonucuna varılabilir. Tablo 3'deki verilerin ADÜ yerleşimlerine göre analizlerinde ise ilerleyen yorumlar yapılabilir. $P(g)=0,20$, $d=0,25$ kombinasyonunda toplam 10 çözümde 9 farklı ADÜ yerleşimi elde edilmiş; yalnızca {1,2,7,11,12,13,14} ADÜ kombinasyonu iki kez tekrar etmiştir. Buna karşın $P(g)=0,20$, $d=0,50$ değerlerinde, çeşitlilik azalmış ve sadece 4 farklı ADÜ yapısı gözlemlenmiştir. {2,7,8,11,12,13,14} ADÜ kombinasyonu ise 5 kez tekrarlanarak baskınlık oluşturmuştur. Benzer biçimde, $P(g)=0,40$, $d=0,25$ ve $P(g)=0,40$, $d=0,50$ kombinasyonlarında da sırasıyla 6'şar farklı ADÜ yapısı elde edilmiş olup, belirli ADÜ kombinasyonları örneğin {1,2,7,10,11,13,14} ve {2,7,8,11,12,13,14} daha sık ortaya çıkmıştır. Bu durum, gecikme parametrelerinin artmasıyla birlikte modelin daha belirgin ve tekrarlı konfigürasyonlara yöneldiğini göstermektedir. Amaç fonksiyonu değerleri incelendiğinde ise, tüm kombinasyonlar için dağılımın oldukça dar olduğu; en düşük ortalama değer $P(g)=0,40$, $d=0,25$ için 1172,65; en yüksek ortalamasının ise $P(g)=0,40$, $d=0,5$ için 1326,24 olduğu görülmektedir. Bu durum, sistemdeki belirsizlik seviyesi arttıkça toplam sürenin de arttığını ortaya koymaktadır. Öte yandan çözüm süreleri, düşük belirsizlik içeren kombinasyonlarda daha istikrarlı ve kısa kalırken, yüksek gecikme olasılıklarında belirgin biçimde yükselmiş ve bazı senaryolarda 70000 saniyeyi aşan çözüm süreleri gözlemlenmiştir (0,20/0,25; 0,40/0,25).

İki aşamalı çözüm yapısında öncelikle Model 1(A) çalıştırılarak, her bir ($P(g),d$) kombinasyonu altında ortaya çıkan aday ADÜ yerleşimleri belirlenmekte ve Tablo 3'te raporlanmaktadır. Bu aşamada ADÜ yerleşim kararları belirsizlikten önce deterministik olarak verilmektedir. Elde edilen bu yerleşimler Model 2'nin birinci aşamasında sabitlenmekte; ikinci aşamada ise, sabit ADÜ yerleşimleri

altında araç rotaları, farklı seyahat süresi senaryoları dikkate alınarak gürbüz bir biçimde oluşturulmaktadır. Böylece, belirsizlik altında rotalama kararlarının sistem performansı üzerindeki etkisi doğrudan değerlendirilebilmektedir. Tablo 4'te, Tablo 3'ten elde edilen sabit ADÜ yerleşimleri altında, her bir ($P(g),d$) kombinasyonu için 100 farklı seyahat süresi senaryosu kullanılarak Model 2 ile elde edilen çözüm sonuçları sunulmuştur. Aynı kombinasyon altında birden fazla tekrar sonucunda aynı ADÜ yerleşim kümesinin elde edilmesi durumunda, bu yerleşim Tablo 4'te tek bir aday çözüm olarak değerlendirilmiştir. Tablo 4'te "HH" ile gösterilen ifadeler, modelin çözümü sırasında 86400 saniyelik süre sınırı içinde bellek yetersizliği nedeniyle çözülemeyen durumları temsil etmektedir. Böylece Tablo 3 her bir ($P(g), d$) kombinasyonu altında gözlenen aday ADÜ yerleşimlerini; Tablo 4 ise bu adaylar arasından en kötü senaryo performansı en iyi olan nihai gürbüz ADÜ yerleşimini göstermektedir. Tablo 4'te $P(g)=0,2$ ve $P(g)=0,4$ gecikme olasılıkları için $d=0,25$ ve $d=0,5$ gecikme faktörü kombinasyonlarına ait senaryo sonuçları verilmiştir.

Tablo 4'te HH ile belirtilenler dışındaki tüm sonuçlar, ilgili ADÜ yerleşimleri için GAMS CPLEX çözücüsü tarafından sağlanan optimal çözüm değerlerini göstermektedir. Tablo 4'te sunulan sonuçlar, sabit ADÜ yerleri altında çözülen Model 2'nin hesaplama performansı açısından önemli avantajlar sağladığını göstermektedir. Özellikle çözüm sürelerinde belirgin bir azalma gözlemlenmiş, süreler 2783,67 saniye ($P(g)/d$: 0,20/0,25, ADÜ yeri: 2,4,8,11,13,14,16) ile 7916,03 saniye ($P(g)/d$: 0,20/0,25; ADÜ yeri: 1,2,4,8,11,13,14) arasında değişmiştir. Tablo 3'teki en kısa çözüm süreli örneğin, ADÜ yerleri sabitlendikten sonra, en uzun çözüm süresine rastlanması hem gecikme olasılıklarının hem de gecikme katsayılarının model üzerindeki etkisini dramatik bir biçimde ortaya koymaktadır. Ayrıca genel olarak, çözüm sürelerinde Tablo 3 verilerine göre (20000-80000 saniyeye kıyasla), çok büyük bir düşüş gözlemlenmiştir. Benzer şekilde, dal-sınır ağacı sayılarında da ciddi bir düşüş yaşanmıştır; en düşük değer 1230 ($P(g)/d$:0,20/0,50), en yüksek değer ise 49656 ($P(g)/d$:0,40/0,50) olarak kaydedilmiştir. Tablo 3'teki verilere kıyasla genel olarak daha dar aralıkta ve daha düşük sayılarda kalan bu değerler, Tablo 4'teki veriler için çalıştırılan Model 2'nin yapısal olarak daha sade ve çözüm uzayının daha küçük olduğunu göstermektedir. Bu düşüşlerin temel nedeni, Model 2'de ADÜ yerleşim kararlarının önceden sabitlenmiş olmasıdır. Böylece karar uzayındaki değişken sayısı azalmakta ve çözüm algoritması daha hızlı yakınsamaktadır.

Tablo 4 ADÜ yerleşimleri açısından incelendiğinde ise, aynı $P(g)/d$ kombinasyonu altında dahi birden fazla farklı ADÜ yerleşim kümesinin elde edildiği görülmektedir. Örneğin, $P(g)=0,20$ $d=0,25$

Tablo 5. Her bir P(g)/d kombinasyonu için Tablo 4'den elde edilen minimum, maksimum ve ortalama amaç fonksiyonu değerleri ve ADÜ'ler (Minimum, maximum and average objective function values and hub locations obtained from Table 4 for each P(g)/d combination)

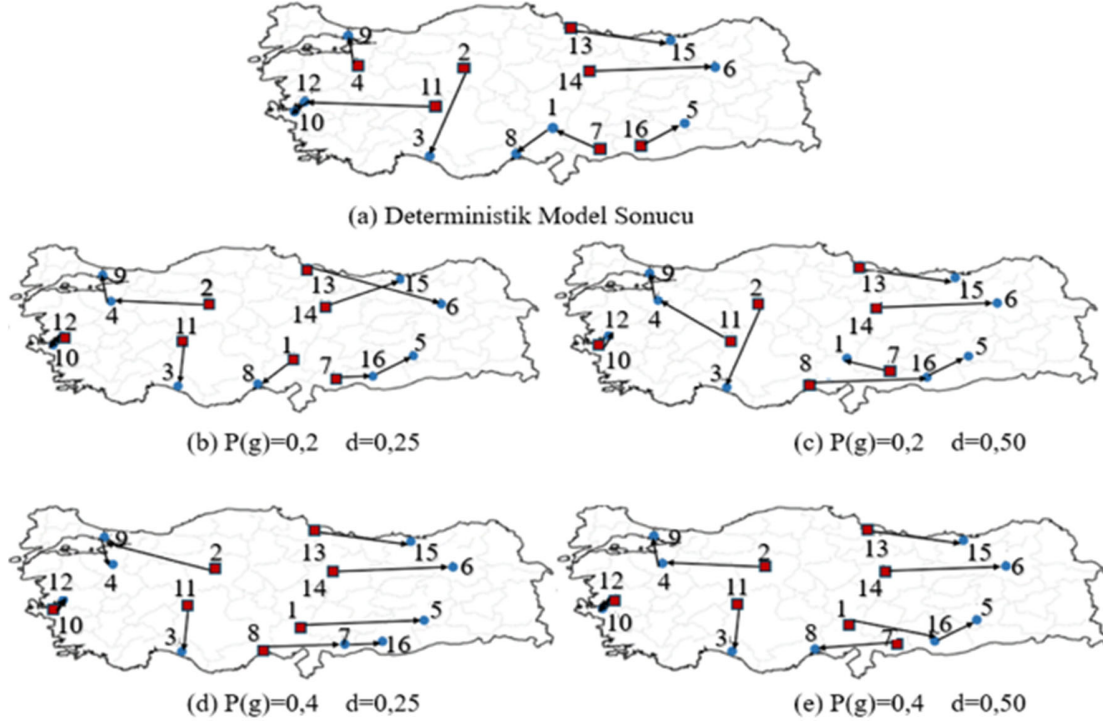
P(g)/d	Minimum Amaç Fonksiyonu	ADÜ'ler	Maksimum Amaç Fonksiyonu	ADÜ'ler	Ortalama Amaç Fonksiyonu
0,20/0,25	1169,08	1,2,7,11,12,13,14	1229,75	2,7,8,9,12,13,14	1188,83
0,20/0,50	1306,77	2,7,8,10,11,13,14	1339,67	2,7,8,11,12,13,14	1320,14
0,40/0,25	1217,33	1,2,8,10,11,13,14	1246,67	1,2,7,10,11,13,14	1227,10
0,40/0,50	1371,90	1,2,7,11,12,13,14	1498,27	1,2,3,4,8,11,14	1401,95

durumunda dokuz farklı ADÜ yerleşimine ait sonuçlar incelenebilir. Bu durum, modelin çözümünün tekil olmadığını; belirsizlik altında çözüm uzayının genişlediğini göstermektedir. Ayrıca, bazı ADÜ kümeleri belirli senaryolarda daha iyi performans sergilerken, diğer kümeler farklı seyahat süresi yapılarına karşı daha dayanıklı çözümler sunabilmektedir. Bu bağlamda, önerilen gürbüz çözümlerin, çevresel belirsizlikler ve rastgelelik içeren senaryolara göre önemli ölçüde farklılaşabileceği görülmektedir. Yine ADÜ yerleşim kümelerinin farklı senaryo kombinasyonları altında birden fazla kez tekrar ettiği görülmektedir. Bu tekrar eden yapılar, söz konusu ADÜ kombinasyonlarının farklı belirsizlik senaryoları karşısında görece daha dayanıklı olduğunu göstermekte, dolayısıyla gürbüz çözümler açısından öne çıkan aday kümeler olarak değerlendirilebileceğini düşündürmektedir. Ayrıca, her bir ADÜ lokasyonu tekil olarak incelendiğinde, belirli şehirlerin model tarafından daha sık merkez olarak önerildiği gözlemlenmektedir. Örneğin, 2-Ankara ve 14-Sivas toplamda 21 kez, 13-Samsun 20 kez ve 11-Konya 19 kez ADÜ olarak seçilmiştir. Bu merkezleri, 8-Mersin, 1-Adana ve 7-Gaziantep takip etmektedir. Buna karşılık 16-Urfa, 9-Eskişehir ve 3-Denizli yalnızca birer kez ADÜ olarak seçilmiş olup, yalnızca belirli senaryolarda çözüm kümesine dahil edilmiştir. Bu durum, söz konusu şehirlerin konumlarının ve çevresel bağlantılarının, sistemin genel performansını etkileyen belirsizlik koşullarına göre değişiklik gösterdiğini ve bazı ADÜ'lerin daha kararlı ve yaygın çözüm bileşenleri olarak amaç fonksiyonuyla paralel olarak maksimum sürenin minimum olması için öne çıktığını göstermektedir. Bu analiz, uygulayıcıların planlama süreçlerinde hangi şehirlerin daha istikrarlı merkez adayları olduğunu belirlemelerine olanak tanımaktadır. Tablo 5'te ise, Tablo 4'ten elde edilen minimum, maksimum ve ortalama amaç fonksiyonları ile, minimum ve maksimum amaç fonksiyonlarının sağladığı ADÜ'ler raporlanmıştır. Ayrıca, Şekil 2'de hem deterministik model olan Model 1 (A) (Şekil 2.a.); hem de her bir P(g)/d kombinasyonu sonucu elde edilen minimum amaç fonksiyonu sağlayan ADÜ'lere yer verilmiştir.

Tablo 5 incelendiğinde, her bir kombinasyon için elde edilen amaç fonksiyonu değerleri dikkate alındığında, P(g)=0,20, d=0,25 için değer 1169,08 ile 1229,75 arasında değişirken; belirsizliğin arttığı P(g)=0,40, d=0,50 durumunda bu aralık 1371,90 ile 1498,27 zaman birimine yükselmektedir. Ortalama amaç fonksiyonu değerleri sırasıyla 1188,83; 1320,14; 1227,10 ve 1401,95 olarak hesaplanmıştır. Bu sonuçlar, karar vericilerin yalnızca ortalama performansı değil, aynı zamanda çözüm varyasyonlarını da dikkate alan esnek bir planlama yaklaşımı benimsemeleri gerektiğini göstermektedir. Öte yandan, amaç fonksiyonu değerlerindeki bu değişkenlik sadece ADÜ yerleşimlerinden değil, bu yerleşimlere bağlı olarak oluşan rota yapılandırılmalarından da kaynaklanmaktadır. Rotalama kararları hem seyahat sürelerindeki belirsizlikten hem de ADÜ'lerin konumuna göre şekillenen ulaşım bağlantılarından etkilenmekte ve bu durum sistemdeki maksimum süreyi doğrudan etkilemektedir. Şekil 2'de ise, hem deterministik modelde elde edilen ADÜ yerleri, hem de her bir P(g)/d kombinasyonu sonucu elde edilen minimum amaç fonksiyonu değerlerine karşı gelen ADÜ'ler çizilerek, farklar incelenmiştir.

Şekil 2.a.'da deterministik Model 1 (A) sonucunda elde edilen ADÜ yerleşimleri, seyahat sürelerinin sabit olduğu varsayımı altında matematiksel modelin maksimum seyahat süresini minimize edeceği şekilde belirlenmiştir. Bu senaryoda, ADÜ'ler 2-Ankara, 4-Bursa, 7-Gaziantep, 11-Konya, 13-Samsun, 14-Sivas ve 16-Urfa şehirlerine yerleşmiştir. Bu yapı, Türkiye'nin farklı bölgelerini dengeli biçimde kapsayan, coğrafi olarak yaygın ama stratejik biçimde yerleştirilmiş merkezlerden oluşmaktadır. Geri kalan şekillerde ise, hava koşulları/kaza vb. durumlarda oluşabilecek trafik sıkışıklığı nedeniyle seyahat sürelerinde gecikme olma olasılığını dikkate alarak seyahat sürelerinin sabit olmadığını varsayımı ile Model 2'den elde edilen sonuçlara yer verilmiştir.

Şekil 2.a.'da, Model 1 (A) genelindeki maksimum rota süresini düşürmek amacıyla merkezî ve yarı-çevresel bölgelerde ADÜ'ler konumlandırılmıştır, bu durum rotaların genellikle daha kısa ve dengeli olacak şekilde oluşmasını sağlamıştır. Şekil 2.b.'de, Model 2 kapsamında P(g)=0,20 ve d=0,25 olarak belirlendiğinde, seyahat süresinde düşük bir gecikme olasılığı ve sınırlı bir gecikme şiddeti öngörülmüştür. Bu durumda seçilen ADÜ'ler 1-Adana, 2-Ankara, 7-Gaziantep, 11-Konya, 12-Manisa, 13-Samsun ve 14-Sivas şehirleridir. Burada, deterministik modele benzer şekilde sistem görece merkezî şehirlerde yoğunlaşmakta; belirsizliğin düşük etkisi sebebiyle ADÜ yerleşimleri sınırlı düzeyde farklılaşmaktadır. Rotalar incelendiğinde ise, deterministik modele benzer biçimde kısa mesafeli ve dengeli bir yapı korunmuştur; bu durum, düşük gecikme olasılığı ve düşük şiddetin, rotalar üzerinde sınırlı bir etki yarattığını göstermektedir. Özellikle batıda yer alan ve yeni bir ADÜ olarak Manisa'nın sisteme dâhil edilmesi, bu bölgedeki müşterilere daha kısa mesafeli rotalar üzerinden erişim sağlanmasına imkân tanımakta; böylece bu bölgedeki rota uzunluklarında bir azalma meydana gelmektedir. Şekil 2.c.'de, aynı gecikme olasılığı (P(g)=0,20) korunurken gecikme şiddeti d=0,50 olarak artırıldığında, model bu defa 8-Mersin ve 10-İzmir gibi daha batıda kalan şehirleri de ADÜ olarak atamış; 4-Bursa ve 16-Urfa gibi şehirler ADÜ olarak seçilmemiştir. Bu durum, düşük olasılıkla dahi yüksek şiddette gecikmelerin öngörülmesi halinde modelin daha uç noktalara ADÜ yerleştirerek maksimum rota süresini sınırlandırma durumu geliştirdiğini göstermektedir. Bu sayede bazı bölgelerde müşteri noktalarına daha yakın merkezlerden hizmet verilerek rota uzunlukları azalmıştır. Ancak, örneğin 11-Konya'dan 9-İstanbul ve 4-Bursa gibi batıdaki uzak noktalara hizmet verilmesi gereken durumlarda, bazı rotalar belirgin şekilde uzamış ve sistemin genel rota yapısı daha karmaşık bir hâl almıştır. Şekil 2.d.'de, gecikme olasılığı artırılarak P(g)=0,40 ve d=0,25 düzeyindeki minimum amaç fonksiyonunu veren çözüme ait çizim görülmektedir. Bu senaryoda, model belirsizliğin artmasıyla birlikte daha çevresel ve batıdaki şehirleri ADÜ olarak seçmiş; riskin dağıtılması amacıyla ağ yapısı coğrafi olarak daha yaygın hâle getirilmiştir. Bu dağılım, bazı bölgelerde müşteri noktalarına daha yakın ADÜ'lerden hizmet verilmesini sağlayarak rotaların kısalmasına neden olurken, bazı bölgelerde ise rotaların uzadığı gözlemlenmiştir. Dolayısıyla rota yapısı hem yön hem de mesafe açısından daha çeşitlenmiş bir hâl almıştır. Gecikme şiddeti düşük düzeyde tutulmuş olsa da yüksek gecikme olasılığı modelin daha temkinli ve yayılımcı bir strateji



Şekil 2. TR.16.7.1 Deterministik model ve Gürbüz Model sonuçlarının şekilsel gösterimi
(TR.16.7.1 – Graphical representation of Deterministic model and Robust Model)

izlemesine yol açmıştır; bu sayede sistem, olası gecikme risklerini dağıtarak maksimum rota süresini kontrol altında tutmayı hedeflemiştir. Şekil 2.e.’de ise hem gecikme olasılığı hem de şiddeti maksimum seviyeye çıkarılmıştır ($P(g)=0,40$, $d=0,50$). Bu durumda sistem ADÜ olarak 1-Adana, 2-Ankara, 7-Gaziantep, 11-Konya, 12-Manisa, 13-Samsun ve 14-Sivas şehirlerini seçmiştir. Model, bu yüksek düzeydeki senaryoda yine dengeli ama geniş kapsamlı bir dağılım oluşturmuştur. Özellikle 1-Adana, 7-Gaziantep, 12-Manisa gibi bölgelerin uçlarında sayılabilecek şehirlerin seçilmesi, modelin maksimum gecikme riskini çevresel merkezler kurarak azaltmaya çalıştığını ortaya koymaktadır. Bu durum bazı rotaların kısılmasına, bazılarının ise uzamasına neden olmuş; sonuç olarak rota yapısı hem mesafe hem yön açısından çeşitlenmiştir.

Genel olarak değerlendirildiğinde, belirsizlik düzeyi arttıkça ADÜ’lerin daha uç ve çevresel noktalarda konumlandığı, belirsizlik düzeyi düşüken ise merkezi çözümlerin tercih edildiği görülmektedir. Dolayısıyla model, sistem belirsizliğinin düşük olduğu durumlarda daha kısa mesafeli ve dengeli rotaların oluşturduğu merkezi bir serim ağı yapısı kurarken; belirsizliğin arttığı durumlarda, coğrafi olarak daha yayılmış bir yerleşimle birlikte bazı rotaların kısaldığı, bazılarının ise uzadığı daha heterojen bir rota yapısı geliştirmektedir. Bu durum, modelin yalnızca seyahat süresi minimizasyonunu değil, aynı zamanda sistemin belirsizlik koşullarına ve rota sürelerindeki sapmalara karşı dayanıklılığını da gözetilen esnek bir yapıya sahip olduğunu ortaya koymaktadır. Elde edilen bulgular, lojistik ağ tasarımında belirsizliklerin dikkate alınmasının yalnızca çözüm kalitesi açısından değil, aynı zamanda sistemin esnekliğini, rota sürelerinin yönetilebilirliğini ve hizmet sürekliliğini koruma düzeyi açısından da kritik olduğunu göstermektedir. Bu doğrultuda, karar vericilerin sadece mevcut duruma göre değil, çeşitli gecikme senaryolarını ve bunların rota uzunlukları üzerindeki etkilerini de hesaba katarak dinamik ve belirsizlik duyarlı yerleşim stratejileri geliştirmeleri büyük önem taşımaktadır.

5. Sonuçlar (Conclusions)

Bu çalışmada, bir serim ağındaki herhangi bir başlangıç-variş noktası çifti arasındaki maksimum seyahat süresinin minimuma indirilmesi amacıyla, literatürde ilk kez ele alınan “Tek atamalı p-ADÜ merkez yer seçimi ve açık uçlu rotalama problemi” için bir matematiksel model önerilmiş; modelin geçerliliği ve uygulanabilirliği CAB ve Türkiye veri setleri üzerinde test edilerek gösterilmiştir.

Modelin deterministik versiyonunda seyahat sürelerinin sabit olduğu varsayılmıştır; ancak bu varsayım, gerçek hayattaki trafik sıkışıklığı, hava koşulları veya kazalar gibi etmenler göz önüne alındığında oldukça sınırlayıcıdır. Bu nedenle, seyahat sürelerindeki belirsizlikleri dikkate alan ve literatürdeki klasik yaklaşımlardan ayrılan “İki aşamalı gürbüz tek atamalı p-ADÜ merkez yer seçimi ve açık uçlu rotalama problemi” modeli önerilmiştir. Modelin iki aşamalı yapısında, her bir ADÜ yerleşim kombinasyonu için önce 10 tekrarlı ve 10 senaryodan oluşan ön testler yapılmış; ardından, farklı gecikme olasılıkları ve oranları temel alınarak seyahat süresi matrisleri türetilmiştir. ADÜ yerleri sabitlendikten sonra, bu matrisler kullanılarak Model 2 adı verilen gürbüz yapı çalıştırılmıştır. Önerilen modelde, gecikmelerin belirli bir olasılıkla meydana geleceği ve bu gecikmenin mevcut seyahat süresinin belli bir oranı kadar olacağı varsayılmıştır. Her sabit ADÜ yerleşim kombinasyonu için, bu varsayımlar doğrultusunda oluşturulan matrislerle 100 senaryolu problem örnekleri Model 2 üzerinde çözülmüştür. Bu yapı sayesinde, belirsizlik yalnızca girdi düzeyinde değil, senaryo bazlı tekrarlarla çıktı düzeyinde de değerlendirilmiş; sistemin farklı gecikme koşulları altındaki tepkileri analiz edilmiştir.

Model çıktıları incelendiğinde; araç sayısı, ADÜ sayısı ve indirim katsayısı gibi parametrelerin farklılaştırılması durumunda hem ADÜ yerleşimlerinin hem de rota oluşumlarının anlamlı biçimde değiştiği görülmüştür. Gürbüz modele ait senaryoların uygulandığı durumlarda

ise, deterministik modele kıyasla daha gerçekçi ve çevresel risklere duyarlı çözümler elde edilmiştir. Bu senaryolarda yalnızca ADÜ konumları değil, oluşturulan rotaların yapısı da belirgin biçimde değişmiş; bazı rotalar belirgin şekilde uzarken bazıları kısalmış, sistem genelinde daha heterojen ve dengesiz bir rota dağılımı ortaya çıkmıştır. Bu durum, modelin yalnızca ADÜ yerleşimini değil, rota yapısını da belirsizlik düzeyine duyarlı şekilde optimize ettiğini göstermektedir. Deterministik çözüm yapıları daha dengeli ve merkezî bir dağılım sunarken, belirsizliğin arttığı senaryolarda ADÜ'ler daha çevresel ve uç bölgelerde konumlanmıştır. Ayrıca, deterministik modellerle paralel şekilde gecikme olasılığı ve şiddetinin düşük olduğu durumlarda ADÜ'ler serim tasarımında merkezî bir şekilde yerleşmişken; bu değerlerin arttığı senaryolarda haritaların uç konumlarında yer alan düğümlerin ADÜ olarak sisteme dahil olduğu gözlemlenmiştir. Bu durum, sistemin belirsizlik altında daha yaygın ve risk dengeleyici bir yapıya yöneldiğini göstermektedir. Ancak önerilen yöntemin birtakım kısıtlılıkları da söz konusudur. Gürbüz yaklaşımın senaryo bazlı ve en kötü duruma odaklanan yapısı büyük boyutlu problemlerde hesaplama yükünü artırabilmektedir. Ayrıca belirsizliğin senaryolar üzerinden tanımlanması, sonuçların senaryo tasarımına duyarlı olmasına yol açmakta; iki aşamalı yapıda ADÜ yerlerinin ilk aşamada sabitlenmesi ise ikinci aşamadaki iyileştirme imkânlarını sınırlayabilmektedir.

Sonuç olarak, bu çalışma hem kuramsal açıdan yeni bir matematiksel model ve modelleme yaklaşımı sunmakta, hem de operasyonel planlama açısından belirsizliklerin yalnızca rotalama değil, aynı zamanda stratejik ADÜ yer seçim kararlarını da doğrudan etkileyebileceğini göstermektedir. Elde edilen bulgular, lojistik hizmet sağlayıcıları, şehirlerarası dağıtım sistemleri ve kamu otoriteleri gibi paydaşların planlama süreçlerinde deterministik modellerin ötesine geçerek, seyahat süresi belirsizliğini içeren gürbüz yaklaşımları değerlendirmelerinin önemine işaret etmektedir. Gelecek çalışmalarda, modelin yalnızca maksimum seyahat süresini minimize etmeye odaklanmak yerine, toplam maliyet, karbon salınımı ve hizmet dengesi gibi ek kriterleri de içeren çok amaçlı optimizasyon çerçevesinde genişletilmesi, daha sürdürülebilir ve dengeli çözümler üretilmesini sağlayabilir.

Teşekkür (Acknowledgement)

Bu çalışma, Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu (TÜBİTAK) 3501 Kariyer Geliştirme Programı kapsamında 221M712 numaralı proje tarafından desteklenmiştir.

Kaynaklar (References)

1. Yaman H., Kara B.Y., Tansel B.Ç., The last arrival hub location problem for cargo delivery systems with stopovers, *Transportation Research Part B: Methodological*, 41 (8), 906–919, 2007.
2. O'Kelly M.E., A Quadratic Integer-Program for the Location of Interacting Hub Facilities, *European Journal of Operational Research*, 32 (3), 393–404, 1987.
3. Campbell J.F., Integer programming formulations of discrete hub location problems, *European Journal of Operational Research*, 72 (2), 387–405, 1994.
4. Ernst A.T., Krishnamoorthy M., Efficient algorithms for the uncapacitated single allocation p-hub median problem, *Location Science*, 4 (3), 139–154, 1996.
5. Kartal Z., Hasgul S., Ernst A.T., Single allocation p-hub median location and routing problem with simultaneous pick-up and delivery, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 108, 141–159, 2017.
6. Kartal Z., Krishnamoorthy M., Ernst A.T., Heuristic algorithms for the single allocation p-hub center problem with routing considerations, *OR Spectrum*, 41, 99–145, 2019.
7. Ibnoulouafi E.M., Oudani M., Aouam T., Ghogho M., The p-hub centre routing problem with emissions budget: Formulation and solution procedure, *Computers & Operations Research*, 154, 2023.
8. Atasagun G.C., Karaoğlan İ., A mathematical model for the time dependent vehicle routing problem with simultaneous pick-up and

9. Bayrak A., Özyörük B., Comparative mathematical models for split delivery simultaneous pickup and delivery, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 32 (2), 469–479, 2017.
10. Rahmati R., Bashiri M., Nikzad E., Siadat A., A two-stage robust hub location problem with accelerated Benders decomposition algorithm, *International Journal of Production Research*, 60 (17), 5235–5257, 2022.
11. Ben-Tal A., Goryashko A., Guslitzer E., Nemirovski A., Adjustable robust solutions of uncertain linear programs, *Mathematical Programming*, 99 (2), 351–376, 2004.
12. Goldman A.J., Optimal locations for centers in a network, *Transportation Science*, 3 (4), 352–360, 1969.
13. Ebery J., Solving large single allocation p-hub problems with two or three hubs, *European Journal of Operational Research*, 128 (2), 447–458, 2001.
14. Kara B.Y., Tansel B.C., On the single-assignment p-hub center problem, *European Journal of Operational Research*, 125 (3), 648–655, 2000.
15. Ernst A.T., Hamacher H., Jiang H.Y., Krishnamoorthy M., Woeginger G., Uncapacitated single and multiple allocation p-hub center problems, *CSIRO Math. Inf. Sci.*, Australia, Unpublished Report, 2002.
16. Ernst A.T., Hamacher H., Jiang H., Krishnamoorthy M., Woeginger G., Heuristic algorithms for the uncapacitated hub center single allocation problem, *CSIRO Mathematical and Information Sciences*, Australia, Unpublished Report, 2002.
17. Kara B.Y., Tansel B.C., The single-assignment hub covering problem: models and linearizations, *Journal of the Operational Research Society*, 54, 59–64, 2003.
18. Ernst A.T., Jiang H., Krishnamoorthy M., Reformulations and computational results for uncapacitated single and multiple allocation hub covering problems, *CSIRO Mathematical and Information Sciences*, Australia, Unpublished Report, 2005.
19. Alumur S., Kara B.Y., Network hub location problems: the state of the art, *European Journal of Operational Research*, 190 (1), 1–21, 2008.
20. Alumur S.A., Campbell J.F., Contreras I., Kara B.Y., Marianov V., O'Kelly M.E., Perspectives on modeling hub location problems, *European Journal of Operational Research*, 291 (1), 1–17, 2021.
21. Rodríguez-Martín I., Salazar-González J.-J., Yaman H., A branch-and-cut algorithm for the hub location and routing problem, *Computers & Operations Research*, 50, 161–174, 2014.
22. Gao C.-F., Hu Z.-H., Wang Y.-Z., Optimizing the hub-and-spoke network with drone-based traveling salesman problem, *Drones*, 7 (1), 6, 2022.
23. Aloulal A., Saldanha-da Gama F., Todosijević R., Multi-period single-allocation hub location-routing: Models and heuristic solutions, *European Journal of Operational Research*, 310 (1), 53–70, 2023.
24. Kartal Z., Integrated hub location and capacitated vehicle routing problem over incomplete hub networks, *International Journal of Industrial Engineering: Theory, Applications and Practice*, 30 (1), 2023.
25. Pourmohammadi P., Tavakkoli-Moghaddam R., Rahimi Y., Triki C., Solving a hub location-routing problem with a queue system under social responsibility by a fuzzy meta-heuristic algorithm, *Annals of Operations Research*, 324, 1099–1128, 2023.
26. de Camargo R.S., de Miranda G., Løkketangen A., A new formulation and an exact approach for the many-to-many hub location-routing problem, *Applied Mathematical Modelling*, 37 (12–13), 7465–7480, 2013.
27. Bostel N., Dejax P., Zhang M., A model and a metaheuristic method for the hub location routing problem and application to postal services, 2015 International Conference on Industrial Engineering and Systems Management (IESM), Seville-Spain, 1383–1389, 2015.
28. Abbasi M., Mokhtari N., Shahvar H., Mahmoudi A., Application of variable neighborhood search for solving large-scale many to many hub location routing problems, *Journal of Advances in Management Research*, 16 (5), 683–697, 2019.
29. Danach K., Gelareh S., Monemi R.N., The capacitated single-allocation p-hub location routing problem: A Lagrangian relaxation and a hyper-heuristic approach, *EURO Journal on Transportation and Logistics*, 8 (5), 597–631, 2019.
30. Wu Y., Qureshi A.G., Yamada T., Yu S., Branch-and-price-and-cut algorithm for the capacitated single allocation hub location routing problem, *Journal of the Operational Research Society*, 75 (2), 2023.

31. Wandelt S., Wang S., Sun X., A literature review on hub location-routing models and their solution techniques, *Computers & Operations Research*, 173, 106861, 2025.
32. Kartal Z., Ernst A.T., Integer programming formulations for the uncapacitated vehicle routing p-hub center problem, 21st International Congress on Modelling and Simulation, Gold Coast, 1724–1730, 2015.
33. Kassoumeh A.K., Kartal Z., Arslan A., The Effect of Different Initial Solutions on the Metaheuristic Algorithms for the Single Allocation p-Hub Center and Routing Problem, *PeerJ Computer Science*, 11: e2840.
34. Marianov V., Serra D., Location models for airline hubs behaving as M/D/c queues, *Computers & Operations Research*, 30 (7), 983–1003, 2003.
35. Yang T.H., Stochastic air freight hub location and flight routes planning, *Applied Mathematical Modelling*, 33 (12), 4424–4430, 2009.
36. Sim T., Lowe T.J., Thomas B.W., The stochastic p-hub center problem with service-level constraints, *Computers & Operations Research*, 36 (12), 3166–3177, 2009.
37. Contreras I., Cordeau J.-F., Laporte G., Stochastic uncapacitated hub location, *European Journal of Operational Research*, 212 (3), 518–528, 2011.
38. Alumur S.A., Nickel S., Saldanha-da-Gama F., Hub location under uncertainty, *Transportation Research Part B: Methodological*, 46 (4), 529–543, 2012.
39. Mohammadi M., Jula P., Tavakkoli-Moghaddam R., Reliable single-allocation hub location problem with disruptions, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 123, 90–120, 2019.
40. Mulvey J.M., Ruszczyński A., A new scenario decomposition method for large-scale stochastic optimization, *Operations Research*, 43 (3), 477, 1995.
41. Yu C., Li H., A robust optimization model for stochastic logistic problems, *International Journal of Production Economics*, 64 (1–3), 385–397, 2000.
42. Shahabi M., Unnikrishnan A., Robust hub network design problem, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 70, 356–373, 2014.
43. Ghaffari-Nasab N., Ghazanfari M., Teimoury E., Robust optimization approach to the design of hub-and-spoke networks, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 76, 1091–1100, 2015.
44. Habibzadeh Boukani F., Farhang Moghaddam B., Pishvae M.S., Robust optimization approach to capacitated single and multiple allocation hub location problems, *Computational and Applied Mathematics*, 35 (1), 45–60, 2016.
45. Merakli M., Yaman H., Robust intermodal hub location under polyhedral demand uncertainty, *Transportation Research Part B: Methodological*, 86, 66–85, 2016.
46. Merakli M., Yaman H., A capacitated hub location problem under hose demand uncertainty, *Computers & Operations Research*, 88, 58–70, 2017.
47. Zetina C.A., Contreras I., Cordeau J.-F., Nikbaksh E., Robust uncapacitated hub location, *Transportation Research Part B: Methodological*, 106, 393–410, 2017.
48. de Sá M., Morabito R., de Camargo R.S., Efficient Benders decomposition algorithms for the robust multiple allocation incomplete hub location problem with service time requirements, *Expert Systems with Applications*, 93, 50–61, 2018.
49. Ghaffarinasab N., An efficient matheuristic for the robust multiple allocation p-hub median problem under polyhedral demand uncertainty, *Computers & Operations Research*, 97, 31–47, 2018.
50. Rahmati R., Bashiri M., Robust hub location problem with uncertain inter hub flow discount factor, *International Conference on Industrial Engineering and Operations Management (IEOM)*, Paris-France, 2018.
51. Araghi M.E.T., Tavakkoli-Moghaddam R., Jolai F., Hadji Molana S.M., A green multi-facilities open location-routing problem with planar facility locations and uncertain customer, *Journal of Cleaner Production*, 282, 124343, 2021.
52. Wang C., Liu Y., Yang G., Adaptive distributionally robust hub location and routing problem with a third-party logistics strategy, *Socio-Economic Planning Sciences*, 87, 2023.
53. Tan P.Z., Kara B.Y., A hub covering model for cargo delivery systems, *Networks*, 49 (1), 28–39, 2007.

