



Kapak altı batmış akım mansabında meydana gelen oyulmaların sayısal simülasyonu

Numerical simulation of scour at downstream of submerged sluice flow

Mehmet Cihan AYDIN^{1*}, Çimen KARADUMAN¹

¹İnşaat Mühendisliği Bölümü, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Bitlis Eren Üniversitesi, Bitlis, Türkiye.

mcaaydin@gmail.com, cimenkaraduman21@gmail.com

Geliş Tarihi/Received: 02.01.2017, Kabul Tarihi/Accepted: 07.04.2017

doi: 10.5505/pajes.2017.14238

* Yazışılan yazar/Corresponding author

Araştırma Makalesi/Research Article

Öz

Su yapılarının mansabındaki oyulmalar önemli mühendislik problemlerinden biridir. Literatürde oyulma problemleriyle ilgili birçok deneysel çalışma yapılmış ve bazı bağıntılar elde edilmiştir. Oyulma analizlerinin en büyük zorluğu oyulma işleminin uzun zaman alması ve sıvı-katı etkileşimi dinamiğinin karmaşıklığıdır. Bu çalışmada 2B hesaplamalı akışkanlar dinamiği kullanılarak kapak altı batık akım durumunda bir platform mansabındaki oyulmalar incelenmiştir. Sayısal analizin kalibrasyonu için literatürdeki bazı deney ve bağıntı sonuçları kullanılmıştır. Maksimum oyulmanın zamana göre üstel olarak değiştiği ve boyutsuz oyulma-yığılma profilinin ise üçüncü derece polinoma uyduğu görülmüştür. Deneysel verilere göre sayısal verilerde yaklaşık %5-10 sapma tespit edilmiştir.

Anahtar kelimeler: Oyulma, Sediment taşınımı, Batık akım kapak altı akım, HAD

Abstract

Scour downstream of hydraulic structures is an important problem in engineering. There are many experimental studies on the scour problem, and some empirical relationships were presented in the literature. The biggest challenges in the scour analyses are the requirement of a lot of time and complex hydrodynamics of the liquid-solid interaction. In this study the scour at downstream of submerged sluice flow after an apron was investigated by using 2D computational fluid dynamics (CFD). Some experimental data and relationships in the literature were used to calibrate the numerical analyses. It is observed that the variation of maximum scour versus time is exponential and dimensionless scour profiles fit to third degree curve. The relative percent error is approximately 5-10% between experimental and numerical results.

Keywords: Scour, Sediment transport, Submerged flow, Sluice flow, CFD

1 Giriş

Hidrolik yapıların mansabındaki yüksek hızlı akımların meydana getirdiği yersel oyulmalar önemli bir mühendislik problemi oluşturmaktadır. Zamanla oluşan bu oyulmalar önemli boyutlara ulaşarak yapının oturduğu temel zeminini aşındırıp yapının çökmesine neden olabilir. Bu nedenle, mansap oyulmalarının önceden tahmini ve zaman içerisindeki değişiminin bilinmesi hidrolik yapıların güvenliği açısından oldukça önemlidir. Barajlar gibi büyük hidrolik yapılarda mansapta meydana gelen oyulmalar her ne kadar enerji kırıcılar tarafından önlenmeye çalışılsa da, düşük hızlı akımlar bile özellikle kohezyonsuz zeminlerde zaman içerisinde önemli oyulmalara neden olabilir. Bu oyulmaların önceden tahmin edilmesi su yapıları açısından hayati önem taşır. Geçmişte bu konuda birçok araştırma yapılmış ve birçok ampirik bağıntı elde edilmiştir. Geçmişteki çalışmaların birçoğu deneysel olarak gerçekleştirilmiş olmasına rağmen, günümüzdeki sayısal modelleme tekniklerinin gelişimi ile birlikte oyulma probleminin analizi için yeni olanaklar sunulmaktadır. Her iki yöntemin de kendine göre bazı avantaj ve dezavantajlarının olmasıyla birlikte, uygun kullanıldığı taktirde sayısal simülasyon teknikleri önemli ve etkin bir araç olabilmektedir. Bu tür oyulma problemlerindeki en önemli zorluklardan biri zamandır. Oyulmanın karalı hale gelmesi için tek bir ölçüm yapabilmek için laboratuvar ortamlarında saatlere

(9-12 sa. gibi) ihtiyaç vardır. Sayısal simülasyon tekniklerinde ise modelin hassasiyetine ve kullanılan hesap yöntemi ve bilgisayar performansına bağlı olarak uzun süreler gerekmektedir. Deneysel ölçümlerden farklı olarak, sayısal

modellemede elde edilen daha detaylı sonuçlar sayesinde olayın fiziği hakkında daha detaylı analiz yapılabilir.

Literatürde geçmişten bu yana oyulma problemleriyle ilgili birçok yayın mevcuttur. Bu konuda Türkçe olarak hazırlanmış en kapsamlı yayın Yıldız [1] tarafından verilmiştir. Yıldız [1] çalışmasında, oyulma ile ilgili daha önce yapılmış deneysel çalışmalara ve barajlarda oluşan oyulma örneklerine yer vermiştir. Kapak altı akımıyla ilgili ilk çalışmalardan biri Shalash [2] tarafından yapılmış ve kapak altı batık akımda bir platform sonundaki oyulma için ampirik bir bağıntıyı vermiştir. Son yıllarda konuyla ilgili en kapsamlı araştırmalar Dey, Raikar ve Sarkar [3],[4] tarafından yürütülmüştür. Dey ve Westrich [5] bir savak kapağı altındaki batık akımın mansabındaki kohezyonlu zeminlerde meydana gelen oyulmaların zamana bağlı değişimini incelemiştir. Bununla birlikte çalışmalarında, maksimum denge oyulmalarının karakteristiklerini belirlemek için deneysel çalışmalar yürütülmüştür. Dey ve Sarkar [6] aynı deney düzeneğinde, savak kapağı altında batık akım durumu için bir platform (apron) mansabındaki kohezyonsuz yatak malzemesi üzerindeki oyulmaları incelemiştir. Çalışmalarında, oyulma derinliğinin zamanla üstel, densimetrik Froude sayısı ile doğrusal ilişkili olduğunu göstermişlerdir. Denge oyulma derinliğinin sediment çapı ve kapak açıklığının artmasıyla azalırken Froude sayısı arttığı gözlemlenmiştir. Aynı araştırmacılar [4] yine aynı deney düzeneğinde bu kez akım ve oyulma olayının hız ve türbülans karakteristiklerini incelemek için çalışmalar yürütmüşlerdir. Dey ve Raikar [3] yüksek düşü (Düşü yüksekliği/kritik derinlik>1) eşik altında üniform kum ve çakıldan oluşan bir yatak malzemesi

üzerindeki serbest su jetinin meydana getireceği oyulmaları incelemişlerdir. Çalışmalarının sonucunda denge oyulma derinliğinin sediment çapı ve kuyruk suyu derinliği ile azalırken, densimetrik Froude sayısı ile arttığını belirlemişlerdir. Deney sonuçlarından oyulma derinliklerinin zamanla değişiminin üstel olduğunu ve boyutsuz zaman ölçeğinin densimetrik Froude sayısı ile azaldığını tespit etmişlerdir.

Literatürdeki çok sayıda çalışmaya rağmen, oyulma ile ilgili bu çalışmalar çok farklı sonuçlar vermektedir. Dolayısıyla yeni problemler için yeni deneyler yapma gereği duyulabilmektedir. Fakat bu deneyler oldukça pahalı ve zaman alıcıdır. Bu çalışmada, bir kapak altı batık akım mansabındaki oyulmaların zamanla değişimleri sayısal modelleme tekniği kullanılarak belirlenmeye çalışılmıştır.

2 Yöntem

Sayısal modelleme için Flow-3D yazılımı kullanılmıştır. Flow-3D içerisinde yer alan sediment oyulma modeli (*Sediment Scour model*) kohezyonsuz yatak malzemelerindeki oyulmaları tahmin etmek için kullanılmaktadır. Bu model sediment aşınma, adveksiyon ve yığılma olaylarını birlikte dikkate alarak sediment taşınımını tahmin eder. Sediment taşınımı askı ve sürüntü madde taşınımı şeklinde gerçekleşir ve tanımlanan kritik kayma gerilmesiyle ayır edilir [7]. Sediment taşınımı ve oyulma olaylarında akımdaki türbülans önemli bir etkidir. Bu nedenle simülasyon için *k-epsilon* türbülans modeli seçilmiştir. Zaman adımı program tarafından otomatik ayarlanmakta ve yaklaşık 0.00258 s olarak verilmiştir.

Oyulma probleminin karmaşıklığı nedeniyle tam bir matematiksel model geliştirilmesi zordur. Bu nedenle bazı ampirik bağıntılardan faydalanılır. Sediment taşınımı için en çok kullanılan bağıntılardan biri olan Meyer-Peter ve Müller [8] formülasyonu tercih edilmiştir. Chien [9], boyutlu olan Meyer-Peter ve Müller [8] formülüyle aynı olan aşağıdaki boyutsuz formülasyonu önermiştir (Denklem 1).

$$q^* = C_s \left[\frac{q'_w}{q_w} \left(\frac{K_b}{K_r} \right)^{\frac{3}{2}} \tau^* - 0.047 \right]^{3/2} \quad (1)$$

$$q^* = \frac{q_b}{\sqrt{Rg d_m d_m}} \quad (2)$$

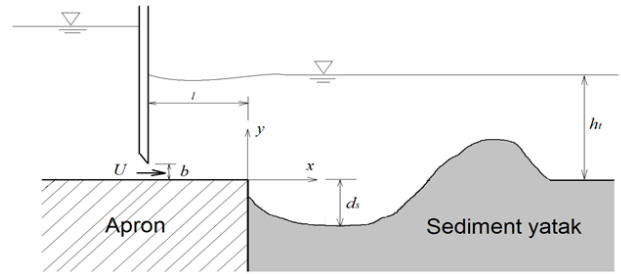
$$\tau^* = \frac{\tau_0}{\rho Rg D_m} = \frac{HS}{RD_m} \quad (3)$$

Burada, q^* boyutsuz sürüntü madde birim debisi (Einstein sayısı), C_s sürüntü madde katsayısı, q_w birim su debisi (yan duvarsız), q'_w yan duvar etkisi düzeltilmesinden sonra birim su debisi, K_b taban bölgesi için Manning-Strickler pürüzlülük katsayısı, K_r sadece taban yüzeyindeki pürüzlülük için Manning-Strickler katsayısı, τ^* boyutsuz sınır kayma

gerilmesi (Shields sayısı), τ_0 su tarafından uygulanan sınır kayma gerilmesi D_m ortalama sediment çapı, $R = \rho_s / \rho - 1$, H su derinliği, q_b sürüntü madde birim debisidir.

2.1 Fiziksel model

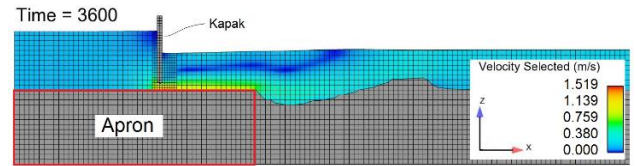
Dey ve Sarkar [6] kapak altındaki batık bir akım durumunda bir platformun mansabındaki oyulmaları deneysel olarak incelemiştir. Çalışılan bu modelin şematik gösterimi Şekil 1'de verildiği gibidir. Bu çalışmada, sayısal analizin kalibrasyonu için Dey ve Sarkar [6] tarafından çalışılan modelin bir benzeri sayısal olarak modellenmiştir. Analizler Flow-3D programıyla yapılmış ve elde edilen bazı sonuçlar bu yazarların sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Dolayısıyla bundan sonraki deneysel verilerden kasıt Dey ve Sarkar [6] tarafından elde edilmiş veriler olacaktır. Modelde yatak malzemesi olarak kohezyonsuz üniform kum kullanılmış olup bu malzemenin fiziksel özellikleri ve çalışılan modellerin geometrik özellikleri Tablo 1'de verilmiştir.



Şekil 1: Çalışılan modelin şematik gösterimi

2.2 Sayısal model

Flow-3D ile hazırlanan modelde 12150 adet yapılandırılmış kare eleman kullanılmış ve model 2B olarak analiz edilmiştir. Şekil 2'de sayısal modelin ağ yapısı ve 1 sa. sonraki oyulma miktarı hız konturlarıyla birlikte verilmiştir. Oyulmanın zamana bağlı değişimini göstermek için her iki model için de 3600 s (1 sa.)'lik çözüm gerçekleştirilmiştir. Kapak altı akımın doğruluğunu arttırmak için, Şekil 2'de görüldüğü gibi, bu kısımda daha hassas ağ yapısı kullanılmıştır. Kapak öncesi 0.5 m yaklaşan akım uzunluğu, platform sonrası ise 1.5 m sediment uzunluğu dikkate alınmıştır. Başlangıçtaki sediment kalınlığı platform kalınlığı kadar olup 0.3 m'dir. Giriş ve çıkıştaki sınır şartları sabit su yükü kabul edilmiştir.



Şekil 2: Flow 3D ile sayısal hazırlanan modelin ağ yapısı ve oyulma görünümü.

Tablo 1: Çalışılan modelin sediment ve geometrik özellikleri.

Deney/Model No*	Medyan Dane Çapı d_{50} (mm)	Doygun Özgül Kütle ρ_s (kg/m ³)	Shields Sayısı τ^*	Yatak Açısı ϕ (derece)	Sürüntü Madde Katsayısı C_s	Kapak Açıklığı B (mm)	Apron Uzunluğu l (m)	Kapak Altı Hızı U (m/s)	Kuyruk Suyu Derinliği h_t (m)
1R8	0.80	2650	0.031	30	12	15	0.4	1.21	0.163
1R6	0.08	2650	0.031	30	8	10	0.5	1.49	0.123

*: Dey ve Sarkar [6] tarafından kullanılan deney numaraları kullanılmıştır.

3 Sonuçların değerlendirilmesi

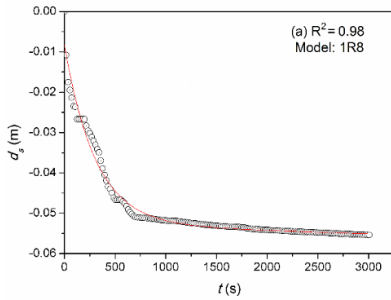
Oyulma olayı, platformun mansabından itibaren kapak altı batık su jetinin meydana getireceği kayma gerilmelerinin taban malzemesi kritik kayma gerilmesinin üstüne çıktığında başlar. Öncelikle askı madde taşınımı meydana gelir, ancak düşey oyulma gelişmeye başladığında sürüntü ve askı madde hareketi şeklinde sediment taşınımı devam eder.

Çözümlerden elde edilen maksimum oyulma miktarının zamana göre değişimi 1R8 ve 2R6 durumları için Şekil 3(a) ve (b)'de verilmiştir. Her iki şekilde de oyulmanın zamana göre değişimi üstel olduğu görülmektedir. Bu değişim, diğer araştırmacıların [3],[5],[6] sonuçlarıyla uyumaktadır. Bu ve diğer bazı araştırmacılar oyulmaların kararlı hale gelebilmesi için yaklaşık 9-12 sa. gibi sürelerle ihtiyaç olduğunu belirtmişlerdir. Ancak, oyulma miktarının yaklaşık olarak %66'sı ilk 10 dk, %75'lik kısmı ilk yarım sa. ve %85'lik kısmı ise ilk 1 sa. içerisinde gerçekleşmektedir. Dolayısıyla oyulmanın ilk 1 sa.'lik kısmının incelenmesi problemin geneli için önemli sonuçlar verebileceği gibi, 1 sa.'lik oyulma değişimine bakılarak kararlı oyulma miktarı için tahminde bulunmak da mümkün olabilir.

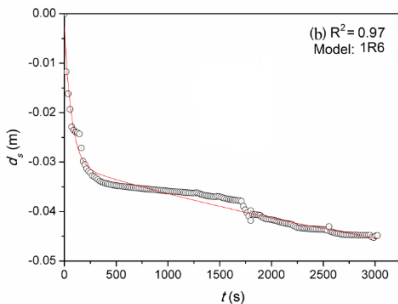
Sayısal analiz ve oyulma modellerinin zorluklarından dolayı 9 sa.'lik bir oyulma için orta kapasiteli bir iş istasyonu (Workstation) ile 2B bir model için yaklaşık 60 sa. gibi çok büyük bir zamana ihtiyaç vardır. Bu nedenle oyulma zamanının ilk 1 sa.'lik üstel değişimini elde edilerek uzun süreli oyulmalar tahmin edilmiştir. Bu amaçla Şekil 3'teki sayısal verilere en iyi uyan ikinci mertebeden üstel eğriler uydurulmuştur. Bu eğri denklemleri $R^2=0.97$ ve 0.98 ile sırasıyla Denklem (4) ve (5) ile verilmiştir.

$$d_s = -0.092 + 0.04e^{-\frac{t}{45128}} + 0.044e^{-\frac{t}{303}} \quad (4)$$

$$d_s = -0.065 + 0.035e^{-\frac{t}{5333}} + 0.028e^{-\frac{t}{67.5}} \quad (5)$$



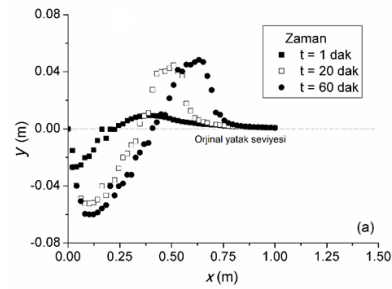
(a): Model: 1R8.



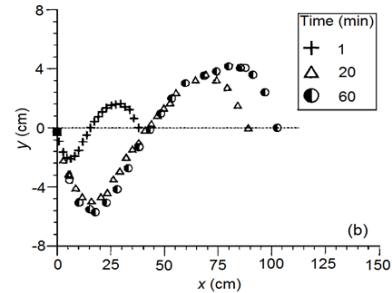
(b): Model: 1R6.

Şekil 3: Maksimum oyulma derinliğinin zamana göre değişimi.

Farklı zamanlardaki oyulma ve yığılma derinliklerinin x-eksenine göre boykesitleri sayısal olarak Şekil 4(a)'da, deneysel olarak ise Şekil 4(b)'de verilmiştir. Bu grafiklerde görüleceği üzere, sayısal analizden elde edilen oyulma ve yığılma miktarları deneysel verilere yakındır. Ancak özellikle yığılma miktarlarının uzunlukları deneylerden biraz uzaklaşmıştır. Bunu sebebi sayısal ve deneysel hatalar ve seçilen oyulma ve türbülans modelinin etkileri olabilir. Bu tür problemlerde yığılmadan çok oyulma miktarları mühendislik açısından önemli olduğundan oyulma miktarlarındaki doğruluk daha ön planda olacaktır. İlk dakikalardaki oyulma miktarındaki hata %10'un üzerinde iken 1 sa. sonraki hata %1'in altına düşmektedir. Yığılmadaki hata oranı ise biraz daha fazladır. Oyulma miktarının genel fiziksel eğilimleri ise birbirleriyle uyumludur.



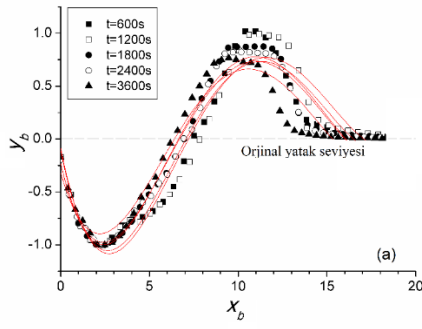
(a): Sayısal simülasyon sonuçları.



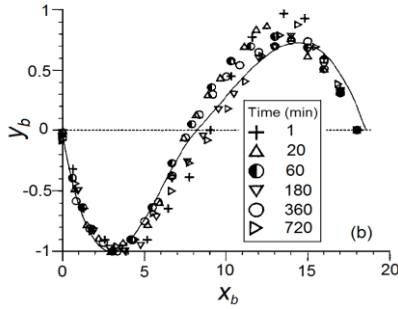
(b): Deneysel çalışma sonuçları [6].

Şekil 4: Farklı zamanlardaki oyulma-yığılma profilleri (1R8).

Mesafelerin maksimum oyulma derinliklerine bölünmesiyle elde edilen boyutsuz koordinatlara ($x_b=x/d_{s,max}$, $y_b=y/d_{s,max}$) göre oyulma profilleri Şekil 5'te karşılaştırmalı olarak gösterilmiştir. Buradaki sayısal analizlerden ve deneysel verilerden anlaşılacağı gibi boyutsuz oyulma profilleri hemen hemen zamandan bağımsızdır. Bu eğriler yardımıyla zamandan ve boyuttan bağımsız bazı bağıntılar elde edilebilir. Şekil 5(a)'daki datalara uydurulan 3. Dereceden parabol verilen tüm zaman profilleri için birbirine yakındır. Dolayısıyla bu profillere tek bir eğri uydurmak mümkündür. Profillerin oyulma kısmı incelendiğinde hem deneysel verilerle hem de uydurulan eğrilerle çok iyi bir uyum elde edilmiştir ($R^2>0.90$). Yığılma kısmında ise eğriler maksimum boyutsuz yığılma değerlerinin altında kalmaktadır. Bu durum yukarıda da belirtildiği gibi yığılma miktarlarının deneysel sonuçlardaki sapmalarını da azaltmak için bir avantaj sağlamaktadır. Ayrıca boyutsuz yığılma boyları da deneylere nazaran biraz küçük görünmektedir (<20). Şekil 5(a) ve (b) deki her iki durumda da yığılma kısmındaki eğriler $y_b=1.0$ 'ın hemen altından geçmektedir. Bu durumlar deneysel ve sayısal modellerin yeterince uyumlu olduğunu göstermektedir.



(a): Sayısal model sonucu.

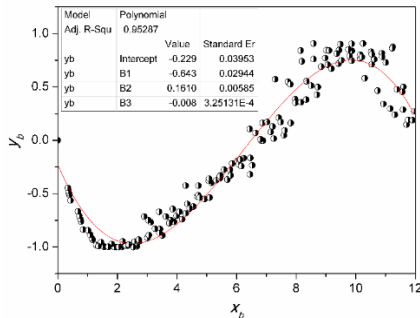


(b): Deneysel sonuçlar.

Şekil 5: Boyutsuz oyulma-yığılma profillerinin karşılaştırılması.

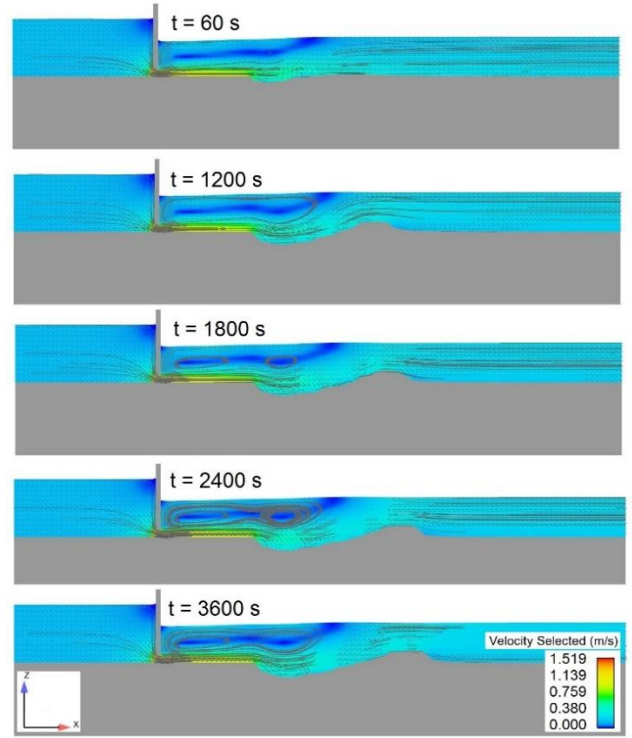
Dey ve Sarkar [6] boyutsuz oyulma profilinin orta seviye ve denge oyulma profilleri için bile hemen hemen aynı kaldığını göstermiştir. 1R8 sayısal modeli için farklı zamanlardaki boyutsuz oyulma profilleri Şekil 6'da birleştirildiğinde hemen hemen üst üste çakıştığı görülmüştür. Şekil 6'daki verilere $R^2=0.95$ gibi yüksek bir uyumla aşağıdaki 3. derece parabol denklemi elde edilmiştir. Şekil 6'daki boyutsuz oyulma miktarının (eğri altındaki alanlar) yığılma miktarından biraz fazla olduğu görülmektedir. Bu fark yatak malzemesinin bir kısmının askı madde taşınımı ile taşındığını gösterir.

$$y_b = -0.23 - 0.64x_b + 0.16x_b^2 - 0.009x_b^3 \quad (6)$$



Şekil 6: Boyutsuz oyulma-yığılma miktarlarının boyutsuz uzunlukla değişimi (1R8).

Şekil 7'de farklı zamanlardaki akım ve oyulma durumları hız konturları ve akım çizgileriyle birlikte boykesitler üzerinde gösterilmiştir. Platform sonundaki batık akım jetinin oluşturduğu oyulma miktarı zaman içerisinde düşey ve yatay doğrultuda artarken, oyulmanın membasında (kapak ile oyulma arasında) çift gözlü bir akım sirkülasyonu oluştuğu görülmektedir. Başlayan bu sirkülasyonların oyulma üzerinde önemli etkisi olduğu düşünülebilir.



Şekil 7: Akım ve oyulmanın zamanla değişimi (1R8).

Dey ve Sarkar [6] dikkate alınan model için maksimum denge oyulma miktarını belirlemek için boyutsuz parametrelerle ampirik bağıntı elde etmişlerdir.

$$\frac{d_{se}}{b} = 2.59F_0^{0.94} \left(\frac{l}{b}\right)^{-0.37} \left(\frac{h_t}{b}\right)^{0.16} \left(\frac{d_{50}}{b}\right)^{0.25} \quad (7)$$

Buradaki, F_0 densimetrik Froude sayısı olup $F_0 = U/\sqrt{\Delta g d_{50}}$ ile hesaplanır. $\Delta=s-1$ olup buradaki s rölatif sediment yoğunluğudur ($s=2.65$). Deneysel veriler Denklem (7) ve bu çalışmadaki sayısal analizlerden elde edilmiş olan sonuçlar Tablo 2'de karşılaştırılmıştır. Tablo 2'deki sayısal veriler Denklem (4) ve (5) yardımıyla nihai oyulma miktarları olarak hesaplanmıştır. Sonuçlarda görüleceği üzere sayısal simülasyonla elde edilen sonuçların deneysel verilere göre hatası %5.3 ve %6.6 olarak verilmiştir. Bu hata payı kendi denklemleri için bile %11.5 gibi bir değer olduğu dikkate alındığında elde edilen sonuçların doğruluğu tatmin edici olmuştur.

Tablo 2: Nihai oyulma derinliklerinin karşılaştırılması.

Model No	Maksimum karalı oyulma derinliği, d_{se} (mm)			Rölatif Hata (%)	
	Dey ve Sarkar (2006)		Bu çalışma		
	Deney	Denk. (7)	HAD	Denk (7)	HAD
1R8	0.076	0.075	0.072	1.3	5.3
1R6	0.061	0.054	0.065	11.5	6.6

4 Sonuçlar

Bu çalışmada sayısal simülasyon tekniği kullanılarak kapak altı batık bir akım durumdaki oyulmalar incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar aşağıda özetlenmiştir:

1. Oyulma problemleri için genelde tercih edilen yöntem deneysel modellemedir ancak bu yöntemler oldukça pahalı ve zaman alıcıdır,
2. Sayısal yöntemlerin bazı deneysel yöntemlerle birlikte kullanılması büyük kolaylıklar getirebilir, fakat oyulma olayının karmaşıklığı ve matematiksel modellemesindeki zorluklar nedeniyle sayısal metotların kullanımı da zorlaşmakta ve zaman almaktadır,
3. Oyulmanın zamana göre değişimi üsteldir ve bu bağıntılar yardımıyla uzun süreli kararlı oyulma derinlikleri hesaplanabilir,
4. Oyulmanın boyutsuz profilleri zamandan bağımsızdır ve en iyi 3. dereceden parabole uymaktadır,
5. Sayısal modelleme ile deneysel olarak gözlemlenmesi mümkün olmayan birçok analiz sonucu detaylı olarak alınabilir,
6. Sayısal veriler, deneysel verilerle yaklaşık %5-10 arası uyum göstermiş olup bu durum sayısal modellemelerin bu gibi problemlerdeki kullanılabilirliğini desteklemektedir.

5 Teşekkür

FLOW-3D için Fırat Üniversitesi, Mühendislik Fakültesine ve İOG Mühendisliğe teşekkür ederiz.

6 Kaynaklar

- [1] Yıldız D. *Baraj Mansabındaki Oyulmalar*. 1. Baskı. Ankara, Türkiye, Ada Mühendislik Müşavirlik Ltd. Şti, 2007.
- [2] Shalash MSE. *Die Kolkbildung Beim Ausfluss Unter Schützen*, Hochschule München, Germany, Diss. Von der Fakultät für Bauwesen der Techn, 1959.
- [3] Dey S, Raikar RV. "Scour below a high vertical drop". *Journal of Hydraulic Engineering*, 133(5), 564-568, 2007.
- [4] Dey S, Sarkar A. "Characteristics of submerged jets in evolving scour hole downstream of an apron". *Journal of Engineering Mechanics*, 134, 927-936, 2008.
- [5] Dey S, Westrich B. "Hydraulics of submerged jet subject to change in cohesive bed geometry". *Journal of Hydraulic Engineering*, 129(1), 44-53, 2003.
- [6] Dey S, Sarkar A. "Scour downstream of an apron due to submerged horizontal jets". *Journal of Hydraulic Engineering*, 132, 246-257, 2006.
- [7] Flow 3D. *Manual, Sediment Scour Model*. Flow-3D User Manual, v11.0.3. Flow Science, Inc. 2014.
- [8] Meyer-Peter E, Müller R. "Formulas for bed-load transport". *2nd Meeting of the International Association for Hydraulic Structures Research*, Delft, 7 June 1948.
- [9] Chien N. *Meyer-Peter formula for bed-load transport and Einstein bed-load function*. M.R.D. Sediment Series No. 7, University of California-Berkeley and The Missouri River Division, U.S. Army Corps of Engineers, 32 pp, Berkeley, California, USA, 1954.