Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)
Cilt 12, Sayı 1, Haziran 2018, sayfa 63-82. ISSN: 1307-6086

Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education
Vol. 12, Issue 1, June 2018, pp. 63-82. ISSN: 1307-6086

Araştırma Makalesi / Research Article

Investigation of Mathematical Mind Habits of Preservice Elementary Mathematics Teacher in Problem Solving

Emine Nur ÜNVEREN BİLGİÇ [1]

[1] Sakarya University, Hendek Campus Education Faculty B Block, 2203, Hendek/Sakarya/Turkey, eunveren@sakarya.edu.tr, https://orcid.org/0000-0001-9684-4192

Received : 11.01.2018 Accepted : 18.04.2018

Doi: 10.17522/balikesirnef.437659

Abstract –The aim of this study is to examine preservice teachers' mathematical habits of mind in problem solving context with the context of Analysis III course. The study follows a qualitative paradigm and adopts an action research design. The participants who were sampled by using purposeful sampling were 79 preservice elementary mathematics teachers. The participants received seven-week training sessions in which they experienced the mathematical habits of mind, and they examined by a given problem situation before-after the training. The solutions of the participants are analyzed according to the stages of descriptive analysis. This study revealed that after the training the participants' stated that they stayed at the theoretical level in comprehending field course. The results also illustrated that development of the mathematical habits of mind have a positive contribution to the process of solving a problem.

Key words: Mathematical mind habits, problem solving, problem

Summary

Mental habit is the ability to choose and apply what is appropriate among high-level mental skills specific to humans (Leikin, 2007). Cuoco, Goldenberg, and Mark (1996) discuss mental habits in two forms: general mental habits and discipline-specific mental habits. General mental habits include basic skills such as thinking, researching, recognizing patterns and relationships, making definitions, discovering, hypothesizing and visualizing. Processes in mathematical mind habits include; problem solving, communication, inquiry and proof, link building and explanation (Jacobbe & Millman, 2009).

Developing a mathematical mind-habit approach will result in the teachers' mathematical inquiries, thereby affecting students math inquiries as well (Jacobbe & Millman, 2009). The pre-service mathematics teachers can design instructional activities that prioritize

the mathematical habits of mind by increasing their awareness of mathematical mind habits. From this viewpoint, the aim of this study is to examine the effects of mathematical mind habits in problem solving processes within the scope of Analysis III course that is offered to junior students in the departments. For this purpose, the problem statement is that "How does preservice teachers’ mathematical mind habits affect their problem solving process?"

The study is conducted by following the qualitative paradigm and adopted an action research design. The participants are 79 pre-service elementary mathematics teachers who are in a state university at Marmara Region. The participants, who were employed through purposeful sampling received a seven-week training session in which they can experienced the mathematical habits of mind. They were given a problem situation both before and after the training. The solutions are analyzed according to the stages of descriptive analysis. The categories, sub-categories and codes are identified by the theoretical framework presented by Jacobbe (2007). 6 categories, 12 sub-categories and 13 codes are identified as a result of the analysis.

It is observed that most of the participants are in the problem-solving step and that they can not go beyond the point of formulating the problem situation before the training. It is seen that the preservice teachers understood the problem in the problem solving process, but they stated that they had problems in associating the information they learned with the solution of these problems. It is seen that the preservice teacher who interpret this situation as the practice of the information, expressed their support for the creativity of the subject with the training process. At the beginning of the training, the preservice teacher were found the process, yet in the following weeks they stated that they found the sample problem solving activities pretty easy. Throughout the study, the researcher make sure that the participants experienced the development of mathematical mind habits in the problem-solving process. After the seven-week training, the participants were interviewed, and they expressed how important mental habits are in mathematics learning. They also noted that the learning environments they would design in the future would be in this direction.

After the seven-week training the participants stated that they stayed at the theoretical level in comprehending the pure field university courses, but this training helped them understand the content of Analysis III. Moreover the development of the mathematical habits of mind have positive contribution to the process of solving a problem.

For further studies, developing elementary school mathematics teachers’ mind habits of can be examined by designing activities in different topics to increase teachers’ and preservice teachers’ pedagogical and content knowledge in relation with mathematical habits of mind.

Similar studies can be conducted with the same preservice teachers in the first and fourth grades comparing their results to observe the effects of university courses on mathematical habits of mind. The effects of deepening mathematical content knowledge on mathematical mind habits and the learning-teaching process can also be examined in further studies. In this respect, mathematical mind habits of elementary and high school mathematics teachers in the problem solving process can also be compared.

Based on the importance of the acquisition of mental mathematical habits from early ages (Swars, Daane and Giesen, 2006), for elementary school teachers and preservice teachers can be conducted to create awareness for future studies.

İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel Zihin Alışkanlıklarının Problem Çözme Sürecinde İncelenmesi

Emine Nur ÜNVEREN BİLGİÇ [1]

[1] Sakarya Üniversitesi, Hendek Kampüsü Eğitim Fakültesi B Block, 2203, Hendek/Sakarya/Türkiye, eunveren@sakarya.edu.tr, https://orcid.org/0000-0001-9684-4192

Makale Gönderme Tarihi: 11.01.2018 Makale Kabul Tarihi: 18.04.2018

Doi: 10.17522/balikesirnef.437659

Özet – Araştırmanın amacı; öğretmen adaylarının Analiz III dersi kapsamında problem çözme süreçlerindeki matematiksel zihin alışkanlıklarının etkisinin incelenmesidir. Bu amaç doğrultusunda çalışma nitel paradigma takip edilerek gerçekleştirilmiştir. Eylem araştırması deseninde gerçekleştirilen çalışmanın katılımcılarını 79 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Katılımcıların seçiminde amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Öğretmen adaylarına matematiksel zihin alışkanlıklarını tecrübe edebilecekleri yedi haftalık bir eğitim verilmiştir. Eğitim öncesinde ve sonrasında öğrencilere birer problem vererek problem çözme süreçlerinde matematiksel zihin alışkanlıkları incelenmiştir. Öğretmen adaylarının çözümleri betimsel analizin aşamalarına uygun olarak analiz edilmiştir. Araştırma; öğretmen adaylarının yüksek öğrenim sürecinde aldıkları alan derslerinin kavranmasında teorik düzeyde kaldıklarını ve bu eğitimin bilgiyi pratikte kullanmalarına izin verdiğini ifade ettiklerini ve matematiksel zihin alışkanlıklarının geliştirilmesinin öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerine olumlu bir katkısının olduğunu ortaya çıkarmıştır.

Anahtar kelimeler: Matematiksel zihin alışkanlıkları, problem çözme, problem

Giriş

Matematik, sadece bir takım kişilerin bulduğu matematiksel sonuçların oluşturduğu bir bilim alanı olmamakla birlikte zihinsel olarak gerçekleştirilen bir düşünce tarzıdır (Goldenberg, 1996). Belirli matematiksel sonuçlardan daha önemli olan, insanların bu sonuçları yaratmada kullandıkları zihinsel alışkanlıklardır (Goldenberg, 1996). Zihinsel alışkanlıklar; insanlara özgü üst düzey zihinsel beceriler arasından uygun olanları tercih etme ve uygulama yeteneğidir (Leikin, 2007). Bir diğer ifade ile bireylerin bir problemin üstesinden gelirken kişisel olarak tercih ettikleri stratejileri ve uygulamalarında gösterdikleri eğilimleridir. Cuoco, Goldenberg ve Mark (1996) tarafından zihinsel alışkanlıklar, genel zihinsel alışkanlıklar ve disipline özgü zihinsel alışkanlıklar olmak üzere iki biçimde ele alınır. Genel zihinsel alışkanlıklar; düşünme, araştırma yapma, örüntü ve ilişkilerin farkına varma, tanımlamalar yapabilme, keşfetme, varsayımlarda bulunma ve görselleştirme gibi en temel becerileri içermektedir. Zihnin matematiksel alışkanlıkları ise, sıradan olmayan farklı durumlar karşısında düşünsel etkinlikler yoluyla, matematik bilimi ile meşgul olanların kullandıkları metotları göz önüne alarak ve onların yaptıkları şekilde soyutlamalar yaparak daima bir muhakeme etme yeteneğine sahip olmak şeklinde ifade edilmektedir (Mark, Cuoco, Goldenberg ve Sword, 2010). Bireylerin zihinsel matematik alışkanlıkları öğrenme düzeylerine göre değişkenlik göstermektedir (Cuoco vd., 1996; Goldenberg, Shteingold ve Feurzeig, 2003). Bu durum yükseköğretim matematiği için; düşünce deneyleri gerçekleştirme, örüntüleri bulma, ifade etme ve açıklama, temsilleri oluşturma ve kullanma, örnekleri genelleme, kesin bir dille bu genellemeyi ifade etme ve anlamlandırarak matematiği ortaya çıkarma şeklinde ifade edilebilir (Cuoco vd., 1996).

Öğretmenlerin; öğrencilerinin matematik öğrenme süreçlerinde daha yaratıcı olmalarını sağlamak için matematiksel zihin alışkanlıklarını geliştirmeleri gerekmektedir. Söz konusu zihinsel alışkanlıkların gelişim süreci aşağıdaki şekilde sıralanmaktadır:

1) Matematiksel fikirleri keşfetme
2) Problem durumunu formül haline getirme
3) Örnekler yapılandırma
4) Benzer problem durumlarında yararlı olabilecek bir problem çözme yaklaşımı geliştirme
5) Üzerinde çalıştıkları matematiksel durumu daha fazla genelleyebilecek bir ifadeyi daha detaylı tarama
6) Çözümlerinde bir hata olup olmadığını tespit etmek için sağlamalar yapma (Jacobbe, 2007). Matematiksel zihin alışkanlıklarında izlenen bu süreçler; problem çözme, iletişim, sorgulama ve ispat, bağlantı kurma ve açıklamayı da bünyesinde barındırmaktadır (Jacobbe ve Millman, 2009).

Matematiksel zihin alışkanlıklarının incelendiği birçok araştırma bulunmaktadır (Goldenberg ve Shteingold, 2002; Leikin, 2007; Korkmaz, Dündar ve Yaman, 2016; Lim ve Selden, 2009). Lim ve Selden (2009) gerçekleştirdikleri araştırmada matematik eğitimcilerini gruplara bölerek öğrencilerde matematiksel zihin alışkanlıklarının geliştirilmesine yönelik planlanmış oturumlar ile söz konusu tecrübeleri kendilerinin kazanmalarına imkan sunmuşlardır. Eğitimcilerin bu oturumlarda matematiksel zihin alışkanlıkları ile yakından ilgili olacak şekilde kavramsal tartışmalar, bilişsel şemalar ve uygulamalara odaklanmaları sağlanmıştır. Süreç sonunda eğitimcilerin matematiksel zihin alışkanlıklarının önemi konusunda daha geniş bilgiye sahip oldukları belirlenmiştir. Couco, Godenberg ve Mark (2010) ortaya koydukları çalışmalarında ise öğrencilerin cebirsel ve geometrik zihin alışkanlıklarının temele alınarak tasarlanan bir programın özgün ve daha bütüncül bir yapı oluşturacağını ifade etmektedirler. Korkmaz, Dündar ve Yaman (2016) gerçekleştirdikleri çalışmalarında ise devlet ortaokullarında görev yapmakta olan matematik öğretmenlerinde görülen matematiksel zihin alışkanlıklarının neler olduğunu ortaya koymayı amaçlamışlardır. Çalışmaya katılan öğretmenlerin, kendi matematiksel zihin alışkanlıklarıyla ilgili farklı düşüncelere sahip oldukları ve büyük çoğunluğun, zihin alışkanlıklarının hem sınıf içi hem de sınıf dışında etkili olduğunu düşündüklerini tespit etmişlerdir. Ayrıca öğretmenlerin kendi alışkanlıklarıyla ilgili düşüncelerinin ve uygulamadaki alışkanlıklarının cinsiyete göre farklılığının istatistiksel olarak anlamlı olmadığı bulunmuştur.

Öğrencilerde problem çözme becerisini geliştirmek matematik eğitiminin önemli amaçlarından birisidir (Reusser ve Stebler 1997). Hatta okullaşmanın en önemli amacı bireylerin tek başlarına ya da bir grup içerisinde problem çözme becerilerini kazanmalarını sağlamaktır (American Association for the Advancement of Science, 1993). Problem, temelde bireyin bir hedefe ulaşmada engelleme (frusration) ile karşılaştığı bir çatışma (conflict) durumudur (Morgan, 1995). Kısacası bireylerin karşılaştığı bir durumun problem olabilmesi, çözüme ulaşmak için bildiklerinden hareketle yapıyı anlama, belli riskleri alarak denemeler yapma, mücadele etmeleri gerekmektedir.

Couco ve diğerleri (1996) iyi yapılandırılmış bir müfredatın, matematikçiler ile matematiği öğrenen bireyler arasındaki boşluğu doldurabileceğini ifade etmektedir. Buna ek olarak bu anlamda eksiklikleri olan bir müfredat ise bireyleri problem çözmekten, üretkenlikten, yaratıcılıktan uzak bireyler haline getirecek; matematik dersini ise sıkıcı, anlaşılamayan sembol ve ifadelerin olduğu bir labirent olarak algılanmasına neden olacaktır.

Matematiksel zihin alışkanlıkları yaklaşımının geliştirilmesi öğretmenlerin ve öğretmenlerden hareketle de öğrencilerin matematiksel sorgulamalarını etkileyecektir (Jacobbe ve Millman, 2009). Geleceğin mimarı olacak öğretmenlerin yetiştirildiği programlarda problem çözme sürecinde matematiksel zihin alışkanlıklarını birebir yaşayarak tecrübe etmeleri önem taşımaktadır. Öğretmen adaylarının matematiksel zihin alışkanlıklarına yönelik olarak farkındalıklarının arttırılmasıyla, öğretim tasarımlarında matematiksel zihin alışkanlıklarını ön plana çıkaran öğretim etkinlikleri tasarlamaları sağlanabilir. Bu durum özellikle öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde teori ve pratikte ilişkilendirmede problem yaşadıkları konularda incelenebilir. Bu anlamda öğretmen adaylarının zorluk yaşadığı konulardan biri seriler ve dizilerdir (Alcock ve Simpson, 2004; Sağ ve Argün, 2012). Bu noktadan hareketle araştırmanın amacı; öğretmen adaylarının Analiz III dersi kapsamında ele alınan diziler ve seriler konusundaki problem çözme süreçlerindeki matematiksel zihin alışkanlıklarının etkisinin incelenmesidir. Bu amaç doğrultusunda araştırmanın problem cümlesi "Öğretmen adaylarının matematiksel zihin alışkanlıklarının problem çözme süreçlerine etkisi nasıldır?" şeklindedir. Buna ek olarak araştırmanın alt problemleri de aşağıdaki şekilde belirlenmiştir.

1) Öğretmen adaylarının matematiksel zihin alışkanlıklarının eğitim öncesi problem çözme süreçlerine etkisi nasıldır?

2) Öğretmen adaylarının matematiksel zihin alışkanlıklarının eğitim sonrası problem çözme süreçlerine etkisi nasıldır?

Yöntem

Araştırmanın ilk basamağında araştırmacının öğretmen adaylarının Analiz III dersi kapsamında ele alınan diziler ve seriler kavramlarını gerçek yaşam ile ilişkilendirmekte sıkıntı yaşayabilecekleri fikir alt yapısı ile başlamıştır. İlgili literatürden hareketle söz konusu durumu daha yakından incelemek amacı ile öğretmen adaylarına Analiz III dersi kapsamında ele alınan diziler ve seriler konusuna ilişkin gerçek yaşamdan bir problem verilmiş ve bu problemi ders içeriğinde yer alan tanımlar, teoremler ve açıklamalar ile ilişkilendirerek çözmeleri istenmiştir (Alcock ve Simpson, 2004; Sağ ve Argün, 2012). Öğretmen adaylarının aşağıda paylaşılan bu probleme ilişkin çözümlerinde ders kapsamında öğrendikleri yapılar ile bağlantılar oluşturmada yetersiz kaldıkları tespit edilmiştir.

Problem 1

Kenar uzunlukları 8 birim olan karenin kenarlarının orta noktalarını köşe kabul eden ikinci bir kare çiziliyor. Bu şekilde iç içe çizilen sonsuz sayıda karenin

- alanlarının toplamını
- çevrelerinin toplamını

bulunuz.

Bu durumu tespit eden araştırmacı bir sonraki adımda öğretmen adaylarına yedi hafta sürecek bir eğitim planlamıştır. Eğitim sürecinde öğretmen adayları ile ilk iki hafta matematiksel zihin alışkanlıklarının ne olduğuna ilişkin teorik bir bilgilendirme ve kalan beş haftada ise her hafta yarım saat olmak üzere gerçek yaşamda yer alan dizi ve seri problemleri incelenmiş ve bu problemlerin ders kapsamında ele alınan tanım, teorem ve açıklamalarla ilişkilendirilmesi sağlanmıştır. Gerçekleştirilen eğitim sürecinde öğretmen adaylarının ilişkilendirmede zorluk yaşadıkları problemler düzenlenerek tekrar kurgulanmıştır. Eğitim sonunda öğretmen adaylarına ilk probleme eşdeğer ikinci bir problem verilmiş ve ders kapsamında ele alınan tanım, teorem ve açıklamalarla ilişkilendirilmesi incelenmiştir.

Problem 2

h yüksekliğinden bırakılan bir top yere çarptıktan sonra olmak üzere h kadar yükselmektedir. Topun izlediği yolu modelleyiniz.

Uygulamada iki farklı problemin yer almasının nedeni öğretmen adaylarının ilk problemin çözümünü ezberleme, başkasına çözdürme gibi kendi zihinsel süreçlerinin izlenmesini zor hale getirecek yöntemlere başvurmalarının önüne geçmektir.

Araştırmada bir başka veri toplama aracı olarak görüşmeler yer almıştır. Öğretmen adaylarının gerçekleştirdikleri çözümler neticesinde birden fazla teorem, kavram ya da açıklama getirebilen on öğretmen adayı ile yarı-yapılandırılmış görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Görüşmelerde öğretmen adaylarına;

1) Çözümünü gerçekleştirirken nasıl bir yol izlediğini biraz açıklar mısın?

2) Matematiksel zihin alışkanlığı ne demek? Problem çözme süreçlerinde matematiksel zihin alışkanlıklarının nasıl rol oynadığını düşünüyorsun?

3) Aldığın eğitimin ikinci problemi anlamlandırmada nasıl bir etkisinin olduğunu açıklar mısın?

soruları sorulmuştur.

Tüm bu süreçler göz önünde bulundurulduğunda araştırmanın nitel paradigma takip edilerek gerçekleştirilen bir eylem araştırması olduğu söylenebilir. Eylem araştırmaları var olan bir uygulamayı iyileştirmeye yönelik olarak gerçekleştirilmektedir (Fraenkel ve Wallen, 2003). Bu noktada araştırmacının araştırmada eylem araştırmasını tercih etmesinin nedeni; uygulamasını iyileştirmek ve uygulaması hakkında detaylı bir bilgi birikimi sağlayarak çabasının ne kadar başarılı olduğunu görmektir (O'Brien, 2003, Calhoun, 2002). Eğitim uygulamalarını düzeltmek için özellikle eylem araştırmalarının önemi büyüktür. Eğitimde eylem araştırması, eğitim uygulamalarını anlamak, değerlendirmek ve daha sonra değiştirmek ve iyileştirmek için yapılan araştırmalardır (Köklü, 2001). Araştırma bu bağlamda aşağıdaki tabloda değerlendirilmiştir.

Eylem Araştırmasının Evreleri	Araştırmada Yapılanlar
Anlama	• Araştırmacının fikir alt yapısı ve literatürden hareketle öğretmen adaylarının bu konudaki yaklaşımlarını problem çözme etkinliği ile belirleme
Değerlendirme	• Eğitimlerin bu doğrultuda tasarlanması • Gerekli görülen yerlerde eğitimin tekrar gözden geçirilmesi
Değiştirme	• Eğitimler sonunda öğretmen adaylarının verilen ikinci probleme ilişkin çözümlerinin değerlendirilmesi

Araştırmanın katılımcılarını, Marmara Bölgesinde bir devlet üniversitesinde Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü İlköğretim Matematik Eğitimi Anabilim Dalında üçüncü sınıf düzeyinde öğrenim gören 79 öğretmen adayı oluşturmaktadır. Araştırmada katılımcıların seçiminde amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Amaçlı örnekleme *amaca yönelik* veya *yargı* örnekleme olarak anılır. Araştırmacı bu örnekleme yönteminde vermek istenilen bilgiler doğrultusunda amacı belirler ve bunları bulmak için araştırmalar yapar (Bernard, 2000). Belirlenmiş bu amaçlar doğrultusunda bilginin temini için farklı yollar seçmek mümkündür (Patton, 2014). Bu yollardan bir tanesi de *tipik durum örnekleme*sidir. Eğitim Fakültelerinin tamamında Analiz III dersi kapsamında benzer bir öğretim sürecinin takip edilmesi ve öğrenci profilinin geçmişte benzer dersleri başarmış olması bu araştırmanın örneklemine tipik durum özelliği kazandırmaktadır. Bu bağlamda, araştırmacının amacı literatürden hareketle diziler ve seriler konusunda teorik düzeydeki bilgileri pratiğe geçirmekte sıkıntı yaşayabileceği düşünülen öğretmen adaylarına ulaşmak ve durumu yakından incelemektir.

Problem çözümlerinden elde edilen veriler öncelikle numaralandırılmış, daha sonra matematiksel zihin alışkanlıkları kuramsal çatısının bileşenleri doğrultusunda betimsel analizin aşamalarına uygun olarak analiz edilmiştir. Verilerin analizi sürecinde betimsel analizin tercih edilmesinin nedeni; öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde sergiledikleri matematiksel zihin alışkanlıklarının, bu alışkanlıkların literatürde yer aldığı hali ile incelenmek istenmesidir. Araştırma sorularından ve görüşmelerden yola çıkarak veri analizi için Jacobbe (2007), tarafından ortaya konulan kuramsal çerçeve kullanılmıştır. Bu bağlamda matematiksel zihin alışkanlıklarına ilişkin her bir süreç kategori olarak alınmıştır. Alt kategoriler ise araştırmacı tarafından aşağıdaki tabloda ilgili literatür taranarak örneklerle açıklanmıştır (Jacobbe ve Millman, 2009; Mark, Cuoco, Goldenberg ve Sword, 2010; Goldenberg, Shteingold ve Feurzeig, 2003). Ardından elde edilen veriler bu çerçeveye göre okunmuş, düzenlenmiş ve ilişkilendirilmiştir. Görüşmelerden alınan doğrudan alıntılarda öğretmen adaylarının isimleri yerine kodları kullanılmıştır. Örneğin ilk öğretmen için $Ö_1$, ikinci öğrenci $Ö_2$ şeklinde kodlanmıştır.

Tablo 1. Betimsel Analize İlişkin Kategoriler, Alt Kategoriler ve Kodlar

Matematiksel Zihin Alışkanlıkları	Alt Kategoriler/Kodlar
Matematiksel fikirleri keşfetme	Fikri ortaya koyma • Problemdeki fikri anlama ve ifade etme • Verilenleri açıkça ortaya koyma ve sezgisel olarak isteneni ifade etme Keşfedememe • Problemi anlayamama
Problemi formül haline getirme	Bir formüle ulaşma • Problemi açıklamaya yetecek bir çözüme ulaşma Formül elde edememe • Problemi açıklamaya yetecek bir çözüme ulaşamama ya da yanlış sonuç bulma
Örnekler yapılandırma	Örneklendirebilme • Benzer örnek durumlar yazabilme Örneklendirememe • Benzer örnek durumlar yazamama
Benzer problemlerde yararlı olabilecek bir problem çözme yaklaşımı geliştirme	Bir yaklaşım belirleme • Benzer durumlara ilişkin genel bir çözüm yöntemi geliştirme Bir yaklaşım belirleyememe • Benzer durumlara ilişkin genel bir çözüm yöntemi geliştirememe
Üzerinde çalıştıkları matematiksel durumu daha fazla genelleyebilecek bir ifadeyi daha detaylı tarama	Detaylı İnceleme • Problemin alan ve pedagojik bilgi ile olan ilişkisini inceleme Yüzeysel Tarama • Yalnızca genel bir çözüm yazıp bırakma
Çözümlerinde bir hata olup olmadığını tespit etmek için sağlamalar yapma	Farklı stratejiler deneme • Çözümlerini birden fazla yol ile doğrulama Çözümlerinin doğruluğunu incelememe • Tek yoldan çözüm yapma

Araştırmanın iç geçerliliğini sağlamak amacı ile iki uzmanın araştırma sürecini, kullanılan yöntemleri ayrıntılı bir şekilde değerlendirmesi sağlanmıştır. Buna ek olarak öğretmen adayları ile gerçekleştirilen görüşmeler sonunda her birinden teyit alınmıştır. Araştırmanın dış güvenirliliği ise bir alan uzmanının değerlendirmesi ile sağlanmıştır.

Araştırmada vurgulanması gereken bir diğer önemli nokta araştırmada yer alan sayısal verilerin tamamen var olan durumu ortaya koyma amaçlı olduğudur. Üzerinde istatistiksel bir işlem gerçekleştirilmeyen bu sayılar nicel bir frekans değil nitel "*sıklık*" anlamında kullanılmıştır. Bu nedenle bazı öğretmen adaylarının kağıtlarında bazı kategoriler hiç tespit edilemediği için toplam öğretmen adayı sayısını vermeyebilir.

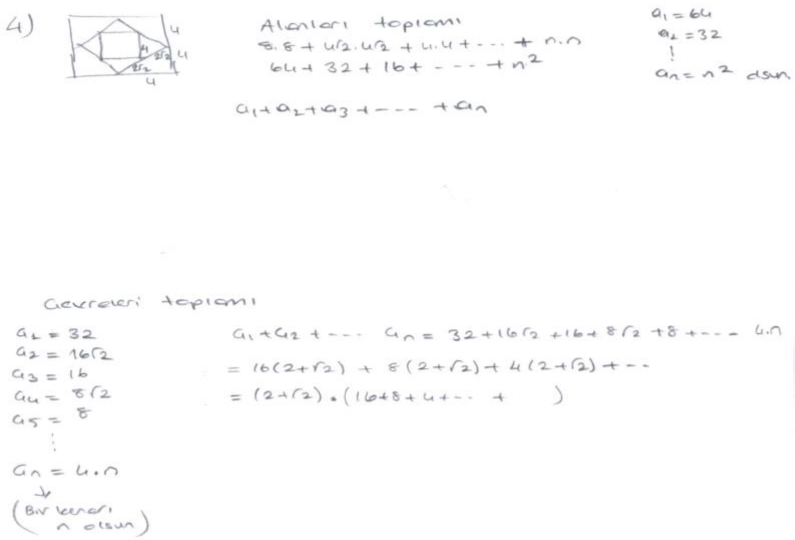
Bulgular ve Yorumlar

Eğitim öncesinde öğretmen adaylarının Problem 1'e ilişkin çözümleri incelenmiş olup betimsel analizden elde edilen kod ve sıklıklar aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 2. Öğretmen Adaylarının Eğitim Öncesi Problem 1'e İlişkin Matematiksel Zihin Alışkanlıklarının Analizi

Matematiksel Zihin Alışkanlıkları	Kodlar	Sıklık
Matematiksel fikirleri keşfetme		79
	Fikri ortaya koyma	32
	• Problemdeki fikri anlama ve ifade etme	
	• Verilenleri açıkça ortaya koyma ve sezgisel olarak isteneni ifade etme	26
	Keşfedememe	45
	• Problemi anlayamama	
Problemi formül haline getirme		79
	Bir formüle ulaşma	
	• Problemi açıklamaya yetecek bir çözüme ulaşma	31
	Formül elde edememe	
	• Problemi açıklamaya yetecek bir çözüme ulaşamama ya da yanlış sonuç bulma	48
Örnekler yapılandırma		79
	Örneklendirebilme	
	• Benzer örnek durumlar yazabilme	0
	Örneklendirememe	
	• Benzer örnek durumlar yazamama	79
Benzer problemlerde yararlı olabilecek bir problem çözme yaklaşımı geliştirme		79
	Bir yaklaşım belirleme	
	• Benzer durumlara ilişkin genel bir çözüm yöntemi geliştirme	0
	Bir yaklaşım belirleyememe	
	• Benzer durumlara ilişkin genel bir çözüm yöntemi geliştirememe	79
Üzerinde çalıştıkları matematiksel durumu daha fazla genelleyebilecek bir ifadeyi daha detaylı tarama		79
	Detaylı İnceleme	
	• Problemin alan ve pedagojik bilgi ile olan ilişkisini inceleme	0
	Yüzeysel Tarama	
	• Yalnızca genel bir çözüm yazıp bırakma	79
Çözümlerinde bir hata olup olmadığını tespit etmek için sağlamalar yapma		79
	Farklı stratejiler deneme	
	• Çözümlerini birden fazla yol ile doğrulama	0
	Çözümlerinin doğruluğunu incelememe	
	• Tek yoldan çözüm yapma	79

Tablo incelendiğinde eğitim öncesinde öğretmen adaylarının çoğunluğunun problemdeki fikri anlama ve sezgisel olarak ifade etme basamağında kaldıkları görülmektedir. Gerçekleştirdiği çözüm incelenen Ö17 görüşmeler sırasında *"Problemi aslında anladım sanırım hocam. Yabancı bir soru tipi değil aslında. Ama sonsuza giden bir şeyi toplamamızı istiyorsunuz…Yani bu derste öğrendiğimiz serilerle ilgili aslında ama bunu çözüme nasıl yansıtmam gerektiğini bilemedim. Sanki uygulama sorusu gibi. Günlük hayatta da buna benzer şeyler çıkabilir aslında. Bu derste gördüğümüzü nasıl aktaracağımı bilemedim hocam…"* ifadeleri ile problemi beklenen ilişkilendirmeler doğrultusunda çözüme kavuşturamamasının nedenlerini ortaya koymuştur. Çözümlerinde problemi anladığı anlaşılan öğretmen adayı sayısı bu çözümü sezgisel olarak açıklayabilen öğretmen adayı sayısından daha fazladır. Buna ek olarak genel bir formül elde edebilen 31 öğretmen adayının tamamının çözümlerini tamamlayamadıkları görülmüştür. Bu noktada aşağıda çözümü paylaşılan Ö5, gerçekleştirilen görüşmelerde *"…Hocam hep bu derslerde gördüklerimiz ne işe yaracak diyordum. Al işte birebir uygulaması. Ama nasıl yapacağımızı bilmiyordum açıkçası. İlişki kurmak çok önemli. …"* ifadelerine yer vermiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının hiçbirinin eğitim öncesinde *problemi formül haline getirme* basamağından daha yukarı çıkamadıkları görülmüştür.



Şekil 1. Ö5'in Problem 1'e İlişkin Çözümü

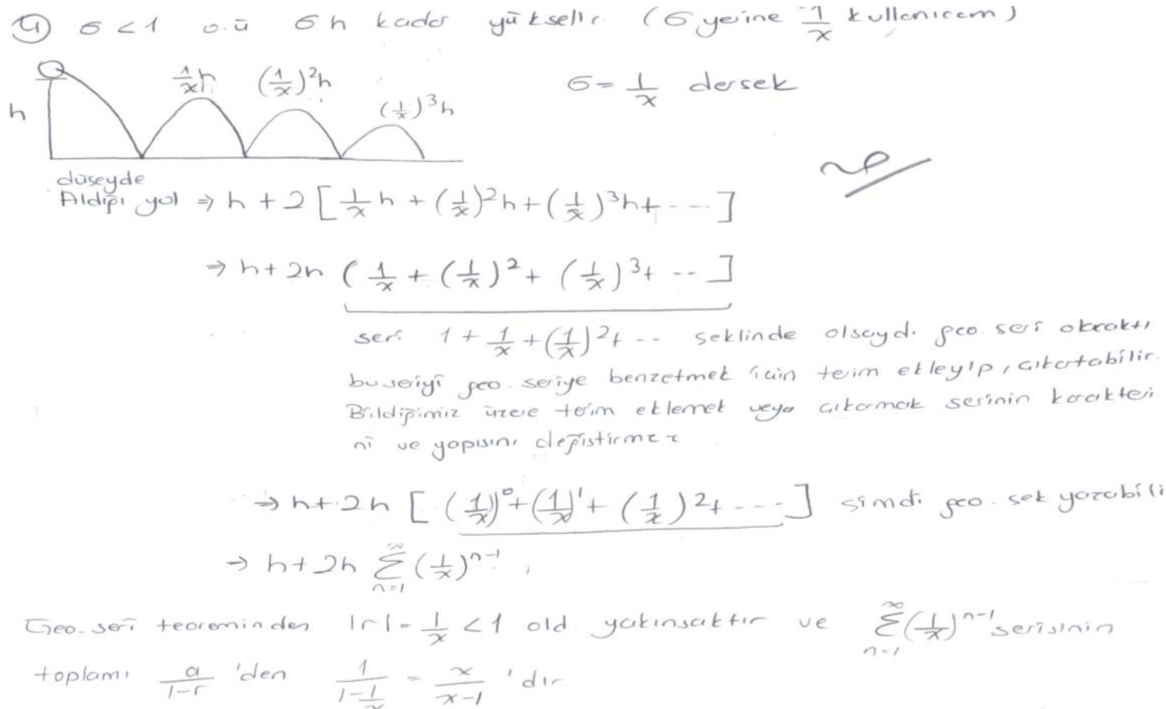
Öğretmen adayları ile gerçekleştirilen yedi haftalık eğitim sonrasında kendilerine yöneltilen Problem 2'ye ilişkin çözümleri incelenmiş olup betimsel analizden elde edilen kod ve sıklıklar aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 3. Öğretmen Adaylarının Eğitim Sonrası Matematiksel Zihin Alışkanlıklarının Analizi

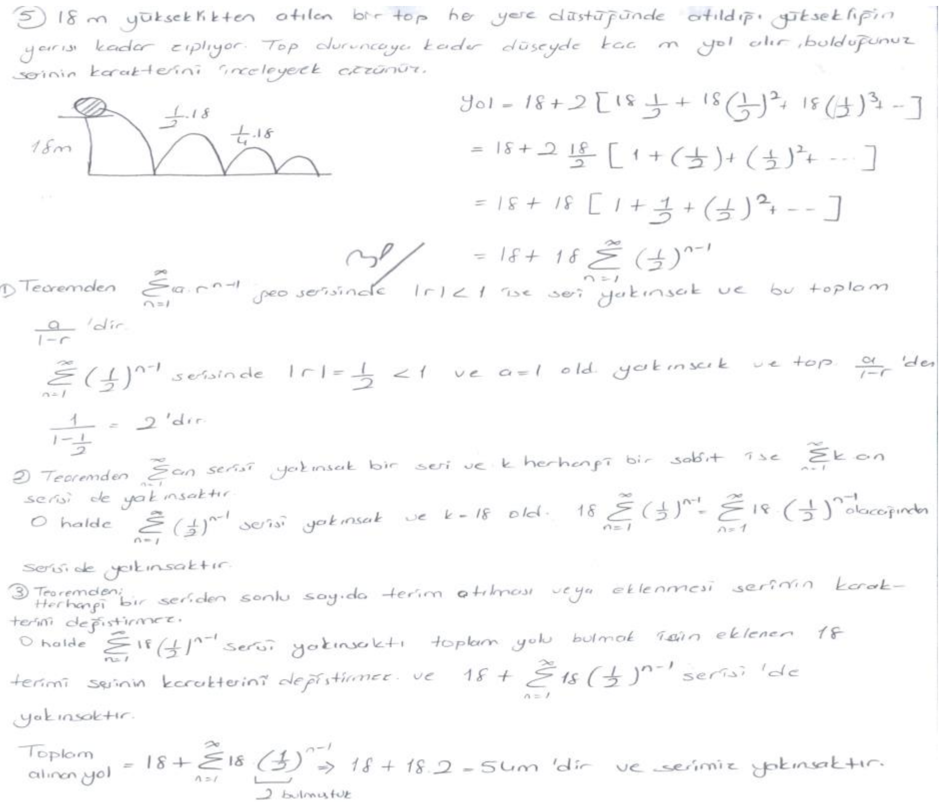
Matematiksel Zihin Alışkanlıkları	Kodlar	Sıklık
Matematiksel fikirleri keşfetme		79
	Fikri ortaya koyma	59
	• Problemdeki fikri anlama ve ifade etme	
	• Verilenleri açıkça ortaya koyma ve sezgisel olarak isteneni ifade etme	48
	Keşfedememe	
	• Problemi anlayamama	20
Problemi formül haline getirme		79
	Bir formüle ulaşma	
	• Problemi açıklamaya yetecek bir çözüme ulaşma	55
	Formül elde edememe	
	• Problemi açıklamaya yetecek bir çözüme ulaşamama ya da yanlış sonuç bulma	22
Örnekler yapılandırma		79
	Örneklendirebilme	
	• Benzer örnek durumlar yazabilme	54
	Örneklendirememe	
	• Benzer örnek durumlar yazamama	25
Benzer problemlerde yararlı olabilecek bir problem çözme yaklaşımı geliştirme		79
	Bir yaklaşım belirleme	
	• Benzer durumlara ilişkin genel bir çözüm yöntemi geliştirme	53
	Bir yaklaşım belirleyememe	
	• Benzer durumlara ilişkin genel bir çözüm yöntemi geliştirememe	26
Üzerinde çalıştıkları matematiksel durumu daha fazla genelleyebilecek bir ifadeyi daha detaylı tarama		79
	Detaylı İnceleme	
	• Problemin alan ve pedagojik bilgi ile olan ilişkisini inceleme	52
	Yüzeysel Tarama	
	• Yalnızca genel bir çözüm yazıp bırakma	27
Çözümlerinde bir hata olup olmadığını tespit etmek için sağlamalar yapma		79
	Farklı stratejiler deneme	
	• Çözümlerini birden fazla yol ile doğrulama	6
	Çözümlerinin doğruluğunu incelememe	
	• Tek yoldan çözüm yapma	73

Eğitim sonrası öğretmen adaylarının probleme ilişkin gerçekleştirdikleri çözümler incelendiğinde, problemde yer alan fikri açıkça ifade edebilen öğrenci sayısında bir artış olduğu görülmektedir. Bu konuda eğitim öncesinde problemi açıklamada eksiklik yaşayan Ö17 gerçekleştirilen görüşmelerde *"…Bu derste gördüklerimizden önce (ııı) ilk verdiğiniz soruda ben açıklayamamıştım durumu. Yani aslında ne demek istediğinizi anlıyordum ama bu durumu matematiksel olarak ifade edemiyordum (gülüyor). Sizin derste vurguladığınız* *durum. Ben bu eğitimin bizim problem çözme becerilerimizi de geliştirdiğini düşünüyorum. Biz de ileride böyle ders anlatımı yaparsak daha etkili olabilir yani öğrenciler problem çözme sürecinde neye dikkat etmeleri gerektiğini böylece bilirler.”* ifadelerine yer vermiştir.

Öğretmen adaylarının eğitim sonrasında probleme ilişkin bir formüle ulaşmada daha başarılı oldukları görülmektedir. Öğretmen adaylarının gerçekleştirdikleri çözümlerini tasarladıkları örnek problem üzerinde alan bilgisi ile ilişkilendirmeyi tercih ettikleri görülmüştür. Buna örnek olarak çözümü paylaşılan Ö14 *“Problem durumu soyuttu hocam. O yüzden ben somut bir örnek üzerinden gittim. O nedenle öncelikle somutlaştırmaya çalıştım. Sonrasında ise bizim derste gördüklerimizle ilişkilendirmeye çalıştım. Çok zevkliydi ama. Yani bu öğrendiklerimizin bu şekilde karşılığını görmek aradaki bağlantıları bu şekilde yakalamak benim çok hoşuma gitti. Keşke tüm alan derslerinde bu şekilde ilişkilendirmeler yapılsa. Öğrendiklerimiz teoride kalıyor hep. Bu derste teoremler ve tanımlar arasındaki ilişkileri kurmayı öğrendik mesela.”* ifadelerini kullanmıştır.



Şekil 2a. Ö14’in Problem 2’ye İlişkin Çözümü



5) 18 m yükseklikten atılan bir top her yere düştüğünde atıldığı yüksekliğin yarısı kadar zıplıyor. Top duruncaya kadar düşeyde kaç m yol alır, bulduğunuz serinin karakterini inceleyerek çözünüz.

18m, $\frac{1}{2}.18$, $\frac{1}{4}.18$

$$Yol = 18 + 2\left[18\tfrac{1}{2} + 18\left(\tfrac{1}{2}\right)^2 + 18\left(\tfrac{1}{2}\right)^3 \ldots\right]$$
$$= 18 + 2\,\tfrac{18}{2}\left[1 + \left(\tfrac{1}{2}\right) + \left(\tfrac{1}{2}\right)^2 + \ldots\right]$$
$$= 18 + 18\left[1 + \tfrac{1}{2} + \left(\tfrac{1}{2}\right)^2 + \ldots\right]$$
$$= 18 + 18\sum_{n=1}^{\infty}\left(\tfrac{1}{2}\right)^{n-1}$$

1) Teoremden $\sum_{n=1}^{\infty} a.r^{n-1}$ geo serisinde $|r|<1$ ise seri yakınsak ve bu toplam $\frac{a}{1-r}$'dir.

$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ serisinde $|r| = \frac{1}{2} < 1$ ve $a=1$ old. yakınsak ve top. $\frac{a}{1-r}$'den $\frac{1}{1-\frac{1}{2}} = 2$'dir.

2) Teoremden $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ serisi yakınsak bir seri ve k herhangi bir sabit ise $\sum_{n=1}^{\infty} k\,a_n$ serisi de yakınsaktır.

O halde $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ serisi yakınsak ve $k=18$ old. $18\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \sum_{n=1}^{\infty} 18\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ olacağından serisi de yakınsaktır.

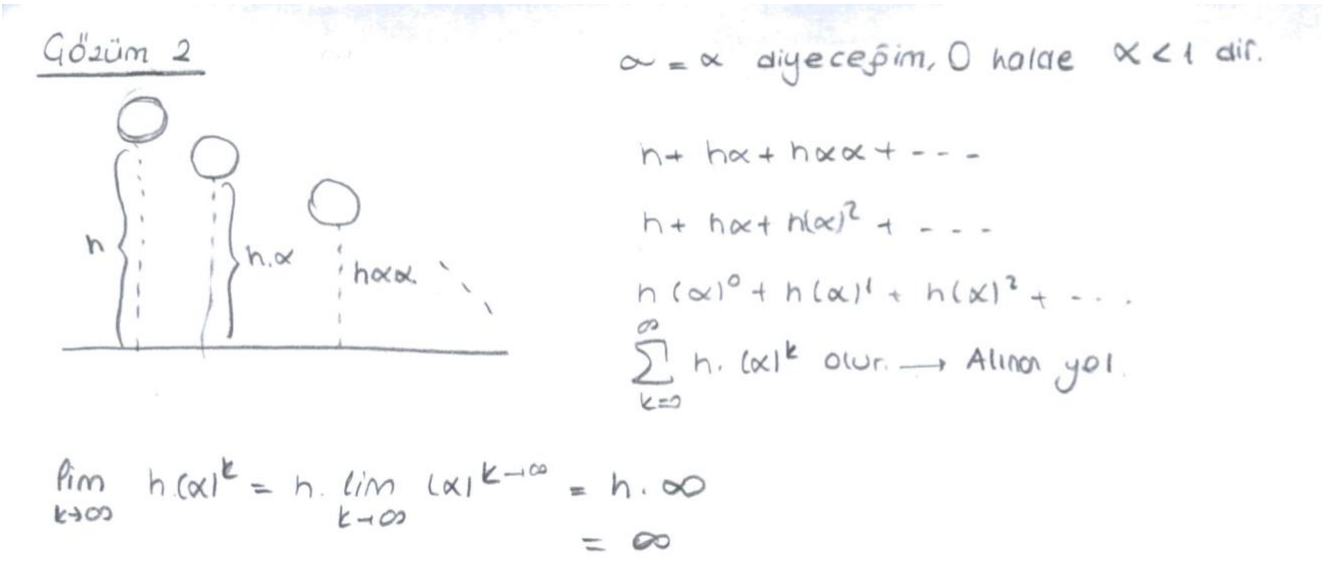
3) Teoremden; Herhangi bir seriden sonlu sayıda terim atılması veya eklenmesi serinin karakterini değiştirmez.

O halde $\sum_{n=1}^{\infty} 18\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ serisi yakınsaktı toplam yolu bulmak için eklenen 18 terimi serinin karakterini değiştirmez. ve $18 + \sum_{n=1}^{\infty} 18\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ serisi 'de yakınsaktır.

Toplam alınan yol $= 18 + \sum_{n=1}^{\infty} 18 \underbrace{\left(\tfrac{1}{2}\right)^{n-1}}_{2 \text{ bulmuştuk}} \Rightarrow 18 + 18.2 = 54m$ 'dir ve serimiz yakınsaktır.

Şekil 2b. Ö14'in Problem 2'ye İlişkin Çözümü

Çözümlerini birden fazla yol ile doğrulayabilen öğretmen adayı sayısı oldukça azdır. İkinci bir çözüm geliştirebilen öğretmen adaylarının limit yaklaşımı ve integral ölçütünü kullanarak çözümlerini gerçekleştirdikleri görülmüştür. Çözümünü ikinci bir yol ile doğrulayan ve aşağıda çözümü paylaşılan öğretmen adaylarından Ö32 durumu "*İkinci bir çözüm ile doğrulama yapmak oldukça zor bir iş. Çünkü probleme farklı bir bakış ile bakmak gerekiyor aslında. Ben limit yaklaşımı ile ele aldım olayı…(sessizlik). Oradan da aynı noktaya ulaşıyorsunuz.*" şeklinde açıklamıştır.



Şekil 3. Ö32’nin Problem 2’ye İlişkin Çözümü

Öğretmen adaylarının eğitim öncesi ve sonrası problemlere yaklaşımları genel olarak değerlendirilip mevcut durum Tablo 4’de özetlenmiştir.

Tablo 4. Öğretmen Adaylarının Eğitim Öncesi ve Sonrası Problemlere Yaklaşımları

Matematiksel Zihin Alışkanlıkları	Kodlar	Sıklık	
		Eğitim Öncesi	Eğitim Sonrası
Matematiksel fikirleri keşfetme		79	79
	Fikri ortaya koyma • Problemdeki fikri anlama ve ifade etme	32	59
	• Verilenleri açıkça ortaya koyma ve sezgisel olarak isteneni ifade etme	26	48
	Keşfedememe • Problemi anlayamama	45	20
Problemi formül haline getirme		79	79
	Bir formüle ulaşma • Problemi açıklamaya yetecek bir çözüme ulaşma	31	55
	Formül elde edememe • Problemi açıklamaya yetecek bir çözüme ulaşamama ya da yanlış sonuç bulma	48	22

Sonuç ve Tartışma

Öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde problemi anladıklarını ancak ders kapsamında öğrendikleri bilgilerin bu problemlerin çözümü ile ilişkilendirmede problem yaşadıklarını ifade ettikleri görülmektedir. Bu durumu öğrendikleri bilgilerin işe koşulması şeklinde yorumlayan öğretmen adayları gerçekleştirilen eğitim süreci ile konuya ilişkin yaratıcılıklarının desteklendiğini ifade ettikleri görülmektedir. Buna ek olarak öğretmen adaylarının yüksek öğrenim sürecinde aldıkları alan derslerinin kavranmasında teorik düzeyde kaldıklarını ifade ettikleri görülmektedir. Bu konuya ilişkin Godot ve Grenier (2004) üniversitede verilen matematik eğitiminde öğrencilerin araştırıcı kimliğinin gelişmesi gerektiğini belirtmişlerdir. Çalışma boyunca öğretmen adaylarının alan derslerinde problem çözme temelli zihinsel alışkanlıklarının geliştirilmesinin mevcut öğrenme ve ilerideki öğrenme-öğretme etkinliklerinde olumlu etkisinin olacağını ifade ettikleri görülmüştür.

Matematiksel zihin alışkanlıklarının geliştirilmesinin öğretmen adaylarının problemi çözmede başarıya ulaşma süreçlerine olumlu bir katkısının olduğu, Tablo 4’de verilen ilk ve son problemde matematiksel fikirleri keşfetme ve bir formüle ulaşma bağlamında başarıya ulaşma sıklıkları incelendiğinde görülmektedir. Ancak öğretmen adayları çözümlerini ikinci bir yol ile doğrulamada sıkıntı yaşamışlardır.

Çalışma boyunca öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde matematiksel zihin alışkanlıklarının gelişimini birebir tecrübe etmeleri sağlanmıştır. Bunun neticesinde öğretmen adaylarının zihinsel alışkanlıkların matematik öğrenme sürecinde ne denli önemli olduğunu ifade ettikleri gerçekleştirilen görüşmelerle ortaya çıkmıştır. İleride tasarlayacakları öğrenme ortamlarının bu doğrultuda olacağını ifade ettikleri görülmüştür.

Öğretmen adaylarının eğitimin ilk haftalarında çok zorlandıklarını ancak ilerleyen haftalarda araştırmacının gerçekleştirdiği etkinliklerde yer alan örnek problem çözme etkinlikleri ile giderek kolay bir hal aldığını ifade ettikleri görülmüştür.

Öneriler

Matematiksel zihin alışkanlıklarının problem çözme sürecinde incelendiği bu araştırma üçüncü sınıf öğrencileri ile gerçekleştirilmiştir. Benzer bir çalışma öğretmen adayları ile birinci sınıfta ve dördüncü sınıfta üniversitede yer alan derslerin öğretmen adaylarının matematiksel zihin alışkanlıkları üzerine etkisini incelemek amacıyla karşılaştırmalı olarak yapılabilir.

Öğretmen adaylarının zihnin matematiksel alışkanlıklarının arttırılabileceğine yönelik pedagojik ve alan bilgilerini arttırıcı düzeyde ve farklı konularda etkinlikler tasarlanarak, ilköğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel zihin alışkanlıklarının gelişimi incelenebilir.

Matematik alan bilgisinin derinleştirilmesinin, matematiksel zihin alışkanlıklarına olan etkisi ve öğrenme-öğretme sürecine etkileri incelenebilir. Bu konuda ilköğretim ve lise matematik öğretmenlerinin matematiksel zihin alışkanlıklarının problem çözme sürecinde karşılaştırılması incelenebilir.

Matematiksel zihin alışkanlıklarının erken yaşlardan itibaren kazandırılmasının öneminden hareketle (Swars, Daane ve Giesen, 2006), sınıf öğretmeni ve öğretmen adaylarına matematiksel zihin alışkanlıkları konusunda farkındalık kazandıracak araştırmalar önerilebilir.

Kaynakça

Alcock, L.J. & Simpson, A.P. (2004). Convergence of sequences and series: interactions between visual reasoning and the learner's beliefs about their own role. *Educational Studies in Mathematics, 57*(1), 1-32.

American Association for the Advancement of Science. (1993). *Benchmarks for science literacy*. New York, Oxford University Press.

Bernard, H. R. (2000). *Social research methods*. Londra: CA: SAGE Publications.

Calhoun, E. F. (2002). Actian research for school improvement. *Educationa\ Leadership, 59*(6), 18-24.

Cuoco, A., Goldenberg, E. P., & Mark, J. (1996). Habits of minds: An organizing principle for mathematics curricula. *Journal of Mathematical Behavior, 15*(1), 375-402.

Fraenkel, J. R., & Wallen, N. E. (2003). *How to design and evaluate research in education* (5th Ed.). New York: Mac Graw Hill, Inc.

Godot, K & Grenier,D. . (2004). Research situations for teaching: a modelization proposal and examples, Papaer presented at the Proceedings of the 10th International Congress for Mathematics Education, ICME 10, Copenhague.

Goldenberg, E. P. (1996). "Habits of mind" as an organizer for the curriculum. *Journal of Education, 178*(1), 13-34.

Goldenberg, E. P., Shteingold, N., & Feurzeig, N. (2003). Mathematical habits of mind for young children. In F. K. Lester & R. I. Charles (Eds.), *Teaching mathematics through problem solving: Prekindergarten-Grade 6* (pp. 15-29). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Jacobbe, T. & Millman, R.S. (2009). Mathematical habits of the mind for preservice teachers.*School Science and Mathematics, 109(5),* 298-302.

Jacobbe, T. (2007). Connecting research to teaching: Using Polya to overcome translation difficulties. *Mathematics Teacher, 101,* 390 – 393.

Johnson, B.; & Christensen, L. (2014). *Educational research: Quantitative, qualitative, and mixed approaches*. Thousand Oaks, CA: SAGE Publications.

Leikin, R. (2007). *Habits of mind associated with advanced mathematical thinking and solution spaces of mathematical tasks*. Paper presented at the The Fifth Congress of the

European Society for Research in Mathematics Education, Division 14: Advanced Mathematicsl Thinking, February 22-26, Larnaca, Cyprus.

Mark, J., Cuoco, A., Goldenberg, E.P., & Sword, S. (2010). Developing mathematical habits of mind. *Mathematics Teaching in the Middle School, 15 (9)*, 505-509.

Morgan, C. T. , (1995), *Psikolojiye giriş*, Çev: Sibel Karakaş, Ankara, Meteksan.

O'Brien, R. (2003). *An overview of the methodological approach of action resaerch.* (On-line). http://www.wb.neVrobrien/papers/ artinal.hUm.

Patton, M. Q. (2014). *Qualitative research & evaluation methods: ıntegrating theory and practice*. CA: Sage Publications.

Reusser, K. & Stebler, R. (1997). Every word problem has a solution: The social rationality of mathematical modeling in schools. *Learning and Instruction, 7(4),* 309-327.

Sağ, G. & Argün, Z. (2012). What do pre-service secondary mathematics teachers understand from the concept of sequence?. *Procedia-Social and Behavioral Sciences, 46*(1), 5301-5305.

Swars, S.L., Daane, C.J., Giesen, J. (2006). Mathematics anxiety and mathematics teacher efficacy: What is the relationship in elementary preservice teachers?. *School Science and Mathematics, 106*(7), 306– 315.

Watson, A., & Mason, J. (2005).*Mathematics as a constructive activity: Learners generating examples.* Mahwah, NJ : Erlbaum.