

Düz Dişli Çark Tasarım Parametrelerinin Tek Diş Rijitliği ve Diş Dibi Mukavemetine Olan Etkisinin İstatistiksel Olarak İncelenmesi

A Statistical Analysis of the Influence of Spur Gear Design Parameters on Single Tooth Stiffness and Root Strength

Neşe DOĞAN¹ , Özdeş ÇERMİK² , Muhammed Safa KAMER² , Oğuz DOĞAN^{2*} 

¹ Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi, Teknik Bilimler Meslek Yüksek Okulu, Elektrik ve Enerji Bölümü, Kahramanmaraş, Türkiye

² Kahramanmaraş Sütçü İmam Üniversitesi, Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Kahramanmaraş, Türkiye

Öz

Bu çalışmada, düz dişli çark tasarımında etkili olan dört temel parametrenin – diş başı yüksekliği (h_a), kesici takım uç yarıçapı (ρ), kavrama açısı (α) ve rim oranı (m_b) – tek diş rijitliği ve diş dibi gerilmesine olan etkileri nümerik analiz ve istatistiksel yöntemlerle değerlendirilmiştir. Deneysel çalışma kapsamında Taguchi L16 ortogonal deney tasarımı ile 16 farklı dişli konfigürasyonu oluşturulmuş ve her bir tasarım ANSYS Workbench yazılımı ile sonlu elemanlar analizine (SEA) tabi tutulmuştur. Elde edilen sonuçlara göre, ortalama rijitlik 23412 N/mm ile 31985 N/mm, diş dibi gerilmesi ise 90,58 MPa ile 137,18 MPa arasında değişmektedir. Yapılan varyans analizleri ve sinyal/gürültü (S/N) oranları, özellikle kavrama açısının her iki mekanik çıktı üzerinde en yüksek etkiye sahip parametre olduğunu göstermiştir. Optimum tasarım parametreleri ile yapılan doğrulama analizlerinde, Taguchi tahminleri ile SEA sonuçları arasında %1–3 aralığında düşük hata oranları elde edilmiştir. Bu sonuçlar, düz dişli çarkların performansının artırılmasına yönelik tasarım sürecinde Taguchi yönteminin etkin ve güvenilir bir araç olduğunu ortaya koymaktadır.

Anahtar Kelimeler: Düz dişli çarklar, Minitab, Diş dibi gerilmesi, Diş rijitliği, Sonlu elemanlar analizi

Abstract

This study evaluates the effects of four key parameters in spur gear design—addendum height (h_a), cutter tip radius (ρ), pressure angle (α), and rim ratio (m_b)—on single tooth stiffness and root stress using numerical analysis and statistical methods. In the experimental part, 16 different gear configurations were created using the Taguchi L16 orthogonal array design. Each design was analyzed with finite element analysis (FEA) using ANSYS Workbench software. The results showed that the average stiffness ranged from 23412 N/mm to 31985 N/mm, while the root stress varied between 90.58 MPa and 137.18 MPa. Variance analyses and signal-to-noise (S/N) ratios indicated that the pressure angle had the most significant effect on both mechanical outputs. Validation analyses with optimal design parameters showed a low error rate between 1% and 3% when comparing Taguchi predictions and FEA results. These findings demonstrate that the Taguchi method is an effective and reliable tool for improving the performance of spur gear design.

Keywords: Spur gears, Minitab, Gear bending stress, Tooth stiffness, Finite element method

* Sorumlu yazar e-posta (Corresponding e-mail): oguzdogan@ksu.edu.tr

Geliş Tarihi (Received):17.06.2025, Kabul Tarihi (Accepted): 02.10.2025

1. Giriş

Dişli çarklar, iki dönen mil arasında hareket ve kuvvet iletimini sağlayan makine elemanlarıdır. Farklı çap ve diş sayılarına sahip çarklar kullanılarak hız azaltma, hız artırma ve dönme yönü değiştirme gibi fonksiyonlar hassas şekilde gerçekleştirilebilir. Bu nedenle motorlu taşıtlarda, endüstriyel makinelerde, robotik sistemlerde ve hassas mekanizmalarda önemli rol oynarlar. Ayrıca güç aktarımı sırasında kayma ve enerji kaybı düşük olduğundan, dişli sistemler uzun ömürlü ve yüksek verimlidir; bu da onları modern mekanik tasarımda vazgeçilmez kılar [1]. Bu öneminden dolayı araştırmacılar uzun yıllardan beri dişli çarklar üzerine çok farklı çalışmalar gerçekleştirmişlerdir.

Dişli çarklar üzerine yapılan çalışmalar farklı alt başlıklarda toplanabilir. Bu alanlardan bir tanesi diş dibinde oluşan gerilmelerin tespit edilmesidir. Diş dibinde oluşan gerilmelerin hesaplanması üzerine literatürde oldukça fazla sayıda çalışma bulunmaktadır. Bu çalışmalar analitik, nümerik ve deneysel çalışmalar olarak sınıflandırılabilir. Ayrıca diş dibinde oluşan gerilmelerin hesaplanmasına yönelik uluslararası normlar da bulunmaktadır [2-3]. Diş dibi gerilmelerin hesaplanması üzerine literatürdeki bazı çalışmalar özetlenecek olursa: Zhou ve ark. [4], konik dişlilerin ağız boyunca diş yüzeyindeki yük dağılımını ve diş kökü eğilme gerilmesini analiz etmek için yeni bir yöntem önermiştir. Öncelikle diş yüzeyi, geçiş yüzeyi denklemleri ve diş genişliği kısıtları elde edilmiştir. Yük altında diş temas analizi kullanılarak diş temas yolları ve gerilmeler hesaplanmış ve SEA ile karşılaştırılmıştır. Önerilen yöntem, SEA'ne göre çok daha hızlı sonuç verirken, doğruluk açısından deneysel verilerle ve SEA sonuçlarıyla oldukça uyumlu bulunmuştur. Diğer bir çalışmada dişli dibi eğilme gerilmeleri ISO 6336, AGMA 2101 ve SEA yöntemleriyle analizi yaparak, deneysel gerinim ölçer verileriyle karşılaştırmıştır [5]. Sonuçlara göre SEA, %0.5 sapma ile en doğru sonuçları verirken, ISO ve AGMA yöntemleri sırasıyla %5.2 ve %6.4 sapma göstermiştir. ISO ve GMA arasındaki farklar, yük bileşenleri ve geometrik varsayımlar gibi teknik nedenlerden kaynaklandığı vurgulanmaktadır. Kavrama oranının 2'nin üzerine çıktığı düz dişli çarklarda ISO ve AGMA standartları diş esnemeleri ve yerel temas deformasyonlarını hesaba katmadığından yetersiz kalmaktadır. Bu amaçla Pedrero ve ark. [6] yük paylaşımını dikkate alan analitik bir model geliştirmiş ve sonlu elemanlar yöntemiyle doğrulamıştır. Ayrıca, çalışmada mevcut standartlarla uyumlu şekilde çalışan ve yük paylaşımını dikkate alan yeni düzeltme katsayıları önerilmiştir. Düz dişli çarklarda eğilme gerilmesinin azaltılmasına yönelik bir grafik metot Dogan ve ark. [7] tarafından geliştirilmiş ve sonuçlar SEA ile karşılaştırılmıştır. Geliştirilen grafik yöntem, DIN 3990 standardına dayanmakta ve standart olmayan parametreler için de güvenilir sonuçlar vermektedir. Özellikle kesici takım uç yarıçapının artırılması, diş dibi gerilmesini %30'a kadar azaltmıştır. Ayrıca diş sayısı, basınç açısı, profil kaydırması ve diş yüksekliği gibi parametrelerin eğilme gerilmesi üzerindeki etkileri de ayrı ayrı analiz edilmiştir. Sonuçlar, grafik yöntemin hızlı ve programlanabilir yapısıyla dişli tasarımında optimizasyon çalışmalarına uygun bir araç olduğunu göstermektedir. Düz dişlilerde en yüksek tek diş temas noktasında oluşan maksimum gerilmeler hem sayısal hem deneysel yöntemlerle Raptis ve Savaidis [8] tarafından incelenmiştir. Çalışma SEA ve deneysel ölçümler kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Yöntemlerin doğruluğu karşılaştırılmış ve diş sayısı arttıkça aralarındaki farkların değiştiği gözlemlenmiştir. Genel olarak, yöntemler arasında iyi bir uyum sağlanmış ve farklar kabul edilebilir sınırlar içinde kalmıştır. Patil ve ark. [9] dişlilerdeki temas gerilmelerini, sürtünmenin etkisini de içerecek şekilde hem deneysel hem de SEA yöntemiyle incelemişlerdir. Deneysel analizler için yeni geliştirilen GDSTR adlı düzenek kullanılmış, bu sistem karbon kayma halkaları ve diş yüzeyine yerleştirilen gerinim ölçerlerle temas gerilmelerini gerçek koşullarda ölçmüştür. Çalışmada 5° ve 25° helis açılı dişliler test edilmiş ve sonuçlar SEA ile karşılaştırılarak doğrulanmıştır. Yöntem, sürtünmenin temas gerilmesi üzerindeki etkisinin önemli olduğunu göstermiştir. Venkatesh ve ark. [10] helisel dişlilerde eğilme ve basma gerilmeleri üzerine dişli oranı, helis açısı, alın genişliği ve normal modül gibi tasarım parametrelerinin etkisini incelemişlerdir. Modül ve alın genişliği arttıkça hem eğilme hem de basma gerilmelerinin önemli ölçüde azaldığı görülmüştür. Ayrıca helis açısının artışı da gerilmeleri azaltırken, dişli oranının artışı eğilme gerilmesini yükseltmektedir.

Dişli çarktaki diş rijitliği, bir dişin üzerine gelen yük altında ne kadar elastik deformasyona uğradığını ifade eden mekanik bir özelliktir. Başka bir deyişle, dişin üzerine gelen kuvvete karşı gösterdiği direncin bir ölçüsüdür. Diş rijitliği; dişin şekline, malzeme özelliklerine, diş profilinin yüksekliğine, kalınlığına ve temas alanı gibi birçok tasarım parametresine bağlıdır. Tek diş rijitliğinin belirlenmesi üzerine literatürde birçok farklı yöntem bulunmaktadır. Bu yöntemler analitik, nümerik ve deneysel yöntemler olmak üzere üç ana grupta toplanabilir. Saxena ve ark. [11] dişli çarkların dinamik davranışını etkileyen diş rijitliğini deneysel ve sayısal yöntemlerle incelemişlerdir. Özellikle süren taraf basınç açısının diş rijitliğini %38 oranında artırdığı gözlemlenmiştir. Ayrıca, sağlıklı ve çatlaklı dişlerin kavrama rijitliğinin, doğal frekanslar ve titreşim modları üzerindeki etkileri SEA ile analiz edilmiştir. Süren taraf basınç açısının, tek diş rijitliği üzerindeki etkisi deneysel ve sayısal yöntemlerle incelenmiştir [12]. Geleneksel olmayan üretim yöntemleriyle üretilen dişlilerde analitik hesaplamaların zorluğu nedeniyle, özel bir deney düzeneği geliştirilmiş ve SEA ile doğrulama yapılmıştır. Deneysel bulgular, SEA ve literatürdeki analitik sonuçlarla genel olarak uyumlu bulunmuştur. Süren taraf basınç açısı arttıkça tek diş rijitliğinde anlamlı bir artış gözlemlenmiştir. Marafona ve ark. [13] tek diş çiftinin dilimlenmiş kavrama rijitliğini hızlı ve doğru şekilde hesaplamak için yeni bir analitik formül geliştirmiştir. Bu formül, diş çiftinin yapısal rijitliğini parabolik bir şekilde yaklaştırarak asimetri, göreceli genlik ve maksimum rijitlik gibi üç temel parametreyi dikkate almaktadır. Geliştirilen yöntem, farklı dişli örnekleri üzerinde test edilmiş ve doğruluğu kanıtlanmıştır. He ve Yang [14] dişli sıcaklığının artışının rijitlik üzerindeki etkisini incelemek amacıyla yeni bir ısıl rijitlik modeli geliştirmişlerdir. Model, düzlem gerinim teorisiyle ısıl gerilme-gerinim ilişkisini ve potansiyel enerji yöntemini birleştirerek hem ısıl ağ rijitliği hem de zamanla değişen ısıl ağ rijitliği için formüller sunmaktadır. Sonuçlara göre, sıcaklık arttıkça dişli rijitliği genel olarak azalmakta ve bu azalma, kavrama hattı boyunca düzgün dağılmamaktadır. Ayrıca, ısıl gerilmeler ve sıcaklık dağılımları incelenmiş; model literatürdeki verilerle karşılaştırılarak doğrulanmıştır. El Yousfi ve ark. [15] düzensiz yüzey kusurlarına sahip düz dişlilerdeki kavrama rijitliğini hesaplamak için yeni bir yöntem geliştirmiştir. Diş yüzeyi hem genişlik hem de uzunluk yönünde ayrıştırılarak kusurların derinlik değişimleri dikkate alınmış ve temas noktalarını belirleyen özel bir algoritma kullanılmıştır. Geliştirilen yöntem, kusurların geometrisini matematiksel olarak tanımlamaya gerek kalmadan gerçekçi ve ayrıntılı bir rijitlik analizi yapılmasına olanak tanımıştır. Simülasyon sonuçları, düzensiz şekilli kusurların rijitlikte düzensiz ve şiddete bağlı azalmalar oluşturduğunu göstermiştir. Sonuç olarak, önerilen yöntem, yüzey kusurları olan dişlilerde ağ rijitliği analizini hem kolaylaştırmakta hem de daha gerçekçi hale getirmektedir.

Taguchi yöntemi, ürün ve süreç tasarımlarında kaliteyi iyileştirmek amacıyla geliştirilen istatistik temelli bir deneysel optimizasyon yaklaşımıdır. Bu yöntem, kontrol faktörlerinin sistem performansı üzerindeki etkilerini minimal sayıda deneyle analiz etmeyi mümkün kılar. Gürültü faktörlerinin neden olduğu varyasyonu azaltarak sistemin kararlılığını ve tekrarlanabilirliğini artırmayı hedefler. Ortogonal dizi tabanlı deney tasarımı sayesinde, parametrelerin optimal düzeyleri sistematik ve ekonomik bir şekilde belirlenebilir. Bu yönüyle, üretim ve mühendislik uygulamalarında verimlilik ve kalite artışına katkı sağlar [16]. Literatürde birçok araştırmacı bu yöntemi kullanarak deney sayılarını minimal tutarak başarılı sonuçlar elde etmişlerdir. Dogan ve ark. [17] 3B baskı süreç parametrelerinin, baskılı yapıların mekanik özelliklerine etkisini sistematik olarak incelemiştir. Mekanik performans, özellikle basma testlerindeki maksimum kuvvet ve düşük hızlı darbe testlerindeki enerji soğurma kapasitesi üzerinden değerlendirilmiştir. Taguchi L_9 ortogonal deney düzeni kullanılarak deney sayısı minimize edilmiş, ANOVA ve Gri İlişki Analizi ile parametrelerin etkisi ve optimizasyonu belirlenmiştir. Bulgular, doluluk oranının basma testlerinde, nozul çapının ise darbe testlerinde en etkili parametre olduğunu göstermiştir. Havalandırma performansının optimize edilmesi amacıyla CFD analizleri, Taguchi yöntemi, ANOVA ve Gri İlişki Analizi ile birleştirilerek Yuç ve ark. [18] tarafından değerlendirilmiştir [18]. Beş parametre ve beş düzeyde tanımlanan 3125 olası kombinasyon, L_{25} ortogonal dizi ile 25 simülasyona indirgenmiştir. Elde edilen bulgular, analiz edilen 25 senaryonun dışındaki daha geniş bir parametre aralığının da genellenebilir olduğunu göstermektedir.

Canbolat ve ark. [19] bir absorpsiyonlu soğutma sisteminin enerji ve ekserji performansını etkileyen parametrelerin önemini Taguchi, ANOVA ve GRA yöntemleriyle istatistiksel olarak analiz etmişlerdir.

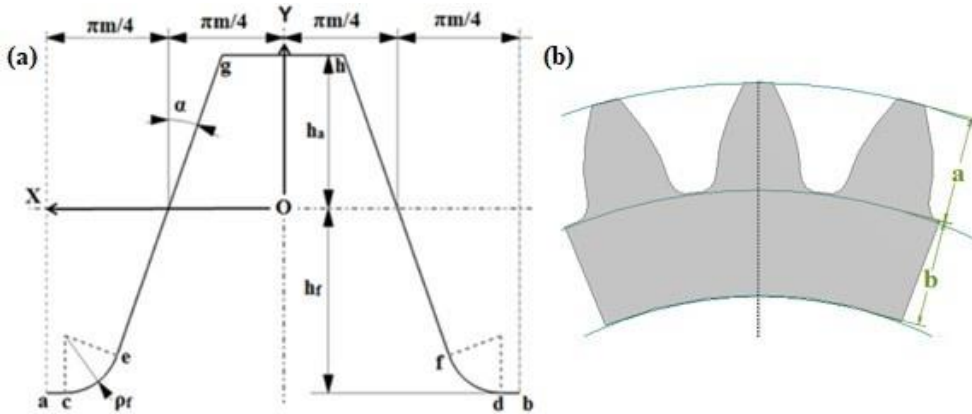
Evaporatör ve absorbe edici sıcaklıklarının, sistem performansı üzerinde en yüksek etkiye sahip olduğu belirlenmiştir. GRA analizi ile hem COP hem de eCOP'un birlikte optimize edildiği en iyi koşullar elde edilmiştir. Ayrıca, bu yöntemle parametrelerin katkı oranları sıralanarak çoklu hedefler doğrultusunda optimize edilmiş sistem tasarımı yapılmıştır.

Bu çalışma, dişli tasarımında kullanılan önemli parametrelerin diş rijitliği ve diş dibi gerilmesi üzerindeki etkilerini sistematik olarak incelemektedir. Taguchi yönteminin deneysel tasarım avantajları ile sonlu elemanlar analizinin doğruluğu bir arada sunulmaktadır. Çalışmada, farklı tasarım değişkenlerinin diş rijitliği ve diş dibi gerilmesine olan katkıları niceliksel olarak ortaya konulmuştur. Böylece çalışmanın özgün değeri, dört temel dişli tasarım parametresinin etkileşimli olarak incelenmesi, her bir parametrenin katkı oranlarının sayısal olarak ortaya konulması ve mühendislik uygulamalarına doğrudan aktarılacak optimum tasarım önerilerinin geliştirilmesi olarak öne çıkmaktadır. Ayrıca, optimize edilmiş parametre kombinasyonları ile dişli tasarım güvenilirliğini artırmaya yönelik özgün çözüm önerileri geliştirilmiştir. Böylece, literatürdeki mevcut yaklaşımlardan farklı olarak, yüksek hassasiyetli tasarım süreçlerinin geliştirilmesine önemli katkılar sağlanması amaçlanmıştır.

2. Materyal ve Metod

2.1. Deney Kümesinin Oluşturulması

Bu çalışmada dört farklı dişli tasarım parametresinin ortalama diş rijitliğine ve diş dibi gerilmelerine olan etkisi nümerik olarak incelenmiştir. İncelenen parametreler sırasıyla diş başı yüksekliği (h_a), kesici takım uç yarıçapı (ρ), kavrama açısı (α) ve rim oranıdır (m_b). Bu parametreleri oluşturabilmek için ise kramayer tipi kesici takımdan hareketle dişli çark tasarımları gerçekleştirilmiştir. Kramayer tipi kesici takımın temel ölçüleri Şekil 1a' de görülmektedir. Burada, kesici takımın doğrusal bölgeleri (e-g), (h-f) dişli çarkın evolvent bölgesini oluşturur. Kesici takımın uç kısmında bulunan (c-e) ve (d-f) bölgeleri ise dişli çarkın kök bölgesini oluşturmaktadır. ρ_f kesici takımın uç yarıçapını göstermektedir. Bu değerin değişmesi ile birlikte dişli çarkın kök bölgesinde oluşan yarıçap ölçüsü değişmektedir. h_a uzunluğu diş başı yüksekliği olarak tanımlanabilir. Bu değerin değiştirilmesi ile birlikte diş boyu artmaktadır. Kesici takımın dikey eksen ile yaptığı açı şekilden de görüldüğü gibi α açısıdır. Bu açının değiştirilmesiyle birlikte düz dişlinin basınç açısı değiştirilebilir.



Şekil 1. (a) Kremayer tipi kesme takımının temel ölçüleri, (b) Rim oranı

İncelenen bir diğer parametre ise dişlinin rim oranıdır. Rim oranı diş merkezi ile diş dibi arasında kalan mesafenin, toplam diş yüksekliğine oranı şeklinde tanımlanır. Rim oranı aşağıdaki eşitlik kullanılarak hesaplanabilir.

$$m_b = \frac{b}{a} \quad (1)$$

Dişli tasarımı yapılırken bazı parametreler sabit tutulmuştur. Bunlar modül, diş sayısı ve diş genişliğidir. Modül 3,18 mm, diş sayısı 25 ve diş genişliği 1 mm olarak tüm geometrilerde sabittir. Değişken dişli tasarım parametreleri ve seviyeleri Çizelge 1’ de görülmektedir. Bu parametrelerin en büyük ve en küçük değerleri seçilirken alttan kesme, diş başı sivrileşmesi, tam yuvarlak diş yarıçapı gibi durumlar sınır olarak dikkate alınmıştır. Belirlenen değişken tasarım parametrelerinin hepsi ile herhangi bir hata oluşmadan diş tasarımı yapılabilir.

Çizelge 1. Değişken dişli tasarım parametreleri ve seviyeleri

Parametreler	Seviye (1)	Seviye (2)	Seviye (3)	Seviye (4)
Diş başı yüksekliği (h_a)	0.90	1	1.10	1.20
Kesici takım uç yarıçapı (ρ)	0.08	0.16	0.24	0.32
Kavrama açısı (α)	20	23	26	29
Rim oranı (m_b)	0.5	1	1.50	2

İncelenen dört tasarım parametresi ve her bir parametre için belirlenen dört seviye için faktöriyel bir deney tasarımı gerçekleştirildiğinde toplam 64 adet deney yapılması gerekmektedir. Her bir deney için dişli geometrisi oluşturulması gerekmektedir. Sonlu elemanlar için her bir geometrinin ağ yapısı, sınır şartlarının tanımlanması ve analizlerin çalıştırılması gibi zaman alan işlemlerin yapılması gerekmektedir. Ayrıca her bir analizin gerçekleşmesinden sonra bilgisayar ortamında depolanması için bellek ihtiyacı da bulunmaktadır. Bu nedenle bu çalışmada deney sayılarının azaltılması için Taguchi yöntemi kullanılmıştır. Taguchi yaklaşımı, deney tasarımında performans parametrelerini ve bunlara karşılık gelen seviyeleri sistematik olarak düzenlemek için ortogonal diziler kullanır. Taguchi yöntemi, maliyet ve zamanı azaltmak için minimum sayıda deneyle ürün kalitesini ve süreçleri belirlemeyi amaçlar. Tüm olası kombinasyonları inceleyen kapsamlı faktöriyel tasarımın aksine, Taguchi tekniği olasılıksal ikilileri değerlendirir. Bu çalışmada, zaman alıcı ve maliyetli bir yöntem olan faktöriyel tasarım yerine, Minitab 21.41 yazılımı kullanılarak bir Taguchi L_{16} ortogonal dizisi uygulanmıştır [20]. Bu sayede 64 adet deney gereksinimi varken, deney sayısı 16’ya indirgenmiştir. Çizelge 2’ de Taguchi L_{16} deney tasarımı senaryoları görülmektedir. Çizelge 2’de belirtilen dişli tasarım parametrelerine uygun olarak dişli çarklar tasarlanmış ve sonlu elemanlar analizlerde kullanılmıştır.

Çizelge 2. Taguchi L_{16} deney tasarımı

Deney No	Diş başı yüksekliği (h_a)	Kesici takım uç yarıçapı (ρ)	Kavrama açısı (α)	Rim oranı (m_b)
D-1	0.9	0.08	20	0.5
D-2	0.9	0.16	23	1
D-3	0.9	0.24	26	1.5
D-4	0.9	0.32	29	2
D-5	1	0.08	23	1.5
D-6	1	0.16	20	2
D-7	1	0.24	29	0.5
D-8	1	0.32	26	1
D-9	1.1	0.08	26	2
D-10	1.1	0.16	29	1.5
D-11	1.1	0.24	20	1
D-12	1.1	0.32	23	0.5
D-13	1.2	0.08	29	1
D-14	1.2	0.16	26	0.5
D-15	1.2	0.24	23	2
D-16	1.2	0.32	20	1.5

Taguchi yönteminde hesaplama aşaması, her bir faktör için sinyal-gürültü (S/N) oranlarının belirlenmesiyle başlar. Bu oranlar üzerinden delta değerleri hesaplanır ve her faktörün sistem üzerindeki etkisi sıralanır. Yöntem, ortogonal deney düzeninden elde edilen verileri, desibel (dB) birimiyle ifade edilen S/N oranlarına dönüştürerek değerlendirme yapar. Burada sinyal, sistemde elde edilen gerçek sonucu; gürültü ise deneyde yer almayan fakat çıktıları etkileyebilecek dışsal değişkenleri temsil eder. Gürültü kaynakları genellikle hedef değerden sapmalara neden olan tüm dış etkenleri içerir. S/N oranı üç farklı şekilde yorumlanabilir: "daha büyük daha iyidir", "daha küçük daha iyidir" ve "nominal değer en iyidir". Diş dibi gerilmesinin düşük olması, yapısal dayanıklılığı artırarak daha güvenli, uzun ömürlü ve verimli dişli sistemlerin oluşmasına katkı sağlar. Aynı şekilde, düşük diş rijitliği; sistemdeki titreşimleri azaltması, daha sessiz çalışması ve darbelere karşı esnek olması nedeniyle avantaj sunar [21]. Bu nedenle, her iki çıktı parametresi için de "daha küçük daha iyidir" yaklaşımı benimsenmiştir. Daha küçük daha iyidir yaklaşımında S/N oranı eşitlik 2 kullanılarak hesaplanabilir.

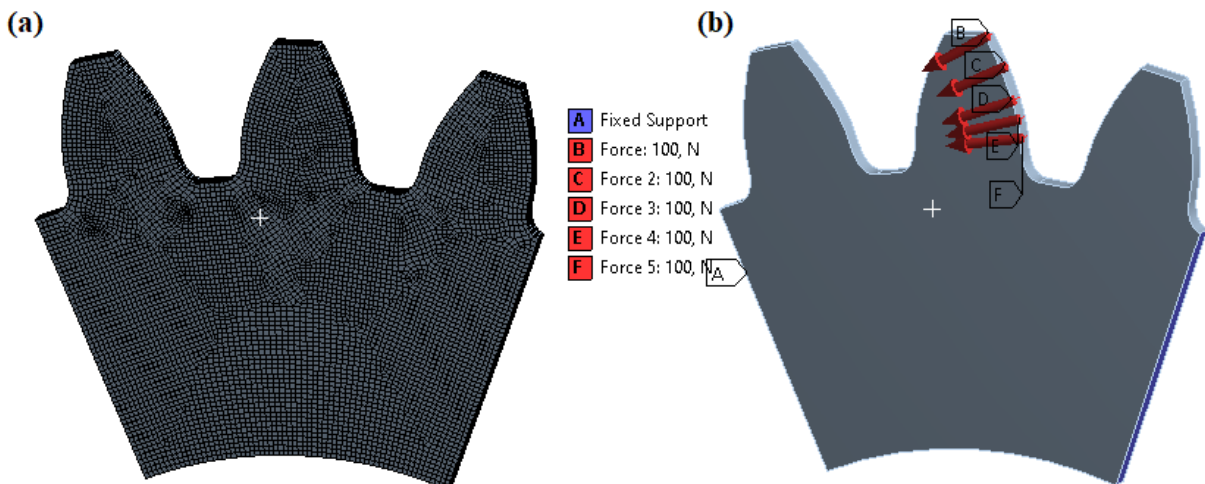
$$\frac{S}{N} = -10 \log \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 \right). \quad (2)$$

Burada n deney sayısını y_i i'nci deneyden elde edilen sonucu temsil eder.

Yüksek diş rijitliği, yüksek hassasiyet, yüksek yük taşıma kapasitesi ve düşük kayıplı sistemler için çok önemli bir avantajlar sağlar. Bu nedenle diş rijitliği incelenirken daha küçük daha iyidir yaklaşımı yerine, daha büyük daha iyidir veya nominal değer en iyidir yaklaşımları da kullanılabilir. Bu kısımda karar verilirken dişliden beklenen özelliklere dikkat etmek gerekmektedir.

2.2. Tek Diş Rijitliği ve Diş Dibi Gerilmelerinin Hesaplanması

Deney kümesinin belirlenmesinden sonra oluşturulan CAD geometrileri ANSYS Workbench programına sonlu elemanlar analizlerinin gerçekleştirilebilmesi için aktarılmıştır. Aktarılan geometrilere ANSYS Workbench içerisinde yapısal statik analiz bölümü kullanılarak sonlu elemanlar analizleri gerçekleştirilmiştir. Yapısal statik analizler malzeme tanımı, ağ yapısının oluşturulması, sınır şartlarının tanımlanması, analizin gerçekleştirilmesi ve sonuçların değerlendirilmesi aşamalarından oluşmaktadır. Bu nedenle öncelikle incelenen dişli çarkların malzeme tanımları yapılmıştır. Gerçekleştirilen analizler yapısal statik analiz olduğundan ayrıca plastik bölgeye geçilmediğinden lineer malzeme tanımı yeterli olacaktır. ANSYS Workbench ortamında tanımı daha önceden var olan yapısal çelik malzemesi dişlilerin malzemesi olarak tanımlanmıştır. Lineer malzeme tanımında, malzemenin elastisite modülü ve poisson oranının tanımlanması yeterlidir. Yapısal çelik için elastisite modülü 200 GPa, poisson oranı ise 0,3 olarak tanımlanmıştır.



Şekil 2. Sonlu elemanlar modeli (a) Sonlu elemanlar ağ yapısı, (b) Model sınır şartları

Malzeme tanımından sonra modelin ağ yapısı oluşturulmuştur. Kullanılan dişli geometrilerinin kalınlığı eleman sayısının gereksiz artmaması için 1 mm olarak belirlenmiştir. Toplam diş kalınlığı (en küçük kenar uzunluğu) dört parçaya ayrılabilmesi için eleman boyutu 0,25 mm olarak belirlenmiştir [22-23]. Eleman tipi olarak da yapısal statik analizlerde en sık kullanılan Hekzahedral eleman tipi tercih edilmiştir. Şekil 2a' da bu çalışmadaki bir geometri için oluşturulan ağ yapısı görülmektedir. Dişli çarkların tasarım parametreleri birbirinden farklı olduğundan toplam eleman sayıları geometriden geometriye değişmektedir.

Ağ yapısının oluşturulmasından sonra modelin sınır şartları tanımlanmıştır. Şekil 2b' de bu çalışmadaki bir geometri için oluşturulan sınır şartları görülmektedir. Diş rijitliği hesaplanırken aktif diş profili boyunca beş farklı noktadaki diş rijitliği hesaplanmıştır. Bu nedenle aktif diş profili üzerindeki beş farklı nokta üzerinden temel daireye teğet olacak şekilde 100 N değerinde tekil kuvvetler uygulanmıştır. Bu kuvvetler dişli üzerine aynı anda değil sıra ile uygulanmaktadır. Dişli çarkın yan yüzeyleri ise altı serbestlik derecesi de sıfır olacak şekilde sabitlenmiştir.

Sınır şartlarının tanımlanmasından sonra analizler çözdürülmüştür. Elde edilen çözümler sonucunda diş profili üzerindeki her bir noktanın yer değiştirmeleri hesaplatılmıştır. Diş profili üzerindeki her nokta için uygulanan kuvvet değeri hesaplanan yer değiştirmelere oranlanarak o nokta için rijitlik değeri hesaplanmıştır (Eşitlik 3).

$$k_i = \frac{F_i}{x_i}, \quad (3)$$

Diş profili üzerindeki hesaplanan tüm rijitlik değerlerinin toplam nokta sayısına oranlanmasıyla da diş profili üzerinde ortalama rijitlik değeri hesaplanmıştır (Eşitlik 4).

$$k_{ort} = \frac{\sum k_i}{5}, \quad (4)$$

Diş dibinde oluşan gerilmelerin hesaplanması için ise kuvvetin diş başı dairesi üzerinden uygulandığı durumdaki analiz sonuçları dikkate alınmıştır. Kuvvet tam diş başından uygulandığı durumda diş dibinde oluşan maksimum çeki gerilme değerleri dikkate alınmıştır.

3. Bulgular ve Tartışma

Bu çalışmada toplam on altı farklı dişli tasarım parametresi için sonlu elemanlar analizleri gerçekleştirilerek ortalama rijitlik ve diş dibi gerilmesi değerleri hesaplanmıştır. Çizelge 3' te her bir deney için analizlerden elde edilen ortalama rijitlik ve diş dibi gerilmesi sonuçları gösterilmektedir. Ortalama rijitlik değerleri 31985 N/mm ile 23564 N/mm arasında değişmektedir. Diş dibi gerilmeleri ise 137 N/mm² ile 90 N/mm² arasında değiştiği görülmektedir. En düşük ve en yüksek ortalama rijitlik ve diş dibi gerilmesi değerleri arasında sırasıyla yaklaşık %26 ve %34'lük bir fark olduğu görülmektedir.

Çizelge 4'te, ortalama rijitlik ve diş dibi gerilme analizlerine ait S/N oranlarını gösteren yanıt tablosu yer almaktadır. Bu tablodan elde edilen verilere göre delta değerleri hesaplanmış ve parametreler S/N oranlarına göre sıralanmıştır. Ortalama rijitlik açısından bakıldığında, en etkili parametrenin kavrama açısı olduğu belirlenmiştir. Buna karşılık, kesici takımın uç yarıçapının ortalama rijitlik üzerindeki etkisi oldukça sınırlı kalmıştır. Diş dibi gerilmesi sonuçları incelendiğinde ise, kavrama açısı yine en etkili parametre olarak öne çıkarken, rim oranının bu sonuçlar üzerinde en az etkili parametre olduğu görülmüştür.

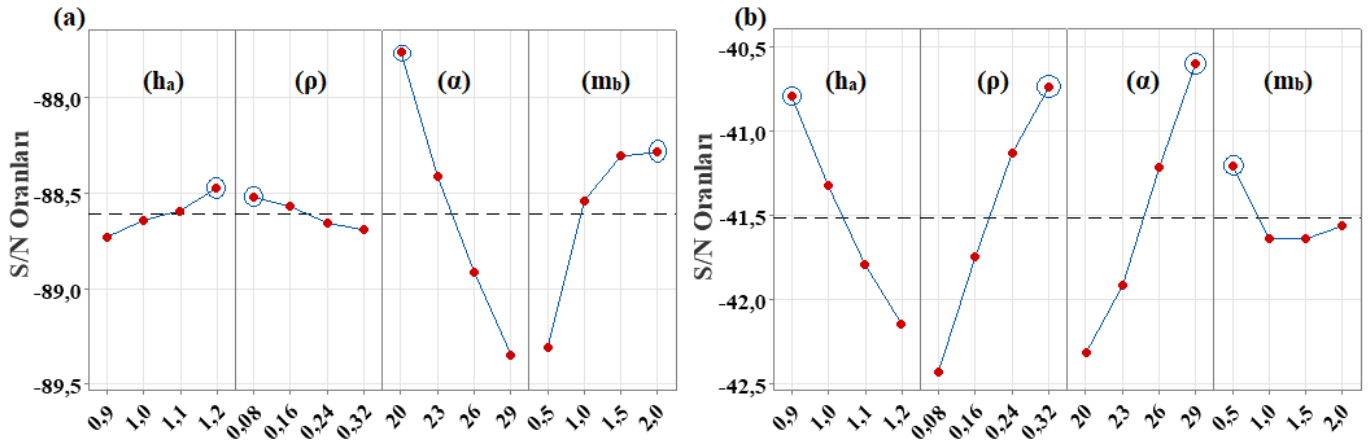
Çizelge 3. Her bir deney için elde edilen ortalama rijitlik ve diş dibi gerilme değerleri

Deney No	Ortalama Rijitlik (N/mm)	Diş Dibi Gerilmesi (N/mm ²)
D-1	26686.92	128.30
D-2	26311.50	119.60
D-3	27507.06	103.83
D-4	28838.81	90.584
D-5	25209.24	137.18
D-6	23564.31	133.13
D-7	31985.77	96.837
D-8	28142.48	104.09
D-9	26495	132.64
D-10	28228.13	114.83
D-11	24260.70	130.51
D-12	28804.80	114.68
D-13	28381.67	131
D-14	29550.91	122.35
D-15	25211.88	128.40
D-16	23412	130.15

En yüksek S/N oranı, tek bir deneyde tasarım parametresinin optimum değerini belirlemektedir. Diş başı yüksekliği ve rim oranı arttığında ortalama rijitlik değerinin düştüğü görülmektedir. Buna karşı, kesici takım uç yarı çapı ve basınç açısı azaldığında ortalama rijitliğin azaldığı tespit edilmiştir. Ortalama rijitlik (a) ve diş dibi gerilmesi (b) sonuçlarına göre belirlenen optimum dişli tasarım parametreleri, Şekil 3'te kırmızı dairelerle işaretlenmiştir. Ortalama rijitlik açısından en iyi sonuçlar; $h_a=1,2$, $\rho=0,08$, $\alpha=20^\circ$ ve $m_b=2$ parametreleriyle elde edilmiştir. Çizelge 3'teki deney seti incelendiğinde, Şekil 3a'daki ortalama rijitlik değerlerine karşılık gelen tasarım parametrelerinin mevcut deneylerde bulunmadığı görülmektedir. Bu optimum tasarım parametrelerinin doğrulanması amacıyla yeni dişli çarklar tasarlanmış ve sonlu elemanlar analizi yapılmıştır. Analiz sonucunda ortalama rijitlik değerinin 22946 N/mm olduğu belirlenmiştir. Taguchi yöntemiyle yapılan tahminlerde ise optimum rijitlik değeri 22730 N/mm olarak hesaplanmıştır. Gerçek değer ile tahmini değer arasında yaklaşık %0,94'lük bir fark bulunmaktadır. Bu hata oranının kabul edilebilir düzeyde olduğu söylenebilir.

Çizelge 4. Ortalama rijitlik ve diş dibi gerilmesi için S/N oranları

Seviye	Ortalama rijitlik				Diş dibi gerilmesi			
	Diş başı yüksekliği	Kesici takım uç yarıçapı	Kavrama açısı	Rim Oranı	Diş başı yüksekliği	Kesici takım uç yarıçapı	Kavrama açısı	Rim Oranı
1	-88.73	-88.52	-87.76	-89.31	-40.80	-42.43	-42.31	-41.21
2	-88.64	-88.57	-88.41	-88.54	-41.33	-41.75	-41.92	-41.64
3	-88.59	-88.65	-88.91	-88.31	-41.79	-41.13	-41.22	-41.64
4	-88.47	-88.69	-89.34	-88.29	-42.14	-40.74	-40.60	-41.56
Delta	0.26	0.17	1.58	1.02	1.34	1.69	1.71	0.43
Sıralama	3	4	1	2	3	2	1	4



Şekil 3. Optimum tasarım parametreleri (a) Ortalama rijitlik, (b) Diş dibi gerilmesi

Diş dibi gerilmeleri bakımından incelendiğinde ise en iyi sonuçlar $h_a=0,9$ $p=0,32$, $\alpha=29^\circ$ ve $m_b=0,5$ parametreleriyle elde edilmiştir. Ortalama rijitlik analizlerinde olduğu gibi, diş dibi gerilmeleri içinde tespit edilen optimum durum, Taguchi deney kümesinde yer almamaktadır. Bu nedenle önerilen optimum tasarım parametreleri ile dişli çark tasarımı tekrar gerçekleştirilmiştir. Tasarlanan yeni geometri için de sonlu elemanlar analizi gerçekleştirilerek gerilme değerleri hesaplanmıştır. Analiz sonucunda diş dibinde oluşan gerilme değeri 87,628 MPa olarak belirlenmiştir. Taguchi yöntemi ile yapılan tahminde ise diş dibi gerilmesi değeri 84,663 MPa olarak hesaplatılmıştır. İki yöntem arasında yaklaşık %3,38'lik bir fark olduğu görülmüştür. Bu fark hem analiz hem de Taguchi yöntemiyle hesaplanan optimum değerler arasında ciddi bir uyumsuzluk olmadığını göstermektedir.

Çizelge 5' te ortalama rijitlik için ANOVA sonuçları görülmektedir. ANOVA sonuçları, ortalama rijitlik üzerindeki en belirleyici etkenlerin kavrama açısı (α , %63,78 katkı) ve rim oranı (m_b , %33,58 katkı) olduğunu ortaya koymaktadır; diş başı yüksekliği (h_a) ve kesici takım uç yarıçapı (p) ise her ne kadar istatistiksel olarak anlamlı ($P < 0,05$) olsa da toplam varyans içindeki katkıları %2'in altında kalmakta ve bu nedenle pratikte ihmal edilebilir düzeydedir. Ayrıca, α ve m_b için yüksek F değerleri (sırasıyla 1858,05 ve 978,22) ile P değerlerinin 0,000 olması, bu faktörlerin etkilerinin tesadüfi olmadığını ve rijitlik üzerindeki etkilerinin güçlü olduğunu göstermektedir [24]. Modelde hata payının yalnızca %0,03 olması ise açıklayıcı değişkenlerin bu modele çok iyi uyduğunu ve modelin açıklayıcılık oranının oldukça yüksek olduğunu teyit etmektedir. Ayrıca parametrelerin katkı yüzdeleri incelendiğinde parametrelerin önem sıralarının, Çizelge 4' teki Taguchi metodu ile elde edilen sıralama ile aynı ve tutarlı olduğu görülmektedir.

Çizelge 5. Ortalama rijitlik için ANOVA tablosu

	SD	Katkı Yüzdesi %	F-Değeri	P-Değeri
Diş Başı Yüksekliği (h_a)	3	%1.41	41.21	0.006
Kesici Takım Uç Yarıçapı (p)	3	%1.19	34.52	0.008
Kavrama Açısı (α)	3	%63.78	1858.05	0.000
Rim Oranı (m_b)	3	%33.58	978.22	0.000
Hata	3	%0.03		
Toplam	15	100.00		

Çizelge 6'da sunulan ANOVA tablosu, diş dibi gerilmesi üzerinde etkili olan tasarım parametrelerinin istatistiksel olarak değerlendirilmesini içermektedir. Analiz sonuçlarına göre, kavrama açısı (α) ve kesici takım uç yarıçapı (p), sırasıyla %37,71 ve %37,09 katkı oranlarıyla diş dibi gerilmesi üzerinde en belirleyici faktörler olarak öne çıkmaktadır. Bu parametrelerin yüksek F-değerleri (α için 176,87; p için 173,99) ve anlamlı P-değerleri ($P=0,001$), etkilerinin istatistiksel olarak güvenilir olduğunu göstermektedir. Diş başı yüksekliği (h_a) ise %21,72 katkı oranı ve 101,87 F-değeri ile orta düzeyde bir etkiye sahiptir. Buna karşılık,

rim oranı (m_b) %3,27 katkı yüzdesi ile sınırlı bir etki göstermekle birlikte, P-değerinin 0,025 olması nedeniyle istatistiksel açıdan anlamlı kabul edilmektedir. Modelin hata payının %0,21 gibi oldukça düşük bir seviyede olması, analiz sonuçlarının yüksek güvenilirlik taşıdığını desteklemektedir.

Çizelge 6. Diş dibi gerilmesi için ANOVA tablosu

	SD	Katkı Yüzdesi %	F-Değeri	P-Değeri
Diş Başı Yüksekliği (h_a)	3	%21.72	101.87	0.002
Kesici Takım Uç Yarıçapı (ρ)	3	%37.09	173.99	0.001
Kavrama Açısı (α)	3	%37.71	176.87	0.001
Rim Oranı (m_b)	3	%3.27	15.34	0.025
Hata	3	%0.21		
Toplam	15	%100.00		

4. Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada, düz dişli çark tasarımında kullanılan dört temel parametrenin (diş başı yüksekliği, kesici takım uç yarıçapı, kavrama açısı ve rim oranı) tek diş rijitliği ve diş dibi gerilmesine etkileri istatistiksel yöntemler ve sonlu elemanlar analizi ile detaylı olarak incelenmiştir. Minitab yazılımı aracılığıyla oluşturulan Taguchi L16 ortogonal deney tasarımı ile toplam 16 farklı dişli tasarımı değerlendirilmiş ve her bir tasarım ANSYS Workbench programında yapısal statik analizlere tabi tutulmuştur. Analizler sonucunda ortalama rijitlik değerlerinin 23412 N/mm ile 31985 N/mm arasında değiştiği, diş dibi gerilme değerlerinin ise 90,58 MPa ile 137,18 MPa aralığında olduğu belirlenmiştir. Ortalama rijitlik üzerindeki etkili parametrenin %63,78 katkı yüzdesi ile kavrama açısı olduğu tespit edilmiş; rim oranının %33,58 ile ikinci sırada yer aldığı, diğer iki parametrenin (h_a ve ρ) ise katkı oranlarının %2'nin altında kaldığı görülmüştür. Diş dibi gerilmesi açısından ise kavrama açısı (%37,71) ve kesici takım uç yarıçapı (%37,09) en belirleyici iki parametre olarak öne çıkmış, diş başı yüksekliği %21,72 katkı ile orta düzeyde etkili olmuş, rim oranı ise %3,27 katkı ile sınırlı düzeyde kalmıştır. Buradan hareketle kavrama açısının hem rijitlik hem de gerilme açısından en kritik parametre olduğu, diğer parametrelerin ise uygulama koşullarına bağlı olarak denge gözetilerek seçilmesi gerektiği sonucuna varılmıştır. Her iki analiz için yapılan doğrulama çalışmaları sonucunda, Taguchi yöntemiyle belirlenen optimum tasarım parametreleriyle elde edilen tahmini sonuçların, sonlu eleman analizlerinden elde edilen gerçek sonuçlarla %1-3 arasında çok düşük hata oranlarına sahip olduğu görülmüştür. Bu bulgular, geliştirilen modelin güvenilirliğini ve doğruluğunu ortaya koymakta; Taguchi yönteminin mühendislik tasarım sürecinde deney sayısını azaltarak zaman ve maliyet avantajı sağladığını doğrulamaktadır. Elde edilen sonuçlara göre, rijitlik açısından optimum tasarım $h_a=1,2$ mm, $\rho=0,08$ mm, $\alpha=20^\circ$ ve $m_b=2$ iken; minimum gerilme açısından optimum tasarım $h_a=0,9$ mm, $\rho=0,32$ mm, $\alpha=29^\circ$ ve $m_b=0,5$ olarak belirlenmiştir. Ancak gerçek mühendislik uygulamalarında hem yeterli rijitlik hem de düşük gerilme aynı anda hedeflendiğinden, tek bir optimum setten ziyade kavrama açısının uygun seçilmesi öncelikli görülmeli, diğer parametrelerde ise uygulama koşullarına göre denge kurulmalıdır. Sonuç olarak, düz dişli çarkların mekanik performansının iyileştirilmesinde en kritik tasarım parametresinin kavrama açısı olduğu anlaşılmıştır.

Katkı Beyanı

Literatür taraması ve değerlendirilmesi: Özdeş Çermik, Neşe Doğan. Sonlu elemanlar modelinin oluşturulması: Neşe Doğan, Muhammed Safa Kamer. Deney kümesinin belirlenmesi ve istatistiksel inceleme: Oğuz Doğan. Bulguların yorumlanması ve makalenin yazılması: Tüm yazarlar.

Çıkar Çatışması Beyanı

Makalenin yazarları herhangi bir kurum, kuruluş, kişi ile kişisel ve finansal çıkar çatışması olmadığını beyan etmektedirler.

Kısaltmalar

m	:	Modül (mm)
z	:	Diş sayısı
h_a	:	Diş başı yüksekliği (*m)
h_f	:	Diş dibi yüksekliği (*m)
ρ	:	Kesici takım uç yarıçapı (*m)
α	:	Basınç açısı (°)
m_b	:	Rim oranı
n	:	Deney sayısı
y_i	:	i'inci deneyin sonucu
k_i	:	Diş üzerindeki herhangi bir noktanın rijitliği (N/mm)
F_i	:	Diş üzerinde herhangi bir noktaya uygulanan kuvvet (N)
x_i	:	Diş üzerinde herhangi bir noktada oluşan yer değiştirme (mm)
k_{ort}	:	Tek bir dişin ortalama rijitliği (N/mm)
SEA	:	Sonlu elemanlar analizi

Kaynaklar

- [1] Alam J, Panda S, Dash P. A comprehensive review on design and analysis of spur gears. *International Journal on Interactive Design and Manufacturing*. 2022;17(3):993–1019.
- [2] DIN3990: Calculation of load capacity of cylindrical gears: Calculation of tooth strength. 1987.
- [3] ISO 6336-1: Calculation of load capacity of spur and helical gears. 2019.
- [4] Zhou W, Zhu R, Li Z, Liu W, Wang J, Mu F. Theoretical and experimental research on tooth root bending stress of face gear. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. 2024;238(14):7172–88.
- [5] Lisle TJ, Shaw BA, Frazer RC. External spur gear root bending stress: A comparison of ISO 6336:2006, AGMA 2101-D04, Ansys finite element analysis and strain gauge techniques. *Mechanism and Machine Theory*. 2017;111:1–9.
- [6] Pedrero JI, Sánchez MB, Pleguezuelos M, Fuentes-Aznar A. Analysis of the tooth-root stress of external spur gears with high effective contact ratio. *Mechanism and Machine Theory*. 2024;203:105813.
- [7] Doğan O, Yılmaz TG, Karpat F. Farklı parametrelere sahip evolvent düz dişli çarkların sonlu elemanlar yöntemi ve grafik metot ile gerilme analizi. *Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi*. 2018;33(4):1493–504.
- [8] Raptis KG, Savaidis AA. Experimental investigation of spur gear strength using Photoelasticity. *Procedia Structural Integrity*. 2018;10:33–40.
- [9] Patil SS, Karuppanan S, Atanasovska I. Experimental measurement of strain and stress state at the contacting Helical Gear Pairs. *Measurement*. 2016;82:313–22.
- [10] Venkatesh B, Prabhakar Vattikuti SV, Deva Prasad S. Investigate the combined effect of gear ratio, Helix Angle, Facewidth and module on bending and compressive stress of Steel Alloy Helical Gear. *Procedia Materials Science*. 2014;6:1865–70.
- [11] Saxena A, Chouksey M, Parey A. Effect of mesh stiffness of healthy and cracked gear tooth on modal and frequency response characteristics of geared rotor system. *Mechanism and Machine Theory*. 2017;107:261–73.
- [12] Karpat F, Yuce C, Doğan O. Experimental measurement and numerical validation of single tooth stiffness for involute spur gears. *Measurement*. 2020;150:107043.
- [13] Marafona JDM, Marques PMT, Martins RC, Seabra JHO. Approximate expression for the single tooth pair slice mesh stiffness. *Mechanism and Machine Theory*. 2023;187:105367.
- [14] He Y, Yang H. Analytical model of gear thermal stiffness based on the potential energy method. *Applied Sciences*. 2023;13(6):3599.
- [15] El Yousfi B, Soualhi A, Medjaher K, Guillet F. New approach for gear mesh stiffness evaluation of spur gears with surface defects. *Engineering Failure Analysis*. 2020;116:104740.
- [16] Tunçel O. Optimization of charpy impact strength of tough PLA samples produced by 3D printing using the Taguchi Method. *Polymers*. 2024;16(4):459.
- [17] Dogan O, Kamer MS, Sahan MF. Multi-objective optimization of low-velocity impact and compression behavior of 3D-printed PLA cubic samples. *Polymers*. 2025;17(5):627.

- [18] Yuce BE, Nielsen PV, Wargocki P. The use of Taguchi, ANOVA, and GRA methods to optimize CFD analyses of ventilation performance in buildings. *Building and Environment*. 2022;225:109587.
- [19] Canbolat AS, Bademlioglu AH, Arslanoglu N, Kaynakli O. Performance optimization of absorption refrigeration systems using Taguchi, ANOVA and Grey Relational Analysis Methods. *Journal of Cleaner Production*. 2019;229:874–85.
- [20] Tunçel O, Tüfekçi K, Kahya Ç. Multi-objective optimization of 3D printing process parameters using gray-based Taguchi for composite PLA parts. *Polymer Composites*. 2024;45:12870-2884.
- [21] Kahya Ç, Tunçel O, Çavuşoğlu O, Tüfekçi K. Thermal annealing optimization for improved mechanical performance of PLA parts produced via 3D printing. *Polymer Testing*. 2025;144:108735.
- [22] Dogan O, Yuce C, Karpat F. Effects of rim thickness and drive side pressure angle on gear tooth root stress and fatigue crack propagation life. *Engineering Failure Analysis*. 2021,105260.
- [23] Dogan O, Yuce C, Karpat F. A novel method for tooth bending stress calculation of gears with asymmetric teeth. *OKU Journal of The Institute of Science and Technology*. 2024,7(5):2139-157.
- [24] Tunçel O, Kahya Ç, Tüfekçi K. Optimization of flexural performance of PETG samples produced by fused filament fabrication with response surface method. *Polymers*. 2024;16:2020.