

Eksenel Simetrik Levha Çekme İşlemlerinin Sonlu Elemanlar Yöntemi ile Analizi

Haluk Darendeliler
Y. Doç. Dr.

Makina Mühendisliği Bölümü
Orta Doğu Teknik Üniversitesi
06531 ANKARA

Metal levha çekme işlemlerinin sayısal yöntemlerle çözümü, sanayide zaman, işgücü ve malzeme kaybına neden olan birden fazla kalıp üretiminin en aza indirilmesini sağlamaktadır. Metal levha işlemlerinin analizinde kullanılan sayısal yöntemlerin etkin ve yaygın olanı sonlu elemanlar yöntemidir. Bu yöntemle malzemenin şekil değişimini ve buna bağlı olarak kalınlık değişimini saptamak mümkün olmaktadır. Böylece gerekli taslak geometrisi önceden belirlenebilmektedir. Bu çalışmada, eksene göre simetrik parçaların çekme işlemi sırasındaki şekil değişimi üç boyutlu bir sonlu elemanlar yöntemi ile incelenmiştir.

GİRİŞ

Metal levha çekme işlemlerinde malzeme genellikle büyük şekil değişimlerine uğramaktadır ve özellikle karmaşık şekilli ürünlerde deneme-yanılma yöntemi veya sayısal yöntemler kullanılmadan şekil değişimini önceden belirlemek mümkün olamamaktadır. Şekil değişimi, malzemenin mekanik özelliklerine, uygulanan zımba ve baskı plakası kuvveti ile kalıp ve taslak geometrisine bağlıdır ve aşırı çekme veya sıkıştırma gerilmelerinin olduğu bölgelerdeki kararsızlıklarla sınırlıdır.

Deneme ve yanılma yöntemi ile metal levha çekme işlemlerinin analizi pahalı olmakta ve uzun zaman almaktadır. Dolayısıyla, sayısal yöntemler tercih edilmektedir. Metal levha çekme işlemlerinin sayısal yöntemlerle analizi konusundaki ilk çalışmalardan bir tanesi Woo [1] tarafından yapılmış ve plastisite teorileri ile izotropik malzemeler için gerilme ve yer değiştirme bağıntıları kullanılarak çözüm elde edilmiştir. Woo [2] daha sonraki bir çalışmada eksene göre simetrik bir levha için derin çekme işleminin çözümünü elde etmiştir. Chakrabarty [3] daire şeklindeki taslakların küre şeklindeki zımba ile kenarları sabit tutularak şekillendirme işleminin analizini yapmıştır. Benzer bir çalışma da Wang [4] tarafından yapılmış ve küre şeklindeki zımba ile şekillendirilmiş daire şeklindeki levhalarda şekil değişimi ve gerilme dağılımı gösterilmiştir. Elde edilen sonuçların deneylerle ve daha önceki çalışmalarla kıyaslanması küçük artışlarla elde edilen çözümlerin toplam şekil değiştirme teorisine göre elde edilen çözümlere göre daha doğru sonuçlar verdiğini göstermiştir. Kaftanoğlu [5] ve Kaftanoğlu ve Alexander [6] eksenel simetrik metal levhaların şekil değiştirme analizi için bir teori geliştirmişlerdir. Teori, kalınlık yönündeki

plastik anizotropi, sürtünme, doğrusal olmayan pekleşme ve ön-şekil değiştirmeyi de gözönüne almaktadır. Bu çalışmada üç ayrı kararsızlık kriteri kullanılmıştır. Çözümler sonlu farklar yöntemi ile elde edilmiştir. Teori ve deneysel sonuçların iyi bir uyum içinde olduğu görülmüştür. Wif [7] eksenel simetrik şekilli elastik-plastik malzemelerin, büyük şekil değişimlerinin olduğu durumlarda analizi için sonlu elemanlar yöntemini kullanmıştır. İzotropik ve pekleşen malzemelerin analizi için Lagrange formülasyonu kullanılmıştır. Wif, zımbaya temas eden bir elemanın zımbaya yapıştığını ve beraber hareket ettiğini kabul etmiştir. Wang ve Budiansky [8] değişik zımba ve kalıplar için derin çekme işleminde şekil değişimini hesaplamak amacıyla bir sonlu elemanlar yöntemi (SEY) geliştirmişlerdir. Mattiasson ve arkadaşları [9] metal levha işlemlerinin modellenmesi için membran teorisine ve toplam Lagrange formülasyonuna dayalı bir sonlu elemanlar yöntemi kullanmışlardır.

Bu çalışmada, metal şekillendirme işlemlerinin incelenmesi için en uygun yöntem olan sonlu elemanlar, eksenel simetrik metal levha çekme işlemlerinin analizinde kullanılmıştır. Metal levha şekil değiştirme işlemlerinde genellikle, büyük yer değiştirmelerin yanı sıra büyük gerinimler de oluşur. Dolayısıyla, metal levhaların elastik-plastik şekil değişimi için büyük yer değiştirmelerin ve gerinimlerin gözönüne alındığı bir sonlu elemanlar yöntemi geliştirilmiştir [10, 11]. Levhanın J_2 - akma teorisine uyduğu, izotropik olduğu ve pekleştiği kabul edilmiştir. Metal levha ile kalıp ve zımba arasında Coulomb tipi sürtünme olduğu varsayılmıştır. Geliştirilen yöntem eksenel simetrik levhaların analizinde kullanılmış ve sonuçlar deneysel sonuçlarla da kıyaslanmıştır.

SONLU ELEMANLAR FORMÜLASYONU

Üç boyutlu metal levha çekme işlemlerinin analizi için geliştirilen ve [10] numaralı kaynakta detaylı olarak verilen sonlu elemanlar formülasyonu ile ilgili teori, bu bölümde kısaca özetlenecektir.

Virtüel İş Prensibi

Virtüel iş prensibi, δx gibi virtüel bir yer değiştirme için, aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\delta W_{\text{ext}} = \int_S \vec{t} \cdot \delta \vec{x} dS + \int_V \vec{f} \cdot \delta \vec{x} dV \quad (1)$$

burada t yüzey üzerindeki kuvvet vektörü ve bu prensip f ise kütleyle ait kuvvet vektörüdür ve şekil değiştirmemiş durum için eğrisel bir koordinat sistemi içinde tanımlanmıştır. Virtüel iş prensibi kütle kuvvetlerinin ihmal edildiği membran levhalar için aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\int_{V^0} S^{\alpha\beta} \delta E_{\alpha\beta} dV^0 = \int_{S^0} T^\alpha \delta x_\alpha dS^0 \quad (2)$$

yukarıdaki denklemde S ikinci Piola-Kirchoff gerilme tansörü, E Lagrange gerinim tansörü ve T ise şekil değişikliğine uğramamış yüzey üzerindeki kuvvet vektörüdür. Yukarıdaki denklemin maddesel türevi aşağıdaki eşitliği verir:

$$\int_{V^0} \left(\dot{S}^{\alpha\beta} \delta E_{\alpha\beta} + S^{\alpha\beta} \delta \dot{E}_{\alpha\beta} \right) dV^0 = \int_{S^0} T^\alpha \delta \dot{x}_\alpha dS^0 \quad (3)$$

Sonlu elemanlar denklemi için gerekli olan eleman katılık matrisleri (3) nolu denklemden elde edilir ve burada bilinmeyenler düğüm noktalarının hızlarıdır.

Şekil Değiştirme Geometrisi

Metal levha şekillendirme işlemlerinde kullanılan malzemelerin kalınlıkları, genellikle enleri ve genişliklerine göre oldukça küçüktür. Malzemenin kalınlığı, kalıp ve zimba çaplarına göre de küçük olduğundan kalınlık yönündeki

kesme gerilmeleri ihmal edilebilir. Dolayısıyla, metal levhalar membran olarak kabul edilebilir.

Malzemenin orta yüzeyindeki bir noktanın, kartezyen bir koordinat sistemine göre t zamanındaki pozisyon vektörü $P(X^1, X^2)$ ile gösterilmektedir. X^1 ve X^2 , orta yüzey üzerindeki eğrisel koordinatlar ve G_1 , G_2 ile G_3 de bu koordinatlara karşılık gelen kovariant taban vektörleridir. Şekil değiştirmeden sonra $t + \Delta t$ zamanında orta yüzey üzerindeki aynı nokta $p(x^1, x^2)$ vektörü tarafından gösterilmekte ve orta yüzey üzerindeki koordinatlar x^1 ve x^2 ile ifade edilmektedir. Bu koordinatlara karşılık gelen kovariant taban vektörleri ise g_1 , g_2 ve g_3 olarak alınmıştır.

Şekil Değiştirme Tansörü

Şekil değiştirmemiş ve şekil değiştirmiş hallerdeki aynı malzeme noktalarını kapsayan çizgi elemanların boyutlarının karelerindeki fark, yer değiştirme sırasında meydana gelen şekil değişiminin bir göstergesi olarak tanımlanmaktadır [12, 13]:

$$ds^2 - dS^2 = 2 E_{\alpha\beta}(\vec{X}, t) dX^\alpha dX^\beta \quad (4)$$

Yukarıdaki denklem membranlar için şöyle yazılabilir:

$$E_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left\{ [(g_{\gamma\rho} x_{,\alpha}^\gamma x_{,\beta}^\rho + x^3 \vec{g}_{\gamma} \cdot \vec{g}_{3,\rho} x_{,\alpha}^\gamma x_{,\beta}^\rho + x^3 \vec{g}_{3,\gamma} \cdot \vec{g}_\rho x_{,\alpha}^\gamma x_{,\beta}^\rho + (x^3)^2 \vec{g}_{3,\gamma} \cdot \vec{g}_{3,\rho} x_{,\alpha}^\gamma x_{,\beta}^\rho + x_{,\alpha}^3 x_{,\beta}^3] - [G_{\alpha\beta} + X^3 \vec{G}_\alpha \cdot \vec{G}_{3,\beta} + X^3 \vec{G}_{3,\alpha} \cdot \vec{G}_\beta + (x^3)^2 \vec{G}_{3,\alpha} \cdot \vec{G}_{3,\beta}] \right\} \quad (5)$$

Bu çalışmada üç düğüm noktalı düzlem elemanlar kullanılmıştır. Bu elemanlarda şekil değiştirmemiş haldeki G_3 birim vektörü ile şekil değişiminin olduğu haldeki g_3 birim vektörü eleman üzerinde değişim göstermez. Dolayısıyla, kartezyen bir koordinat sisteminde, (5) nolu denklem üçgen elemanlar için aşağıdaki şekilde yazılır:

$$E_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} [x_{,\alpha}^\gamma x_{,\beta}^\gamma + x_{3,\alpha} x_{3,\beta} - G_{\alpha\beta}] \quad (6)$$

Yukarıdaki denklem, Lagrange gerinim tansörünün virtuel değişimi için aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$\delta E_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} [(\delta x_{\gamma})_{,\varphi} x_{\varphi,\alpha} x_{\gamma,\beta} + x_{\gamma,\alpha} (\delta x_{\gamma})_{,\varphi} x_{\varphi,\beta} + (\delta x_3)_{,\varphi} x_{\varphi,\alpha} x_{3,\beta} + x_{3,\alpha} (\delta x_3)_{,\varphi} x_{\varphi,\beta}] \quad (7)$$

(7) nolu denklemin maddesel türevi ise aşağıdaki gibidir:

$$\delta \dot{E}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} [(\delta x_{\gamma})_{,\varphi} x_{\varphi,\alpha} v_{\gamma,\theta} x_{\theta,\beta} + v_{\gamma,\theta} x_{\theta,\alpha} (\delta x_{\gamma})_{,\varphi} x_{\varphi,\beta} + (\delta x_3)_{,\varphi} x_{\varphi,\alpha} v_{3,\theta} x_{\theta,\beta} + v_{3,\theta} x_{\theta,\alpha} (\delta x_3)_{,\varphi} x_{\varphi,\beta}] \quad (8)$$

Gerilme Tansörü

İkinci Piola-Kirchoff gerilme tansörü, Cauchy gerilme tansörü cinsinden, kartezyen bir koordinat sisteminde aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$S_{\alpha\beta} = j X_{\alpha,\gamma} T_{\gamma\rho} X_{\beta,\rho} \quad (9)$$

İkinci Piola-Kirchoff gerilme tansörünün malzeme türevi ise aşağıda verilmiştir:

$$\dot{S}_{\alpha\beta} = j X_{\alpha,\gamma} \hat{T}_{\gamma\rho} X_{\beta,\rho} \quad (10)$$

Yukarıda denklemde, $T_{\gamma\rho}$, Cauchy gerilme tansörünün Truesdell gerilme değişimidir:

$$\hat{T}_{\gamma\rho} = \dot{T}_{\gamma\rho} - T_{\gamma\xi} v_{\rho,\xi} - T_{\xi\rho} v_{\gamma,\xi} + T_{\gamma\rho} v_{\xi,\xi} \quad (11)$$

Sonlu Elemanlar Yöntemi İçin Virtüel İş Denklemleri

Virtüel iş prensibinin malzeme türevi (3) nolu denklemde eğrisel koordinatlar için verilmiştir. (7), (8), (9) ve (10) nolu denklemleri kullanarak ve (3) nolu denklemi δt virtuel zamanına bölerek kartezyen koordinat sisteminde aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\int_{V^0} j [\hat{T}_{\gamma\theta} \delta v_{\gamma,\theta} + T_{\varphi\rho} \delta v_{\gamma,\varphi} v_{\gamma,\rho} + T_{\varphi\rho} \delta v_{3,\varphi} v_{3,\rho}] dV^0 = \int_{S^0} \dot{T}_{\alpha} \delta v_{\alpha} dS^0 \quad (12)$$

$v_{\gamma,\theta}$ hız değişimidir. Truesdell gerilme tansörü simetrik ve Cauchy gerilme tansörünün Jaumann değişimi, T^* , cinsinden yazılabilir:

$$\hat{T}_{\gamma\theta} = T_{\gamma\theta}^* + v_{\xi,\xi} T_{\gamma\theta} - T_{\gamma\xi} D_{\theta\xi} - T_{\xi\theta} D_{\gamma\xi} \quad (13)$$

bu eşitlikte $D_{\gamma\theta}$ şekil değiştirme hız tansörü ve $W_{\gamma\theta}$ ise dönme tansörüdür. Denklem (13) kullanılarak, (12) nolu denklemden aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\int_{V^0} j [(T_{\gamma\theta}^* + v_{\xi,\xi} T_{\gamma\theta}) \delta D_{\gamma\theta} - 2 T_{\gamma\xi} D_{\theta\xi} \delta D_{\gamma\theta} + T_{\varphi\rho} \delta v_{\gamma,\varphi} v_{\gamma,\rho} + T_{\varphi\rho} \delta v_{3,\varphi} v_{3,\rho}] dV^0 = \int_{S^0} \dot{T}_{\alpha} \delta v_{\alpha} dS^0 \quad (14)$$

Bu çalışmada yenilemeli Lagrange formülasyonu kullanılmıştır. Dolayısıyla, t zamanındaki durum referans olarak alınmış ve $t + \Delta t$ zamanındaki hal ise şekil değiştirmiş durum kabul edilmiştir. Bu durumda Cauchy ve Kirchoff gerilme tansörleri sıkışmayan malzemeler için ($j \cong 1$) aynıdır ve bunların değişimleri de aşağıdaki gibidir:

$$\tau_{\gamma\theta}^* = j T_{\gamma\theta}^* + \dot{j} T_{\gamma\theta} \quad (15)$$

Büyük şekil değiştirme problemlerinde elastik-plastik gerilme-gerinim bağıntısı objektif olan Jauman gerilme değişimi cinsinden ifade edilebilir:

$$T_{\gamma\theta}^* = C_{\gamma\theta\varphi\xi} D_{\varphi\xi} \quad (16)$$

$j \cong 1$ ve $j \ll 1$ olduğunda (16) denklemi şu şekilde yazılabilir:

$$\tau_{\gamma\theta}^* = C_{\gamma\theta\varphi\xi} D_{\varphi\xi} \quad (17)$$

Böylece yenilemeli Lagrange tekniği için (14) numaralı denklem aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned} & \int_V [\delta D_{\gamma\theta} C_{\gamma\theta\varphi\xi} D_{\varphi\xi} - 2 \delta D_{\gamma\theta} T_{\gamma\xi} D_{\theta\xi} \\ & + \delta v_{\gamma,\varphi} T_{\varphi\rho} v_{\gamma,\rho} + \delta v_{3,\varphi} T_{\varphi\rho} v_{3,\rho}] dV \\ & = \int_S \delta v_\alpha \bar{T}_\alpha dS \end{aligned} \quad (18)$$

Yukarıda verilen denklem matrix gösterimi kullanılarak her bir eleman için aşağıdaki şekilde gösterilebilir:

$$\begin{aligned} & \int_V [\{\delta D\}^T [C] \{D\} - 2 \{\delta D\}^T [\sigma_1] \{D\} \\ & + \{\delta V\}^T [\sigma_2] \{V\} + \{\delta W\}^T [\sigma_3] \{W\} \\ & = \int_S \{\delta v\}^T \{T\} dA \end{aligned} \quad (19)$$

buradaki $[\sigma_1]$, $[\sigma_2]$ ve $[\sigma_3]$ matrisleri (19) numaralı eşitliği sağlayacak şekilde tanımlanmıştır ve $[C]$ matrisi de gerilme-gerinim bağlantısını verir.

Gerilme-Şekil Değiştirme İlişkisi

Mises akma kriterine uyan ve izotropik olarak pekleşen malzemeler için Prandtl-Reuss eşitlikleri kullanılarak gerilme-gerinim ilişkileri elde edilmiştir. Bu denklemler, objektif bir gerilme tansörünün değişimi kullanıldığında, büyük şekil değişimleri için de geçerlidir. Plastik yüklemeye için gerilme-gerinim bağlantısının artışı aşağıdaki şekilde elde edilir:

$$\begin{aligned} dT_{ij} &= \frac{E}{1+\nu} \left[\delta_{ik} \delta_{jl} + \frac{\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} \delta_{kl} \right. \\ & \left. - \frac{T_{ij}' T_{kl}'}{\frac{2}{3} \bar{T}'^2 \left(1 + \frac{H}{2G}\right)} \right] d\epsilon_{kl} \end{aligned} \quad (20)$$

Bu eşitlikteki son terim atıldığında, gerilme-gerinim bağıntısı elastik yüklemeye veya yük kaldırma için kullanılır. Membranlar için gerekli gerilme-gerinim ilişkisi (20) numaralı denklem kullanılarak elde edilebilir [14].

Sürtünme

Bu çalışmada, temas eden yüzeyler arasında Coulomb sürtünmesi olduğu varsayılmıştır. Elemanların içindeki gerilmeler veya dış kuvvetler kullanılarak saptanan düğüm noktalarındaki kuvvetler, şekil değiştirmiş haldeki sürtünme kuvvetinin tespit edilmesinde kullanılmıştır. Sürtünme kuvvetlerinin yönü ise, kalıp ve zımba yüzeylerinin normal vektörleri kullanılarak belirlenmiştir.

F_t 'nin düğüm noktasındaki teğet kuvvet ve F_n 'nin de aynı noktadaki normal kuvvet olduğu kabul edilirse, yüzeyler arasında kaymanın olması için:

$$|\vec{F}_t| \geq \mu |\vec{F}_n| \quad (21)$$

şartının sağlanması gereklidir. Aksi takdirde düğüm noktası kalıp veya zımba üzerinde hareket etmemektedir.

Çözüm Yöntemleri

Eleman katılık matrislerinin toplanmasından elde edilen genel katılık matrisi geometrik ve malzeme özellikleri yönünden doğrusal değildir. Dolayısıyla, malzemelerin plastik şekil değiştirme sırasındaki özelliklerini en iyi tanımlayan elastik-plastik gerilme-gerinim ilişkileri küçük artışlar için tanımlanmış ve çözüm küçük artışlar için birçok kez tekrarlanarak elde edilmiştir. Bu çalışmada, Newton-Raphson metodu kullanılmış ve sonuçlar Gauss çözüm yöntemi ile hesaplanmıştır.

BULGULAR

Geliştirilen sonlu elemanlar yöntemi ile yapılan modellemeler, aynı boyut ve mekanik özelliklerdeki malzeme ve kalıp geometrisi kullanılarak yapılan deneylerle karşılaştırılmıştır. Modellemeler ve deneyler silindirik bir zımba ve kalıp için yapılmıştır. Bu amaçla ayrı boyutlarda iki kalıp kullanılmıştır ve bu kalıplara ait boyutlar Tablo 1'de verilmiştir.

Sonlu elemanlar yöntemi ile modelleme için alüminyum, pirinç ve çelik taslaklar kullanılmıştır. Taslaklar için eşdeğer gerilme ve

eşdeğer gerinim arasında aşağıdaki bağıntı kullanılmıştır:

$$\bar{\sigma} = K \bar{\epsilon}^n \quad (22)$$

Tablo 1: Kalıp boyutları.

	1. Kalıp	2. Kalıp
Zımba çapı [mm]	152.4	100.0
Zımba profili çapı [mm]	20.07	13.0
Kalıp çapı [mm]	158.24	102.5
Kalıp profili çapı [mm]	16.0	5.0

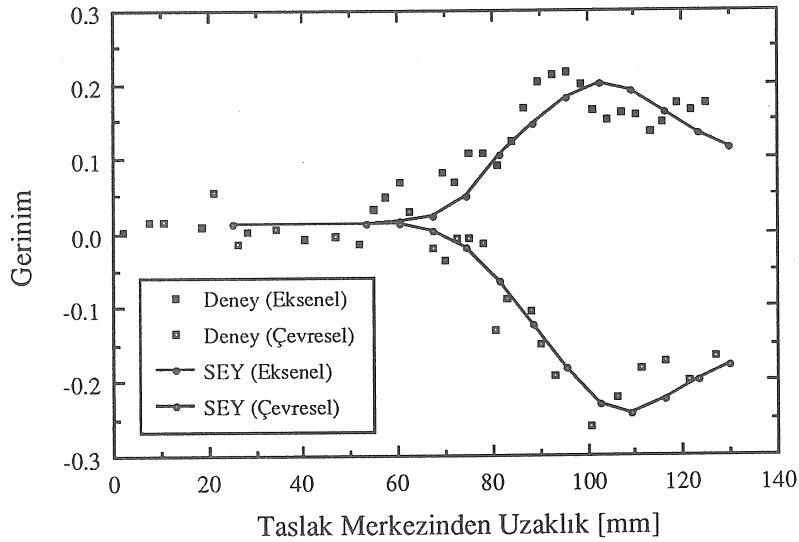
Aluminyum, pirinç ve çelik taslaklara ait geometriler, zımba kuvvetleri, mekanik özellikler ve taslak ile zımba ve kalıp arasındaki sürtünme katsayıları Tablo 2'de verilmiştir:

Sonlu elemanlar yöntemi ile modellenen aluminyum taslak için 50 mm'lik çekme derinliğinde elde edilen eksenel ve çevresel gerilme dağılımları, Şekil 1'de [15] nolu kaynakta verilen deneysel sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Aynı malzeme için tamamen çekilmiş durumda elde edilen eksenel ve çevresel gerinim dağılımlarının deneysel sonuçlarla karşılaştırılması ise Şekil 2'de verilmiştir. Her iki

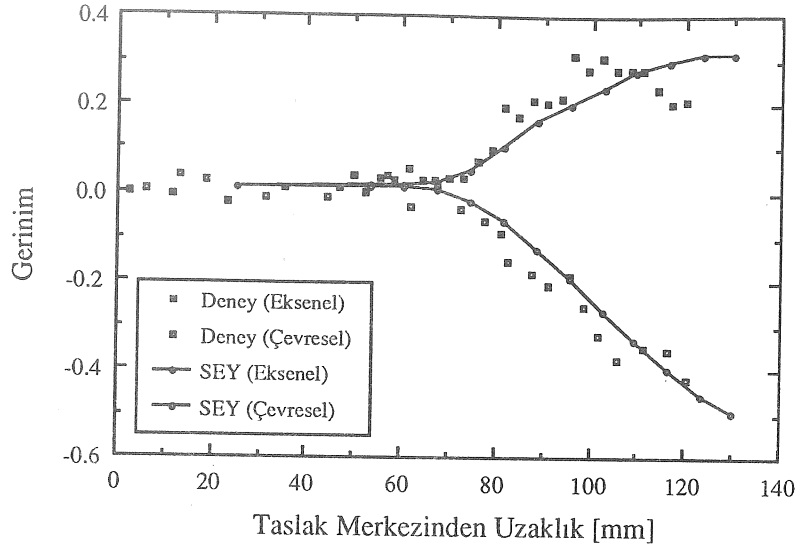
Tablo 2. Aluminyum, pirinç ve çelik için, taslak geometrileri, baskı plakası kuvvetleri, malzeme özellikleri ve sürtünme katsayıları.

	Aluminyum	Pirinç	Çelik
Taslak kalınlığı [mm]	0.81	0.70	0.70
Taslak çapı [mm]	266.7	200.0	200.0
Baskı plakası kuvveti [kN]	54.0	100.0	80.0
Akma gerilmesi [MPa]	58.0	220.0	400.0
Elastik modül [GPa]	69.0	110.0	210.0
Poisson oranı	0.3	0.3	0.3
K [MPa]	58.0	0.895	1.059
n	0.2297	0.42	0.18
Sürtünme katsayısı	0.09	0.06	0.15

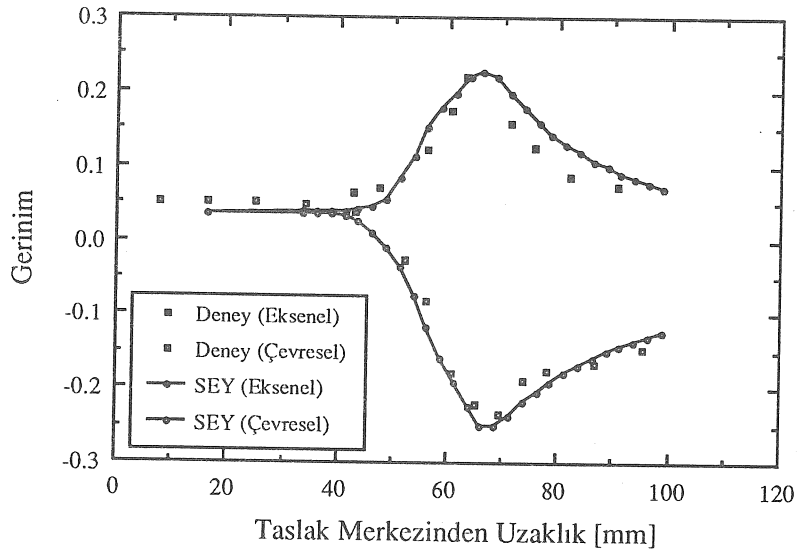
modelleme ve deneyde 1 nolu kalıp kullanılmıştır (Tablo 1). Pirinç malzeme için 30 mm çekme derinliğinde elde edilmiş eksenel ve çevresel gerinim dağılımları Tablo 2'de verilen 2 nolu kalıp kullanılarak elde edilmiştir. Şekil 3'de ise bu dağılımlar deneysel sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Aynı kalıp kullanılarak çelik için 30 mm çekme derinliğinde eksenel ve çevresel gerinim dağılımları elde edilmiş ve deneylerle karşılaştırılması Şekil 4'de verilmiştir. Pirinç ve çelik için kullanılan deneysel sonuçlar [16] nolu kaynakta verilmiştir.



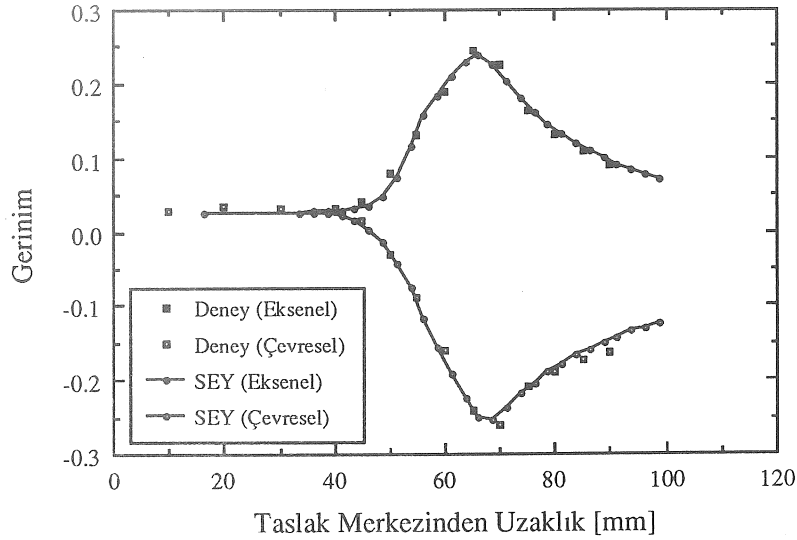
Şekil 1. Deneysel olarak ve SEY ile elde edilen eksenel ve çevresel gerinim dağılımının 50 mm derinlikte çekilmiş aluminyum taslak için karşılaştırılması.



Şekil 2. Deneysel olarak ve SEY ile elde edilen aksel ve çevresel gerinim dağılımının tamamen çekilmiş alüminyum taslak için karşılaştırılması.



Şekil 3. Deneysel olarak ve SEY ile elde edilen aksel ve çevresel gerinim dağılımının 30 mm derinlikte çekilmiş pirinç taslak için karşılaştırılması.



Şekil 4. Deneysel olarak ve SEY ile elde edilen eksenel ve çevresel gerinim dağılımının 30 mm derinlikte çekilmiş çelik taslak için karşılaştırılması.

SONUÇ

Bu çalışmada daha önce geliştirilmiş olan bir sonlu elemanlar yöntemi, eksenel simetrik alüminyum pirinç ve çelik taslakların modellenmesinde kullanılmış ve SEY ile düğüm noktalarında elde edilen eksenel ve çevresel gerinim dağılımları deneylerle karşılaştırılmıştır. Sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak elde edilen sonuçlar ile deneysel sonuçlar arasında iyi bir uyum olduğu görülmüştür. Metal levha şekillendirme işlemlerinde malzeme ile kalıp ve zımba arasındaki sürtünme şekil değişimine bağlıdır ve malzeme plastik olarak aktığında sürtünme katsayısı değişim göstermektedir. Basıncın fazla olduğu temas bölgelerinde, yağ levha ile kalıp veya zımba arasından sıyrılarak sürtünme koşullarını değiştirmektedir. Bu çalışmada metal levha ile kalıp ve zımba arasında sabit bir sürtünme katsayısı kullanılmıştır. Dolayısıyla, sonlu elemanlar yöntemiyle elde edilen sonuçlar ile deneysel sonuçlar arasındaki farklılığın sürtünme koşullarının tam olarak modellenememesinden kaynaklandığı varsayılmaktadır.

ANALYSIS OF AXISYMMETRIC CUP DRAWING BY USING FINITE ELEMENT METHOD

Numerical analysis of sheet metal forming operations leads to elimination of loss of time, labor and material due to repetitive production of expensive dies. Finite element method is one of the most effective and widely used numerical methods used in the analysis of sheet metal forming operations. By using this method, it is possible to determine the deformation and thickness variation of the sheet metal and thus to determine the blank geometry beforehand. In this study, axisymmetric cup drawing operations are investigated by using a three dimensional finite element method.

KAYNAKÇA

1. Woo, D.M., The Analysis of Axisymmetric Forming of Sheet Metal and the Hydrostatic Bulging Process, *Int. J. Mech. Sci.*, 6 (1964) 303-317.

2. Woo, D.M., On the Complete Solution of the Deep Drawing Problem, *Int. J. Mech. Sci.*, 10 (1968) 83-94.
3. Chakrabarty, J., A Theory of Stretch Forming over Hemispherical Punch Heads, *Int. J. Mech. Sci.*, 12 (1970) 315-325.
4. Wang, N.M., Large Plastic Deformation of a Circular Sheet Caused by Punch Stretching, *Trans., ASME, Journal of Applied Mechanics*, 37 (1970) 431-440.
5. Kaftanoğlu, B., *An Investigation of Stretch Forming in Relation to Deep Drawing and Testing Sheet Metal*, Ph.D. Thesis, Imperial College, London, 1966.
6. Kaftanoğlu, B. ve Alexander, J.M., On Quasistatic Axisymmetrical Stretch Forming, *Int. J. Mech. Sci.*, 12 (1970) 1065-1084.
7. Wifi, A.S., An Incremental Complete Solution of the Stretch Forming and Deep Drawing of a Circular Blank using a Hemispherical Punch, *Int. J. Mech. Sci.*, 18 (1976) 23-31.
8. Wang, N.M. ve Budiansky, B., Analysis of Sheet Metal Stamping by a Finite Element Method, *Trans., ASME, Journal of Applied Mechanics*, 45 (1978) 73-82.
9. Mattiasson, K., Saran, M., Melander, A., Schedi, E. ve Gustafsson, C., Finite Element Simulation of Deep Drawing of Low and High Strength Steel, *Advanced Technology of Plasticity*, Vol. 1, K. Lange (Ed), Springer-Verlag, 1987, pp. 657-664.
10. Darendeliler, H., *Computer-Aided Deformation Analysis of Deep-Drawing Process*, Doktora Tezi, Makina Mühendisliği Bölümü, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara, 1991.
11. Darendeliler, H. ve Kaftanoğlu, B., Deformation Analysis of Deep Drawing by a Finite Element Method, *Annals of the CIRP*, 40/1 (1991) 281-284.
12. Malvern, L.E., *Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1969.
13. Eringen, A.C., *Nonlinear Theory of Continuous Media*, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, 1962.
14. Yamada, Y., Yoshimura, N. ve Sakurai, T., Plastic Stress-Strain Matrix and Its Application for the Solution of Elastic-Plastic Problems by the Finite Element Method, *Int. J. Mech. Sci.*, 10 (1968) 343-354.
15. Ahmetoğlu, M., Kinzel, G.L. ve Altan, T., *Deep Drawing of Round Cups Using Variable Blank Holder Force*, Report No. ERC/NSM-S-92-50, Engineering Research Center for Net Shape Manufacturing, The Ohio State University, 1992.
16. Saran, M.J., Schedin, E., Samuelsson, A., Melander, A., and Gustafsson, C., Numerical and Experimental Investigations of Deep Drawing of Metal Sheets, *Trans., ASME, Journal of Engineering for Industry*, 112 (1990) 272-277.