

Kocaeli Üniversitesi

Eğitim Dergisi

E-ISSN: 2636-8846

2026 | Cilt 9 | Sayı 1

Sayfa: 1-23



Kocaeli University
Journal of Education

E-ISSN: 2636-8846

2026 | Volume 9 | Issue 1

Page: 1-23

Ortaokul öğrencilerinin kareköklü sayılar
konusundaki kavram yanlışları

Misconceptions of middle school students regarding
square roots

Sevim SEVGİ,  <https://orcid.org/0000-0002-6611-5543>

Erciyes Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, sevimsevgi@erciyes.edu.tr

Semanur AKDEMİR KABALCI,  <https://orcid.org/0000-0003-0118-6276>

Erciyes Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, smnrakdmr1996@gmail.com

Bu çalışma, Sevim SEVGİ danışmanlığında, Semanur AKDEMİR KABALCI tarafından hazırlanan "8. sınıf öğrencilerinin üslü sayılar ve kareköklü sayılar konusundaki kavram yanlışları, sebepleri ve çözüm önerileri" başlıklı yüksek lisans tezinden üretilmiştir.

ARAŞTIRMA MAKALESİ

Gönderim Tarihi

18 Haziran 2025

Düzeltilme Tarihi

24 Eylül 2025, 30 Kasım 2025

Kabul Tarihi

7 Aralık 2025

Önerilen Atıf

Sevgi, S., & Akdemir Kabalci, S. (2026). Ortaokul öğrencilerinin kareköklü sayılar konusundaki kavram yanlışları.

Kocaeli Üniversitesi Eğitim Dergisi, 9(1), 1-23. <http://doi.org/10.33400/kuje.1721508>

Recommended Citation

ÖZ

Ortaokul sekizinci sınıf matematik öğretim programında önemli bir yeri olan kareköklü ifadeler konusunda ortaokul öğrencilerinin kavram yanlışları araştırılmıştır. Örnekleme, Kayseri iline bağlı 2022-2023 ve 2023-2024 eğitim-öğretim yıllarında öğrenim gören 150 ortaokul öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmacı tarafından hazırlanan, gerekli uzman görüşleri alınarak kareköklü ifadeler konusuna ait öğrencilerin kavram yanlışlarını belirlemeye yönelik kavram yanlışlığı belirleme testi düzenlenmiştir. Uygulanan kavram yanlışlığı belirleme testinde dokuz kareköklü ifadeler sorusu vardır. Veriler içerik analiziyle incelenmiştir. Testin analizlerinde öğrencilerin cevapları doğru, kavram yanlışlığı ve boş olarak sınıflandırılmıştır. Öğrencilerin cevap kâğıtları tek tek incelenerek doğru ve kavram yanlışlığı örneğiyle beraber hangi kavram yanlışlığını yaptıkları incelenmiştir. Kareköklü sayının büyüklüğü ve sayı doğrusundaki yerini belirleyememe ve $\sqrt{x^2} = x$ eşitliğini her x sayısının sağladığını düşünme kavram yanlışlığını ortaya çıkarmıştır. Herhangi bir sayının karesinin karekökü ile karekökünün karesi alındığında aynı sonuç çıkar kavram yanlışlığını tespit edilmiştir. Üslü bir sayının karekökü alınırken üssün karekökü alınır ve her x ve y gerçek sayıları için $\sqrt{x \cdot y} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$ eşitliği sağlanır kavram yanlışlığı bulunmuştur. $\sqrt{x^2 + y^2}$ ifadesinde kök içerisindeki kareli ifadeleri ayrı ayrı kök dışına çıkarıp toplanır ve $\sqrt{x \pm y}$ ifadesinde sayıları ayrı ayrı kök içine alıp işlem yapılır kavram yanlışlığına sahiptirler. Öğrencilerin kareköklü sayılarda toplama-çıkarma işlemlerinde yaşanan durumlar ve kareköklü sayılarda çarpma-bölme işlemlerinde kavram yanlışlığı bulunmuştur. Kareköklü ifadeler testinde öğrencilerin en fazla kavram yanlışlığı cevapları tamkare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirlemeye yöneliktir.

Anahtar Sözcükler: kareköklü sayı, kavram, kavram yanlışlığı, irrasyonel sayı, ortaokul

ABSTRACT

The study investigated the misconceptions that students experience regarding square root expressions, which are important in the 8th-grade mathematics curriculum. The study sample consisted of 150 students enrolled in schools in Kayseri Province during the 2022–2023 and 2023–2024 academic years. A 20-item misconception test on square root expressions developed by the researcher was administered. However, during the implementation, students could not answer every question, and a test was organized to identify students' misconceptions about square root expressions, based on the necessary expert opinions. In the administered misconception test, there are nine questions about square root expressions. Content analysis was used in the data analysis. In the analysis of the test, the students' answers were classified as correct, misconception, and blank. The students' answers were examined one by one, and the specific misconceptions they had, along with examples of correct answers and misconceptions, were analyzed. In the test on square root expressions, the students' most common misconceptions were related to determining the relationship between perfect square positive integers and the square roots of these numbers. This has revealed that students had the misconception that they cannot determine both the magnitude of a square root and its location on the number line, as well as the belief that every number x satisfies the equality $\sqrt{x^2} = x$. Students have held the misconception that taking the square root of the square of any number yields the same result as taking the square root of its square root. When taking the square root of an exponential number, the square root of the exponent is taken, and the equality $\sqrt{x \cdot y} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$ is provided for every real number x and y. It has been determined that the students have experienced this misconception. In the expression $\sqrt{x^2 + y^2}$, the squared terms are extracted from the root and added, while in the expression $\sqrt{x \pm y}$, the individual numbers are placed under the root and the operation is performed. It has revealed the misconception that the students have experienced in the addition-subtraction operations of square root numbers and in the multiplication-division operations of square root numbers. In the square root expressions misconception test, the most common misconception the students had was about determining the relationship between perfect square positive integers and the square roots of these numbers.

Keywords: square root number, concept, misconception, irrational number, middle school

GİRİŞ

Eğer öğrenen yeni öğrendiği bir bilgi ile var olan bilgisi arasında ilişki kurabiliyorsa anlamlı öğrenme gerçekleşir (Ausubel, 1960). Neyi neden yapacağını bilme, ilişki olarak adlandırılmaktadır (Skemp, 1976). Matematik öğreniminde ilişki olarak adlandırılmaktadır (Skemp, 1976). Matematik öğreniminde ilişki olarak adlandırılmaktadır (Skemp, 1976). Öğrenciler kavram yanlışları veya kavramlarla ilgili güçlükler yaşayabilir. Öğrencilerin anlamlı öğrenmeleri yerine bazı kavramların açıklamalarını veya kuralları ezberlemeye yönlendirilmesi, işlemsel bilgi ile kavramsal bilgi arasında ilişki kurulmaması gibi sebepler öğrencilerin öğrenmelerini güçleştirmekte, kavram yanlışlarının ortaya çıkmasına sebep olmaktadır (National Council of Teachers of Mathematics - NCTM, 2005).

Matematiksel bilginin öğrenilmesi ve hayata geçirilmesinde kavramlar çok önemli bir yere sahiptir (Hiebert ve Carpenter, 1992). Matematik çok sayıda kavram içerdiği için kavram ve konuların birbirini ilerletmesi öğrenciler açısından hata yapmaya ve kavram yanlışına düşmeye sebep olabilir. Matematik, öğretimin her kademesinde içeriğinin soyut kavramlardan oluşması yani günlük hayat ile ilk etapta bağlantı kurulamayan konulardan oluştuğu için öğrencilerin yanlış anlamalar çıkarması mümkündür (Duatepe Paksu, 2008). Bu doğrultuda öğrencide anlamlı bir öğrenme gerçekleşmezse bir diğer deyişle günlük hayat ile ilişki kuramazsa ezberle dayalı öğrenmeye geçecektir ve öğrenmiş olduğu bilgiler arasında geçiş sağlayamayacaktır (Jackson ve Cobb, 2010). Ezberleyerek öğrenme, kavram yanlışına çok müsaittir. Bu durumun sebepleri arasında öğrencinin derste öğrendiği her yeni bilgiyi, özellikle kural başlığı altında verilen bilgileri, ezberlemesi daha kolayına gelmektedir. Bu sebeple bir sonraki soyut konuya ait hazır bulunuşlukları yetersiz kalmaktadır.

Köklü ifadeler hem birbirleri içinde bağlantılı hem de bir sonraki öğrenim kademelerindeki konular ile bağlantılıdır. Buradan hareketle öğrenciler tarafından yaşanan kavram yanlışları sanki bir konu veya soruyla ilgili gibi görünse de aslında birbiriyle bağlantılı birçok konuyu etkileyecektir. Üslü ifadeler konusunun köklü ifadeler konusuna köprü olan kazanımları 8. sınıf öğretim programında yer alması sebebiyle 8. sınıf öğrencileri üzerinde araştırılmıştır. Araştırmanın amacı, 8. sınıf öğrencilerinin köklü sayılar kavram yanlışlarının incelenmesidir. Bu amaç doğrultusunda şu soruya yanıt aranmıştır: 8. sınıf öğrencilerinin köklü sayılar konularındaki kavram yanlışları nelerdir?

Matematik öğretiminde birçok konuda kavram yanlışları yoğun bir şekilde görülmektedir. Özellikle köklü ifadeler yanlış öğrenme, yanlış genelleme gibi kavram yanlışlarıyla sıklıkla karşılaşmaktadır. Bu doğrultuda köklü ifadelerde karşılaşılan kavram yanlışları her öğrencide farklılık gösterebilir. Köklü ifadenin büyüklüğüne karar verememe ve sayı doğrusuna

yerleştirememeye, $\sqrt{a^2} = a$ eşitliğinin her a sayısı için doğru olduğunu düşünme köklü ifadeler konusunda en sık karşılaşılan kavram yanlışlarıdır. Bir sayının karesinin kökü ile kökünün karesi arasındaki farkı ayırt edememe, üslü sayıların köklerini bulmada zorlanma üslü ifadeler konusunda yaşadığı kavram yanlışlarından kaynaklanmaktadır.

$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ eşitliğinin her a ve b sayısı için doğru olduğunu düşünme, $\sqrt{a^2 + b^2}$ ifadesinin $(a+b)$ ifadesine eşit olduğunu düşünme üslü ifadelerde karesini alma konusuyla bağlantılıdır. Diğer kavram yanlışları ise köklü terimin kuvvetini alma konusundaki zorluklar, köklü sayılarda dört işlem yapmada karşılaşılan kavram yanlışları olabilir (Cengiz, 2006; Orhun, 1998; Sirotic, 2006; Şenay, 2002).

Öğrencilerin kare sayılar (square numbers) veya basit kökler (karmaşık kökler veya özel durumlar hariç) konusundaki anlayışlarını, kavram yanlışlarını ve hatalarını özgül bir şekilde inceleyen çok az araştırma bulunmaktadır. Köklerin öğretimindeki zorlukları tartışmakta ve kare sayılar ile köklerin öğretiminde kullanılan kelime dağarcığı ve terimlerin, öğrencilerin anlayışını karıştırabilmektedir. "Kare sayı" ve "kök" kullanımından gelen imgeleri çağrıştıran benzer şekilde duyulan ifadelerdir. "kare sayı" faydalı bir imge ya da ifade oluşturabilirken, "kök" kendi başına çok fazla anlam ifade etmemektedir. Buradaki zorluk,

karekökün ters işlem olarak geriye doğru bir doğası olması ve aynı zamanda “kare sayı” ve “karekök” terimleri arasındaki kelimelerle ilgili karışıklığın oluşturduğu kafa karışıklığıdır (Gough, 2007). Rastgele seçilen 28 sekizinci sınıf öğrencisinin kareköklü ifadeler kavram yanlışlarına yönelik teşhis testinde, genel olarak yanlış tercümeden kaynaklı kavram yanlışlığı vardır (Çelen ve Toluk, 2024).

8 ve 9. Sınıfta okuyan 249 öğrenciye 10 soruluk açık uçlu köklü sayılar teşhis testi uyguladığında, sıklıkla karşılaşılan yanlışlardan birisi, her x sayısı için $\sqrt{x^2} = x$ eşitliğinin her zaman doğru kabullenmeleridir (Orhun, 1998). Negatif sayılar için ifadenin doğru olmadığını yok sayarak kök içerisi negatif sayı olduğunda açıklayamamışlardır (Şenay, 2002). Öğrenciler köklü sayıları tanımlamamış, işlemlere ve ifadenin büyüklüğüne karar verememişlerdir. Öğrencilerin kavram yanlışlarını araştırmak üzere iki farklı lisenin birinci sınıfında 163 öğrenciye açık uçlu kareköklü ifadeler testinin kavram yanlışları arasında, kareköklü ifadelerin işlemlerindeki hatalar, kareköklü bir ifadenin üssünü almada zorlanma, bir sayının karesinin karekökü alınırken mutlak değer ile bağlantıyı kurmamak olmuştur (Cengiz, 2006).

$\sqrt{32}$ 'nin değerine $4\sqrt{2}$, $\sqrt{16}$ 'nın değerine ± 4 kavram yanlışlarının nedenlerini farklı bir bakış açısı ve deneyimlere dayanarak incelendiğinde sorunun soruluş biçimine bağlı olarak ortaya çıkabilir (Crisan, 2012b). Örneğin, ders kitabında soru “ $\sqrt{16}$ 'nın karekökleri nelerdir?” veya “ $\sqrt{16}=?$ ” yanıtları nelerdir” şeklinde çoğul ifadelerle sorulduğunda, öğrencilerin ± 4 yanıtı verebilirler. Dolayısıyla, ders kitabında kullanılan dil, kavram yanlışına yol açabilmektedir. Öte yandan soru $\sqrt{16}=?$ şeklinde tekil formda sorulduğunda öğrenciler yine ± 4 cevabını verebilmektedir. Bu durumda cevabın doğru bir şekilde $+4$ veya yanlış bir şekilde ± 4 olarak verilmesinin öğrencilerin kavrayış seviyesine bağlı olabilir (Crisan, 2012b). Ayrıca “ $\sqrt{x} = |x|$ ” sorusunu ekleyerek tartışmayı daha da derinleştirerek kavram yanlışlarının nedeninin, sınıf ortamında “ $\sqrt{x} = |x|$ ” ifadesinin sunulmuş ve açıklama biçimi olduğunu öne sürmüştür (Crisan, 2012a).

Göçük (2019), sekizinci sınıfa devam eden 100 öğrenciye 4 açık uçlu soru içeren test uyguladığında karşılaşılan kavram yanlışları, “Tam pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirler.”, “Gerçek sayıları tanıyarak, rasyonel ve irrasyonel sayılarla ilişkilendirir.” ile “Kareköklü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemleri yapar.” kazanımlarıyla doğrudan ilişkili bulmuştur. 16 ile 19 yaş arasındaki lise öğrencileri $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$ ve $\sqrt{a^2} = a$ gibi hatalar yapmışlardır (Bagni, 2000). Birinci sınıf üniversite öğrencilerine $\sqrt{25}$ değerinin $+5$ kavram yanlışlarının, cebir ders kitaplarında sıkça yer alan “eğer $x^2 = 25$ ise $x = \pm 5$ ” ifadesinden kaynaklanmaktadır (Roach vd., 2004). Öğrenciler için negatif kök sayılar $(-\sqrt{25})$ tam bir karmaşaya dönüşmektedir. Bazı matematik öğretmen adaylarının $\sqrt{5}$ 'in hangi sayıya eşit olduğunu veya hangi iki sayı arasında bulunduğunu tahmin edememişlerdir (Sirotic, 2006). Bu durumda, $\sqrt{5}$ 'in değerinin sayı doğrusunda Pisagor teoremi kullanılarak gösterilmesi önerilmiştir (Sirotic & Zazkis, 2007).

Liselere Geçiş Sınavında, öğrencilere yöneltilen köklü ifadeler soruları üzerinden kavram yanlışlarının belirlenmesi amacıyla 156 sekizinci sınıf öğrencisiyle 10 soruluk test uyguladığında mevcut 17 yanlışın tespit edilmesine ek olarak sekiz farklı yanlış belirlemiştir (Koçman, 2023). Karoğlu ve İzci (2020), dokuzuncu sınıf öğrencilerinin köklü sayıların yaklaşık değerinin hesaplanırken tam kare yöntemini uygulanmasını incelemiştir. Öğrenciler köklü ifadelerin yaklaşık değerini düşünmede zorlandıklarından sayı doğrusunda gösterememişlerdir.

Öğrenciler tam kare yöntemi uygulandıktan sonra ise yaklaşık değerini hesaplamamıştır ama sayı doğrultusunda rahatça göstermişlerdir.

Onikinci sınıfa devam eden 45 öğrencinin temel analiz dersindeki kareköklerle ilgili kavram

yanılgıları ve nedenleri “ $y = \frac{\sqrt{x} - 4}{\sqrt{x}}$ fonksiyonunu x’e göre türevleyiniz.” sorusuyla incelenmiştir. (Luneta ve Makonye, 2010). Kavram yanılığının türevleme işlemiyle doğrudan bir ilgisi bulunmamaktadır. Ancak öğrenciler karekök ifadesinin paydaki -4 ’ü de kapsadığını düşünmüş ve soruyu buna göre çözmeye çalışmışlardır. Kavram yanılığını “kural sınırlamalarını veya sembollerini göz ardı etme” olarak adlandırmıştır. Öğrencilerin yanıtlarında görülen bir diğer kavram yanılığı ise üslü ifadeleri hatalı bir şekilde kullanmalarıdır. Örneğin

$$\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} = x^{1/2} - x^{-1/2} = x^{-1/4}$$

ifadesinin yanlış uygulanması bu tür bir yanılığa örnektir.

Duatepe Paksu (2008), öğrencilerin köklü ifadelerde sıklıkla yaptıkları hataları, kavram yanılgılarını ve karşılaştıkları öğrenme güçlükleri ile ilgili çalışmaları inceleyerek çeşitli çözüm önerileri sunmuştur. Bununla birlikte ilköğretim ve ortaöğretim matematik öğretim programında ilgili konuların işlenişine üzerine değerlendirmelerde de bulunmuştur. Ayrıca köklü sayılar konuları öğretilmeden önce, öğrencilerin tam sayılar, rasyonel sayılar, dört işlem ve mutlak değer konuları gibi temel konulardaki eksikliklerinin tamamen giderilmiş olması gerektiği ileri sürülmüştür.

YÖNTEM

Araştırmanın Deseni

Araştırmada, öğrencilerin var olan bilgilerini olduğu gibi ortaya koymayı amaçlayan betimsel tarama modeli kullanılmıştır. Bu modelde araştırılan konuyu ilk haliyle doğru bir şekilde gözlemleyerek tespit etmek ve belirlemek önemlidir (Fraenkel vd., 1993). Betimsel araştırmalar, olayların önceki olaylarla bağlantılı olarak durumlar arasındaki ilişkiyi kişilerin, grupların, kurumların, objelerin ve varlıkların ne olduklarını göz önüne çıkarır. Ayrıca betimsel araştırmalarda verilen durumu belirli kurallar doğrultusunda inceleyerek aydınlatmak için önünü arkasını araştırarak anlatmak ve tarif etmek gerekmektedir. Bu özelliğiyle betimsel çalışmalarda doğru durum tespiti sayesinde daha sonraki araştırmalara yön vermesi beklenmektedir. Tarama modelinde bilimin tasvir yönü ön plandadır. Bu bağlamda tespit amaçlı gözlem, kaydetme, olaylar arasında ilişki kurma ve genelleme bu modelde yürütülen araştırmalarda ön plana çıkmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2021). Yanlış ve eksik öğrenmelerin önlenmesi adına mevcut durumun doğru tespiti önemlidir.

Çalışma Grubu

Çalışma grubu amaçsal örnekleme yöntemi ile seçilmiştir. Amaçsal örnekleme, zengin ve derinlemesine araştırma yapılmasının önünü açar. Araştırmaya uygun ölçütleri içerisinde bulunduran, belli niteliğe sahip olan ve birden fazla özel durum bulunduğu bu yöntemle başvurulur. Her çalışmanın amacı temel alınarak örnekleme yöntemine ve örneklem büyüklüğüne karar verilir. Örneklem büyüklüğünden çok zengin bilgi içeren durumlar, araştırmacıların gözlem ve analitik kapasiteleri sonucu ortaya çıkaran geçerlik, anlamlılık ve algılamalar daha önemlidir (Büyüköztürk vd., 2015). Araştırmanın ilk kısmını oluşturan pilot uygulama, 2022-2023 eğitim öğretim yılında Kayseri’de bir ortaokulda rastgele seçilen sekizinci sınıfa devam eden 30 öğrenciye uygulanmıştır. Araştırmanın gerçek grubu ise 2022-2023 ve 2023-2024 eğitim öğretim yıllarında Kayseri’ye bağlı aynı bölgede ve aynı sosyal ve ekonomik düzeye sahip çeşitli ortaokullarda sekizinci sınıfa devam eden 150 öğrenciden oluşmaktadır. Okulların hepsi devlet okuludur. Araştırmacının kolayca ulaşabileceği aynı çevredeki okullar rastgele seçilmiştir. Ortaokuldaki sekizinci sınıf düzeyindeki öğrencilerin kareköklü sayılar konusuna hâkimiyetinin daha iyi olduğunu ve MEB’in sekizinci sınıf kazanım sıralamasında ilk

defa kareköklü sayılar gelmesi, araştırmacının çalışma grubunu sekizinci sınıf öğrencilerinden seçmesine sebep olmuştur.

Veri Toplama Araçları

Veri toplama aracı MEB öğretim programına (2018) göre hazırlanmıştır. Köklü sayılar konusundaki kazanımlar Tablo 1’de verilmiştir. Sekizinci sınıf öğrencilerinin kareköklü ifadeler kavram yanlışlığı belirleme testi oluşturulup 30 öğrenciye uygulanmıştır. Ancak soru sayısının çok olması ve bununla birlikte araştırmacının öğrencilerden detaylı açıklama istenmesi nedeniyle öğrencilerin her soruya bakmadığı gözlemlenmiş olup araştırmanın amacına uygun sonuçlar elde edilemeyeceği tespit edilmiştir. Böylece gerekli uzman görüşleri alınarak kavram yanlışlığı belirleme testindeki soru sayısı azaltarak yeni test oluşturulmuştur. Uzman görüş formu sunulmuştur (Akdemir Kabalcı, 2025).

Tablo 1

Köklü Sayılar Sorularının İlişkili Olduğu Kazanımlar

Kod	Kazanım
M.8.1.3.1.	“Tamkare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirler.” (MEB, 2018, ss.71)
M.8.1.3.2.	“Tam kare olmayan kareköklü bir sayının hangi iki doğal sayı arasında olduğunu belirler.” (MEB, 2018, ss.72)
M.8.1.3.3.	“Kareköklü bir ifadeyi $a\sqrt{b}$ şeklinde yazar ve $a\sqrt{b}$ şeklindeki ifadede katsayıyı kök içine alır.” (MEB, 2018, ss.72)
M.8.1.3.4.	“Kareköklü ifadelerde çarpma ve bölme işlemlerini yapar.” (MEB, 2018, ss.72)
M.8.1.3.5.	“Kareköklü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapar.” (MEB, 2018, ss.72)

Uygulanan kareköklü ifadeler kavram yanlışlığı belirleme testinde ise dokuz soru (9. sorunun alt maddeleri vardır.) bulunmaktadır. Kareköklü sayılar sorularının hangi kavram yanlışlığı türüne ait olduğu ve kavram yanlışlığı türlerine ait belirtke tablosu Tablo 2’de verilmiştir. Kareköklü ifadeler kavram yanlışlığı belirleme testine Akdemir Kabalcı’da (2025) verilmiştir. Kareköklü ifadeler kavram yanlışlığı belirlemeye testi hazırlanırken öncelikle kareköklü ifadeler ile ilgili kavram yanlışlıklarına yönelik araştırmalar, MEB’in konu ile ilgili sekizinci sınıf kazanımları ve kaynakları (EBA, ders kitapları, vb.) incelenmiştir. Böylelikle öğrencilerin düzeylerine uygun sorulara yer verilmiştir. Uygulama başlamadan önce ikinci araştırmacı tarafından öğrenciler soruları çözerken, çözüm yollarını ve açıklamalarını yazı ile belirtmeleri istenmiştir. Buradaki amaç öğrencinin hangi kavram yanlışlığına sahip olduğunu belirlemektir. Öğrencilere kavram yanlışlığı belirleme testi uygulanırken bir ders saati (40 dakika) süre verilmiştir. Kareköklü ifadeler kavram yanlışlığı belirleme testine Akdemir Kabalcı’dan (2025) ulaşılabilir. Bulgular kısmında kavram yanlışlığı belirleme testindeki her soru bazında verilmiştir.

Tablo 2*Kareköklü Sayılar Kavram Yanılgısı Belirleme Testinde Kavram Yanılgısı Türleri ve Soruların Dağılımı (Belirtke Tablosu)*

Kod	Açıklama	Soru
KY1	Üslü bir sayının karekökü alınırken üssün karekökünü alacağını düşünme	4
KY2	Kareköklü sayılarda toplama-çıkarma işlemlerinde yaşanan durumlar	8
KY3	$\sqrt{x^2} = x$ eşitliğini her x sayısının sağladığını düşünme	2
KY4	Herhangi bir sayının karesinin karekökü ile karekökünün karesi alındığında aynı sonuç çıktığını düşünme	3
KY5	Kareköklü sayının büyüklüğü ve sayı doğrusundaki yerini belirleyememe	1
KY6	$\sqrt{x \pm y}$ ifadesinde sayıları ayrı ayrı kök içine alıp işlem yapılacağını düşünme	7
KY7	Kareköklü sayılarda çarpma-bölme işlemlerinde yaşanan durumlar	9
KY8	Her x ve y gerçek sayıları için $\sqrt{x \cdot y} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$ eşitliğinin sağlanacağını düşünme	5
KY9	$\sqrt{x^2 + y^2}$ ifadesinde kök içerisindeki kareli ifadeleri ayrı ayrı kök dışına çıkarıp toplanacağını düşünme	6

Veri Analizi

Öğrencilerin kareköklü ifadeler konularındaki kavram yanılgılarını ortaya çıkarmak için geliştirilen kavram yanılgısı belirleme testine vermiş oldukları cevaplar değerlendirilirken her bir soru için doğru, yanlış ve boş seçeneklerine 1 puan yazılarak her bir verinin toplam doğru, kavram yanılgısı ve boş sayılarına ulaşılmıştır. Testin uygulama aşamasında öğrencilerden her bir soruyu nasıl çözdüklerini açıklamaları istenmiştir. Buradaki amaç öğrencinin konu ile ilgili kavram yanılgısına düşüp düşmediğini, düşüyse hangi çeşit kavram yanılgısı olduğunu belirlemektir. Veriler elde edildikten sonra elde edilen veriler bilgisayar ortamına aktarılarak, Microsoft Excel yardımıyla analiz edilmiştir. Kavram yanılgısı belirleme testine öğrencilerin vermiş oldukları yanıtlar ikinci araştırmacı tarafından ilk başta incelendi. Sorular incelenirken kavram yanılgılarına göre kategorize edildi. İlk incelemede Tablo 2’de verilen belirtke tablosuyla cevapların uyumlu olup olmadıkları kontrol edildi. Sonrasında ikinci araştırmacı her bir cevabı bağımsız olarak değerlendirdi ve excel dosyasına kaydetti. Sonrasında birinci araştırmacı da bağımsız olarak her bir cevabı değerlendirdi ve puanları ve kavram yanılgılarını excel dosyasına kaydetti. Sonrasında iki araştırmacının puanlamaları ve tutarlılıkları excel üzerinden karşılaştırıldı. Araştırmacıların puanları %96 oranında örtüşmektedir. Kalan %4lük kesimde fikir birliği sağlanmıştır.

Geçerlik ve Güvenirlilik

EBA ve sekizinci sınıf matematik ders kitabındaki örnekler, alıştırmalar ve ünite değerlendirme soruları incelenerek kavram yanılgıları belirmeme testi oluşturulmuştur. İç geçerliliğin sağlanması için bu şekilde oluşturulması dikkate alınmıştır. Ölçeğin oluşturulma amacı, öğrencilerin kareköklü sayılar sorusunu çözerken kavram yanılgısına düşüyor mu bunu belirlemek olduğu için testin bu kavram yanılgılarını ortaya çıkarmaya yönelik olduğu görülmüş olup dış geçerlilik sağlanmıştır.

Kareköklü ifadeler kavram yanılgısı belirleme testi yapı geçerliği

Açımlayıcı faktör analizini yapabilmek için Kaiser-Meyer-Olkin (KMO) değeri ve Barlett’s testi sonuçları olmak üzere iki önemli şart vardır. KMO testi, çalışma grubu büyüklüğünün yeterli olup olmamasıyla ilgili bilgiye ulaşmamızı sağlar. KMO değeri 0,7’den büyük olması çalışma grubunun iyi bir şekilde ilişkiyi sağladığını gösterir. KMO ve Barlett’s testi ile ilgili kareköklü

ifadeler testinin analizi sonucunda KMO değeri 0,703 (yaklaşık Ki Kare 150,462) bulunmuştur. Bu değer çalışma grubu sayısının yeterli olduğunu göstermektedir. Barlett's testine göre $p < 0,00$ ($sd=28$) bulunduğu için testin anlamlı olduğu bulunmuştur (Pallant, 2020; Tabachnick ve Fidell, 2007). Bu sonuçlar, çalışma grubu ve verilerin normal dağılım göstergesi olan AFA ve DFA'ya uygun olduğunu göstermektedir. Testin faktör sayısını belirlemek için faktörlerin özdeğeri 1'den büyük ve toplam varyansın %5'ini sağlaması gerekmektedir (Seçer, 2013). Kareköklü ifadeler kavram yanlışları belirleme testine ait toplam varyans değerleri Tablo 3'te verilmiştir. Tablo 3'teki bilgilere göre özdeğerin 1'den büyük ve toplam varyansın en az %5'ini açıklayan iki faktör bulunmuştur. Bu iki faktörün toplam varyansı %46,157 olarak ölçülmüştür.

Tablo 3

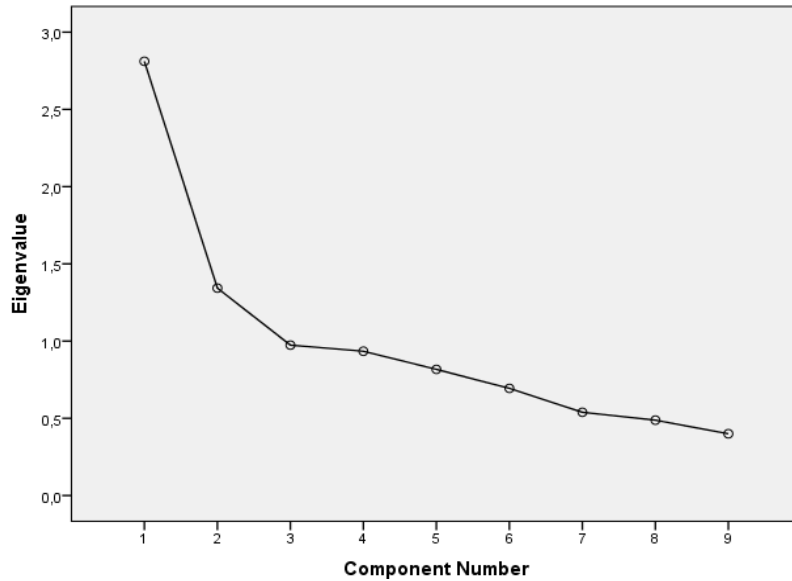
Kareköklü İfadeler Kavram Yanılgısı Belirleme Ölçeğine Ait Açıklanan Toplam Varyans

Bileşen	Başlangıç Özdeğerleri			Yüklenen Faktörlerin Karesel Dağılımı			Yüklenen Faktörlerin Döndürme Dağılımı		
	Toplam	Varyans (%)	Birikinti (%)	Toplam	Varyans (%)	Birikinti (%)	Toplam	Varyans (%)	Birikinti (%)
1	2,811	31,237	31,237	2,811	31,237	31,237	2,287	25,413	25,413
2	1,343	14,921	46,157	1,343	14,921	46,157	1,867	20,745	46,157
3	0,974	10,819	56,976						
4	0,934	10,382	67,358						
5	0,817	9,078	76,437						
6	0,694	7,710	84,146						

Testin faktör sayısını belirlemek için yamaç birikinti grafiğinden yararlanılmalıdır (Seçer, 2013). Kareköklü ifadeler kavram yanlışları belirleme testine ait yamaç birikinti grafiği Şekil 1'de verilmiştir. Bu grafikte noktalar arası bir faktörü karşılamaktadır. Yamaç birikinti grafiğine bakıldığında çizgilerin belirli bir noktadan sonra düzleştiği görülmektedir. Düzleşmenin başladığı noktadan sonraki faktörlerin varyansa katkısı oldukça azdır (Çokluk vd., 2012). Yamaç birikinti grafiğine göre çizgiler ikinci faktörden sonra düzleşmeye başlamaktadır. Buradan hareketle testin iki faktörlü olduğu söylenebilir.

Şekil 1

Kareköklü İfadeler Kavram Yanılgısı Belirleme Testinin Yamaç Birikinti Grafiği



Kareköklü ifadeler kavram yanlışları belirleme testinin faktör sayısını belirledikten sonra faktörlerin hangi soruları içerdiği ve soruların faktör yük değerlerinin belirlenmesi gerekmektedir. Soruların faktör yük değerleri 0,30'dan büyük olmalıdır (Seçer, 2013). Kareköklü ifadeler testinin sorularının faktör yük değerleri Tablo 4'te verilmiştir. Tablo 4'te sorular iki faktörden oluşmaktadır. Tablo 4'e göre birinci faktör 1, 2, 6 ve 9. sorulardan oluşmaktadır. İkinci faktör ise 3, 4, 5, 7 ve 8. sorulardan oluşmaktadır. Faktörlerdeki soruların içeriğine bakıldığında birinci faktördeki soruların öğrencilerin daha çok işlemsel bilgilerini ölçmeye yönelik olduğu görülmüştür. İkinci faktördeki soruların ise öğrencilerin daha çok kavramsal bilgilerini ölçmeye yönelik ve daha önceki sınıflarda öğrenmiş oldukları bilgileri de uygulamaları gereken sorulardır.

Tablo 4*Kareköklü İfadeler Kavram Yanılgısı Belirleme Ölçeğine Ait Faktör Yük Değerleri*

Soru	Faktör 1	Faktör 2
Köklü_1	0,719	
Köklü_6	0,705	
Köklü_2	0,663	
Köklü_9	0,617	
Köklü_7	0,369	0,248
Köklü_3		0,808
Köklü_5		0,737
Köklü_8	0,430	0,518
Köklü_4	0,359	0,448

Araştırma Etiği

Bu araştırmanın planlanmasından, uygulanmasına, verilerin toplanmasından verilerin analizine kadar olan tüm süreçte "Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi" kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan "Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler" başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Bu araştırmanın yazım sürecinde bilimsel, etik ve alıntı kurallarına uyulmuş; toplanan veriler üzerinde herhangi bir tahrifat yapılmamış ve bu araştırma herhangi başka bir akademik yayın ortamına değerlendirme için gönderilmemiştir.

Katılımcılara araştırma hakkında bilgi verilmiş ve bilgilendirilmiş gönüllü olur/onam formu imzalatılmıştır.

Etik kurul izin bilgileri

Etik değerlendirmeyi yapan kurul adı: Erciyes Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Etik Kurulu

Etik değerlendirme karar tarihi: 25/04/2023

Etik değerlendirme belgesi sayı numarası: 131

Kayseri İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nün E-47882400-602.04.01-77149951 sayılı 30/05/2023 tarihli kararı gereği araştırma uygulama izni alınmıştır.

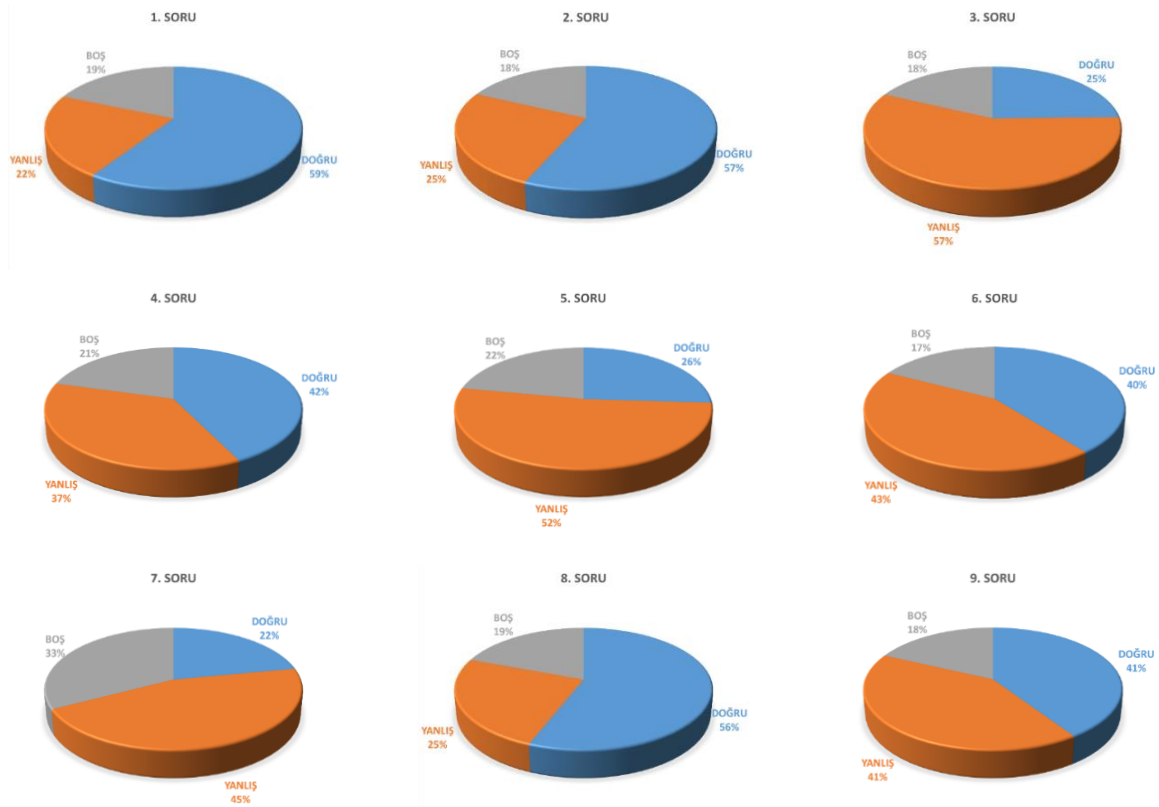
BULGULAR

Öğrencilerin kareköklü ifadeler kavram yanlışlarını belirleme testinde verdiği cevaplar incelenip doğru, kavram yanlışlığı ve boş sayıları cinsinden elde edilen sonuç verileri Tablo 5'te verilmiştir. Sonuçların detaylı analizini gerçekleştirmek için mevcut sonuçlar öncelikle Şekil 2'de verilen pasta grafiği üzerinden analiz edilmiştir. Grafikler incelendiğinde; öğrencilerin kareköklü

ifadeler için cevaplandığı 9 soruda yanlış cevapların genel olarak %22 ile %57 arasında değişmektedir. En düşük yanlış cevap yüzdeliği olan %22 değeri (M = 73; ss=0,424) birinci soruda görülmüştür. En yüksek yanlış cevap yüzdeliği olan %57 değeri (M = 30; ss= 0,439) üçüncü sorudadır. Bununla birlikte öğrencilerin yanıtlamadığı soruların yüzdelik dağılımı ise %17 ile %33 arasında değişmiştir. Öğrenciler tarafından %17 değer (M = 48; ss= 0,480) ile boş bırakılan sorunun altıncı soru, %33 değer (M =33; ss= 0,407) ile boş bırakılan ise yedinci soru olmuştur. Doğru yanıtların değerlendirilmesi durumunda ise, en düşük doğru yanıt oranının %22 değeri ile yedinci sorudadır. En yüksek doğru yanıt oranının ise %59 ile birinci soruda sağlanmıştır. Kareköklü ifadeler sorularına verilen cevapların sütun grafiği gösterimi Şekil 3 ile gösterilmiştir.

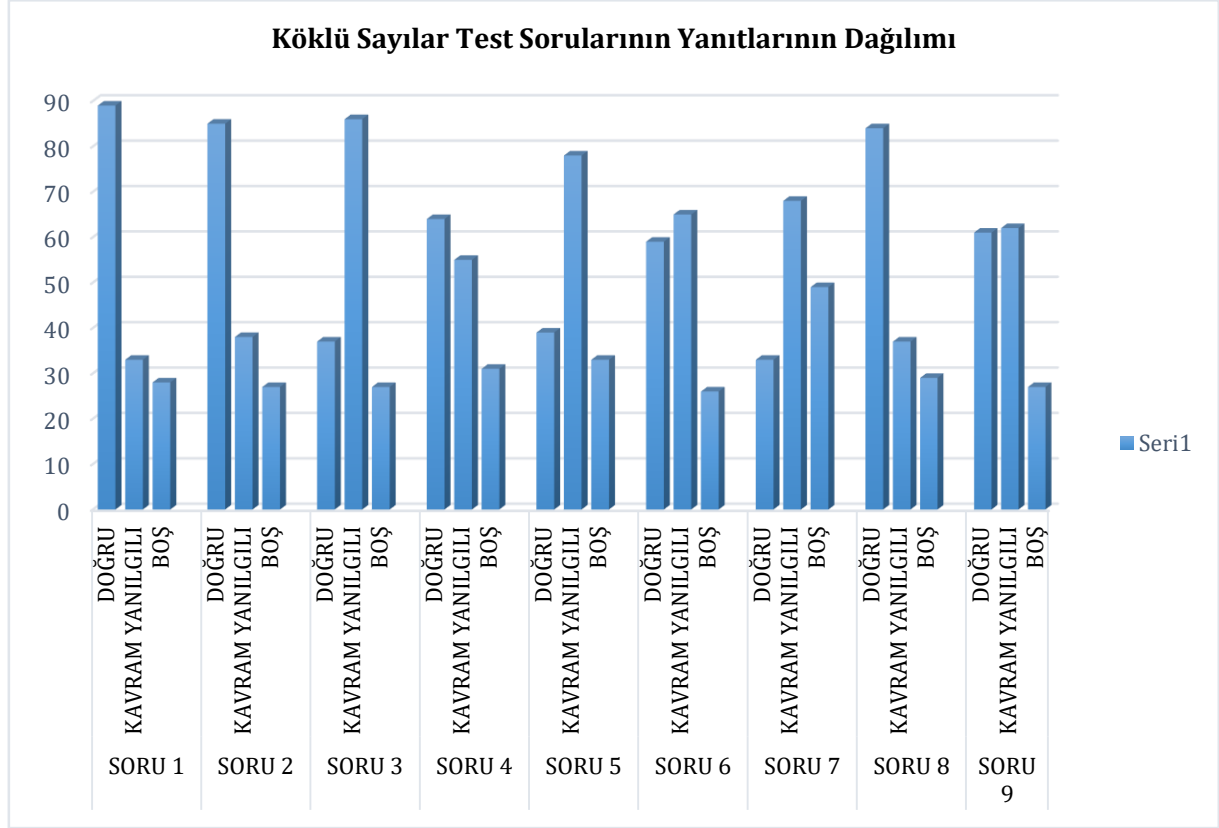
Tablo 5*Öğrencilerin Kareköklü Sayılar Kavram Yanılgısı Belirleme Ölçeğindeki Sonuçları*

Soru	Doğru	Yanlış	Boş	\bar{X}	ss	Analiz N	Unutulan N
1	89	33	28	0,73	0,424	135	13
2	85	38	27	0,69	0,443	135	12
3	37	86	27	0,30	0,439	135	12
4	64	55	31	0,54	0,470	135	16
5	39	78	33	0,33	0,440	135	18
6	59	65	26	0,48	0,480	135	11
7	33	68	49	0,33	0,407	135	34
8	84	37	29	0,69	0,438	135	14
9	61	62	27	0,50	0,479	135	12

Şekil 2*Kareköklü İfadeler Kavram Yanılgısı Belirleme Testi Sorularının Cevap Dağılımı*

Şekil 3

Kareköklü İfadeler Kavram Yanılgısı Belirleme Testi Sorularının Cevap Dağılımının Toplu Gösterimi



Birinci soru, “M.8.1.3.2. Tam kare olmayan kareköklü bir sayının hangi iki doğal sayı arasında olduğunu belirler.” (MEB, 2018, ss.72) kazanımını ölçmektedir. Öğrencilerin %59’u doğru, %22’si kavram yanılgısıyla cevaplamış, %19’u ise boş bırakmıştır. Doğru cevaplayan öğrenciler, bir kareköklü ifadenin ne anlama geldiğini doğru bir şekilde anlayarak tam sayı olmadığı ancak sayı doğrusunda bir yerinin olduğunu, o yerin iki tam sayı arası olduğunu kavramışlardır. Kök içerisindeki sayının herhangi bir sayının karesi olup olmadığına bakarak olmadığını yani tam kare sayı olmadığını fark ederek çözmüşlerdir. Kök içerisindeki sayının hangi tam kare sayılar arasında olduğunu belirleyerek o tam kare sayıların kareköklerini alarak sorudaki kareköklü sayının hangi tam sayılar arasında olduğunu belirleyebilmişlerdir. Şekil 4’te birinci sorunun doğru ve kavram yanılgısını içeren cevap örneği verilmiştir. Kavram yanılgısı olan öğrenci aşırı genelleme yaparak karekökten bağımsız doğal sayı sıralaması yapmıştır. 7 sayısının 6 ile 8 arasında olduğunu düşünerek sayıları karekök içine alarak kavram yanılgısı yaşadığı bu sebepten dolayı birinci soruyu kavram yanılgısıyla cevaplamışlardır. Kavram yanılgısı olan başka öğrencilerin karekök içerisindeki sayının hangi tam kare sayılar arasında olduğunu doğru bir şekilde belirledikleri ancak işlemi orada bırakarak kavram yanılgısı yaşayarak cevaplamışlardır. Bazı öğrencilerin cevap kâğıtlarında ise işlem basamaklarında hata yaptıkları gözlemlenmiştir.

Şekil 4**Birinci Soru Doğru ve Kavram Yanılgılı Cevap Örneği**

Soru 1: $\sqrt{7}$ sayısı yaklaşık olarak hangi tam sayılar arasında yer alır, açıklayarak gösteriniz.	
Doğru Cevap	Kavram Yanılgılı Cevabı

İkinci soru, “M.8.1.3.1. Tamkare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirler.” (MEB, 2018, ss.71) kazanımına yöneliktir. Öğrencilerin %57’si doğru, %25’i kavram yanılgısıyla cevaplamış, %18’i ise boş bırakmıştır. Öğrencilerin doğru cevapları incelendiğinde üslü ifadelerle bağlantılı olarak üslü ifade ile karekök arasındaki ilişkiyi doğru bir şekilde kurmuşlardır. Kavram yanılgısı yaşamadan doğru cevaplamışlardır. Şekil 5’te ikinci sorunun doğru ve kavram yanılgılı cevap örneği verilmiştir. Kavram yanılgıları incelendiğinde kök içerisinde gördükleri negatif işaretten aşırı genelleme kavram yanılgısını yaşayarak kök içerisindeki kareyi görmezden gelerek negatif işaret olamayacağını belirtmişlerdir. Kavram yanılgısıyla cevaplayan başka bir öğrenci ise işlem basamağında yani üslü ifadenin açılımını yazma basamağında hata yapmıştır. Şekil 5’te olduğu gibi (-8) sayısının karesini 16 olarak düşünüp kök dışına 4 çıkarmıştır.

Şekil 5**İkinci Soru Doğru ve Kavram Yanılgılı Cevap Örneği**

Soru 2: $\sqrt{(-8)^2}$ ifadesinin sonucunu açıklayarak yazınız.	
Doğru Cevap	Kavram Yanılgılı Cevabı

Şekil 6**Üçüncü Soru Doğru ve Kavram Yanılgılı Cevap Örneği**

Soru 3: $\sqrt{(-7)^2}$ ile $(\sqrt{-7})^2$ ifadeleri eşit midir?	
Doğru Cevap	Kavram Yanılgılı Cevabı

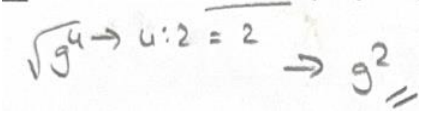

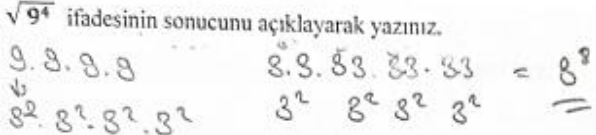
Dördüncü soru, “M.8.1.3.1. Tamkare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirler.” (MEB, 2018, ss.71) kazanımına yöneliktir. Öğrencilerin %42’si doğru, %37’si kavram yanılgısıyla cevaplamıştır, %21’i ise boş bırakmıştır. Öğrencilerin, kareköklü ifadeler üslü ifadelerin tersi olduğunu bilerek doğru cevaplandırmıştır. Doğru cevabı bulan başka bir öğrenci üslü ifadelerin temel kurallarını kullanarak birbirine denk ifadeleri kullanmıştır. $\sqrt{9^4}$ yerine $\sqrt{3^8}$ yazarak üslü ifadenin değerini bulmuş. Kök dışına çıkarmıştır. Şekil 7’de dördüncü soruya ait doğru ve kavram yanılgılı cevap örneği verilmiştir. Kavram yanılgılı cevaplar incelendiğinde kök içerisindeki üslü ifadeye denk olan başka bir üslü ifade yazarak sonucun o olduğunu düşünerek kavram yanılgısı türü olan aşırı genelleme yapmışlardır. Başka bir

öğrencinin ise işlem basamağında hata yaptığı yani üslü ifadenin açılımını doğru düşünüp çarpma işleminde hata yaptığı gözlemlenmiştir. Kavram yanılığıyla cevaplayan başka bir öğrenci ise üslü ifadenin açılımını yanlış yazdığı bu yüzden karekökün sonucunu da yanlış bulduğu gözlemlenmiştir.

Şekil 7

Dördüncü Soru Doğru ve Kavram Yanılgılı Cevap Örneği

Soru 4: $\sqrt{9^4}$ ifadesinin sonucunu açıklayarak yazınız.

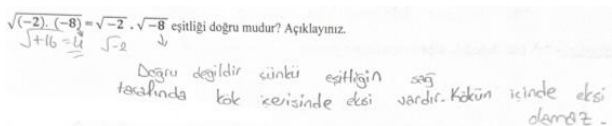
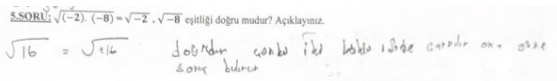
Doğru Cevap	Kavram Yanılgısı Cevabı
	
	

Beşinci soru, “M.8.1.3.1.Tamkare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirler.” (MEB, 2018, ss.71) ve “M.8.1.3.4. Kareköklü ifadelerde çarpma ve bölme işlemlerini yapar.” (MEB, 2018, ss.72) kazanımlarına yöneliktir. Öğrencilerin %26’sı doğru, %52’si kavram yanılığıyla cevaplamış, %22’si ise boş bırakmıştır. Doğru cevaplar incelendiğinde öğrencilerin karekök içerisinde negatif sayılardan oluşamayacağını görüp açıklamalarını bu düşünceye dayanarak yazmışlardır. Şekil 8’de beşinci soruya ait doğru ve kavram yanılığı cevap örneği verilmiştir. Kavram yanılığıyla cevaplayan öğrenciler ve doğru cevaplayan öğrencilerin tam tersi olacak şekilde düşünülmüşlerdir. Kök içerisinde negatif olmasına dikkat etmeden verilen eşitliğin doğru olduğunu düşünerek kavram yanılığı yaşamışlardır.

Şekil 8


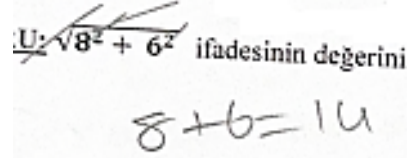
Beşinci Soru Doğru ve Kavram Yanılgılı Cevap Örneği

Soru 5: $\sqrt{(-2) \cdot (-8)} = \sqrt{-2} \cdot \sqrt{-8}$ eşitliği doğru mudur? Açıklayınız.

Doğru Cevap	Kavram Yanılgısı Cevabı
	

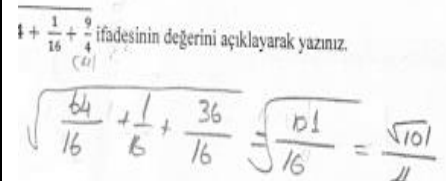
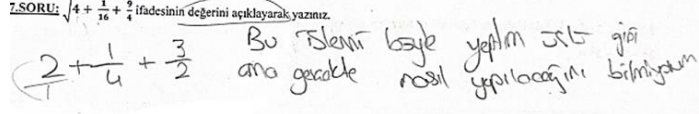
Altıncı soru, “M.8.1.3.1.Tamkare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirler.” (MEB, 2018, ss. 71) kazanımına yöneliktir. Öğrencilerin %40’ı doğru, %43’si kavram yanılığıyla cevap vermiş, %17’si ise boş bırakmıştır. Doğru cevaplayan öğrencilerin kök içerisindeki işlemi doğru çözdükten sonra bulunduğu sonucun karekökünü doğru olarak kavram yanılığı yaşamışlardır. Şekil 9’da altıncı soruya ait doğru ve kavram yanılığı cevap örneği verilmiştir. Kavram yanılığıyla cevaplayan öğrencilerin cevapları incelendiğinde karekök içerisindeki kareleri alınmış sayılar kök dışına ayrı ayrı çıkararak buldukları sonuçları topladıkları için kavram yanılığı yaşayıp çözdükleri gözlemlenmiştir.

Şekil 9*Altıncı Soru Doğru ve Kavram Yanılgılı Cevap Örneği*

Soru 6: $\sqrt{8^2 + 6^2}$ ifadesinin değerini açıklayarak yazınız.	
Doğru Cevap	Kavram Yanılgılı Cevabı
	

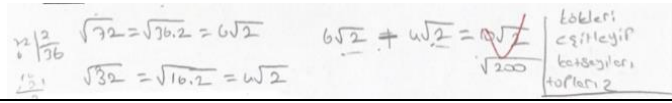
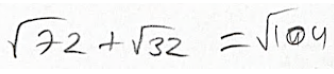
Yedinci soru, “M.8.1.3.1.Tamkare pozitif tam sayılarla bu sayıların karekökleri arasındaki ilişkiyi belirler.” (MEB, 2018, ss.71) kazanımını ölçmeye yöneliktir. Öğrencilerin %22’si doğru, %45’i kavram yanılgısıyla cevap vermiş, %33’ü ise boş bırakmıştır. Doğru cevaplayan öğrenciler kök içerisindeki rasyonel sayılarla toplama işlemini doğru çözdükten sonra buldukları sonucun karekökünü doğru olarak kavram yanılgısı yaşamadan çözmüşlerdir. Yedinci soru öğrencilerin geriye dönük rasyonel sayılarla toplama işlemini hatırlaması gereken bir soru olması da dikkat edilmesi gereken noktalardan bir tanesidir. Şekil 10’da yedinci soruya ait doğru ve kavram yanılgısı örneği verilmiştir. Kavram yanılgıları incelendiğinde kök içerisindeki toplanan rasyonel sayıları ayrı ayrı kök dışına çıkarıp toplanması gerektiği açıklamasını yapmaları aşırı genelleme yaptıklarını göstermektedir. Bu sebeple kavram yanılgısı yaşamışlardır. Kavram yanılgısıyla cevap veren başka bir öğrenci ise işlem basamağında, kök içerisindeki rasyonel sayıları toplarken kavram yanılgısı yapmıştır.

Şekil 10*Yedinci Soru Doğru ve Kavram Yanılgılı Cevap Örneği*

Soru 7: $\sqrt{4 + \frac{1}{16} + \frac{9}{4}}$ ifadesinin değerini açıklayarak yazınız.	
Doğru Cevap	Kavram Yanılgılı Cevabı
	

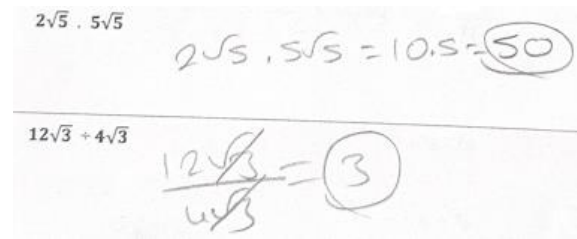
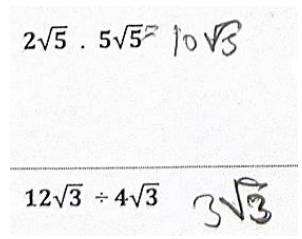
Sekizinci soru, “M.8.1.3.3.Kareköklü bir ifadeyi $a\sqrt{b}$ şeklinde yazar ve $a\sqrt{b}$ şeklindeki ifadeye katsayıyı kök içine alır.” (MEB, 2018, ss.72) ve “M.8.1.3.5. Kareköklü ifadelerde toplama ve çıkarma işlemlerini yapar.” (MEB, 2018, ss.72) kazanımlarını yöneliktir. Öğrencilerin %56’sı doğru, %25’i kavram yanılgısıyla cevap vermiş, %19’unu ise boş bırakmıştır. Şekil 11’de sekizinci soruya ait doğru ve kavram yanılgısı cevap örneği verilmiştir. Doğru cevap veren öğrencilerin cevapları incelendiğinde kareköklü ifadeleri toplarken kök içlerinin aynı olması gerektiğine dikkat etmişlerdir. Sonrasında kök içerisindeki sayının tam kare olmadığını anlayıp o sayıyı oluşturan çarpanlar içerisinde tam kare olanları dışarı çıkarıp kök içleri aynı olacak şekilde denk ifadeler oluşturmuşlardır. Kök içlerini eşitledikten sonra katsayıları toplayarak kavram yanılgısı oluşmadan işlemleri doğru yapmışlardır. Kavram yanılgısıyla cevaplayan öğrenciler doğru cevap veren öğrencilerin izlediği çözümün tam tersi kök içlerinin aynı olmasına dikkat etmeden kısıtlı algılamaya yaşamışlardır. Bu sebeple doğrudan kök içerisindeki sayıları toplayarak kavram yanılgısı yaşamışlardır.

Şekil 11*Sekizinci Soru Doğru ve Kavram Yanılgılı Cevap Örneği*

Soru 8: $\sqrt{72} + \sqrt{32}$ işleminin sonucu kaçtır?	
Doğru Cevap	Kavram Yanılgısı Cevabı
	

Dokuzuncu soru "M.8.1.3.4. Kareköklü ifadelerde çarpma ve bölme işlemlerini yapar." (MEB, 2018, ss.72) kazanımına yöneliktir. Öğrencilerin %41'i doğru, %41'i kavram yanılgısıyla cevap vermiş, %18'i ise boş bırakmıştır. Şekil 12'de dokuzuncu soruya ait doğru ve kavram yanılgısı cevap örneği verilmiştir. Doğru cevap veren öğrenciler, kareköklü ifadelerle çarpma-bölme işlemi yaparken toplama-çıkarmadan farklı olarak katsayıları kendi arasında kök içlerini kendi arasında işlem yaptırarak kavram yanılgısı yaşamadan doğru cevaplamışlardır. Kavram yanılgısıyla cevaplayan bazı öğrencilerin sadece katsayılara işlem uyguladığı, bazılarının ise sadece kök içlerinde işlem uyguladığı bu sebeple aşırı genellemeden dolayı kavram yanılgısı yaşamışlardır.

Şekil 12*Dokuzuncu Soru Doğru ve Kavram Yanılgılı Cevap Örneği*

Soru 9: Aşağıdaki işlemleri açıklayarak çözünüz.	
$2\sqrt{5} + 5\sqrt{5}$	$12\sqrt{3} : 4\sqrt{3}$
Doğru Cevap	Kavram Yanılgısı Cevabı
	

Kareköklü İfadeler Kavram Yanılgılarının Özeti

- Kareköklü sayının büyüklüğü ve sayı doğrusundaki yerini belirleyememe kavram yanılgısını incelenmiştir.
- Her x sayısının $\sqrt{x^2} = x$ eşitliğini sağladığını düşünme kavram yanılgısı bulunmuştur.
- Herhangi bir sayının karesinin karekökü ile karekökünün karesi alındığında aynı sonuç çıkar kavram yanılgısı tespit edilmiştir.
- Üslü bir sayının karekökü alınırken üssün karekökü alınır kavram yanılgısı vardır.
- Her x ve y gerçekte sayıları için $\sqrt{x \cdot y} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$ eşitliği sağlanır kavram yanılgısı vardır.
- Kök içerisindeki $\sqrt{x^2 + y^2}$ ifadesinde kareli ifadeleri ayrı ayrı kök dışına çıkarıp toplanır kavram yanılgısını bulunmuştur.
- Öğrenciler $\sqrt{x \pm y}$ ifadesinde sayıları ayrı ayrı kök içine alıp işlem yapılır kavram yanılgısını yaşamıştır.
- Kareköklü sayılarda toplama-çıkarma işlemlerinde yaşanan kavram yanılgısını vardır.
- Kareköklü sayılarda çarpma-bölme işlemlerinde kavram yanılgısını bulunmuştur.

TARTIŞMA ve SONUÇ

Öğrencilerin kareköklü sayının büyüklüğü ve sayı doğrusundaki yerini belirleyememe yönelik kavram yanlışlığı tespit edilmiştir (Aksu, Gedik, Konyalıoğlu, 2013). Kök işaretini dikkate almadan kök içerisindeki doğal sayının sayı doğrusundaki yerini göstererek kavram yanlışlığı cevap vermişlerdir. Bazı öğrencilerin ise kök içerisindeki sayının tam kare sayı olmadığını ve hangi tam kare sayılar arasında olduğunu anladığı, ancak o tam kare sayıların karekökünü almadan cevaplandırarak kavram yanlışlığı yaşamışlardır (Aydoğdu, 2020; Duatepe Paksu, 2008; Cengiz, 2006; Çelen & Toluk, 2024; Kaplan vd., 2012). Kavram yanlışlığı tespit testi uygulandığı zaman MEB 2018 Matematik Öğretim Programı uygulanmaktaydı. Öğretim programında maalesef ki öğrencilerin irrasyonel sayıları sayı doğrusu üzerinde göstermelerine fazla ders saati ayrılmamıştır. Öğrenciler irrasyonel sayıların sayı doğrusu üzerinde gösteriminde zayıf kalmaktadırlar. Derslerin işlenişinde öğretmenler genelde liseye geçiş sınavına yönelik işlemler üzerinde durduklarından öğrenciler bu konuda kavram yanlışlıklarıyla devam etmektedirler.

Her x sayısının $\sqrt{x^2} = x$ eşitliğini sağladığı kavram yanlışlığının en büyük sebeplerinden bir tanesi üslü ifadeler konusunda öğrenmiş oldukları bütün tam sayıların karesi pozitif kuralını kareköklü ifadelerle genellemeleridir. Yani tersten düşündüğümüzde karekök ile mutlak değer arasındaki ilişkiyi kuramamalarından kavram yanlışlığı oluşmaktadır (Aydoğdu, 2020; Cengiz, 2006; Çelen & Toluk, 2024; Duatepe Paksu, 2008; Kaplan vd., 2014; Karoğlu ve İzci, 2020; Orhun, 1998; Şenay, 2002). Ortaokul seviyesinde irrasyonel sayılar kümesinin özelliklerinin rasyonel sayılardan farkı tam olarak anlaşılmamaktadır. Öğrenciler kümeler konusunu öğretim programında sayılar üzerinden öğrenmediklerinden kendileri zihinlerinde bu ilişkileri kuramıyorlardır. Rasyonel sayılar kümesinin ya da pozitif tam sayılar kümesinin işlemlerini yapmaya devam etmektedirler. Öğretmenler öğretimleri esnasında sayı kümelerini vurgusunu yaparak aradaki ilişkiyi yani benzerlik ve farklılıkları anlattıklarını zaman bu kavram yanlışlığının azalacağını öngörebiliriz.

Öğrencilerin herhangi bir sayının karesinin karekökü ile karekökünün karesi alındığında aynı sonuç çıkar kavram yanlışlığını yaşama sebeplerinden bir tanesi negatif bir tam sayının karekök içerisinde olamayacağını bilmemeleridir. Ayrıca öğrencilerin mutlak değer konusu ile karekök arasında bağlantı kuramamalarından kavram yanlışlığı yaşamışlardır (Aydoğdu, 2020; Cengiz, 2006; Çelen & Toluk, 2024; Duatepe Paksu, 2008; Kaplan vd., 2014; Orhun, 1998; Şenay, 2002). Negatif tam sayıları öğretim programında yedinci sınıfta anlatmaya başlıyoruz. Dört işlem becerilerinin hepsini yedinci sınıfta kazandırmaya çalıştığımızdan öğrenciler zaten soyut olan ve günlük yaşantılarında görmedikleri hissetmedikleri negatif sayıları anlamlandırıyorlar. Anlam verme süreci yarım kaldığında aşırı genelleme ile pozitif tam sayılar gibi işlem yapmaya ya da mantıksal muhakeme yürütmeye devam edilmektedir. Sekizinci sınıfın başında irrasyonel sayılar kavramından önce negatif tam sayıların gösterimleri sayı doğrusu üzerinde gösterimler bu anlamda öğrencilerin öğrenmelerini destekleyebilir.

Öğrencilerde üslü bir sayının karekökü alınırken üssün karekökü alınır kavram yanlışlığı vardır. Öğrenciler üslü ifadelerden kareköklü ifadelerle geçişte bağlantı kuramadıklarında kök içerisinde üslü ifade gördüklerinde kök dışına çıkarırken üssün karekökünü alarak çıkardıkları görülmektedir (Duatepe Paksu, 2008; Şenay, 2002). Her x ve y gerçek sayıları için $\sqrt{x \cdot y} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$ eşitliği sağlanır kavram yanlışlığını tespit edilmiştir. Bu kavram yanlışlığını yaşama sebepleri arasında kök içerisindeki negatif olamayacağını göz ardı etmeleri olabilir (Aydoğdu, 2020; Çelen ve Toluk, 2024; Duatepe Paksu, 2008; Şenay, 2002). Yedinci sınıfa kadar sadece pozitif tam sayıları kullandıkları için negatif tam sayıları içselleştirmede öğrenciler geride kalmışlardır. Öğretim programında her ne kadar da günlük yaşamla ilişkilendirme yapılsa da bu konu epistemolojik olarak soyut kalmaktadır.

Öğrenciler $\sqrt{x^2 + y^2}$ ifadesinde kök içerisindeki kareli ifadeleri ayrı ayrı kök dışına çıkarıp toplamışlardır. Kök içerisinde kareleri alınmış iki sayının toplamını gördüklerinde sanki o iki sayının kareleri alınmadan önceki hallerini toplayıp karelerinin alındığını düşünerek kök dışına

o iki sayının toplamı olarak çıkarmışlardır (Aydoğdu, 2020; Çelen ve Toluk, 2024; Duatepe Paksu, 2008; Orhun, 1998). Bazı öğrenciler ise işlem hataları yapmışlardır. Öğretim programında işlemler kazanımı verilirken tüm işlemler ayrı ayrı yapılmaktadır. Öğrenciler parantez kullanımında bu sebeple zayıf kalmaktadır. Kareköklü sayıların öğretimindeki ilk kazanımda tek sayı üzerinden anlatmak zorunda olduğumuzdan bu kazanımın işlemler ile birleştirilerek tek tek kareköklü sayıyı tam sayıya dönüştürmeye çalışmaktadırlar. Kareköklü sayıların epistemolojisinden kaynaklı olarak bu kavram yanlışlığı oluşmaktadır. Öğrencilere konunun giriş kısmında irrasyonel kavramını verirken değiştiremeyeceğimizden pedagojik olarak aslında öğretimde kavram yanlışlığına sebebiyet vermekteyiz.

Öğrenciler $\sqrt{x \pm y}$ ifadesinde sayıları ayrı ayrı kök içine alıp işlem yapılır kavram yanlışlığına yaşamıştır. Öğrenciler kök içerisinde tam kare sayıların toplamını gördüğünde o tam kareleri ayrı ayrı kök içerisinde yazıp o şekilde kökten çıkararak toplama ya da çıkarma işlemlerini yaparak kavram yanlışlığına düşmüşlerdir (Duatepe Paksu, 2008; Orhun, 1998; Şenay 2002).

Öğrencilerin kareköklü ifadelerde toplama-çıkarma işlemlerini yaparken kavram yanlışlığı vardır. Kareköklü ifadelerin toplama ve çıkarma işlemleri yapılırken eğer kök içinde fark sayılar varsa öğrenciler doğal sayılarda toplama ve çıkarma işlemi adımlarını buraya yanlış genellemişlerdir. Aynı kök içinde toplayarak kök dışına daha sonra çıkarmışlardır (Cengiz, 2006; Duatepe, 2008). Doğal sayılarda parantez içinde toplama yapar gibi toplama yapmışlardır. Öğrenciler doğal sayılar ile işlem yapar gibi devam etmişlerdir. Konunun epistemolojisinden ve öğrenciler ilk defa irrasyonel sayılar kümesinde işlem yaptıklarından içselleşemediklerinden olmaktadır.

Öğrencilerin kareköklü sayılarda çarpma-bölme işlemlerinde kavram yanlışlığı vardır. Kareköklü ifadelerde işlem yaparken doğal sayılardaki işlem adımlarını buraya yanlış genelledikleri çarpma ve bölme işleminde de yapılmıştır. Köklü ifadeyi görmezden gelerek sadece köklü ifadelerin katsayıları ile işlem yapmışlardır (Aydoğdu, 2020; Cengiz, 2006; Çelen & Toluk, 2024; Duatepe Paksu, 2008). Özellikle bölme konusunda öğrenciler ilkokuldan itibaren gruplama becerisinden kaynaklı olarak kavram yanlışlığı yapmaktadırlar. Öğrencilerin kavram yanlışlıklarının azalması ya da giderilmesi için öğretmenlerin gruplama becerisinden başlayarak kavramı oluşturmaları önerilmektedir.

Öneriler

Matematik birikimli ilerlediğinden öğrenilen her yeni kavram bir sonraki öğrenilecek olan kavramlar için alt yapı oluşturmaktadır. Bir kavramın öğrenilmesi esnasında oluşan eksik ve yanlış bilgiler öğrenilecek kavramlarda güçlükler yaşanmasına ve kavramların yanlış algılanmasına neden olabilir. Bu yüzden bir kavramın öğrenilmesi esnasında oluşan eksik ve yanlış bilgiler sonrasında öğrenilecek kavramlarda güçlükler yaşanmasına ve kavramların yanlış algılanmasına neden olabilir. Yanlış algılama, aşırı genelleme veya aşırı kısıtlamaların önüne geçebilmek ve etkili matematik öğretimi yapabilmek için kareköklü ifadeler konusu ile ilgili bazı öneriler verilmiştir. Kareköklü ifadelerin üslü ifadelerin devamı niteliğinde olduğu, karekök alma işleminin bir tam sayının karesini alma işleminin tam tersi olduğu vurgulanabilir. Kök içindeki tam sayı negatif tam sayı olduğunda tam sayılar ve mutlak değer konusuna atıf yapılarak öğrencinin yanlış genellemesi, yanlış algılamasının önüne geçilebilir. Kareköklü ifadelerde kök içerisinde tam kare sayı olmayan bir ifadenin sayı doğrusu üzerinde hangi iki tam sayı arasında olduğunu bulmaya yönelik sorularda dinamik yazılım programları kullanılarak öğrencilere somut bir şekilde kök dışına çıkamayan ifadelerin sayı doğrusu üzerindeki yeri kavratılabilir. Başka bir yol ise, sözel bir şekilde öğrencilere üslü ifadeler ile karekök arasında ilişki kurabilmeleri için özellikle bir tam sayının karesini alma durumuna vurgu yapılarak kök içerisindeki sayı tam kare değilse hangi iki tam kare sayı arasında olduğu vurgulanır. Böylece o belirlediği sayıları karekök içerisine alarak başlangıçtaki kareköklü ifadenin hangi tam sayı arasında olduğu gösterilmiş olur. Öğretimin daha etkili, daha kalıcı olabilmesi ve öğrencilerin kavram yanlışlıklarına daha iyi çözümler getirebilmek için öğretmenlere; matematikteki kavram yanlışlıkları, sebepleri ve giderilmesi için yapılması gerekenler başlığı altında lise ve ortaokul

gruplarına ayrı ayrı hizmet içi seminerleri düzenlenebilir. Kareköklü ifadelerle dört işlem yaparken öğrencilere rasyonel sayılarla işlemler hatırlatılabilir. Toplama ve çıkarma işlemlerinde rasyonel sayılarda paydanın eşit olma durumu önemliyken, kareköklü ifadelerde de kök içlerinin aynı olmasına dikkat edilerek işlem yapıldığı vurgulanabilir. Kök içleri aynı olduktan sonra rasyonel sayılarda da payda aynı olduğunda paydaya dokunmayıp pay kısmında işlem yapıldığı gibi köklüde de kök içi aynı kalıp katsayılar ile işlem yapıldığı vurgulanabilir. Çarpma ve bölme işleminde ise rasyonel sayılarda pay ve payda kendi arasında çarpılır kuralı hatırlatılarak, kareköklü ifadelerde de katsayılar ile ayrı işlem, kök içerisindeki sayılarla ayrı işlem yapılacağı vurgulanabilir. Konunun daha hızlı öğrenilmesi için kural ve kısa yollar sözlü anlatım ile öğrenciye aktarmak yerine konunun başından itibaren öğrenciyi merkeze alarak kendilerinin kısa yolları ve işlem özelliklerini fark etmeleri sağlanabilir (Duatepe Paksu, 2008).

Kareköklü sayılarla ilgili süregelen hatalar ve kavram yanlışlarına pedagojik çözüm arayışları sürmektedir. Bu bağlamda, öğretmenlerin izleyebileceği yollardan biri, didaktik yaklaşımdır. Bu yöntemde öğrencinin yaptığı hata doğrudan kendisine iletilir ve öğretmen tarafından düzeltilir (Swan, 2002). Böylece var olan hata hemen düzeltilmeye çalışılır. Bir diğer yaklaşım ise bilişsel çatışma (cognitive conflict) yaklaşımıdır (Simon vd., 2004). Bu yöntemde öğrenci, öğretmen tarafından yöneltilen sorular sayesinde hatasını fark eder. Öğrenci, önceki yanıtı ile yeni yanıt arasındaki tutarsızlık ve çelişkiyi fark ederek düşünme ve akıl yürütme yoluyla doğru cevaba ulaşır ve bu süreçte hatasından uzaklaşır. Öğrencinin hatası veya kavram yanılığı sınıfta tartışılır ve bu durum bir avantaja dönüştürülür. Kavram yanılığını önlemenin tek yolu, bu yanılığın tartışılması ve öğrenci ile iletişim kurularak giderilmesidir. Her ne kadar sınıfta kavram yanlışlarının ele alınması tartışmalı bir konu olsa da, bu tür problemler öğrencileri rencide etmeden ve onları ifşa etmeden sınıf ortamında tartışılmalı ve çözüme kavuşturulmalıdır. Köklü ifadelerde karşılaşılan kavram yanlışlarının giderilmesinde yeni bir yaklaşım araştırılmıştır (Kaplan vd., 2014). Aşık (2017) kavram karikatürü ile geleneksel öğretim yöntemlerinin kavram yanılığının giderilmesindeki etkinliklerini 53 sekizinci sınıf öğrencisine uygulanmıştır. Her iki yöntemin de kavram yanlışlarının giderilmesinde etkili olduğunu gösterse de, kavram karikatürlerinin kullanılmasının daha başarılı sonuçlar sunduğunu belirtmiştir. Kavram karikatürlerinin kavram yanlışlarının giderilmesi üzerindeki etkilerini Aşık'da (2017) köklü sayılar konuları için 30 dokuzuncu sınıf öğrencisini test grubu olarak değerlendirilmiştir. Kavram karikatürlerinin kullanılmasının öğrencilerin derse olan ilgisini artırmıştır. Kavram yanlışlarının azaltılmasında başarının arttığını göstermiştir.

Araştırmanın Sınırlılıkları

Araştırma, 2022-2023 ve 2023-2024 eğitim-öğretim yıllarında Kayseri'de sekizinci sınıfa devam eden 150 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Kareköklü ifadeler konusu ile ilgili kavram yanlışlarını tespit etmeye yönelik geliştirilen kareköklü ifadeler kavram yanılığı tespit testinden elde edilen veriler ile sınırlandırılmıştır. Öğrencilerin, araştırmaya gönüllü olarak katıldıkları, sorulara verdikleri cevapların gerçek algılarını yansıttığı, soruları bireysel olarak içtenlikle cevaplandırıldığı varsayılmıştır.

Destek ve Teşekkür

Yazarlar olarak, araştırmanın gerçekleştirilmesi sürecine yönelik herhangi bir destek ya da teşekkür beyanımız bulunmamaktadır.

Finansal Destek

Yazarlar olarak, araştırmanın gerçekleştirilmesi sürecine yönelik herhangi bir finansal destek beyanımız bulunmamaktadır.

Araştırmacıların Katkı Oranı

Araştırmanın birinci ve sorumlu yazarı araştırmanın planlanması, verilerinin toplanması ve analizi süreçlerine katkı sağlamış olup, araştırmanın ikinci yazarı alan yazını taraması ve tartışma ve bulgular bölümlerine katkı sağlamıştır.

Çatışma Beyanı

Araştırmanın yazarları olarak herhangi bir çıkar/çatışma beyanımız bulunmamaktadır.

Büyük Dil Modelleri Kullanım Beyanı

Bu araştırmanın tasarımı, veri analizi ve makalenin yazım süreci tamamen yazar(lar) tarafından gerçekleştirilmiş olup, herhangi bir Büyük Dil Modeli veya yapay zekâ tabanlı araçtan yararlanılmamıştır.

Yayın Etiği Beyanı

Bu araştırmanın planlanmasından, uygulanmasına, verilerin toplanmasından verilerin analizine kadar olan tüm süreçte “Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi” kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan “Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler” başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Bu çalışmanın yazım sürecinde bilimsel, etik ve alıntı kurallarına uyulmuş; toplanan veriler üzerinde herhangi bir tahrifat yapılmamış ve bu çalışma herhangi başka bir akademik yayın ortamına değerlendirme için gönderilmemiştir.

Katılımcılara çalışma hakkında bilgi verilmiş ve bilgilendirilmiş gönüllü olur/onam formu imzalatılmıştır.

Etik kurul izin bilgileri

Etik değerlendirmeyi yapan kurul adı: Erciyes Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Etik Kurulu

Etik değerlendirme karar tarihi: 25/04/2023

Etik değerlendirme belgesi sayı numarası: 131

KAYNAKÇA

- Akdemir Kabalcı, S. (2025) 8. sınıf öğrencilerinin üslü sayılar ve kareköklü sayılar konusundaki kavram yanlışları, sebepleri ve çözüm önerileri (Tez No. 941548) [Yüksek Lisans tezi, Erciyes Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Aksu, Z., Gedik, S. D., & Konyalıoğlu, A. C. (2013). Köklü sayıların büyüklüğüne karar verememe ve sayı doğrusuna yerleştirememesi. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 2(2), 169-175.
- Aşık, T. (2017). *Üslü ve köklü ifadelerdeki kavram yanlışlarının belirlenmesi ve giderilmesinde kavram karikatürlerinin kullanılması* (Tez No. 490516) [Yüksek Lisans tezi, Cumhuriyet Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Ausubel, D. P. (1960). The use of advance organizers in the learning and retention of meaningful verbal material. *Journal of Educational Psychology*, 51(5), 267-272. <https://doi.org/10.1037/h0046669>
- Aydoğdu, M. (2020). Sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü sayılar ile köklü sayılar konularındaki kavram yanlışlarının belirlenmesi. *Uluslararası Eğitim Bilim ve Teknoloji Dergisi*, 6(3), 240-257.
- Bagni, G. T. (2000). Simple rules and general rules in some high school students mistakes. *Journal für Mathematik-Didaktik*, 21(2), 124-138.
- Büyüköztürk, Ş., Akgün, Ö. E., Demirel, F., Karadeniz, Ş., & Çakmak, E. K. (2015). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Pegem Akademi.
- Cengiz, Ö. M. (2006). *Reel sayıların öğretiminde bir kısım ortaöğretim öğrencilerinin yanlışları ve yanlışları üzerine bir çalışma* (Tez No. 181515) [Yüksek Lisans tezi, Atatürk Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.

- Crisan, C. (2012a). I thought I knew all about square roots. *British Society for Research into Learning Mathematics*, 32(3), 43-48.
- Crisan, C. (2012b). What is the square root of sixteen? Is this the question?. *Mathematics Teaching*, 230, 21-22.
- Çelen, Y. & Toluk, E. (2024). 8. sınıf öğrencilerinin kareköklü sayılar konusuna ilişkin kavram yanlışları. *ISPEC Uluslararası Sosyal ve Beşeri Bilimler Dergisi*, 8(4), 27-36. <https://doi.org/10.5281/zenodo.14502152>
- Çokluk, Ö., Şekercioğlu, G., & Büyüköztürk, Ş. (2012). *Sosyal bilimler için çok değişkenli istatistik: SPSS ve LISREL uygulamaları*. Pegem Akademi.
- Duatepe Paksu, A. (2008). Üslü ve köklü sayılar konularındaki öğrenme güçlükleri. E. Bingölbali & M. F. Özmantar (Editörler), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (ss. 9-39) Pegem Akademi.
- Fraenkel, J., Wallen, N., & Hyun, H. (1993). *How to design and evaluate research in education*. McGraw-Hill Education.
- Gough, J. (2007). Teaching square roots: Conceptual complexity in mathematics language. *Australian Senior Mathematics Journal*, 21(1), 53-57.
- Göçük, Ş. (2019). *Ortaokul sekizinci sınıf öğrencilerinin üslü sayılar ile köklü sayılar konularındaki kavram yanlışlarının belirlenmesi* (Tez No. 576737) [Yüksek Lisans tezi, Fırat Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Hiebert, J. & Carpenter, T. (1992). Learning and teaching with understanding. D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 65-97). Macmillan Publishing Co, Inc.
- Kaplan, A., Altaylı, D., & Öztürk, M. (2014). Kareköklü sayılarda karşılaşılan kavram yanlışlarının kavram karikatürü kullanılarak giderilmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27(1), 85-102.
- Karoğlu, T. T. & İzci, S. (2020). Kareköklü sayıların yaklaşık değerinin hesaplanmasında tam kare yönteminin kullanılması. *Uluslararası Ders Kitapları ve Eğitim Materyalleri Dergisi*, 3(1), 298-306.
- Koçman, A. (2023). *8. Sınıf öğrencilerinin LGS'de sorulan üslü ve kareköklü ifadelerle ilişkili sorularda karşılaştıkları kavram yanlışları* (Tez No. 820490) [Yüksek Lisans tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Luneta, K. & Makonye, P. J. (2010). Learner errors and misconceptions in elementary analysis: A case study of a grade 12 class in South Africa. *Acta Didactica Napocensia*, 3(3), 35-46.
- Jackson, K., & Cobb, P. (2010, April). Refining a vision of ambitious mathematics instruction to address issues of equity. Annual meeting of the American Educational Research Association, Denver, CO.
- MEB, (2018). *Matematik dersi öğretim programı*, MEB. <https://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=329>
- NCTM (2005). *Principles and standards for school mathematics*. <https://www.nctm.org/standards> adresinden temin edilmiştir.
- Orhun, N. (1998). Cebir öğretiminde aritmetik işlemlerdeki üslü ve köklü çokluklardaki yanlışlarının tespiti. *Atatürk Üniversitesi 40. Kuruluş Yılı Matematik Sempozyumu*, Erzurum, Türkiye.
- Pallant, J. (2020). *SPSS survival manual: A step by step guide to data analysis using IBM SPSS*. Routledge.
- Roach, D., Gibson, D., & Weber, K. (2004). Why is square root of 25 not plus or minus 5? *Mathematics Teacher*, 97(1), 12-13.
- Seçer, İ. (2013). *SPSS ve LISREL ile pratik veri analizi: Analiz ve raporlaştırma*. Anı Yayıncılık.
- Simon, M. A., Tzur, R., Heinz, K., & Kinzel, M. (2004). Explicating a mechanism for conceptual learning: Elaborating the construct of reflective abstraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35(5), 305. <https://doi.org/10.2307/30034818>
- Sirotic, N. (2006). *Prospective secondary mathematics teachers' understanding of irrationality*. Canada: Simon Fraser University.
- Sirotic, N. & Zazkis, R. (2007). Irrational numbers on the number line – where are they? *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 38(4), 477-488. <https://doi.org/10.1080/00207390601151828>
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77(1), 20-26.

- Swan, M. (2002). Dealing with misconceptions in mathematics. P. Gates (Ed.) *Issues in Mathematics Teaching* içinde (ss. 147-165). Routledge.
- Şenay, Ş. C. (2002). *Üslü ve köklü sayıların öğretiminde öğrencilerin yaptıkları hatalar ve yanlışları üzerine bir araştırma* (Tez No. 128878) [Yüksek Lisans tezi, Selçuk Üniversitesi]. Ulusal Tez Merkezi.
- Tabachnick, B. G. & Fidell, L. S. (2007). *Using multivariate statistics* (5th ed.). Allyn and Bacon/Pearson Education.
- Yıldırım, A. & Şimşek, H. (2021). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (12. Baskı). Seçkin Yayıncılık.

EXTENDED ABSTRACT

Introduction

Abstract concepts in mathematics, initially unconnected to daily life, can lead students to incorrect conclusions (Duatepe Paksu, 2008). If meaningful learning fails to occur in the student, or if they cannot connect it to daily life, they will resort to rote learning and struggle to transition between learned issues (Jackson and Cobb, 2010). Students are memorizing every new piece of information learned in class, especially the information provided under the rule heading. Their readiness for the next abstract topic is insufficient. Due to the inclusion of the objectives that bridge the topic of exponential expressions to the topic of radical expressions in the 8th-grade curriculum, the research was conducted with 8th-grade students. The research was conducted with 8th-grade students because their curriculum includes learning outputs that connect exponential expressions to square root expressions. The research question is: What misconceptions do eighth-grade students have regarding the square root expressions?

Theoretical Framework

Misconceptions such as incorrect learning and incorrect generalization are frequently encountered in square root expressions. The misconceptions students encounter in radical expressions can differ widely. The most common misconceptions regarding square root numbers are the inability to determine the magnitude of a square root number and place it on the number line and the belief that the equality holds for every number a . Misconceptions related to square root expressions create difficulties in distinguishing between the square of a number and the square root of that number, as well as in finding the square roots of exponential numbers. Believing that the equality holds for all values of a and b , and that the expression is equivalent to $(a+b)$, relates to misconceptions about squaring in exponential expressions. Other misconceptions may include difficulties in raising a radical term to a power or misconceptions encountered when performing the four basic arithmetic operations with radical numbers (Cengiz, 2006; Orhun, 1998; Sirotic, 2006; Şenay, 2002).

Method

Content analysis, which aims to present existing information as it is, has been used. It is important to accurately observe, identify, and determine the subject of the research without changing it (Fraenkel, Wallen, and Hyun, 1993).

Results

59% of the students answered the first question correctly, 22% answered incorrectly, and 19% left it blank. Students proceeded by thinking in terms of natural number ordering, independent of the square root. They answered the question incorrectly because they thought the number 7 was between 6 and 8 and made a conceptual error by placing the numbers under the square root. 57% of the students answered the second question correctly, 25% answered incorrectly, and 18% left it blank. The square root of any number yields a non-negative value, but when they saw a negative sign inside the square root, they ignored the square and concluded that a negative result was impossible. Others were mistaken during the calculation step, specifically in the expansion of the exponential expression. Students considered the square of (-8) as 16 and took 4 out of the square root. In the third question, 25% of the students answered correctly, 57% answered incorrectly, and 18% left it blank. Students who answered incorrectly thought that taking the square of a negative number inside the square root was equivalent to taking the square of the square root expression, which contained a negative number. In the fourth question, 42% of the students answered correctly, 37% answered incorrectly, and 21% left it blank. A student wrote another square root expression equivalent to the one inside the root and thought that was the correct result. The student incorrectly expanded the exponential expression, which led to an incorrect result for the square root as well. In the fifth question, 26% of the students answered correctly, 52% answered incorrectly, and 22% left it blank. Students understood that

the square root could not be made up of negative numbers, so they wrote their explanations based on that. Forty percent of the students got the sixth question right, forty-six percent got it wrong, and seventeen percent didn't answer it at all. They had experienced a conceptual misunderstanding by taking the squares of the numbers inside the square root separately out of the root and summing the results, leading to incorrect solutions. 22% of the students got the seventh question right, 45% got it wrong, and 33% did not answer it at all. They experienced a conceptual misunderstanding by stating that the rational numbers collected inside the root should be taken out separately and added together. 56% of the students got the eighth question right, 25% got it wrong, and 19% left it blank. They realized that the number inside the square root was not a perfect square, so they extracted the perfect square factors from that number and formed equivalent expressions with the same square root. In the ninth question, 41% of the students answered correctly, 41% answered incorrectly, and 18% left it blank. Some students only performed operations on the coefficients, while others only performed operations on the radicands, which led to misconceptions.

Discussion and Conclusion

Some students understood that the number inside the root is not a perfect square and which perfect square numbers it lies between, but they experienced a conceptual misunderstanding by answering without taking the square root of those perfect square numbers (Aydoğdu, 2020; Duatepe Paksu, 2008; Cengiz, 2006; Çelen & Toluk, 2024; Kaplan et al., 2014; Karoğlu and İzci, 2020; Orhun, 1998; Şenay, 2002). One of the reasons for experiencing the misconception that the square root of the square of any number and the square of the square root yield the same result is their lack of knowledge that a negative integer cannot be inside a square root. Additionally, students have experienced conceptual misunderstandings due to their inability to establish a connection between the topic of absolute value and square roots (Aydoğdu, 2020; Cengiz, 2006; Çelen & Toluk, 2024; Duatepe Paksu, 2008; Kaplan et al., 2014; Orhun, 1998; Şenay, 2002). When performing operations with radical expressions, students have incorrectly generalized the multiplication and division steps from operations with natural numbers. They have disregarded the square root expression and solely executed operations involving the coefficients of the radical expressions (Aydoğdu, 2020; Cengiz, 2006; Çelen & Toluk, 2024; Duatepe Paksu, 2008).