



## Dynamic analysis of moderately thick composite cylindrical panel subjected to moving load

Hasan Kurtaran\*

Department of Mechanical Engineering, Adana Science and Technology University, Adana, 01250, Turkey

### Highlights:

- Effect of composite layer orientation and boundary condition on the dynamic behavior of laminated composite cylindrical panel
- Effect of  $R/a$  ratio on mid-point displacement
- Effect of moving load on mid-point displacement and strain

### Keywords:

- Moving load
- Ritz method
- Laminated composite
- First order shear deformation theory

### Article Info:

Received: 01.04.2015

Accepted: 03.10.2017

### DOI:

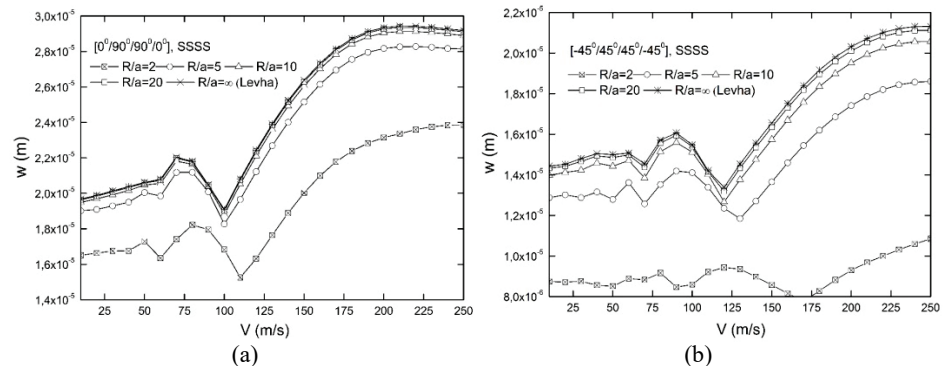
10.17341/gazimmfd.416346

### Acknowledgement:

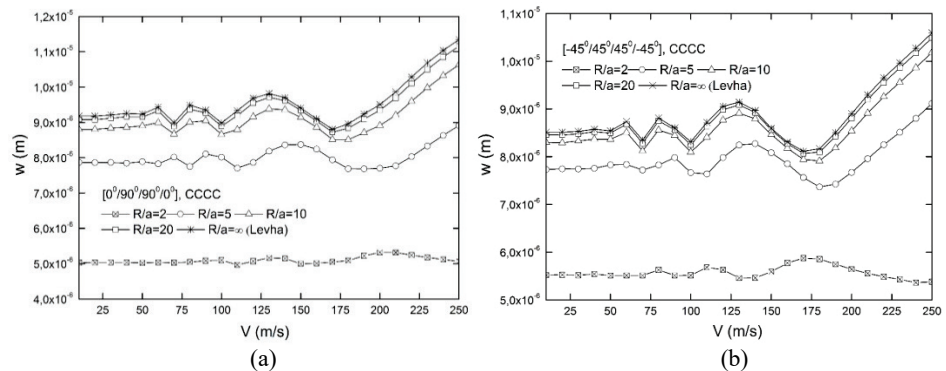
### Correspondence:

Author: Hasan Kurtaran  
e-mail:  
hasan@adanabtu.edu.tr  
phone: +90 322 455 0004

### Graphical/Tabular Abstract



**Figure 1.** Change of central displacement with moving load velocity for simply supported cylindrical panel; a) for  $[0/90/90/0]$  layer orientation, b) for  $[-45/45/45/-45]$  layer orientation



**Figure 2.** Change of central displacement with moving load velocity for clamped cylindrical panel; a) for  $[0/90/90/0]$  layer orientation, b) for  $[-45/45/45/-45]$  layer orientation

**Purpose:** In this study, dynamic behavior of moderately thick symmetrically laminated composite cylindrical panel under moving load is investigated using Ritz solution approximations.

### Theory and Methods:

Time integration of equation of motion is carried out using implicit Newmark average acceleration method. Parametric study is conducted in order to investigate the dynamic behavior of composite cylindrical panel for different velocities of moving load, curvature ratios, stacking schemes and boundary conditions.

### Results:

Displacement at the mid-point increases with  $R/a$  ratio up to  $R/a=10$ . Displacement at the mid-point increases with moving load velocity, except for load velocity  $V=100$  m/s. Central displacements for  $[-45/45/45/-45]$  layer orientation are less than those for  $[0/90/90/0]$  layer orientation. Displacements are less affected by moving load velocity in the case of clamped boundary condition compared to the simply supported boundary condition. Strains for  $[-45/45/45/-45]$  layer orientation are higher than those for  $[0/90/90/0]$  layer orientation.

### Conclusion:

Composite layer orientation and boundary condition have important effect on the dynamic behavior of composite cylindrical panels under moving loads. Cylindrical panel with  $[-45/45/45/-45]$  layer scheme shows stiffer behavior than that with  $[0/90/90/0]$  layer scheme. Effect of moving load velocity is more significant for simply supported boundary condition compared to the clamped boundary condition.



## Kalın kompozit silindirik panelin hareketli yük altındaki dinamik analizi

Hasan Kurtaran\*

Adana Bilim ve Teknoloji Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makina Mühendisliği Bölümü, 01250, Sarıçam, Adana, Türkiye

### Ö N E Ç İ K A N L A R

- Kompozit tabakaların dizilim açısı ve sınır şartı tipinin hareketli yük altındaki kompozit silindirik panelin dinamik davranışına etkisi
- $R/a$  oranının orta noktadaki yer değişimine etkisi
- Hareketli yük hızının orta noktadaki yer değişimi ve gerinime etkisi

### Makale Bilgileri

Geliş: 01.04.2015

Kabul: 03.10.2017

### DOI:

10.17341/gazimmfd.416346

### Anahtar Kelimeler

Hareketli yük,  
ritz metodu,  
katmanlı kompozit,  
silindirik panel,  
birinci mertebe kayma  
deformasyon teorisi

### ÖZET

Bu çalışmada simetrik tabakalı kompozit eğri panellerin hareketli yük altındaki dinamik davranışı Ritz çözüm fonksiyonları ile incelenmektedir. Eğri panelin dinamik denklemleri Hamilton prensibi (dinamik sistemler için Virtüel iş ilkesi olarak da adlandırılmaktadır) ile elde edilmektedir. Düzleme dik doğrultudaki kalınlık etkisi 1. mertebe kayma deformasyon teorisi ile dikkate alınmaktadır. Ritz çözüm fonksiyonlarının kullanılması sonucu elde edilen zamana bağlı hareket denklemleri Newmark metodu ile çözülmektedir. Eğri panelin farklı eğrilik oranları, farklı kompozit tabaka dizilimleri ve farklı sınır şartları için parametrik çalışma yapılarak panelin yük hızına göre değişen dinamik davranışı incelenmektedir.

## Dynamic analysis of moderately thick composite cylindrical panel subjected to moving load

### H I G H L I G H T S

- Effect of composite layer orientation and boundary condition on the dynamic behavior of laminated composite cylindrical panel
- Effect of  $R/a$  ratio on mid-point displacement
- Effect of moving load velocity on mid-point displacement and strain

### Article Info

Received: 01.04.2015

Accepted: 03.10.2017

### DOI:

10.17341/gazimmfd.416346

### Keywords:

Moving load,  
Ritz method,  
Laminated composite,  
Cylindrical panel,  
First order shear deformation  
theory

### ABSTRACT

In this study, dynamic behavior of moderately thick symmetrically laminated composite cylindrical panel under moving load is investigated using Ritz solution approximations. Hamilton's principle (also referred to as dynamic version of Virtual work principle) is used to derive the equation of motion. First order shear deformation theory is used to consider transverse shear effect. Time integration of equation of motion is carried out using implicit Newmark average acceleration method. Parametric study is conducted in order to investigate the dynamic behavior of composite cylindrical panel for different velocities of moving load, curvature ratios, stacking schemes and boundary conditions.

## 1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Hareketli yüke maruz yapılara mühendislik alanında köprülerde, vinçlerde sıkça karşılaşılmaktadır. Bu yapılar genellikle kiriş veya levha teorisi ile incelenmektedir. Basit yapıların hareketli yük altındaki dinamik davranışını analitik veya yarı analitik yolla inceleyen en önemli kaynaklardan birisi Fryba'nın kitabıdır [1]. Bu alanda hareketli yük problemleri yanında hareketli atalet yüklerini inceleyen diğer bir kitapta son yıllarda yayınlanan Bajer ve arkadaşlarının kitabıdır [2]. Bu kitapta hareketli yük ve kütle problemlerinin analitik, yarı analitik ve sayısal çözüm yöntemleri anlatılmaktadır. Daha karmaşık hareketli yük ve kütle problemlerini inceleyen birçok çalışma yapılmıştır. Örneğin Chonan ortotropik kalın levhanın hareketli çizgi yükü altındaki dinamik davranışını Fourier ve Laplace dönüşüm metodlarıyla incelemiştir [3]. Agrawal ve arkadaşları ortotropik ince levhaların, Sun ince levhaların hareketli kütle altındaki dinamik davranışlarını Green fonksiyon ile incelemiştir [4, 5]. Taheri ve Ting ince levhaların hareketli yük altındaki dinamik davranışını yapısal impedans metodu ile incelemiştir [6]. Zhu ve Law ortotropik dikdörtgen levhaların hareketli yük altındaki dinamik davranışını modal süperpozisyon metodu ile incelemiştir [7]. Taheri ve Ting ince levhaların [8], De Faria ve Oguamanam kalın levhanın [9], Wu açılı duran levhanın [10], Mohebpour ve arkadaşları kompozit levhaların hareketli yük altındaki dinamik davranışını sonlu elemanlar metodu ile incelemiştir [11]. Geannakakes ve Wang ince levhaların dinamik davranışını B3-spline sonlu şerit metodu ile incelemiştir [12]. Wu dikdörtgen levhaların dinamik davranışını 1-boyutlu eşdeğer kiriş model yaklaşımı ile incelemiştir [13]. Malekzadeh ve arkadaşları hareketli yük altındaki kompozit levhaların 3-boyutlu elastisite teorisine dayalı dinamik denklemlerini seri açılımları ve diferansiyel quadrature metodu ile incelemiştir [14]. Lee ve Yhim kompozit levhaların çoklu hareketli yük altındaki dinamik davranışını üçüncü mertebe kayma teorisi kullanarak sonlu elemanlar metodu ile incelemiştir [15]. Elastik zemine oturan levhaların hareketli yük altındaki dinamik davranışı ile ilgili olarak Vosoughi ve arkadaşları kalın kompozit levhaların dinamik analizini seri açılımları ve differential quadrature metodu ile incelemiştir [16]. Zaman ve

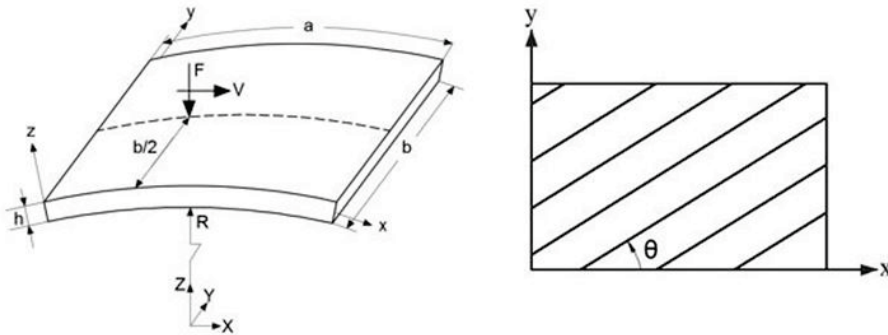
arkadaşları viskoelastik zemine oturan kalın izotrop levhaların dinamik davranışını sonlu elemanlar metodu ile incelemiştir [17]. Huang ve Thambirathnam dikdörtgen ince levhaların sabit ve değişken hızlı yükler altındaki dinamik davranışını sonlu şerit metodu ile incelemiştir [18, 19]. Kim ve McCullough levhaların dinamik davranışını Fourier dönüşümü ile incelemiştir [20].

Levhalara kıyasla panel tipi yapıların hareketli yük altındaki davranışı ile ilgili çalışmalar ise yok denecek kadar azdır. Literatür taramasında panellerle ilgili olarak sadece de De Faria'nın çalışması ile karşılaşılmıştır [21]. Bu çalışmada de De Faria izotrop ince silindirik panelin hareketli yük ve kütle altındaki dinamik davranışını sonlu elemanlar yöntemi ile incelemektedir. Halbuki panel tipi yapılar, denizcilik, hava-uzay, asma köprüler gibi yapılarda ve ulaşım sektöründe yaygın olarak kullanılmaktadır ve bu yapılar zaman zaman hareketli yüke maruz kalmaktadırlar. Onun için bu yapıların dinamik analizleri mühendislik tasarımların emniyeti açısından son derece önemlidir. Bu çalışmada kalın silindirik kompozit panelin hareketli yük altındaki dinamik davranışı incelenmektedir. Bu çalışma literatürde var olan çalışmadan dört yönüyle farklıdır. Birincisi, bu çalışmada hareketli yükün dinamik analizinde Ritz yöntemi kullanılmakta, literatürde ise De Faria'nın panel çalışmasında sonlu elemanlar metodu kullanılmıştır. İkincisi, bu çalışmada kalın panel teorisi kullanılmıştır, De Faria makalesinde ise ince panel teorisi kullanılmıştır. Üçüncüsü, bu çalışmada panelin kompozit malzeme olduğu, De Faria makalesinde ise izotrop olduğu kabul edilmektedir. Dördüncüsü De Faria makalesinde sadece ankastre-basit mesnet (karşılıklı kenarlar için) sınır şartları durumu incelenmiş, bu çalışmada ise hem basit mesnet hem de ankastre sınır şartlarının dinamik cevap üzerindeki etkileri incelenmektedir.

## 2. KOMPOZİT PANEL İÇİN YÖNETİCİ DENKLEMLER (GOVERNING EQUATIONS)

### 2.1. Gerinim-Yer Değiştirme İlişkisi (Strain-Displacement Relationship)

Şekil 1'de hareketli tekil yüke maruz eğri bir panel görülmektedir. Şekil 1'de  $x$ ,  $y$ ,  $z$  ortogonal eğrisel koordinat



Şekil 1. Hareketli yük altındaki eğri kompozit panel (Curve composite panel under moving load)

sistemini,  $x$  ve  $y$  ise orta düzlemi ( $z=0$ ) göstermektedir. Yeterince kalın bir panelin içinde bir  $(x, y, z)$  noktasında  $t$  zamanında yer değiştirmeler Eş. 1’de gösterildiği gibi ifade edilebilir:

$$u(x, y, z, t) = u_0(x, y, t) + z\theta_x(x, y, t)$$

$$v(x, y, z, t) = v_0(x, y, t) + z\theta_y(x, y, t) \quad (1)$$

$$w(x, y, z, t) = w_0(x, y, t)$$

Burada  $u_0, v_0, w_0$  orta düzlemdeki  $x, y, z$  yönündeki yer değiştirmeleri,  $\theta_x$  ve  $\theta_y$  ise  $y$  ve  $x$  etrafındaki dönmeleri göstermektedir. Şekil 1’de gösterilen eğri panel için düzlem içi ve düzleme dik gerinimler (birim şekil değişimleri), yer değiştirmeler cinsinden Eş. 2 ve Eş. 3’te belirtilen denklemlerle ifade edilebilir [22]:

$$\varepsilon = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{w_0}{R} \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} \\ \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$+z \begin{Bmatrix} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \theta_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \theta_x}{\partial y} + \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^{(0)} \\ \varepsilon_y^{(0)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^{(1)} \\ \varepsilon_y^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix}$$

$$\gamma = \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \theta_y + \frac{\partial w_0}{\partial y} \\ \theta_x + \frac{\partial w_0}{\partial x} - \frac{v_0}{R} \end{Bmatrix} \quad (3)$$

Eş. 3’te belirtilmiş olan  $R$ , panelin eğrilik yarıçapını göstermektedir.

### 2.2. Gerilme-Gerinim İlişkisi (Stress-Strain Relationship)

Yeterince kalın kompozit bir panelde her hangi bir tabakada ( $k$ -ncı tabaka olsun) gerilme-gerinim ilişkisi Eş. 4 ve Eş. 5’te gösterildiği şekilde yazılabilir.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}^{-1(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix}^{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{44} & \bar{Q}_{45} \\ \bar{Q}_{45} & \bar{Q}_{55} \end{bmatrix}^{-1(k)} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

Eş. 5’te belirtilen  $\bar{Q}_{ij}$  malzeme sabitleri, malzeme ekseninden panel eksenine dönüştürülmüş malzeme sabitlerini göstermektedir ve Eş. 6’da gösterildiği gibi hesaplanmaktadır:

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_{11} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta \\ &\quad + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\ &\quad + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ &\quad + Q_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\ \bar{Q}_{44} &= Q_{44} \cos^2 \theta + Q_{55} \sin^2 \theta \\ \bar{Q}_{45} &= (Q_{44} - Q_{55}) \cos \theta \sin \theta \\ \bar{Q}_{55} &= Q_{44} \sin^2 \theta + Q_{55} \cos^2 \theta \end{aligned} \quad (6)$$

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}},$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad (7)$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{66} = G_{12}$$

Eş. 7’de verilen  $E_1$  ve  $E_2$ , kompozit tabakanın malzeme eksenleri yönündeki elastik modüllerini,  $G_{12}$  ise malzeme düzlemindeki kayma modülünü göstermektedir.  $\nu_{12}$  ve  $\nu_{21}$  ise, malzeme düzlemindeki poisson oranlarını göstermektedir.

### 2.3. Hareket Denklemleri (Equations of Motion)

Bu çalışmada katmanlı kompozit eğri panelin hareket denklemleri Hamilton prensibi ile elde edilmektedir. Hamilton prensibi dinamik sistemler için Virtüel iş ilkesi olarak da adlandırılmaktadır. Hareketli tekil yükün etkidiği bir panelde Hamilton prensibi Eş. 8'de gösterildiği şekilde yazılabilir [22]:

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta U + \delta V - \delta K) dt = 0 \quad (8)$$

Eş. 8'de verilen  $\delta U$ , iç kuvvetlerin (gerilmelerin) virtüel işini,  $\delta V$ , dış kuvvetlerin virtüel işini,  $\delta K$  ise virtüel kinetik enerjiyi göstermektedir ve Eş. 9, Eş. 10 ve Eş. 11'de belirtilen denklemlerle ifade edilmektedir:

$$\delta U = \int_{\Omega} \int_{-h/2}^{h/2} \left( \sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_y \delta \varepsilon_y + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy} + \tau_{xy} \delta \gamma_{yz} + \tau_{xy} \delta \gamma_{zx} \right) dz dx dy \quad (9)$$

$$\delta V = -F \delta w(x_p, y_p) \quad (10)$$

$$\delta K = \int_{\Omega} \int_{-h/2}^{h/2} \rho \left[ \begin{aligned} & \left( \dot{u}_0 + z \dot{\theta}_x \right) \left( \delta \dot{u}_0 + z \delta \dot{\theta}_x \right) + \\ & \left( \dot{v}_0 + z \dot{\theta}_y \right) \left( \delta \dot{v}_0 + z \delta \dot{\theta}_y \right) + w_0 \delta \dot{w}_0 \end{aligned} \right] dz dx dy \quad (11)$$

Eş. 10'da gösterilmiş olan  $F$ , hareketli tekil yükü ve  $w(x_p, y_p)$ , hareketli yükün etkidiği noktadaki düşey yer değiştirmeyi belirtmektedir. Eş. 9 - 11, Eş. 8'de yerine konup zamana göre kısmi integrasyon uygulandıktan ve kalınlık doğrultusunda ( $z$  eksenine doğrultusunda) integre edildikten sonra aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} [N_x \delta \varepsilon_x^{(0)} + N_y \delta \varepsilon_y^{(0)} + N_{xy} \delta \gamma_{xy}^{(0)} + \\ & M_x \delta \varepsilon_x^{(1)} + M_y \delta \varepsilon_y^{(1)} + M_{xy} \delta \gamma_{xy} + Q_y \delta \gamma_{yz} \\ & + Q_x \delta \gamma_{zx} + (I_0 \ddot{u}_0 + I_1 \ddot{\theta}_x) \delta u_0 + \\ & (I_0 \ddot{v}_0 + I_1 \ddot{\theta}_y) \delta v_0 + I_1 \ddot{w}_0 \delta w_0 + (I_1 \ddot{u}_0 + I_2 \ddot{\theta}_x) \delta \theta_x \\ & + (I_1 \ddot{v}_0 + I_2 \ddot{\theta}_y) \delta \theta_y] dx dy = F \delta w_p \end{aligned} \quad (12)$$

Eş. 12'de  $z$ 'ye göre integre edilerek elde edilen terimler kompozit panel için Eş. 13, Eş. 14, Eş. 15 ve Eş. 16'da belirtilmektedir:

$$N = \left\{ \begin{array}{c} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{array} \right\} = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \left\{ \begin{array}{c} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{array} \right\}^{(k)} dz \quad (13)$$

$$M = \left\{ \begin{array}{c} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{array} \right\} = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \left\{ \begin{array}{c} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{array} \right\}^{(k)} z dz \quad (14)$$

$$Q = \left\{ \begin{array}{c} Q_y \\ Q_x \end{array} \right\} = \sum_{k=1}^N k_s \int_{z_{k-1}}^{z_k} \left\{ \begin{array}{c} \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{array} \right\}^{(k)} dz \quad (15)$$

$$\{I_0, I_1, I_2\} = \sum_{k=1}^n \int_{z_{k-1}}^{z_k} \{1, z, z^2\} \rho^{(k)} dz \quad (16)$$

Eş. 13 - 16'da  $N$ ,  $M$ ,  $Q$  ve  $I$  matrisleri kompozit tabakaların toplamı için sırasıyla eşdeğer düzlem içi kuvveti, eğilme momentini, düzlem dışı kayma kuvvetini ve kütesel atalet momentlerini belirtmektedir.  $\rho^{(k)}$  ise kompozit malzemedeki herhangi bir tabakanın ( $k$ 'ncü tabaka olsun) yoğunluğunu göstermektedir.

Ritz metodu ile yaklaşık çözümde, yer değiştirme ve dönmeler için sınır şartlarını sağlayan çözüm fonksiyonları kullanılır. Çözüm fonksiyonları seri formunda Eş. 17'de belirtilen denklemlerle ifade edilebilir:

$$\begin{aligned} u_0(x, y, t) &= \sum_0^{nx} \sum_0^{ny} u_{ij}(t) \cdot U_i(x) \cdot U_j(y) \\ v_0(x, y, t) &= \sum_0^{nx} \sum_0^{ny} v_{ij}(t) \cdot V_i(x) \cdot V_j(y) \\ w_0(x, y, t) &= \sum_0^{nx} \sum_0^{ny} w_{ij}(t) \cdot W_i(x) \cdot W_j(y) \\ \theta_x(x, y, t) &= \sum_0^{nx} \sum_0^{ny} \theta_{xij}(t) \cdot T_{xi}(x) \cdot T_{xj}(y) \\ \theta_y(x, y, t) &= \sum_0^{nx} \sum_0^{ny} \theta_{yij}(t) \cdot T_{yi}(x) \cdot T_{yj}(y) \end{aligned} \quad (17)$$

Eş. 17'de ifade edilen  $U_i(x)$ ,  $U_j(y)$ ,  $V_i(x)$ ,  $V_j(y)$ ,  $W_i(x)$ ,  $W_j(y)$ ,  $T_{xi}(x)$ ,  $T_{yj}(y)$ ,  $T_{yi}(x)$ ,  $T_{yj}(y)$  değerleri, sınır şartlarını sağlayan temel fonksiyonları belirtmektedir. Çözüm fonksiyonlarındaki  $u_{mn}$ ,  $v_{mn}$ ,  $\theta_{xmn}$ ,  $\theta_{ymn}$  ise çözüm sonunda bulunacak zamana bağlı sabitleri göstermektedir. Eş. 17'deki  $n_x$  ve  $n_y$ 'ler ise, seri açılımlarındaki  $x$  ve  $y$  yönündeki terim sayılarını göstermektedir. Yukarıdaki çözüm fonksiyonlarının Virtüel iş denkleminde kullanılması ve gerekli ara işlemlerden sonra, hareket denklemleri yer değiştirme ( $U$ ) ve ivme ( $\ddot{U}$ ) vektörleri cinsinden matris formunda Eş. 18'deki gibi elde edilir:

$$M\ddot{U} + KU = F \quad (18)$$

Hareket denklemindeki yer değiştirme ( $U$ ) ve ivme ( $\ddot{U}$ ) vektörleri, zamana bağlı bilinmeyen sabitlerin ve

türevlerinin Eş. 19 ve Eş. 20'de gösterildiği gibi vektör formundaki ifadelerine karşılık gelmektedir:

$$\mathbf{U} = \left[ \mathbf{u}_{ij}(t) \quad \mathbf{v}_{ij}(t) \quad \mathbf{w}_{ij}(t) \quad \theta_{xij}(t) \quad \theta_{yij}(t) \right]^T \quad (19)$$

$$\ddot{\mathbf{U}} = \left[ \ddot{u}_{ij}(t) \quad \ddot{v}_{ij}(t) \quad \ddot{w}_{ij}(t) \quad \ddot{\theta}_{xij}(t) \quad \ddot{\theta}_{yij}(t) \right]^T \quad (20)$$

Hareket denklemindeki M ve K matrisleri kütle ve katılık matrisleri olarak adlandırılmaktadır. Bu çalışmada M ve K matrisleri sayısal olarak, sayısal integral metodu Gauss Quadrature kullanılarak hesaplanmıştır.

#### 2.4. Bünye Denklemleri (Constitutive Equations)

Kompozit bir panelin toplam katmanları için düzlem içi ve düzlem dışı eşdeğer kuvvet ve moment değerleri ile gerinimler arasındaki ilişki, kompozit panelin bünye denklemlerini verir ve Eş. 21 ve Eş. 22'deki gibi ifade edilir:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^{(0)} \\ \varepsilon_y^{(0)} \\ \gamma_{xy}^{(0)} \\ \varepsilon_x^{(1)} \\ \varepsilon_y^{(1)} \\ \gamma_{xy}^{(1)} \end{Bmatrix} \quad (21)$$

$$\begin{Bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} \quad (22)$$

Eş. 21'deki A, B, D matrisleri sırasıyla düzlem içi, eğilme, düzlem içi-eğilme etkileşim rijitlik matrisleri olarak adlandırılır ve Eş. 23'te gösterildiği gibi hesaplanır.

$$\{A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}\} = \sum_{k=1}^{nz} \int_{z_{k-1}}^{z_k} \{1, z, z^2\} Q_{ij}^{(k)} dz \quad (i,j=1,2,6) \quad (23)$$

Düzlem dışı kayma rijitlik matrisi ise Eş. 24'te gösterildiği gibi hesaplanır.

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^{nz} k_i k_j \int_{z_{k-1}}^{z_k} Q_{ij}^{(k)} dz \quad (i,j=4,5) \quad (24)$$

Yukarıda verilen Eş. 24'te  $k_s = k_i k_j = 5/6$ , (i=4,5) ise kayma düzeltme faktörünü göstermektedir.

#### 2.5. Hareket Denklemlerinin Çözümü (Solution of Equations of Motion)

Eş. 18'deki hareket denkleminin çözümü kapalı (implisit) Newmark metodu ile yapılabilir. Newmark metodu açık

(eksplisit) metotlara göre çözümde daha büyük zaman adımlarının kullanılmasına izin vererek çözüm süresinin kısalmasına yardımcı olur. Newmark metodunda hareket denklemleri (n+1) zaman adımında yani (n+1)Δt veya t<sub>n+1</sub> zamanında Eş. 25'teki gibi yazılabilir.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}_{n+1} + \mathbf{K}\mathbf{U}_{n+1} = \mathbf{F}_{n+1} \quad (25)$$

İvme ve hız, t<sub>n+1</sub>'deki zaman adımında Eş. 26'da gösterildiği gibi ifade edilebilir.

$$\ddot{\mathbf{U}}_{n+1} = \mathbf{C}_0 (\mathbf{U}_{n+1} - \mathbf{U}_n) - \mathbf{C}_1 \dot{\mathbf{U}}_n - \ddot{\mathbf{U}}_n \quad (26)$$

$$\dot{\mathbf{U}}_{n+1} = \dot{\mathbf{U}}_n + \Delta t \ddot{\mathbf{U}}_n + \frac{\Delta t}{2} (\ddot{\mathbf{U}}_{n+1} - \ddot{\mathbf{U}}_n) \quad (27)$$

Eş. 26'da C<sub>0</sub>=4/Δt<sup>2</sup>, C<sub>1</sub>=4/Δt ve U<sub>n</sub> n'inci zaman adımındaki yer değiştirmeleri göstermektedir. Eş. 26 ve Eş. 27, Eş. 25'te yerine konursa, hareket denklemleri Eş. 28'de gösterildiği gibi elde edilir.

$$(\mathbf{C}_0 \mathbf{M} + \mathbf{K}) \mathbf{U}_{n+1} = \mathbf{F}_{n+1} + \mathbf{M} (\mathbf{C}_0 \mathbf{U}_n + \mathbf{C}_1 \dot{\mathbf{U}}_n + \ddot{\mathbf{U}}_n) \quad (28)$$

Eş. 28'de sağ taraftaki ifadelerin değerleri bilindiğinde, bilinmeyen yer değiştirme değerleri, U<sub>n+1</sub> kolayca hesaplanır. Yukarıdaki çözümler diğer zaman adımları içinde tekrarlanarak yer değiştirmeler tüm zamanlar için hesaplanır. Newmark metodu ile ilk adımda (t=0) çözümde başlangıç şartları kullanılır. Bu çalışmada başlangıç değerleri yer değiştirme ve ivme için U<sub>0</sub>=0 ve Ü<sub>0</sub>=0 alınmıştır.

### 3. PROBLEMLER (EXAMPLES)

Dinamik denklemin çözümü için bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Yazılan program sayesinde terim sayısı istenildiği kadar büyük seçilebilmektedir. Programın doğruluğu literatürdeki bir hareketli yük probleminin çözülüp orta noktadaki düşey yer değiştirmenin w<sub>0</sub> (x=a/2, y=b/2) karşılaştırılması ile test edilmiştir.

Bu bölümde önce literatürdeki hareketli yük probleminin çözümü bu çalışmadaki Ritz yöntemi karşılaştırılmakta, daha sonra ise eğri kompozit panellerin farklı eğrilik oranları, farklı yük hızları, farklı kompozit tabaka dizilimleri ve farklı sınır şartları için hareketli tekil yük altındaki dinamik çözümleri Ritz yöntemi ile yapılmaktadır.

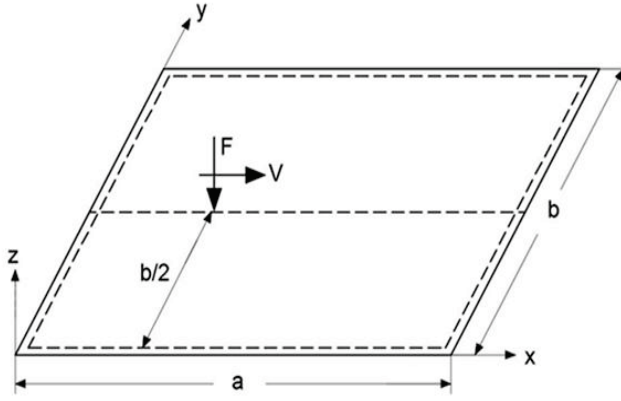
Bu bölümde çözülen tüm problemlerde hareketli yükün panelin ortasında sabit V hızı ile (x<sub>p</sub>=Vt, y<sub>p</sub>=b/2) x ekseninde ilerlediği kabul edilmektedir. Bu bölümdeki şekillerde SSSS dörtkenarı basit mesnetli, CCCC ise dörtkenarı ankastre mesnetli levha/panelleri ifade etmektedir.



### 3.1. Simetrik Kompozit Basit Mesnetli Levhanın Hareketli Yük Altındaki Dinamik Analizi

(Dynamic Analysis of Simply Supported Symmetric Composite Plate Under Moving Load)

Bu örnek yazılan programın doğruluğunu test etmede kullanılmaktadır. Bu örnekte Şekil 2’de gösterilen dört tarafı basit mesnetli, [0/90/90/0] açılı tabaka dizilişine sahip simetrik kompozit bir levhanın hareketli tekil yük altındaki dinamik davranışı Ritz çözüm fonksiyonları kullanılarak çözülmekte ve literatürdeki sonuç ile karşılaştırılmaktadır [14]. Panel için yazılan programda eğrilik yarıçapı sonsuza götürülerek levha çözümü elde edilmektedir.



**Şekil 2.** Hareketli tekil yük altındaki basit mesnetli düz kompozit levha  
(Simply supported flat composite plate under single moving load)

Şekil 2’de gösterilen levha kare olup boyutları  $a=b=1$  m ve toplam kalınlık  $h/a=10$  şeklinde alınmaktadır. Tabakalar eşit kalınlığa sahiptir. Kompozit malzeme özellikleri  $E_1 = 144.8$  GPa,  $E_2 = E_3 = 9.65$  GPa,  $G_{12} = G_{13} = 4.136$  GPa,  $G_{23} = 3.447$  GPa,  $\nu_{12} = \nu_{13} = \nu_{23} = 0.25$ ,  $\rho = 1389.297$  kg/m<sup>3</sup> olarak verilmektedir. Hareketli tekil yük  $F=100$  N, hızı ise  $x$  yönünde  $V=40$  m/s olarak alınmaktadır. Hareketli yükün  $y=b/2$  çizgisi üzerinde ve  $x$  yönünde ilerlediği kabul edilmektedir. Dinamik analiz süresi yükün levhayı geçme süresinin 1,4 katı olarak alınmaktadır.

Kalın simetrik kompozit panel için basit mesnet sınır şartları (SS1 tipi) Eş. 29, Eş. 30, Eş. 31, Eş. 32, Eş. 33 ve Eş. 34’teki denklemlerle ifade edilir [22].

$x=0, a$ :

$$v_0 = 0, w_0 = 0, \theta_y = 0 \quad (29)$$

$$N_x = A_{11} \left( \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{w_0}{R_x} \right) + A_{12} \frac{\partial v_0}{\partial y} = 0 \quad (30)$$

$$M_x = D_{11} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} + D_{12} \frac{\partial \theta_y}{\partial y} = 0 \quad (31)$$

$y=0, b$ :

$$u_0 = 0, w_0 = 0, \theta_x = 0 \quad (32)$$

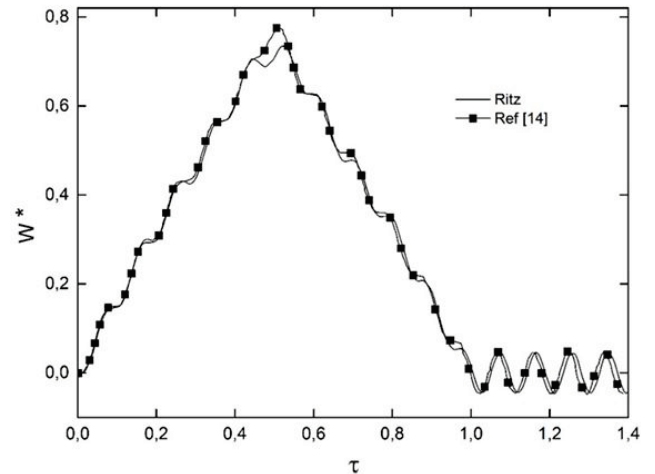
$$N_y = A_{12} \left( \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{w_0}{R_x} \right) + A_{22} \frac{\partial v_0}{\partial y} = 0 \quad (33)$$

$$M_y = D_{12} \frac{\partial \theta_x}{\partial x} + D_{22} \frac{\partial \theta_y}{\partial y} = 0 \quad (34)$$

Eş. 35’te verilen fonksiyonlar basit mesnet sınır şartlarını sağlarlar ve Ritz metodu ile çözümde kullanılabilirler.

$$\begin{aligned} u_0(x, y, t) &= \sum_{i=1}^{n_x} \sum_{j=1}^{n_y} u_{ij}(t) \cos\left(\frac{i\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{j\pi y}{b}\right) \\ v_0(x, y, t) &= \sum_{i=1}^{n_x} \sum_{j=1}^{n_y} v_{ij}(t) \sin\left(\frac{i\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{j\pi y}{b}\right) \\ w_0(x, y, t) &= \sum_{i=1}^{n_x} \sum_{j=1}^{n_y} w_{ij}(t) \sin\left(\frac{i\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{j\pi y}{b}\right) \\ \theta_x(x, y, t) &= \sum_{i=1}^{n_x} \sum_{j=1}^{n_y} \theta_{xij}(t) \cos\left(\frac{i\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{j\pi y}{b}\right) \\ \theta_y(x, y, t) &= \sum_{i=1}^{n_x} \sum_{j=1}^{n_y} \theta_{yij}(t) \sin\left(\frac{i\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{j\pi y}{b}\right) \end{aligned} \quad (35)$$

Ritz yönteminde  $n_x = n_y = 7$  (toplam 49 terim) sayıda terim alınarak elde edilen dinamik çözümler levhanın orta noktasındaki düşey yer değiştirme için Şekil 3’te literatür ile karşılaştırılmaktadır [14]. Şekil 3’teki boyutsuz düşey yer değiştirme  $w^* = w(E_1 h^3)/(F a^2)$  şeklinde ifade edilmektedir. Boyutsuz zaman ifadesinde  $\tau=1$  yükün levhayı terk ettiği zamanı göstermektedir. Şekil 3’te sonuçların oldukça birbirine yakın olduğu görülmektedir. Bu da geliştirilen programın doğru olduğunu göstermektedir.

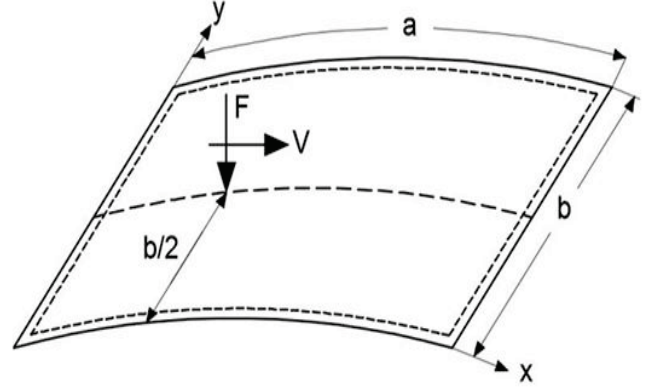


**Şekil 3.** Hareketli yük durumunda levhanın orta noktasındaki düşey yer değiştirmenin zamanla değişimi  
(Changing with time of vertical displacement in the mid-point of plate under moving load)

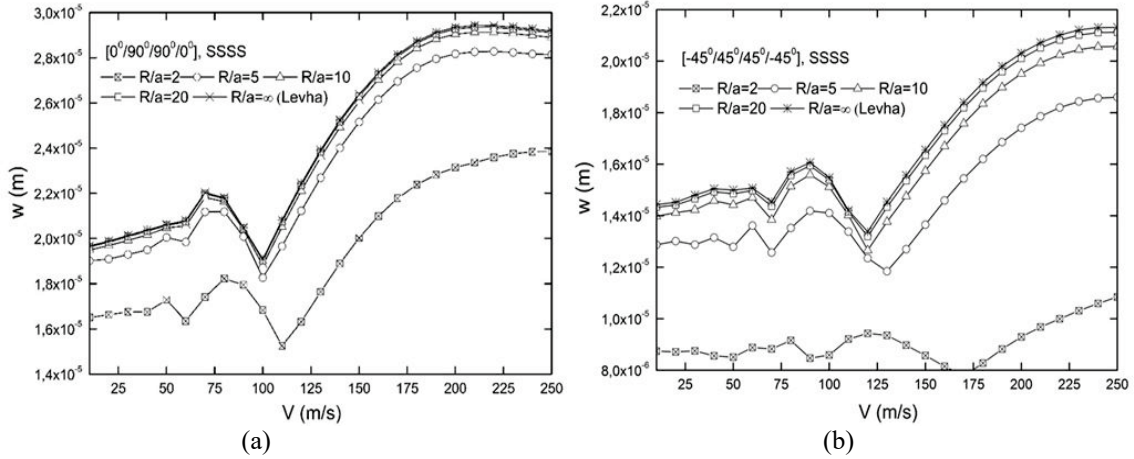
3.2. Basit Mesnetli ve Farklı Dizimli Simetrik Kompozit Silindirik Panellerin Hareketli Yük Altında Dinamik Analizleri (Dynamic Analyses of Simply Supported Symmetric Composite Cylindrical Panels With Different Layer Orientations Under Moving Load)

Bu problemde Şekil 4'te gösterilen dört tarafı basit mesnetli simetrik kompozit eğri panelin hareketli yük altındaki dinamik davranışı incelenmektedir. Malzeme değerleri ve geometrik boyutlar (kalınlık dışında) Bölüm 3.1'deki problemle aynı alınmıştır. Panelin toplam kalınlığı  $h/a=20$  ve hareketli yükün değeri panelin ağırlığına eşit ( $F=681.45$  N) alınmıştır. Dinamik denklemler Eş. 35'teki çözüm fonksiyonlarında  $n_x = n_y = 7$  (toplam 49 terim) sayıda terim alınarak zaman ekseninde Newmark yöntemi ile çözülmüştür. Çözümler  $[0/90/90/0]$  ve  $[-45/45/45/-45]$  tabaka dizimli kompozit paneller için elde edilmiştir. Çözümlerde elde edilen düşey yer değiştirme ve eksenel gerinim ( $x$  eksenine doğrultusunda) değerleri yük hızındaki ve eğrilikteki ( $R/a$  oranı) değişime bağlı olarak panelin orta noktası için Şekil 5'te verilmiştir. Şekil 5 ve diğer şekillerde

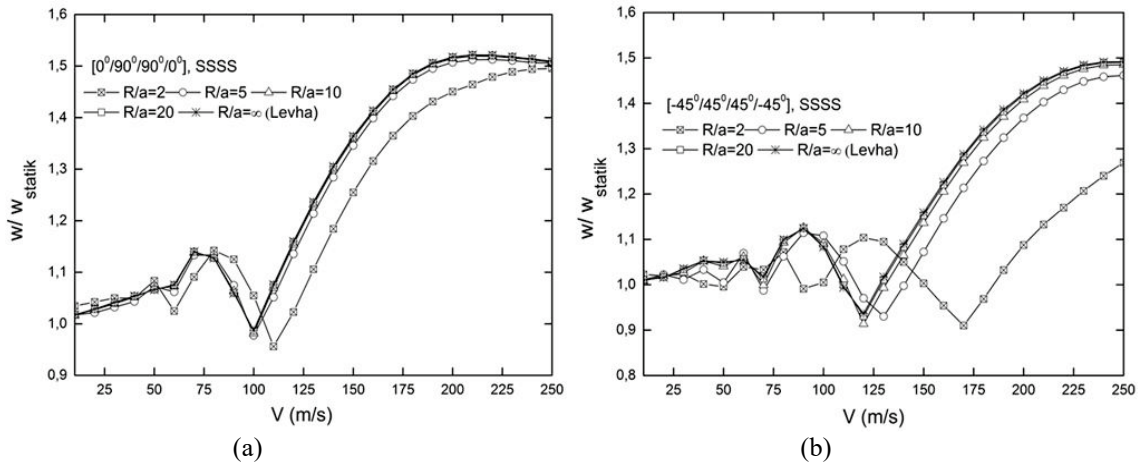
gösterilen düşey yer değiştirme ve gerinim değerleri ilgili yük hızı için çözüm zamanı boyunca elde edilen değerlerin mutlak değerce en büyük değerine karşılık gelmektedir.



Şekil 4. Hareketli tekil yük altındaki basit mesnetli eğri kompozit panel (Simply supported curve composite panel under single moving load)



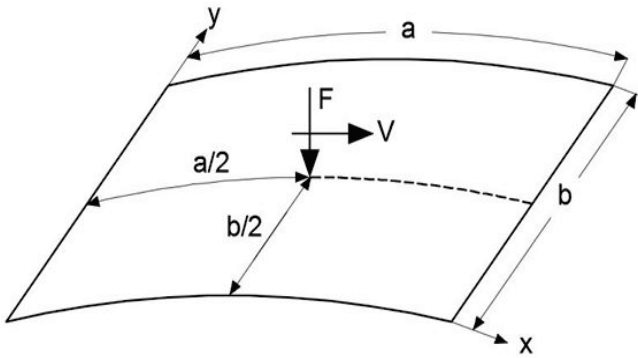
Şekil 5. Basit mesnetli kompozit panelin farklı  $R/a$  oranları için orta noktadaki düşey yer değiştirmenin hız ile değişimi; a)  $[0/90/90/0]$  katman dizilimi için, b)  $[-45/45/45/-45]$  katman dizilimi için (Change with velocity of vertical displacement in the mid-point of simply supported composite panel for different  $R/a$  ratios; a) for  $[0/90/90/0]$  layer orientation, b) for  $[-45/45/45/-45]$  layer orientation)



Şekil 6. Basit mesnetli kompozit panelde orta noktadaki düşey yer değiştirmenin boyutsuz halinin hız ile değişimi; a)  $[0/90/90/0]$  katman dizilimi için, b)  $[-45/45/45/-45]$  katman dizilimi için (Change with velocity in dimensionless state of vertical displacement in the mid-point of simply supported composite panel; a) for  $[0/90/90/0]$  layer orientation, b) for  $[-45/45/45/-45]$  layer orientation)



Şekil 5'ten  $R/a = 2$  oranı için orta noktanın düşey yer değiştirmesinin  $R/a > 2$  oranındaki yer değiştirmelerden küçük olduğu görülmektedir.  $R/a > 10$  oranını için orta noktadaki yer değiştirmenin değişmediği görülmektedir. Yer değiştirmelerin genellikle hızla birlikte arttığı sadece 100 m/s yük hızı civarında azaldığı görülmektedir. Kompozit paneldeki düşey yer değiştirmenin  $[-45/45/45/-45]$  dizilimi durumundaki değerinin  $[0/90/90/0]$  katman dizilimi durumundaki değerden küçük olduğu görülmektedir. Şekil 6'da hareketli yük durumundaki düşey yer değiştirme değerleri aynı kuvvetin uygulandığı statik yer değiştirmeye ( $w_{\text{statik}}$ ) oranlanarak verilmektedir. Böylece statik yer değiştirmeye göre dinamik yükün büyütme etkisi ortaya konmaktadır. Eğri panelin statik analizi için yük pozisyonu Şekil 7'de gösterilmektedir.



Şekil 7. Statik analiz için tekil yük altındaki eğri kompozit panel (Curve composite panel under single load for static analysis)

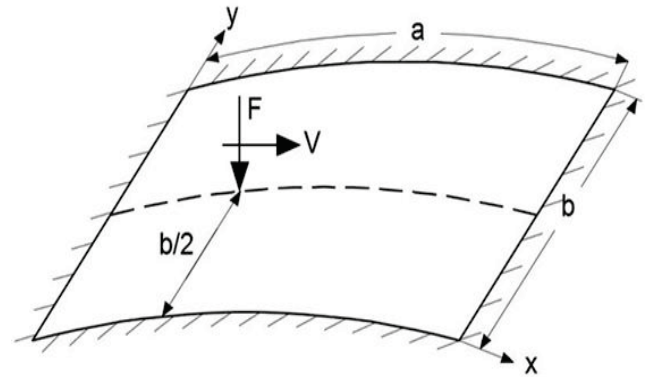
Şekil 6'dan hareketli yükün dinamik büyütme etkisinin 70 m/s hıza kadar yavaş yavaş arttığı, 100 m/s yük hızı civarında azaldığı, daha büyük yük hızlarında hızla arttığı görülmektedir.  $[0/90/90/0]$  ve  $[-45/45/45/-45]$  katman dizilimi paneller için dinamik büyütme etkisinin ( $R/a=2$  oranı dışında) oldukça benzer karakter gösterdiği görülmektedir. Şekil 8'de  $[0/90/90/0]$  ve  $[-45/45/45/-45]$  katman dizilimi paneller için  $x$ -ekseni yönünde levhannın

merkezinde üst yüzeyde gerinimin,  $\epsilon_x$  ( $x=a/2, y=b/2, z=h/2$ ), yük hızı ile değişimi verilmektedir. Şekil 8'den basit mesnetli panelde gerinimin hızla değişimi ile yer değiştirmenin hızla değişiminin benzer karakter gösterdiği görülmektedir. Şekil 8'den  $[-45/45/45/-45]$  dizilimli kompozit panelin gerinimlerinin  $[0/90/90/0]$  dizilimli panelin gerinimlerinden daha büyük olduğu görülmektedir.

### 3.3 Ankastre Mesnetli ve Farklı Dizilimli Simetrik Kompozit Silindirik Panellerin Hareketli Yük Altında Dinamik Analizleri

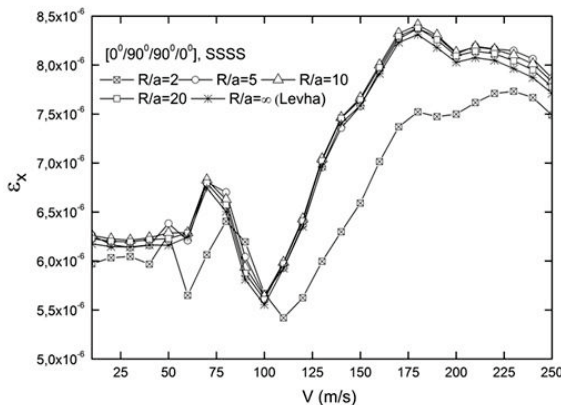
(Dynamic Analyses of Clamped Symmetric Composite Cylindrical Panels With Different Layer Orientations Under Moving Load)

Bu bölümde bir önceki bölümde (Bölüm 3.2) belirtilen eğri kompozit panelin dört tarafı ankastre sınır şartlı hali incelenmektedir. O yüzden Şekil 9'da gösterilen ankastre sınır şartlı panel için kullanılan malzeme değerleri, geometrik boyutlar ve hareketli yük değeri Problem 3.2 ile aynı alınmaktadır. Yeterince kalın simetrik kompozit panel için ankastre mesnet sınır şartları Eş. 36 ve Eş. 37'deki gibi ifade edilebilir.

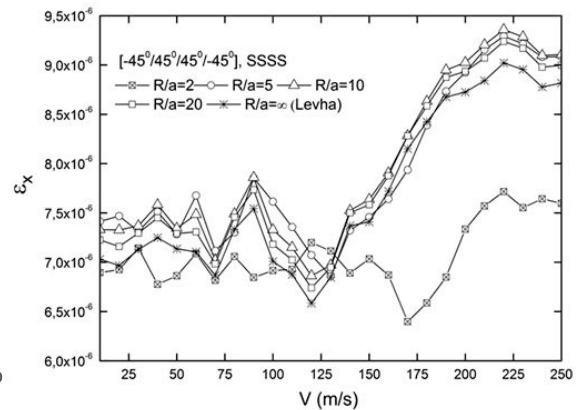


Şekil 9. Hareketli tekil yük altındaki ankastre mesnetli eğri kompozit panel

(Fixed supported curve composite panel under single moving load)

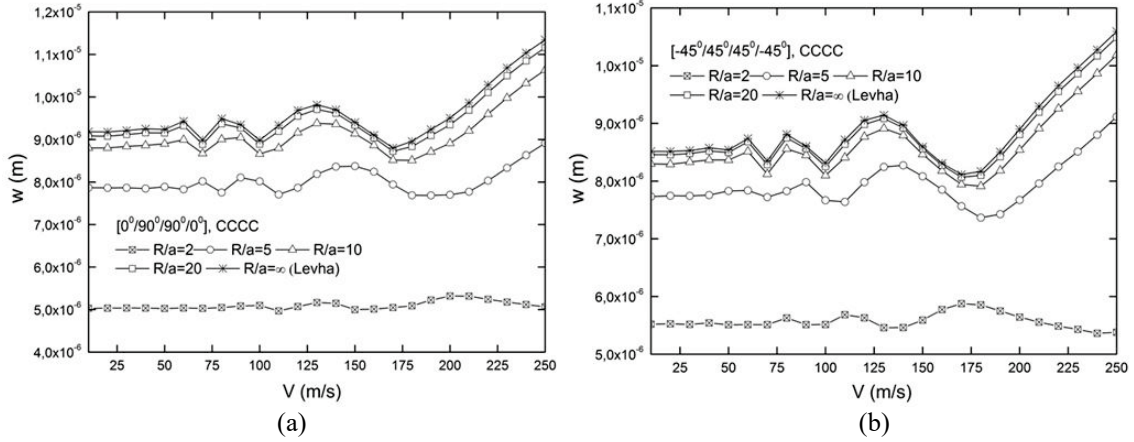


(a)

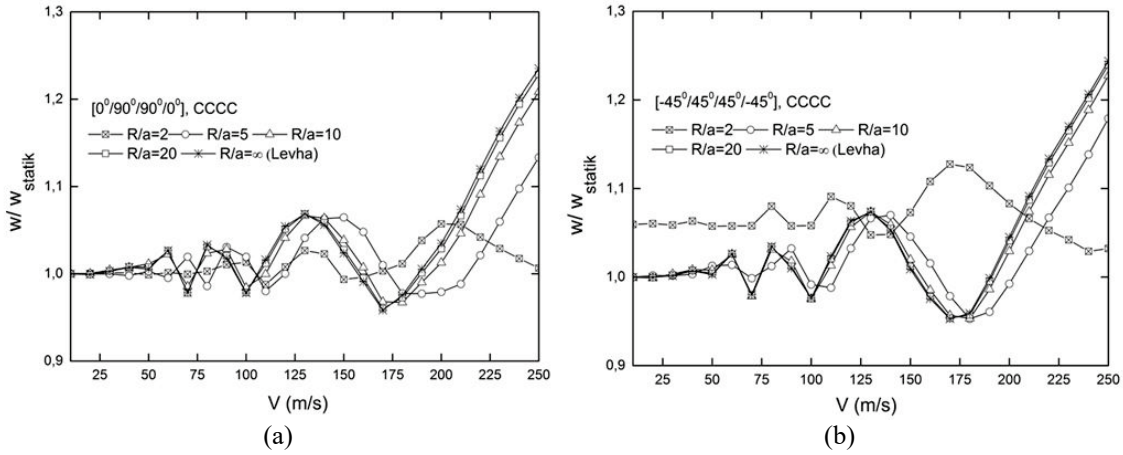


(b)

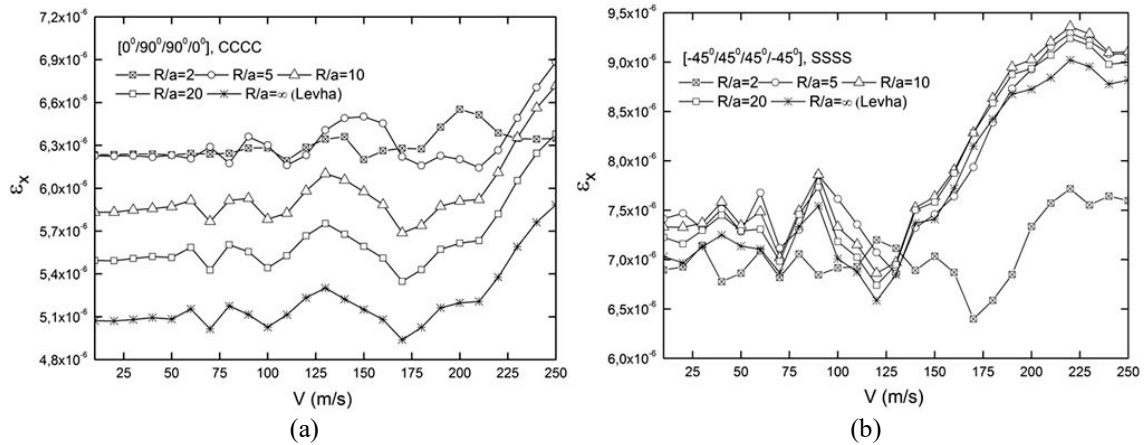
Şekil 8. Basit mesnetli kompozit panelde orta noktadaki gerinimin hız ile değişimi; a)  $[0/90/90/0]$  katman dizilimi için, b)  $[-45/45/45/-45]$  katman dizilimi için (Change with velocity of strain in the mid-point of simply supported composite panel; a) for  $[0/90/90/0]$  layer orientation, b) for  $[-45/45/45/-45]$  layer orientation)



**Şekil 10.** Ankastre mesnetli kompozit panelin farklı R/a oranları için orta noktadaki dikey yer değiştirmenin hız ile değişimi; a)  $[0/90/90/0]$  katman dizilimi için, b)  $[-45/45/45/-45]$  katman dizilimi için  
(Change with velocity of vertical displacement in the mid-point of fixed supported composite panel for different R/a ratios; a) for  $[0/90/90/0]$  layer orientation, b) for  $[-45/45/45/-45]$  layer orientation)



**Şekil 11.** Ankastre mesnetli kompozit panelde orta noktadaki dikey yer değiştirmenin boyutsuz halinin hız ile değişimi; a)  $[0/90/90/0]$  katman dizilimi için, b)  $[-45/45/45/-45]$  katman dizilimi için  
(Change with velocity in dimensionless state of vertical displacement in the mid-point of fixed supported composite panel; a) for  $[0/90/90/0]$  layer orientation, b) for  $[-45/45/45/-45]$  layer orientation)



**Şekil 12.** Ankastre mesnetli kompozit panelde orta noktadaki gerininin hız ile değişimi a)  $[0/90/90/0]$  katman dizilimi için b)  $[-45/45/45/-45]$  katman dizilimi için  
(Change with velocity of strain in the mid-point of fixed supported composite panel a) for  $[0/90/90/0]$  layer orientation b) for  $[-45/45/45/-45]$  layer orientation)

$$x=0, a: u_0 = 0, v_0 = 0, w_0 = 0, \theta_x = 0, \theta_y = 0 \quad (36)$$

$$y=0, b: u_0 = 0, v_0 = 0, w_0 = 0, \theta_x = 0, \theta_y = 0 \quad (37)$$

Eş. 38'de ifade edilen fonksiyonlar ankastre mesnet sınır şartlarını sağlarlar ve Ritz metodu ile çözümde kullanılabilirler. Eş. 38'deki çözüm fonksiyonlarından  $n_x = n_y = 7$  (toplam 49 terim) sayıda terim alınarak elde edilen orta noktadaki düşey yer değiştirme ve eksenel gerinim değerleri, tabaka dizilimi,  $R/a$  oranı ve yük hızındaki değişime bağlı olarak Şekil 10-12'de verilmiştir. Şekil 10'dan  $R/a=2$  oranı için orta noktanın yer değiştirmesinin  $R/a > 2$  oranındaki yer değiştirmelerden küçük olduğu görülmektedir.  $R/a > 10$  oranını için orta noktadaki yer değiştirmenin değişmediği görülmektedir. Yer değiştirmelerin 170 m/s yük hızına kadar önemli oranda değişmediği bu hızdan sonra artmaya başladığı görülmektedir.

Kompozit paneldeki düşey yer değiştirmenin [-45/45/45/-45] dizilimi durumundaki değerinin [0/90/90/0] katman dizilimi durumundaki değerden küçük olduğu görülmektedir. Şekil 11'de dinamik yer değiştirmenin statik yer değiştirmeye göre büyüme etkisinin sınımlı bir karakter gösterdiği ve 170 m/s'den sonra arttığı görülmektedir. Basit mesnetli panele benzer şekilde, [0/90/90/0] ve [-45/45/45/-45] katman dizilimi paneller için dinamik büyüme etkisinin ( $R/a = 2$  oranı dışında) benzer karakter gösterdiği görülmektedir. Şekil 12'de  $x$ -ekseni yönündeki gerinimin, yükün hızı ile değişimi verilmektedir. Şekil 12'den ankastre panelde gerinimin hızla değişimi ile yer değiştirmenin hızla değişiminin benzer karakter gösterdiği görülmektedir. Ayrıca hareketli yük altında [-45/45/45/-45] dizilimli kompozit panelin gerinimlerinin [0/90/90/0] dizilimli panelin gerinimlerinden daha büyük olduğu görülmektedir.

#### 4. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Bu çalışmada simetrik silindirik kompozit panelin basit mesnetli ve ankastre sınır şartlarında hareketli yük altında dinamik cevabı incelenmiştir. Dinamik denklemler virtüel iş ilkesi ile çıkarılmıştır. Dinamik denklemler Ritz yöntemi ile çözülmüştür. Dinamik analizlerden şu sonuçlar çıkarılabilir: Panelde  $R/a$  oranını arttıkça orta noktadaki yer değiştirmenin arttığı,  $R/a > 10$  oranını için değişmediği görülmektedir. Basit mesnetli eğri panelde yük hızındaki artışın (100 m/s civarındaki hızlar dışında) düşey yer değiştirmeleri arttırdığı görülmektedir. Basit mesnetli durumda [-45/45/45/-45] dizilimli kompozit panelin [0/90/90/0] dizilimli panelden daha rijit davrandığı görülmektedir.

Ankastre mesnetli panelde yer değiştirmelerin basit mesnetli duruma göre hızdan daha az etkilendiği görülmektedir. Ankastre mesnetli panelde dinamik büyüme etkisinin sınımlı bir karakter gösterdiği ve 170 m/s'den sonra hızla arttığı görülmektedir. Basit mesnetli panele benzer şekilde, [0/90/90/0] ve [-45/45/45/-45] katman dizilimi paneller için dinamik büyüme etkisinin ( $R/a = 2$  oranı dışında) benzer

karakter gösterdiği görülmektedir. Hareketli yük altında basit mesnetli durumdaki düşey yer değiştirmelerin ankastre mesnetli durumdaki yer değiştirmelerden 3-4 kat daha fazla olduğu görülmektedir. Hareketli yük altında [-45/45/45/-45] dizilimli kompozit panelin gerinimleri [0/90/90/0] dizilimli panelden daha büyüktür.

#### KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Fryba L., Vibration of Solids and Structures under Moving Loads, Third Edition, Thomas Telford, UK, 1999.
2. Bajer C.I. ve Dyniewicz B., Numerical Analysis of Vibrations of Structures Under Moving Inertial Load, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, Germany, 2012.
3. Chonan S., Dynamic response of a prestressed orthotropic thick plate strip to a moving line load, J. Sound Vib., 93, 427-438, 1984.
4. Agrawal O.P., Stanisic M.M. ve Saigal S., Dynamic responses of orthotropic plates under moving masses, Ingenieur-Arch, 58, 9-14, 1988.
5. Sun L., Dynamics of plate generated by moving harmonic loads, J. Applied Mechanics, 72, 772-777, 2005.
6. Taheri M.R. ve Ting E.C., Dynamic response of plate to moving loads, Structural impedance method, Computers and Structures, 33, 1379-1393, 1989.
7. Zhu X.Q. ve Law S.S., Dynamic behavior of orthotropic rectangular plates under moving loads, J. Eng. Mech., 129, 79-87, 2003.
8. Taheri M.R. ve Ting E.C., Dynamic response of plates to moving loads finite element method, Computers and Structures, 34, 509-521, 1990.
9. De Faria A.R. ve Oguamanam D.C.D., Finite element analysis of the dynamic response of plates under traversing loads using adaptive meshes, Thin-Walled Structure, 42, 1481-1493, 2004.
10. Wu J.J., Vibration analyses of an inclined flat plate subjected to moving loads, J. Sound Vib., 299, 373-387, 2007.
11. Mohebpour S.R., Malekzadeh P. ve Ahmadzadeh A.A., Dynamic analysis of laminated composite plates subjected to a moving oscillator by FEM, Composite Structures, 93, 1574-1583, 2011.
12. Geannakakes G.N. ve Wang P.C., Moving load analyses of arbitrarily shaped plates using the B3-spline finite strip method, J. Sound Vib., 141, 127-142, 1990.
13. Wu J.J., Dynamic analysis of a rectangular plate under a moving line load using scale beams and scaling laws, Computation and Structures, 83, 1646-1658, 2005.
14. Malekzadeh P., Fiouz A.R., ve Razi H., Three-dimensional dynamic analysis of laminated composite plates subjected to moving load, Composite Structures, 90, 105-114, 2009.
15. Lee S.Y. ve Yhim S.S., Dynamic analysis of composite plates subjected to multimoving loads based on a third order theory, Int. J. Solids Structures, 41, 4457-4472, 2004.

16. Vosoughi A.R., Malekzadeh P. ve Razi H., Response of moderately thick laminated composite plates on elastic foundation subjected to moving load, *Composite Structures*, 97, 286-295, 2013.
17. Zaman M.M., Taheri R. ve Alavappillaix A., Dynamic response of a thick plate on viscoelastic foundation to moving loads, *Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.*, 15, 627-647, 1991.
18. Huang M.H. ve Thambiratnam D.P., Deflection response of plate on winkler foundation to moving accelerated loads, *Eng. Struct.*, 23, 1134-1141, 2001.
19. Huang M.H. ve Thambiratnam D.P., Dynamic response of plates on elastic foundation to moving loads plate resting on the elastic foundation, *J. Eng. Mech.*, 128, 1016-1022, 2002.
20. Kim S.M. ve McCullough B.F., Dynamic response of plate on viscous winkler foundation to moving loads of varying amplitude, *Eng. Struct.*, 25, 1179-1188, 2003.
21. De Faria A.R., Finite element analysis of the dynamic response of cylindrical panels under traversing loads, *Eur. J Mech-A/Solids*, 23, 677-687, 2004.
22. Reddy J.N., *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis*, Second Edition, CRC Press, New York, 2004.