

MALİ BAŞARILI VE MALİ BAŞARISIZ ŞİRKETLERİN AYIRIMINI SAĞLAYAN DİSKRİMİNANT FONKSİYONUNUN BULUNMASI

Doç. Dr Aydın ÜNSAL
G.Ü.İ.İ.B.F., Ekonometri Bölümü Öğretim Üyesi

ÖZET

Bu araştırmanın amacı, finansal analizde ve planlamada geniş kullanımı olan finansal oranları kullanarak diskriminant analizi aracılığı ile Sermaye Piyasası Kurulu'na (SPK) bağlı mali başarılı şirketlerle, mali başarısız (iflas eden) şirketlerin ayırımı sağlayan diskriminant fonksiyonunu bulmaktır. Bu nedenle, öncelikle diskriminant analizi, detaylı bir şekilde incelendi. Bu incelemenin arkasından da uygulamaya geçildi.

ABSTRACT

The purpose of this paper is, to determine the discriminant function of bankrupt firms and nonbankrupt firms. To find the discriminant function, financial ratios which are widely used in all financial analysis and planning; are used.

Discriminant analysis is used to obtain the discriminant function. For that reason, firstly, discriminant analysis is explained in detail.

Key Words: Discriminant analysis, Discriminant function, bankrupt, nonbankrupt.

Giriş

Bu çalışmada, Sermaye Piyasası Kurumuna (SPK) bağlı, iflas eden veya tasfiye edilen (mali başarısız) toplam 43 şirketten analize uygun bilançoya sahip 16 şirket analize alındı. Yine aynı kuruma bağlı faaliyetini sürdüren (mali başarılı) 848 şirketten tasadüfi seçilen 70 şirketten analize uygun bilançoya sahip 55 şirket analize dahil edildi. Bu şirketlerin listesi Ek-1, yine bu şirketlere ilişkin 17 finansal oran Ek:2'de verildi. Faaliyetleri durdurulan şirketler (I.Grup) ile faaliyetlerini sürdüren şirketlerin (II.Grup) ayırımı sağlayacak diskriminant fonksiyonunun elde edilmesi ve sınıflandırma işleminin yapılmasına olanak sağlayan diskriminant analizi anlatıldı.

1.1 DİSKRİMİNANT ANALİZİ

Diskriminant analizi, tek faktör çok değişkenli varyans analizi MANOVA'nın uzantısı olan çok değişkenli bir analiz türüdür. Gruplar arası fark yoktur anlamını taşıyan H_0 hipotezi red edildikten sonra, gruplar arası

farkın olduğu sonucuna varılır. Bu farklılığın ana nedenleri diskriminant analizi tekniğiyle ortaya çıkarılır.

Diskriminant analizi aracılığıyla elde edilen **diskriminant** (ayırıcı) **fonksiyonları**, tahmin değişkenlerinin doğrusal bileşenlerinden oluşur. Diskriminant fonksiyonları gruplar arası farklılığa etki eden tahmin değişkenlerinin hangileri olduğunu ortaya çıkarır. Gruplar arası farklılığa etki eden bu değişkenlere de **diskriminant** (ayırıcı) **değişkenler** adı verilir.

Diskriminant analizinin bir diğer işlevi ise, gruplardan herhangi birisine ait olan fakat hangi gruptan geldiği bilinmeyen bir birimin ait olduğu grubu en az hata ile saptamaktır.

O halde Diskriminant analizinin amacını iki grupta toplamak olanaklıdır.

- 1) Diskriminant fonksiyonları saptayıp, ve bu fonksiyonlar aracılığıyla gruplar arası ayırma en fazla etki eden ayırıcı değişkenleri belirlemek,
- 2) Hangi gruptan geldiği bilinmeyen bir birimin hangi gruba dahil edileceğini belirlemektir. (1, s : 493)

Birinci amaca yönelik Diskriminant analizi **Betimsel** (descriptive) **amaçlı analiz** , ikinci amaca yönelik olarak diskriminant analizi **Karar amaçlı analiz** olarak adlandırılır. Gerek 1. gerekse 2. amaca yönelik kuramsal yapıya girmeden önce, Diskriminant analizi probleminin irdelendiği veri yapısını inceleyelim.

1.1.1 VERİ YAPISI MATRİSİ

Diskriminant analizine ilişkin veri yapısı, bazı notasyon değişiklikleri dışında, MANOVA'ya ilişkin veri yapısına benzer.

g. grupta (yığın) (G_1, G_2, \dots, G_g), p.değişkenin (X_1, X_2, \dots, X_p) herbirine ilişkin n_j ($j:1, 2, \dots, g$) gözlem yapıldığı varsayıldığında aşağıdaki veri tablosu elde edilir.

TABLO 1.1 G - GRUP İÇİN DİSKRİMİNANT ANALİZİ VERİ TABLOSU

Gruplar	Değişkenler Birimler	X ₁	X ₂	X ₃	X _p
1	1	X ₁₁₁	X ₁₂₁	X ₁₃₁	X _{1p1}
	2	X ₁₁₂	X ₁₂₂	X ₁₃₂	X _{1p2}

	N ₁	X _{11n₁}	X _{12n₁}	X _{13n₁}	X _{1pn₁}
2	1	X ₂₁₁	X ₂₂₁	X ₂₃₁	X _{2p1}
	2	X ₂₁₂	X ₂₂₂	X ₂₃₂	X _{2p2}

	N ₂	X _{21n₂}	X _{22n₂}	X _{23n₂}	X _{2pn₂}

G	1	X _{g11}	X _{g21}	X _{g31}	X _{gp1}
	2	X _{g12}	X _{g22}	X _{g32}	X _{gp2}

	N _g	X _{g1n_g}	X _{g2n_g}	X _{g3n_g}	X _{gpn_g}

Veri yapısı matrisi Tablo (1.1)'de olduğu üzere gösterildiği gibi Tablo (1.1.a)'da olduğu gibi de gösterilebilir.

TABLO 1.1.a DİSKRİMİNANT ANALİZİ VERİ TABLOSU

Gruplar	G1	G2	Gg
Değişkenler Bireyler	X ₁ X ₂ X _p	X ₁ X ₂ X _p	X ₁ X ₂ X _p
1	X ₁₁₁ X ₁₂₁X _{1p1}	X ₂₁₁ X ₂₂₁X _{2p1}		X _{g11} X _{g21}X _{gp1}
2	X ₁₁₂ X ₁₂₂X _{1p2}	X ₂₁₂ X ₂₂₂X _{2p2}		X _{g12} X _{g22}X _{gp2}
3	X ₁₁₃ X ₁₂₃X _{1p3}	X ₂₁₃ X ₂₂₃X _{2p3}		X _{g13} X _{g23}X _{gp3}
...
...
n _i	X _{11n_i} X _{12n_i}X _{1pn_i}	X _{21n_i} X _{22n_i}X _{2pn_i}	X _{g1n_i} X _{g2n_i}X _{gpn_i}
	X ₁₁ . X ₁₂ X _{1p} .	X ₂₁ . X ₂₂ X _{2p}	X _{g1} . X _{g2} X _{gp} .

Burada;

$x_{ijk} : i. (i : 1, 2, \dots, g)$ yığında $j. (j : 1, 2, \dots, p)$ değişkene ilişkin
 $k. (k : 1, 2, \dots, n_i)$ bireyin değerini ifade eder.

1.1.2 İKİDEN FAZLA GRUP OLMASI DURUMUNDA DİSKRİMİNANT ANALİZİ

Tek faktör varyans analizi modelinde faktör (değişken) düzeyleri arasında farklılığın olup olmadığı aşağıdaki kriter ile belirlenir.

$$\alpha F_{n-p}^{p-1} = \frac{\text{GAOK}}{\text{GIOK}} = \frac{\text{gruplar arası varyans}}{\text{grup içi varyans}}$$

Burada ;

$$\text{GAOK} = \text{SS}_b / (p - 1)$$

$$\text{GIOK} = \text{SS}_w / (n - p) \text{ yi ifade eder.}$$

Benzer bir kriter, X_1, X_2, \dots, X_p tahmin değişkenlerinin doğrusal bileşenleri

$$Y = V_1 X_1 + V_2 X_2 + \dots + V_p X_p$$

(1.1)

veya

$$Y = V'X$$

için diskriminant analizi ile Fisher tarafından geliştirilmiştir. $Y = V'X$ doğrusal bileşenine **ayırıcı fonksiyon** veya **diskriminant fonksiyonu** denir.

Fisher'in geliştirmiş olduğu yöntem gruplar arası varyansın gruplar içi varyansa oranını maksimum yapacak (1.1) eşitliğinde yer alan $V_i (i : 1, 2, \dots, p)$ katsayılarının bulunması esasına dayanır. Yani

$$Y = V_1 X_1 + V_2 X_2 + \dots + V_p X_p, \quad Y = V'X$$

doğrusal bileşeni için

$$\frac{\text{Gruplar arası varyans}}{\text{Grup içi varyans}}$$

(1.2)

oranını maksimum yapacak V_1, V_2, \dots, V_p katsayılarını bulmaktır.

Fisher'in diskriminant analizi için grupların normal dağılıma sahip olma sayılıtsı gerekli olmamakla beraber tüm grupların $p \times p$ kovaryans matrislerinin eşit olduğu kabul edilir. Yani; $\Sigma_1 = \Sigma_2 = \dots = \Sigma_p = \Sigma$.

Birleştirilmiş gruplara ilişkin ortalama vektör $\bar{\mu}$ olmak üzere, gruplar arası kareler toplamı

$$B_o = \sum_{i=1}^g (\mu_i - \bar{\mu})(\mu_i - \bar{\mu})'$$

(1.3)

Burada ;

$\mu_i = i.$ grubun ortalaması,

$\bar{\mu} = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^g \mu_i$ tüm gruplara ilişkin genel ortalamadır.

(1.1) 'deki $Y = V'X$ diskriminant fonksiyonunu dikkate aldığımızda, Y 'ye ilişkin ortalama;

$$\begin{aligned} E(Y) &= E(V'X) \\ &= V'E(X) \\ &= V'\mu_x \end{aligned}$$

$$\mu_{iy} = V'\mu_i \quad (i.\text{grup için, } i : 1, 2, \dots, p)$$

(1.4)

varyans ise;

$$V(Y) = V'Cov(X)V = V' \sum V \quad (1.4a)$$

olarak tüm gruplar için elde edilir.

O halde, $i.$ grup için elde edilen y 'lerin ortalaması $\mu_{iy} = V'\mu_i$ olarak bulunur. Gruplar değiştirildikçe μ_{iy} 'ler de buna bağlı olarak farklılık gösterirler. Tüm gruplar için Y 'ye ilişkin genel ortalama,

$$\bar{\mu}_y = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^g \mu_{iy} = \sum_{i=1}^g V'\mu_i = V' \left(\frac{1}{g} \sum_{i=1}^g \mu_i \right) = V'\bar{\mu}$$

(1.5)

olarak bulunur.

(1.2) kriterinin $Y = V'X$ diskriminant fonksiyonu için oluşturulabilmesi, Y 'in gruplar arası ve gruplar içi kareler toplamının bulunmasına bağlıdır. Bu kareler toplamından hareketle de gerek gruplar arası varyans gerekse gruplar içi varyans bulunur.

Bu amaçla önce Y 'ye ait gruplar arası kareler toplamını daha sonrada gruplar içi kareler toplamını bulalım.

$$GAKT(Y) = \left(\begin{array}{l} \text{Gruplar arası} \\ \text{kareler toplamı} \end{array} \right) = \sum_{i=1}^g (\mu_{iy} - \bar{\mu}_y)^2$$

$$= \sum_{i=1}^g (V'\mu_i - V'\bar{\mu})^2 \quad ((1.4) \text{ ve } (1.5) \text{ 'den yararlanarak})$$

)

$$= V' \left(\sum_{i=1}^g (\mu_i - \bar{\mu})(\mu_i - \bar{\mu})' \right) V$$

$$= V' B_0 V \quad ((1.3) \text{ 'den yararlanarak})$$

(1.6)

elde edilir. $V' B_0 V$ terimi serbestlik derecesi $(g - 1)$ 're bölünerek gruplar arası varyans elde edilir.

(1.2) diskriminant kriteri (1.6) ve (1.4a) dan yararlanılarak

$$\frac{GAKT(Y)}{GIKT(Y)} = \frac{y \text{ için gruplar arası kareler toplamı}}{y \text{ için gruplar içi kareler toplamı}}$$

$$= \frac{V' B_0 V}{V' \Sigma V} = \lambda$$

(1.7) olarak elde edilir. (2, s : 541)

Şimdi de diskriminant kriteri adı verilen bu oranı maksimum yapacak V vektörler kümesini bulalım.

$$\frac{V' B_0 V}{V' \Sigma V} = \lambda \quad \text{kriterini maksimum yapacak } V \text{ vektörler}$$

kümesinin bulunabilmesi için G_1, G_2, \dots, G_p , yığında X_1, X_2, \dots, X_p değişkenlerinde yapılan n_i

(i : 1, 2 ,..., g) gözlemleri için tanımlanan gruplar arası kareler toplamı B_0 ve gruplar içi kareler toplamı Σ 'nın tahmin değerlerinin bulunması gerekir.

Gruplar arası kareler toplamı ve çapraz çarpımlar B_0 ve gruplar içi kareler toplamı ve çapraz çarpımlar Σ matrisleri sırasıyla;

$$B = \sum_i \sum_j n_{ij} (y_{ij.} - y_{...})(y_{ij.} - y_{...})'$$

ve

$$W = \sum_i \sum_j \sum_k (y_{ijk} - y_{ij.})(y_{ijk} - y_{ij.})'$$

olarak tahmin edilir.

B_0 ve Σ 'nın tahmin değerleri bulunduğundan sonra (1.7) 'deki diskriminant kriteri aşağıdaki gibi maksimize edilir.

1.1.3 DİSKRİMİNANT KRİTERİNİN MAKSİMİZASYONU

(1.7) diskriminant kriterinin maksimizasyonu için λ 'nın V 'ye göre kısmi türevi alınıp sifıra eşitlendiğinde;

$$\frac{\partial \lambda}{\partial V} = \frac{2[(BV)(V'WV) - (V'BV)(WV)]}{(V'WV)^2} = 0 \text{ elde edilir.}$$

Bu eşitliğin pay ve paydasını $V'WV$ 'ye bölüp ve (1.7) eşitliği de kullanıldığında

$$(B - \lambda W)V = 0 \quad (1.8)$$

eşitliği elde edilir (3, s : 160).

W matrisinin tekil olmayan bir matris olduğunu kabul edip, (1.8) eşitliğinin her iki tarafı W^{-1} matrisi ile çarpıldığında

$$(W^{-1}B - \lambda I)V = 0 \quad (1.9)$$

eşitliği elde edilir. Burada $W^{-1}B$ matrisi yerine A matrisini koyduğumuzda,

$$(A - \lambda I)V = 0$$

eşitliğine ulaşılır. Bu eşitliğin çözümüne ulaşabilmek için aşağıdaki eşitlikten yararlanılır.

Söz konusu çözüme ulaşabilmek için,

$$\left| W^{-1}B - \lambda I \right| = 0$$

(1.10)

karakteristik denkleminin kökleri λ_i ($i : 1, 2, \dots, s$) değerleri bulunur. λ_i ($i : 1, 2, \dots, s$) değerleri $W^{-1}B$ matrisinin sıfırdan farklı özdeğerleridir. λ_i ($i : 1, 2, \dots, s$) öz değerleri bulunduktan sonra bu değer gerek (1.8)'de gerekse (1.9)'da yerlerine konularak, söz konusu öz değerlere karşılık gelen $W^{-1}B$ matrisinin öz vektörleri (V_1, V_2, \dots, V_s) bulunur. $W^{-1}B$ matrisinin öz vektörlerinin sayısı $s = \min (p, g - 1)$ 'dir.¹

Herhangi bir λ_i değerine karşılık bulunacak V_i değeri için cV_i (c herhangi bir sabit) değeride (1.9) eşitliğini sağlayacağından, V_i vektörünün normu bire eşittir. $V_i V_i = 1$ olması sağlanır. Böylelikle (1.1) tanımlanan diskriminant fonksiyonları Y_1, Y_2, \dots, Y_s bulunmuş olur.

λ_1 , $W^{-1}B$ matrisinin öz değeri ve $V_1 = (V_{11}, V_{12}, \dots, V_{1p})$ bu özdeğere karşılık gelen öz vektör ise, birinci diskriminant fonksiyonu Y_1 ,

$$Y_1 = v_{11}X_1 + v_{12}X_2 + \dots + v_{1p}X_p$$

olarak bulunur. Y_1 en büyük diskriminant kriteri λ_1 're sahiptir.

λ_2 , $W^{-1}B$ matrisinin öz değeri ve $V_2 = (V_{21}, V_{22}, \dots, V_{2p})$ bu özdeğere karşılık gelen öz vektör ise, ikinci diskriminant fonksiyonu Y_2 ,

$$Y_2 = v_{21}X_1 + v_{22}X_2 + \dots + v_{2p}X_p$$

olarak elde edilir. Y_2 'de ikinci büyük diskriminant kriteri λ_2 're sahiptir. Y_2 diskriminat fonksiyonu ile Y_1 diskriminant fonksiyonu arasındaki korelasyon sıfırdır. Benzer şekilde,

$$Y_3 = v_{31}X_1 + v_{32}X_2 + \dots + v_{3p}X_p$$

Y_1 ve Y_2 ile korelasyonu sıfır olan 3. büyük diskriminant kriterine sahip Y_3 diskriminat fonksiyonu elde edilir.

Yine benzer şekilde, s . diskriminant fonksiyonu Y_s , λ_s 'ye karşılık gelen $V_s = (V_{s1}, V_{s2}, \dots, V_{sp})$ ağırlıkları kullanılarak elde edilir. Bu şekilde elde edilen diskriminant fonksiyonu Y_s , Y_1, Y_2, \dots, Y_{s-1} diskriminant fonksiyonları ile korelasyonu sıfır olan en büyük diskriminant kriteri λ_s 'ye sahiptir.

Diskriminant fonksiyonundaki değişkenlerin ayırma etkilerinin ya da diskriminant fonksiyonuna katkı miktarlarının bilinmesi özellikle yorum

(1) Ave B matrislerinin çarpımları sonucu C matrisi elde edilmiş ise C matrisinin rankı, A ve B matrislerinden rankı küçük olana eşittir. Yani,

$$\begin{aligned} \text{Rank} (C) &= \min (\text{Rank} (A), \text{Rank} (B)) \\ S = \text{Rank} (W^{-1}B) &= \min (\text{rank} (W^{-1}), \text{rank} (B)) \\ &= \min (p, g + 1) \end{aligned}$$

aşamasında önemli olduğundan, böyle bir karşılaştırmanın yapılabilmesi için bulunan katsayıların;

$$U_{ij} = V_{ij} (W_{ij})^{1/2} \quad i : 1, 2, \dots, p ; j : 1, 2, \dots, s \quad (1.11)$$

formülü ile standartlaştırılması gerekir. (4, s: 210)

Tüm bu bilgiler ışığı altında Fisher'in Diskriminant analizi için geliştirmiş olduğu yöntemi örnek için, aşağıdaki gibi özetlemek olanaklıdır.

$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p > 0$, $W^{-1}B$ matrisinin öz değerleri ve V_1, V_2, \dots, V_s , $V'WV=1$ koşulu altında bu özdeğerlere karşılık gelen öz vektörler ise, V katsayılar vektörü

$$\frac{V'BV}{V'WV} = \frac{V' \left(\sum_{i=1}^g \sum_{i=1}^g (y_{ij} - y_{...})(y_{ij} - y_{...})' \right) V}{V' \left(\sum \sum \sum (y_{ijk} - y_{ij})(y_{ijk} - y_{ij})' \right) V} \quad (1.12)$$

oranını maksimum yapar. Bu durumda; $V_1'X$, ($X = (X_1, X_2, \dots, X_p)$), doğrusal bileşeni ilk diskriminant fonksiyonunu, $V_2'X$ doğrusal bileşeni ikinci diskriminant fonksiyonu oluşturur. Bu şekilde devam edilerek k. diskriminant fonksiyonu $V_k'X$ şeklinde oluşturulur. (1, s: 542)

Buraya kadar, diskriminant fonksiyonlarının boyutunu belirlemeye çalıştık. Diskriminant fonksiyonlarının boyut sayısının, $W^{-1}B$ matrisinin sıfırdan farklı öz değerlerinin sayısına eşit olduğunu gördük. Bu değerinde yani $W^{-1}B$ matrisinin sıfırdan büyük öz değerlerinin sayısının $\min (g - 1, p)$ değerine eşit olduğu tesbit edildi. Fakat genellikle, istatistiksel olarak anlamlı diskriminant fonksiyonu sayısı $\min (g - 1, p)$ değerinden daha küçüktür. Bunun nedeni de, bazı diskriminant fonksiyonlarının, grup farklılaşmalarının oluşumuna etkilerinin istatistiksel olarak önemsiz olmasıdır.

Bu aşamada, istatistiksel olarak anlamlı olan diskriminant fonksiyonları belirlenebilir.

1.1.4 DİSKRİMİNANT FONKSİYONLARININ ANLAMLILIK TESTİ

Wilks Lamda'sıyla (Λ^*) diskriminant fonksiyonlarının sayısı tespit edilir. Λ^* kriteri ile diskriminant fonksiyonlarının diskriminant değerleri arasında cebirsel bir ilişki vardır. Bu ilişki aşağıda olduğu gibidir.

$$\Lambda^* = \frac{|W|}{|T|}$$

$$1/\Lambda^* = \frac{|T|}{|W|} = |W^{-1}T|^2$$

$$= |W^{-1}(W+B)| \quad (T=W+B)$$

$$= |I+W^{-1}B|$$

(1.13)

$\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r$, $W^{-1}B$ matrisinin özdeğerleri olmak üzere, (1.13) 'de tanımlanan $1/\Lambda^*$ değeri, ilgili teoremlerden de yararlanılarak, aşağıdaki gibi yeniden tanımlanabilir.

$$(1.14) \quad 1/\Lambda^* = (1+\lambda_1)(1+\lambda_2) \dots (1+\lambda_r)$$

Wilks Lambda'sı (Λ^*) 'yı test için Bartlett istatistiği V ;

$$V = -(N-1-(p+g)/2) \ln \Lambda^*$$

şeklinde tanımlanır. V (1.14) 'den yararlanılıp, aşağıdaki gibi yeniden tanımlanır.

$$V = -(N-1-(p+g)/2) \ln \{(1+\lambda_1)(1+\lambda_2) \dots (1+\lambda_r)\}$$

$$= -(N-1-(p+g)/2) \sum_{i=1}^r \ln(1+\lambda_i)$$

(1.15)

² A ve B matrislerinin çarpımlarının determinanı, ayrı ayrı determinanı çarpımlarına eşittir. ($|AB| = |A||B|$)

³ $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p$ A matrisinin özdeğerleri ise A matrisinin determinanı özdeğerlerinin çarpımına eşittir. ($|A| = \lambda_1 \lambda_2 \dots \lambda_p$)

λ , A matrisinin özdeğeri ve c herhangi bir sabit olmak üzere, $(\lambda + c)$ 'de ($A + cI$) matrisinin özdeğeridir.

V, serbestlik derecesi (pg - p) olan χ^2 dağılımına sahiptir.

Ardışık diskriminant fonksiyonlarının aralarındaki korelasyon katsayılarının sıfır olması nedeniyle, (1.15) 'deki (1 + λ_i) 'ardışık terimler istatistiksel olarak birbirleri ile bağımsızdır. Sonuç olarak, V'ye eklenen her bir bileşen yaklaşık olarak χ^2 dağılımına sahiptir. Bu anlamda, V 'nin i. bileşeni

$$V_i = \{ N - 1 - (p + g) / 2 \} \ln(1 + \lambda_i)$$

serbestlik derecesi (p + g - 2i) olan χ^2 dağılımına sahiptir.

Sonuç olarak, V - V₁; V - V₁ - V₂; V - V₁ - V₂ - V₃,; V - V₁ - V₂ - - V_r istatistiklerinin herbiri χ^2 dağılımına sahiptirler. Bu istatistiklerde artık diskriminantın istatistiksel olarak anlamlı olup olmadıklarının testi için kullanılır.

Ardışık istatistikler ve serbestlik dereceleri aşağıdaki tabloda olduğu gibi özetlenebilir.

Yaklaşık χ^2 istatistikleri	Serbestlik derecesi
V-V ₁	(p - 1)(g - 2)
V-V ₁ -V ₂	(p - 2)(g - 3)
V-V ₁ -V ₂ -V ₃	(p - 3)(g - 4)
.	.
.	.

O halde, birinci diskriminant fonksiyonun anlamlılık testi V-V₁ istatistiğiyle, ikinci diskriminant fonksiyonunun anlamlılık testi V-V₁-V₂ istatistiğiyle, eğer ikinci diskriminant fonksiyonu anlamlı bulunmuşsa, üçüncü diskriminant fonksiyonunun anlamlılık testi V-V₁-V₂-V₃ istatistiğiyle, üçüncü diskriminant fonksiyonu da anlamlıysa dördüncü diskriminant fonksiyonunun anlamlılığı V-V₁-V₂-V₃-V₄ istatistiği ile test edilir. Bu işlem anlamsız bulunan bir diskriminant fonksiyonuna ulaşılan kadar devam eder. Eğer (s) tane anlamlı diskriminant fonksiyonu elde edilmiş ise geri kalan (r - s) tane diskriminant fonksiyonunun grupları ayırıcı özellikleri örnekleme hataları olarak kabul edilir ve bu nedenle de dikkate alınmazlar.

UYGULAMA

Daha önce sözü edilen Ek:1'de verilen şirketlere ilişkin Ek:2'de tanımlı 17 değişken ile diskriminant analizi aracılığıyla mali başarısız (iflas eden) şirketlerle mali başarılı şirketlerin ayırımını sağlayan diskriminant fonksiyonu bulunacaktır.

Grup ortalama vektörleri farklı olmıyan gruplara ilişkin diskriminant fonksiyonu hesaplanamayacağından, öncelikle mali başarılı şirketlerle mali

başarısız şirketlerin 17 değişkene ilişkin grup ortalama vektörlerinin farklı olduğu MANOVA ile saptandı(6, s:36-59). Bu saptamadan sonra diskriminant analizi uygulamasına geçildi. Şimdide bu analiz sonuçlarını verelim. Verilerin değerlendirilmesi SPSS paket programı ile yapıldı (7, s:B8).

Diskriminant Katsayılarının Tahmini

Bu aşamada diskriminant değerleri tahmin edilebilir. Daha önce Y_{it} ile gösterilen diskriminant değerini bilgisayar çıktılarına uyumlu hale getirmek için D ile gösterirsek, doğrusal diskriminant fonksiyonu

$$D = b_1X_1 + b_2X_2 + \dots + b_pX_p$$

şeklinde ifade edilebilir. Analize dahil edilen 17 değişkenin diskriminant katsayıları Tablo : 1 'de verilmiştir. Tablo : 1 'in ikinci sütununda standartlaştırılmış diskriminant katsayıları verilmiştir.

Diskriminant Değerlerinin Hesaplanması

Herhangi bir şirketin diskriminant değeri; o şirketin analize dahil edilen değişkenlerdeki alınmış değerleri ile Tablo : 5 'de verilen diskriminant katsayılarından yararlanılarak hesaplanır.

1.Şirkete ilişkin diskriminant değeri,

$$D_1 = 0.05839X_1 - 0.06967 X_2 + \dots + 0.28738X_{17} \text{ şeklinde hesaplanır.}$$

Sınıflandırma Sonuçları

Tablo : 3'de grup üyeliği bilinen her bir şirketin sınıflandırma bilgileri verilmiştir. Tablonun ilk sütunu analize dahil edilen gözlem biriminin veri setindeki numarasını, 2. sütunu, gözlem birimlerinin gerçek gruplarını gösterir. 3. sütunu, herhangi bir gözlem biriminin analiz sonrası dahil edileceği grubu gösterir. 4. sütunda grup numarası bilinen bir gözlem biriminin diskriminant değeri D 'yi alma olasılığını, 5. sütun ise diskriminant değeri D olan bir bireyin herhangi bir gruba ait olma olasılığını verir. 6. sütun ise diskriminant değeri D olan bir bireyin 2. olarak dahil edileceği grup olasılığını verir. Son sütun ise gözlem birimlerinin diskriminant değerlerini verir.

Tablo : 3 incelendiğinde, gerçekte 1. grupta olupda 2. gruba dahil edilen birimler (**) ile işaretlenmiştir.

Sınıflandırma sonuçlarının özeti, " **şaşkınlık matrisi** " olarak adlandırılan Tablo: 4 'de verilmiştir.

Tablo :4 incelendiğinde mali başarısız (Grup I) 16 şirketten 13 tanesi doğru, 3 tanesi yanlış sınıflandırılmıştır. Doğru ve yanlış sınıflandırma yüzdeleri sırası ile % 81.3 ve % 18.8 'dir. Mali başarılı (Grup II) 55 şirketten tümü doğru sınıflandırılmıştır. II. Gruptaki doğru sınıflandırma yüzdesi de % 100'dür. I ve II. grup birlikte düşünüldüğünde ise doğru sınıflandırma olasılığı oldukça yüksek bir değer olan % 95.77 'dir.

Sınıflandırma sonuçları tablosu, doğru ve yanlış sınıflandırma sayılarını gösterir. Doğru sınıflandırılan gözlem birimleri matrisini köşegen elemanlarıdır. Zira tahmin ve gerçek gruplar aynıdır. Buna göre gerçekte 1. grupta olan 16 şirketten 13 tanesi doğru sınıflandırma olasılığı 0.813 ile doğru

sınıflandırma yapılarak 1. gruba dahil edilmiş, kalan 3 tanesinde, yanlış sınıflandırma olasılığı 0.188 ile ikinci gruba dahil edilmiştir.

Toplam doğru sınıflandırma yüzdesi ise % 95.77 'dir. Doğru sınıflandırma yüzdesi, diskriminant fonksiyonunun etkinliğini gösterir. % 95.97 yüksek bir yüzde olması nedeniyle tahmin etmiş olduğumuz diskriminant fonksiyonu grup ayırımını iyi yapmaktadır.

Diskriminant Fonksiyonu Katsayılarının Anlamı

Tablo:1'de diskriminant fonksiyonunun standartlaştırılmış ve standartlaştırılmamış katsayıları verilmiştir. Standartlaştırılmamış katsayılar, orjinal birimler ile ifade edilen değişkenlerin çarpanlarıdır. Standartlaştırılmış katsayılar ise ortalamı 0 , standart sapması 1 olarak standartlaştırılmış değişkenlerin katsayılarıdır.

Katsayıların büyüklükleri, diskriminant değerine katkıları açısından görece bir önem kazanırlar. Büyük katsayılara sahip değişkenler diskriminant değerlerinin oluşumuna daha büyük katkıda bulunurlar. Standartlaştırılmamış diskriminant fonksiyonu katsayıları diskriminant değerlerinin elde edilmesinde iyi bir indeks değildirlir. Bu farklılık Tablo : 5 'de X_6 ve X_7 değişkenlerinin standartlaştırılmış ve standartlaştırılmamış katsayıları incelendiğinde görülür.

Pozitif işaretli katsayılar diskriminant değerine pozitif yönde etki ederken negatif işaretli olanlar negatif yönde etki eder.

Diskriminant Fonksiyonu İle Değişkenlerin Korelasyonu

Diskriminant fonksiyonuna değişkenlerin katkı miktarları, değişkenlerin değerleri ile diskriminant değerleri arasındaki korelasyon katsayılarına bakılarak anlaşılır. Sözkonusu korelasyon katsayısı; diskriminant değerleri ile orjinal değişkenler arasındaki Pearson korelasyon katsayısıdır.

Birleştirilmiş grup içi korelasyon matrisi, herbir grup için hesaplanan korelasyon matrislerinin birleştirilmesi sonucu yani ilgili elemanların ortalamaları alınarak hesaplanır. Bu şekilde hesaplanan korelasyonlar Tablo : 5 'de verilmiştir.

Tablo : 5 incelendiğinde X_8 değişkeni diskriminant fonksiyonu ile korelasyonu en büyük olanı değişkendir. X_6 ikinci en büyük korelasyona sahip değişkendir.

Fisher'in Sınıflandırma Fonksiyonu Katsayıları

Tablo : 1 'de verilen doğrusal diskriminant fonksiyonu katsayılar, gruplar arası kareler toplamının grup içi kareler toplamına oranını maksimize eder. Bu katsayılar kanonik diskriminant fonksiyonu katsayıları olarak da adlandırılır.

Yukarıda tanımlanan oranı maksimize eden bir başka katsayılar kümesinde Tablo : 6 'de verilen Fisher'in doğrusal diskriminant fonksiyonu katsayılarıdır. Tablodan da anlaşılacağı üzere her grup için farklı katsayılar hesaplanmıştır. Herhangibir birim en büyük diskriminant değerini veren gruba dahil edilir.

Araştırmaya dahil edilen 17 değişkene (Finans oranı) ilişkin finans oranları bilinen herhangi bir şirketin mali başarılı, mali başarısız veya kritik olduğuna karar verebilmesi için Tablo:1'deki diskriminant değerlerinden yararlanarak aşağıdaki kriter geliştirilmiştir.

$$\begin{aligned} D \leq -1.4748 & \quad \text{Mali başarısız} \\ -1.4748 < D \leq -0.4510 & \quad \text{Kritik} \\ D > -0.4150 & \quad \text{Mali Başarılı} \end{aligned}$$

Herhangi bir şirketin mali başarılı veya başarısız olduğuna o şirketin diskriminant değeri D'nin yukarıda belirtilen bölgelerden hangisine düştüğü belirlenerek karar verilir.

Sonuç ve Değerlendirme

Yukarıda belirtilen şirketler ve onların finans oranları ile yapılan araştırma sonucun da şu saptamalar yapılmıştır.

Tablo:1'de değişkenlerin standartlaştırılmış ve standartlaştırılmamış diskriminant katsayıları verilmiştir. Bu katsayılardan yararlanılarak, mali başarılı ve başarısız şirketlerin ayırımını sağlayan diskriminant fonksiyonu elde edilir.

Tablo 2:'de gruplar itibarı ile diskriminant değerlerinin ortalama ve standart sapmaları verilmiştir.

Tablo:3'de grup üyeliği bilinen bir şirketin sınıflandırma sonuç bilgileri verilmiştir.Grup üyeliği bilinen bir şirketin diskriminant değerinden yararlanılarak öncelikle dahil edilmesi gereken grup ortaya çıkarılmıştır.Yine bu tablodan, gerçekte 1. grupta olup da 2.gruba dahil edilen birimler ile, gerçekte ikinci grupta olupta birinci gruba dahil edilen birimler saptanabilirler. Bu tür birimler tabloda (***) ile belirtilmişlerdir.

Sınıflandırma sonuçlarının özeti şaşkınlık matrisi adı altında Tablo:4'de verilmiştir. Tablo incelendiğinde, 2. gruba ait 55 şirkette doğru sınıflandırıldığı görülürken, 1.gruba ait 16 şirketten 13'ünün doğru, 3'ünde yanlış sınıflandırıldığı görülür. 1. Ve 2. Gruplar birlikte değerlendirildiklerinde doğru sınıflandırma olasılığının %95.77 olduğu görülür.

Tablo:5'da değişkenlerle diskriminant fonksiyonu arasındaki korelasyon kat sayıları verilmiştir. Tablo:6'da Fisher'in doğrusal diskriminant fonksiyonu katsayıları verilmiştir. Sınıflandırma işlemi herhangi bir birim en büyük diskriminant değerini veren gruba dahil edilerek yapılır.

Grup üyeliği bilinmeyen herhangi bir şirketin diskriminant değerinin aşağıdaki alanlardan hangisine düştüğüne bakılarak karar verilir.

$$\begin{aligned} D \leq -1.4748 & \quad \text{Mali başarısız} \\ -1.4748 < D \leq -0.4510 & \quad \text{Kritik} \\ D > -0.4150 & \quad \text{Mali Başarılı} \end{aligned}$$

*** 17 DEĞİŞKENE İLİŞKİN DISKRİMİNANT ANALİZİ SONUÇLARI

TABLO : 1 DISKRİMİNANT KATSAYILARI

	Standartlaştırılmamış Katsayılar	Standartlaştırılmış Katsayılar
X1	.0213435	.05839
X2	-.0338910	-.06967
X3	1.2546326	.36068
X4	-.0194285	-.41113
X5	.0902443	.32959
X6	-.0481718	-.42222
X7	1.8419092	.45079
X8	-.3601387	-.65326
X9	.2797696	.34620
X10	.5658230	.26609
X11	-.0303895	-.25942
X12	9.52034936E-03	.04803
X13	.2588859	.38486
X14	-.0755560	-.67642
X15	.0782153	.51340
X16	.1544587	.25366
X17	.0453772	.28738

(Constant) -1.8444364

Grup ortalamaları ile hesaplanan kanonikl diskriminant fonksiyon değerleri:

Grup	Fonksiyon 1
1	-2.34879
2	.68328

TABLO :2 DISKRIMINANT DEGERLERI ORTALAMA VE STANDART
SAPMA

Grup ortalamaları

SD	DIS1_1
1	-2.34879
2	.68328
Toplam	.00000

Grup standart sapması

SD	DIS1_1
1	1.61232
2	.74543
Toplam	1.61664

TABLO : 3 SINIFLANDIRMA SONUÇLARI

Şirket Numarası	Gerçek Grup	Ait olması gereken		Ait olması gereken		Diskriminant grup P(G/D)	Değerleri
		birinci grup	P(D/G)	ikinci grup	P(G/D)		
1	1	1 .7892	.9778	2 .0222	-2.0815		
2	1	1 .5323	.9372	2 .0628	-1.7243		
3	1	1 .0642	1.0000	2 .0000	-4.1995		
4	1	1 .6148	.9557	2 .0443	-1.8455		
5	1	1 .0983	.9999	2 .0001	-4.0021		
6	1	1 .4060	.8887	2 .1113	-1.5179		
7	1	1 .6760	.9654	2 .0346	-1.9308		
8	1	1 .0002	1.0000	2 .0000	-6.0928		
9	1	1 .0346	1.0000	2 .0000	-4.4620		
10	1 **	2 .2552	.7589	1 .2411	-.4546		
11	1	1 .4427	.9063	2 .0937	-1.5812		
12	1	1 .2893	.9996	2 .0004	-3.4084		
13	1	1 .3821	.8751	2 .1249	-1.4748		

14	1	1	.4553	.9116	2	.0884	-1.6022	
15	1	**	2	.2567	.7609	1	.2391	-.4510
16	1	**	2	.1512	.5609	1	.4391	-.7520
17	2		2	.6997	.9969	1	.0031	1.0690
18	2		2	.1217	.9999	1	.0001	2.2311
19	2		2	.7869	.9956	1	.0044	.9536
20	2		2	.3104	.9995	1	.0005	1.6977
21	2		2	.7600	.9960	1	.0040	.9888
22	2		2	.6134	.9554	1	.0446	.1780
23	2		2	.9253	.9868	1	.0132	.5895
24	2		2	.5543	.9983	1	.0017	1.2746
25	2		2	.6452	.9975	1	.0025	1.1438
26	2		2	.8488	.9944	1	.0056	.8739
27	2		2	.8158	.9950	1	.0050	.9163
28	2		2	.7312	.9722	1	.0278	.3398
29	2		2	.4259	.8987	1	.1013	-.1129
30	2		2	.9789	.9908	1	.0092	.7097
31	2		2	.6993	.9969	1	.0031	1.0695
32	2		2	.6416	.9603	1	.0397	.2178
33	2		2	.7186	.9966	1	.0034	1.0436
34	2		2	.1486	.9999	1	.0001	2.1277
35	2		2	.2476	.9997	1	.0003	1.8396
36	2		2	.2432	.9997	1	.0003	1.8502
37	2		2	.3799	.9993	1	.0007	1.5614
38	2		2	.7019	.9688	1	.0312	.3005
39	2		2	.8983	.9854	1	.0146	.5555
40	2		2	.5213	.9341	1	.0659	.0419
41	2		2	.7064	.9694	1	.0306	.3066
42	2		2	.9781	.9892	1	.0108	.6559
43	2		2	.7132	.9702	1	.0298	.3158
44	2		2	.2066	.9998	1	.0002	1.9463
45	2		2	.4059	.8886	1	.1114	-.1479
46	2		2	.6485	.9975	1	.0025	1.1391
47	2		2	.4674	.9163	1	.0837	-.0434
48	2		2	.8179	.9950	1	.0050	.9135
49	2		2	.6929	.9677	1	.0323	.2883
50	2		2	.7649	.9959	1	.0041	.9823
51	2		2	.9171	.9927	1	.0073	.7874
52	2		2	.7807	.9771	1	.0229	.4048
53	2		2	.5653	.9982	1	.0018	1.2582
54	2		2	.7021	.9968	1	.0032	1.0657
55	2		2	.9065	.9930	1	.0070	.8008

56	2	2	.0592	1.0000	1	.0000	2.5696
57	2	2	.9217	.9866	1	.0134	.5849
58	2	2	.7655	.9959	1	.0041	.9815
59	2	2	.2639	.7702	1	.2298	-.4339
60	2	2	.2897	.8000	1	.2000	-.3755
61	2	2	.3823	.8752	1	.1248	-.1903
62	2	2	.8424	.9819	1	.0181	.4845
63	2	2	.7976	.9954	1	.0046	.9398
64	2	2	.6297	.9583	1	.0417	.2012
65	2	2	.5785	.9484	1	.0516	.1277
66	2	2	.6566	.9626	1	.0374	.2387
67	2	2	.1599	.5832	1	.4168	-.7220
68	2	2	.7750	.9766	1	.0234	.3974
69	2	2	.1823	.6349	1	.3651	-.6503
70	2	2	.1824	.6350	1	.3650	-.6501
71	2	2	.4592	.9131	1	.0869	-.0568

 TABLO : 4 ŞAŞKINLIK MATRİSİ

Gerçek Grup	Şirket Sayısı	Tahmin Edilen Grup Üyeligi	
		1	2
Grup 1	16	13	3
	81.3%	18.8%	
Grup 2	55	0	55
	.0%	100.0%	

Doğru gruplandırılan şirketlerin yüzdesi : 95.77%

 TABLO : 5 DISKRİMİNANT DEĞİŞKENLERİ İLE DISKRİMİNANAT FONKSİYONLARI
 ARASINDAKİ KORELASYON KATSAYILARI

Değişkenler Fonksiyon 1

X8	-.52633
X6	-.41416
X9	.29388
X13	.26404

X17	-.23763
X10	.20995
X3	.18410
X12	.18258
X7	.15938
X5	.14678
X14	-.13431
X2	.12735
X11	.12206
X1	.12072
X16	.09769
X15	.06063
X4	.04448

TABLO : 6 FISHER'İN DOĞRUSAL DISKRİMİNANT FONKSİYONLARI
(Sınıflandırma Fonksiyonu Katsayıları)

SD	=	1	2
X1		1.7065509	1.7712660
X2		-1.9835847	-2.0863447
X3		1.3870312	5.1911701
X4		-.0362277	-.0951365
X5		.2441676	.5177951
X6		.1223767	-.0236837
X7		4.7706135	10.3554187
X8		1.2098336	.1178662
X9		-1.1916103	-.3433280
X10		7.2471538	8.9627710
X11		-.0129709	-.1051140
X12		.0855357	.1144021
X13		.6513765	1.4363377
X14		.1295869	-.0995045
X15		.0523579	.2895127
X16		.4747394	.9430697
X17		-.0996854	.0379018
(Sabit)		-7.0211984	-10.0886983

EK : 1 ANALIZE DAHİL EDİLEN ŞİRKETLER

*CUMHURİYET
MATBA.VE GAZE.
A.S
*ELEKTRO
AKUSTİK
* YEMTAS AS.
* EV-TEL AS
*TRANSTURK
DEMİR ÇELİK AS.
* OMURTAK AS
*MOSAN
MOBİLYA AS.
* NASTAS AS
*ELEKTRONAL
ELEKTRO
* KORUMA END
* MENSUCAT
*SESTAS SUNI A.S
* TRUVA DERİ
*ARTEMA
ARMETUR
* ELSAN ORMAN
* SİSTAŞ ŞİRT

ALARKO
HOLDİNG
BARKISAN
BARTIN
BRISA BRİSTONE
BURYEM
BURDUR
ÇELİK HALAT
CEPNI GÜCÜ
CEYTAŞ CEYHAN
DENİZLİ CAM
DENTAŞ OLUKLU

DOĞUSAN BORU
DOKAP YAPI
DOKUSAN
İSTANBUL
EDİP İPLİK
EGE BİRACILIK
ERCIYAS
BİRACILIK
İZMİR DEMİR
KARAMAN YEM
KASTAS
KARADENİZ
KEPEZ ELKTRİK
KOÇ HOLDİNG
KOYTUR
SAKARYA
MAKSAN
MALATYA
MARTAŞ
MARMARA
MAYSAN
MAKİNA
MEYBUZ MEYVE
MUSTAFA
KEMAL
ODOKSAN
OSMANELİ
OTOMOTOR
TİCARET
PEMKO PROFILO
SARAY HALI
SORMAŞ SÖĞÜT
TEZSAN TAKİM
TRANSTÜRK
HOLDİNG
TÜRKTUR GIDA

TRUVA DERİ
YETAŞ YAPI
ASTOR TURİZM
ASIL ÇELİK
AYKİM AYDIN
BOLU ÇİMENTO
ÇUKUROVA
ELKTRİK
DEMKO DEMİRCİ
ECZACIBAŞI İLAÇ
ENKA HOLDİNG
HEKTAŞ TİCARET
KARADENİZ
BAKİR
PROFILO
HOLDİNG
ŞAHİN HOLDİNG
SOKTAS PAMUK
TEK MAKİNA
AKSARAY YEM
AKTENTAS
AKSARAY
ALTIN YUNUS
ANTDEMİR
ANTALYA
ASIL ÇELİK
ASTOR TURİZM

(Mali başarısız şirketler, * ile belirtilmiştir.)

Ek:2(5,ilgili sayfalar)

DEĞİŞKENLERİN ORTALAMA VE STANDART SAPMALARı

MALI BAŞARISIZ 16 ŞİRKETE İLİŞKİN DEĞİŞKENLERİN ORTALAMALARI VE STANDART SAPMALARı

Değişken	Ortalama	Std.sap.	Minimum	Maximum	isim
X3	.05	.07	.0001826	.2225110	NAKİT ORANI
X7	.24	.27	.0000000	.9725320	KISA VADELİ YABANCI K
X5	.32	.32	.0155118	1.1304418	FINANSMAN ORANI
X2	.55	.36	.0529864	1.2710274	LIKİDİTE ORANI
X9	.55	.44	.0052779	1.3087300	DURAN VARLIKLARIN OZK
X10	.60	.24	.0223833	.9723709	MAD DURAN VARLIKLARIN
X16	.74	.97	.0111161	3.8877933	AKTİFLERİN DEVİR HIZI
X13	1.02	.70	.0334860	2.3398510	DONEN VARLIKLAR DEVİR
X1	1.04	.77	.3741384	3.2424534	CARI ORAN
X15	2.98	2.83	.0840234	7.5259673	MADDİ DURAN VARLIK DE
X8	3.24	3.85	.2178790	13.770689	UZUN VADELİ YABANCI K
X12	3.50	3.19	.3219875	11.128668	ALACAKLARIN DEVİR HIZ
X11	3.55	4.14	.0605586	17.539022	STOK DEVİR HIZI
X4	4.59	4.29	.3505915	18.062768	STOK BAGİMLİLİK ORANI
X14	6.71	15.36	.0482846	60.525520	DURANVARLIK DEVİR HIZ
X17	6.82	13.06	.2419057	50.172356	OZSERMAYE DEVİR HIZI
X6	12.97	18.46	.9112179	72.221058	BORCLARIN MADDİ OZVAR

KAYNAKÇA

- 1) Johnson, R. A., Wichern, D. W., "Applied Multivariate Statistical Analysis", Prentice-Hall International, Inc. USA, 1982
- 2) Krzanowski, W. S. "Principle of Multivariate Analysis A User's Perspective" Clarendon Press-Oxford, 1993
- 3) Tatsuoaka, Maurice "Multivariate Analysis: Techniques for Educational and Psychological Research", John Wiley and Sons, Inc. New-York, 1971
- 4) Tatlıdıl, Hüseyin "Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistiksel Analiz" H.Ü. Fen Fakültesi İstatistik Bölümü Yayınları, Ankara, 1992
- 5) Akdoğan, N. Tenker, Nejat Finansal Tablolar ve Mali Analiz Teknikleri " G.Ü. Basın Yayın Yüksek Okulu Matbaası, 4. Basım Ankara, Ocak-1992
- 6) Ünsal, A., "İşletmelerin mali yapılarına İstatistiksel Bir Yaklaşım" "G.Ü.İ.İ.B.F. Dergisi ,Cilt 2 Sayı 4, Bahar 2000, Ankara.
- 7) Norusis, M. J. "SPSS / PC + Advanced Statistics" USA, 1986