

**SİPARİŞE GÖRE ÜRETİM YAPAN İŞLETMELERDE
KISITLI MALZEME ÇEŞİDİ DURUMUNDA FİREYİ MİNİMİZE
EDEN PARÇA KESİM PLANININ BELİRLENMESİ
-MATEMATİKSEL MODEL ÖNERİSİ-**

Cemal ÖZGÜVEN*
Filiz ÇALIŞKAN**

ÖZET

Çalışmada öncelikle, sabit endeki malzemelerden farklı boylarda kesilmek yolu ile elde edilen parçaları kullanarak çok sayıda ürünü siparişe göre üreten işletmeler için, kesme işlemi sonunda meydana gelen firenin minimize edilmesini hedef alan ve Achalz-Konrad tarafından geliştirilmiş olan bir en kısa yörünge modeli kısaca tanıtmıştır. Tanıtılan modelin yetersizliklerinden yola çıkılarak aynı probleme çözüm getiren ve buna ilaveten uygulama ile ilgili bir takım farklı ihtiyaçlara da cevap verebilen bir karma tamsayı programlama modeli önerilmiştir. Önerilen model iki farklı probleme uygulanarak üstünlükleri açıkça ortaya konulmuştur.

GİRİŞ

Üretim sürecinin belirli aşamalarında oluşan stoklar hammadde, mamul ve malzeme stokları şeklinde sınıflandırılabilir. Hangi tipten olursa olsun, bu stokların bulundurulmasının işletmeler için avantajları ve dezavantajları vardır. Dezavantajların başında, stok bulundurmanın sebep olduğu maliyetler gelir. Son yıllarda rekabetin artması ile birlikte işletmelerin üretim maliyetlerini azaltmaları bir zorunluluk haline almış; bu da dikkatleri stoklama maliyetleri üzerinde yoğunlaştırmıştır.

Stok bulundurmanın malzeme, yarı mamul ve mamullerin muhafaza edilmesinden kaynaklanan bina bakım, ısıtma, soğutma, kira, işçilik gibi giderlere yol açmasının yanı sıra

- Yüksek miktarda kapitalin bağlanması,
- Siparişlerin geçiş sürelerinin uzamasına neden olduğu için termin güvenirliliğinin zayıflaması,
- Planlama hatalarının görünmesini engellemesi

* Prof. Dr., Erciyes Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi

** Doç. Dr., Erciyes Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi

gibi dezavantajlarının bulunduğu bilinir (Klaus and Steven, 1993:274). Bu dezavantajlarına rağmen stoklar üstlendikleri fonksiyonlar nedeni ile halen günümüzde vazgeçilmezliğini korumaktadırlar.

İşletmelerde stokların üstlendikleri başlıca fonksiyonlar şunlardır (Kupsch, 1979:1029-1045)

- Malzemenin girişi ile üretimin yapılması arasındaki süre farklılığını dengeleme fonksiyonu,
- Malzeme temininde öngörülemeyen aksaklık veya gecikmelere karşı emniyet fonksiyonu,
- Bazı ürünlerin üretim sürecinin bir parçası olmaları durumunda (kurutma, bekletme, olgunlaşmasını sağlama şeklinde) ürünün değerini artırma fonksiyonu ve
- Bazı malzemelerin fiyatların yükselmesi veya gelecekte yeterli kalitede tedarik edilememeleri ihtimaline karşı bir tedbir olarak fazla miktarda alınıp depolanmaları sayesinde spekülasyonlardan korunma fonksiyonu.

Stokların avantajlarından azami ölçüde yararlanmak ve dezavantajlarından bir ölçüde kurtulabilmek için işletme yöneticisine düşen görev mümkün olduğu ölçüde az ama üretim sürecinde hiçbir aksaklığa neden olmayacak kadar çok yani, tam gerektiği kadar stok bulundurmayı sağlamaktır.

Bu çalışmada, sabit endeki malzemelerden farklı boylarda kesilerek elde edilen parçaları kullanmak suretiyle (kapı, pencere çerçevesi, mutfak dolapları gibi) çok sayıda ürünü siparişe göre üreten işletmelerde kesme işlemi sonunda meydana gelen firenin minimize edilmesini hedef alan bir en kısa yörünge modeli kısaca tanıtılacak; bunun ardından, daha kapsamlı bir karma tamsayı programlama modeli önerilecektir. Önerilen karma tamsayı programlama modeli, Achats ve Konrad tarafından geliştirilen en kısa yörünge modelindeki (Achhalz and Konrad, 1998:13-15) bir takım yetersizliklerden yola çıkılarak kurulmuştur.

Achats-Konrad modeli aşağıda Problem A olarak sunulacak olan stok problemine uygulanabilmektedir. Söz konusu model, Problem A'yı içermesinin yanında uygulama ile ilgili bir takım ilave unsurları da taşıyan Problem B üzerinde yetersiz kalmaktadır. Bu durum karşısında, hem problem A'ya hem de Problem B'ye çözüm getirecek nitelikte olan bir karma tamsayı programlama modeli bu çalışmada kurulmuştur.

I. PROBLEMLERİN TANIMLANMASI

Bir ürünle ilgili siparişin alınması durumunda malzeme deposundan gerekli malzemeler istenir. Genellikle depoda farklı uzunlukta ve yine farklı türden malzemeler bulunur. Üretim alanına getirilen bu malzemelerin siparişte istenen boyutlara getirilebilmesi için kesme işleminin yapılması gerekir. Bu durumda zorunlu olarak fire ortaya çıkar. Malzeme kaybı açısından standart boyda olan uzun bir malzemedan, ihtiyaç doğdukça kısa parçaların kesilmesi durumunda artan parçanın fire olması yüzünden ortaya çıkan kaybın fazla olduğu bilinir (Achholz, 1998:14)

Bu nedenle, depodan malzeme istenmesi durumunda ihtiyaç duyulan malzemenin boyutu ile ilgili bilginin verilmesi ve stoktaki uygun boydaki parçanın kullanılması son derece önemlidir. Bir planlama dönemi içerisinde, farklı boyuttaki parçaların her birinden kaçar adet depoda bulundurulması gerektiğinin kesin olarak bilinmesinin zor olmasına karşılık, geçmiş verilerden faydalanılarak stoklanacak parça sayıları için alt ve üst sınırlar şeklinde bir aralık verilmesi mümkün olabilmektedir. İşletmenin deposunda, her ürün için gerekebilecek farklı boydaki bütün parçaların bulundurulması durumunda ortada hiçbir problem yoktur. Ancak, pratikte bu parçalar sınırlı sayıda standart boylarda temin edilebilmektedir. Siparişe göre üretim yapan bir işletme standart boylardaki parçaları girdi olarak satın alır. Ürün yelpazesi geniş olan bir işletmede, siparişlerde belirtilen özellikler sonucu ürün çizgilerinde oluşan farklılık nedeni ile ihtiyaç duyulacak, boyutları veya türleri farklı binlerce parça söz konusu olabilir. Her bir parçadan gerekli olan miktarın düşünülmesi durumunda ise stoklanması gereken parça sayısının çok yüksek olacağı açıktır. Her boyuttaki parçayı gerektiği kadar stoklama şeklinde olan ideal durumun mümkün olmaması nedeni ile işletme yönetimi deposunda hangi boyuttaki parçalardan ne kadar stoklanması gerektiğini belirlemek durumundadır. Bu sorunun cevabını ararken, mevcut stoklama imkanları ile birlikte parçalara bağlanacak paranın miktarı, yani finansman ihtiyacı da son derecede önemlidir ve bunlar kıt kaynak sınırlarını oluştururlar.

İşletme tarafından aynı ende olup farklı boylarda ihtiyaç duyulan tek tip malzemenin kullanıldığı varsayılmıştır. Birden fazla türde malzemenin söz konusu olması durumunda, her bir tür için ayrı bir model kurmak gerekir.

A) Problem A

Uygulamada işletmeler belirli bir türden çeşitli boylarda parçaları girdi olarak satın alıp, stoklayabilmektedirler. Bunlara, kısaca, girdi niteliğinde parçalar denilecektir. Girdi niteliğindeki parçaların kesilmesi suretiyle elde edilip masa, dolap vb. ürünler için kullanılan aynı boylardaki parçalara da, kısaca, çıktı niteliğinde parçalar denilecektir.

Parçaların boyları arasındaki farkların küçük oldukları, dolayısıyla hiçbir parçanın boyunun bir diğerinin iki veya daha fazla katı olmadığı varsayılmıştır.

Çıktı niteliğindeki parçalardan üretilecek miktarlar, alınan siparişlere bağlı olarak, önceden belirlenmiştir. Bu miktarlardan fazla sayıda çıktı niteliğinde parça üretilmesi söz konusu değildir.

Girdi niteliğinde kaç farklı boyda parça satın alınacağını bir üst sınırı vardır. Buna da kısaca maksimum çeşit sayısı denilecektir. Maksimum çeşit sayısını işletmenin kendisi belirlemektedir.

Maksimum çeşit sayısını aşmamak şartıyla, girdi niteliğindeki her bir parçadan kaçar tane satın alınmalı ve bunların her birinden çıktı niteliğinde ne kadar parça üretilmelidir ki toplam fire en aza insin.

B) Problem B

Amaç aynıdır. Toplam firenin en aza indirilecektir. Farklar ve ilave unsurlar şöyle sıralanabilir:

Girdi niteliğindeki parçaların sayısı ve boyları ile çıktı niteliğindeki parçaların sayısı ve boyları aynı değildir. Girdi niteliğinde daha az sayıda parça vardır.

Girdi niteliğindeki parçaların boyları ile çıktı niteliğindeki parçaların boyları arasında ciddi farklar bulunabilir. O zaman da, girdi niteliğindeki bir parçadan çıktı niteliğinde iki veya daha çok çıktı niteliğinde bir parça kesilebilir.

Çıktı niteliğinde parçalardan üretilecek miktarlar üzerinde alt ve üst sınırlar vardır. Alt sınır alınan siparişi gerçekleştirmek için o parçadan en az ne kadar üretilmesi gerektiğini, üst sınır ise ihtiyat paylarını dikkate aldıktan sonra en fazla ne kadar üretilmesi gerektiğini ifade etmektedir. Dolayısıyla, çıktı niteliğindeki bir parçadan alt ve üst sınırlar arasında üretim yapılabilir.

Girdi niteliğindeki parçaların satın alınabilmesi bakımından finansman kaynağının, stoklanabilmesi bakımından depolama alanının yetersizliği her zaman söz konusu olabilir. Bu kıt kaynaklar girdi niteliğindeki parçaların sayılarını sınırlandırmaktadır.

Bu şartlar altında, Problem B şöyle ifade edilebilir: Maksimum çeşit sayısını aşmamak, çıktı niteliğindeki parçaların alt ve üst sınırları arasında kalmak ve kıt kaynak sınırlarını ihlal etmemek kaydıyla girdi niteliğindeki her bir parçadan kaç tane satın alınmalı ve bunların her birinden çıktı niteliğinde ne kadar parça üretilmelidir ki toplam fire en aza insin.

II. ALHATS-KONRAD MODELİ

Bu model Problem A'nın bir en kısa yörünge problemi haline getirilmesi ve buna göre bir sıfır-bir programlama modelinin kurulması esasına dayanmaktadır. Parçalar girdi ve çıktı niteliğinde olarak birbirinden ayırt edilmemiştir. n tane gerçek parça vardır. Sanal bir parçaya 0 numara ile yer verilmiştir.

A) Parametreler ve Değişkenler

L_i = i numaralı parçanın boyu

L_j = j numaralı parçanın boyu

$(L_i < L_j)$

a_i = i numaralı parçadan üretilecek miktar

$X_{ij} = 1$ j numaralı parçadan $i+1, i+2, \dots, j$ numaralı parçalar üretilirse; 0 aksi takdirde

$c_{ij} = j$ numaralı parçadan $i+1, i+2, \dots, j$ numaralı parçalar sırasıyla $a_{i+1}, a_{i+2}, \dots, a_j$ adet üretildiği zaman meydana gelecek fire

$$c_{ij} = \sum_{k=i+1}^j (L_j - L_k) * a_k$$

$\ç$ = maksimum çeşit sayısı

$$i, j = 0, 1, 2, \dots, n \quad (i < j)$$

B) Modelin Kurulması

Model, Problem A'ya çözüm getirecek şekilde şöyle kurulmaktadır:

$$\min \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=1}^n c_{ij} X_{ij}$$

sınırlar

$$\sum_{j=k+1}^n X_{kj} = 1 \quad k = 0$$

$$\sum_{i=0}^{k-1} X_{ik} - \sum_{j=k+1}^n X_{kj} = 0 \quad 0 < k < n$$

$$\sum_{i=0}^{k-1} X_{ik} = 1 \quad k = n$$

$$\sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=1}^n X_{ij} \leq \ç$$

Son sınır 0 numaralı başlangıç düğümünden n numaralı varış düğümüne kadar en fazla $\ç$ adet adımın atılması, yani en fazla $\ç$ çeşit parçanın girdi olarak kullanılması için konmuştur.

III. ÖNERİLEN MODEL

Alhats-Konrad modelindeki (başlangıç düğümünden varış düğümüne kadar düğümünden düğüme atılabilecek muhtemel adımları temsil eden) X_{ij} değişkenleri, sadece, girdi niteliğindeki hangi parçadan çıktı niteliğindeki hangi parçanın veya parçaların üretileceğini göstermektedir.

Önerilen modelde ise girdi niteliğindeki hangi parçadan ne kadar satın alınacağı, bunların ne kadarının çıktı niteliğindeki hangi parçaya tahsis edileceği ve çıktı niteliğindeki hangi parçadan ne kadar üretileceği ayrı ayrı karar değişkenleri ile ifade edilmiştir. Bu değişkenlerin kullanılması da, önerilen modelin pratik değerini yükseltmekte, yani, Problem B'ye uygulanabilmesini mümkün kılmaktadır.

A) Değişkenler ve Parametreler

Modelin değişkenleri:

X_{ij} = Girdi niteliğinde i'nci boydaki parçalardan çıktı niteliğinde j'inci boydaki parçaya tahsis edilen miktar

X_i = Girdi niteliğinde i'nci boydaki parçaların toplam sayısı

S_j = Çıktı niteliğinde j'nci boydaki parçaların toplam sayısı

1 girdi niteliğinde i'nci boydaki parçalardan satın alınır

Y_i =

0 aksi takdirde

K = Girdi niteliğindeki parçaların boylarının toplam uzunluğu

L = Çıktı niteliğindeki parçaların boylarının toplam uzunluğu

F = Toplam fire

P = Girdi niteliğindeki parçaların çeşit sayısı

Parametreler:

a_i = Girdi niteliğinde i'nci boydaki her bir parçanın uzunluğu

b_j = Çıktı niteliğinde j'nci boydaki her bir parçanın uzunluğu

o_j = Çıktı niteliğindeki j'nci boy parçadan üretilecek minimum miktar

w_j = Çıktı niteliğindeki j'nci boy parçadan üretilecek maksimum miktar

ζ = Maksimum çeşit sayısı

z_r = r'nci kıt kaynaktan mevcut miktar

z_{ir} = Bir birim i'nci boyunda girdi niteliğinde parça için gerekli r'inci kıt kaynak miktarı

$i=1, \dots, m$

$j=1, \dots, n$

$r=1, \dots, q$

$a_{ij} = (a_i/b_j)^r$ = Girdi niteliğinde i'nci boydaki bir parçadan üretilebilecek j'nci boyda çıktı niteliğindeki parçaların sayısı

$(X)^r$ = X'den küçük olan en büyük tam sayı

B) Modelin Kurulması

Sınırlar:

$$(I) \Rightarrow S_j \leq \sum_{i=1}^m a_{ij} \cdot X_{ij} \quad j=1, \dots, n \quad (i \geq j)$$

Girdi niteliğindeki i'nci boyda parçaların çıktı niteliğindeki j'inci boyda parçaya tahsis edilmesi durumunda, j'inci boyda parçadan en fazla kaç tane elde edileceği belirlenir.

$$(II) \Rightarrow X_i = \sum_{j=1}^n X_{ij} \quad i=1, \dots, m \quad (i \geq j)$$

Girdi niteliğindeki i'nci boyda parçalardan kaç tane satın alınacağı belirlenir.

$$(III) \Rightarrow S_j \geq o_j \quad j=1, \dots, n$$

Çıktı niteliğindeki j'inci boyda parçadan minimum miktarın altında üretim yapılması engellenir.

$$(IV) \Rightarrow S_j \leq w_j \quad j=1, \dots, n$$

Çıktı niteliğindeki j'inci boyda parçadan maksimum miktarın üzerinde üretim yapılması engellenir.

$$(V) \Rightarrow K = \sum_{i=1}^m a_i \cdot X_i$$

$$L = \sum_{j=1}^n b_j \cdot S_j$$

$$F = K - L$$

Girdi niteliğindeki ve çıktı niteliğindeki parçaların boylarının toplam uzunlukları tanımlanır. Bunlara bağlı olarak da toplam fire ortaya çıkar.

$$(VI) \Rightarrow X_i \leq M Y_i \quad i=1, \dots, m$$

$$P = \sum_{i=1}^m Y_i$$

Kaç çeşit girdi niteliğinde parça satın alınacağı belirlenir.

$$(VII) \Rightarrow P \leq \phi$$

Maksimum çeşit sayısının aşılmamasını sağlayan sınır konulur.

$$(VIII) \Rightarrow \sum_{i=1}^m Z_{ir} \cdot X_i \leq Z_r \quad r=1, \dots, q$$

Her kıt kaynak için ayrı bir sınır yazılır.

C) Amaç Fonksiyonu:

$$\min F$$

Amaç fonksiyonu toplam firenin en aza indirilmesi esasına göre düzenlenmiştir.

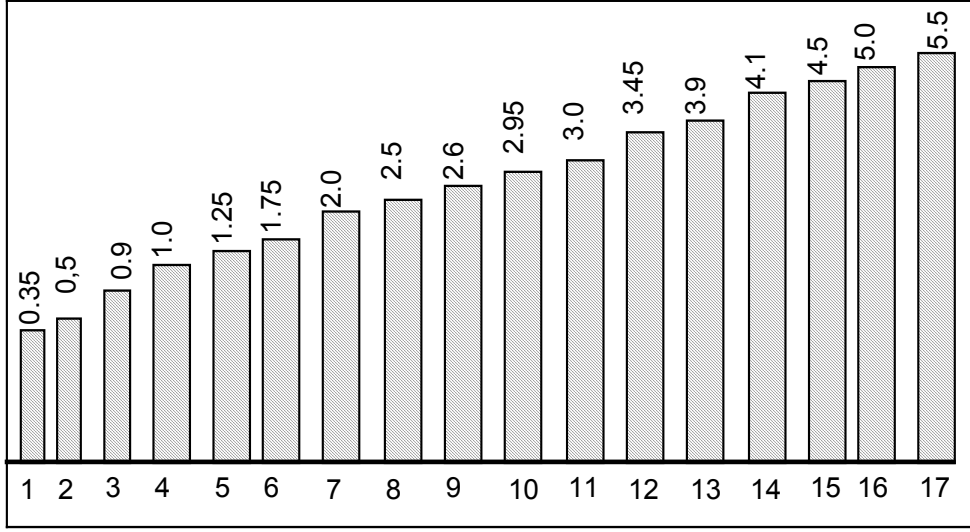
IV. 3. ÖNERİLEN MODELİN PROBLEM B'YE UYGUN BİR ÖRNEK PROBLEME UYGULANMASI

Uzunlukları metre olarak aşağıda verilen 17 adet farklı boyda çıktı niteliğinde parça vardır. İşletmenin planlama periyodu içerisinde, bunların her birinden aşağıda verilen minimum ve maksimum miktarlar arasında üretim yapılacaktır.

$$\begin{array}{llll} 4 \leq S_1 \leq 7 & 5 \leq S_2 \leq 9 & 6 \leq S_3 \leq 8 & 2 \leq S_4 \leq 5 \\ 3 \leq S_5 \leq 6 & 7 \leq S_6 \leq 9 & 6 \leq S_7 \leq 9 & 5 \leq S_8 \leq 1 \\ 4 \leq S_9 \leq 8 & 6 \leq S_{10} \leq 12 & 2 \leq S_{11} \leq 7 & 3 \leq S_{12} \leq 9 \\ 5 \leq S_{13} \leq 10 & 1 \leq S_{14} \leq 8 & 4 \leq S_{15} \leq 5 & 2 \leq S_{16} \leq 6 \\ 3 \leq S_{17} \leq 9 & & & \end{array}$$

İşletme dışarıdan sadece dört çeşit standart boyda parçayı temin edebilmektedir. Girdi niteliğindeki bu parçalar 5.5, 3.45, 2.6 ve 1.25 metre boylarındaki 17, 12, 9 ve 5 numaralı parçalardır.

Maksimum çeşit sayısı 3 olarak belirlenmiştir.



İşletmenin stok alanı sınırlıdır. Stoklardan sorumlu yetkili, girdi niteliğindeki sadece 5 numaralı parçadan stoklanması durumunda 100 adet, sadece 9 numaralı parçadan stoklanması durumunda yine 100 adet, sadece 12 numaralı parçadan stoklanması halinde 66 adet ve sadece 17 numaralı parçadan stoklanması durumunda da 33 adet stoklayabileceğini bildirmiştir. Ancak, kurulacak modelin bu dört parçanın kombinasyonlarının da stoklanmasına izin vermesi gerekmektedir. İşletmenin malzeme almak üzere elindeki finansman ihtiyacı da kısıtlıdır. Girdi niteliğindeki 5 numaralı parçanın bir biriminin alış fiyatı 5Pb., 9 numaralı parçanın bir biriminin alış fiyatı 7Pb., 12 numaralı parçanın alış fiyatı 10Pb. ve 17 numaralı parçanın birim fiyatı ise 13Pb. dir. İşletmenin malzeme alımı için kullanabileceği kaynak ise maksimum 540Pb. dir.

A) Modelin Yazılması

Bu örnek çerçevesinde, modelimiz aşağıdaki şekilde kurulmaktadır.

min F

Sınırlar

(I) \Rightarrow

$$S_{17} \leq X_{1717}$$

$$S_{16} \leq X_{1716}$$

$$S_{15} \leq X_{1715}$$

$$S_{14} \leq X_{1714}$$

$$S_{13} \leq X_{1713}$$

$$S_{12} \leq X_{1712} + X_{1212}$$

$$S_{11} \leq X_{1711} + X_{1211}$$

$$S_{10} \leq X_{1710} + X_{1210}$$

$$S_9 \leq 2X_{179} + X_{129} + X_{99}$$

$$S_8 \leq 2X_{178} + X_{128} + X_{98}$$

$$S_7 \leq 2X_{177} + X_{127} + X_{97}$$

$$S_6 \leq 3X_{176} + X_{126} + X_{96}$$

$$S_5 \leq 4X_{175} + 2X_{125} + 2X_{95} + X_{55}$$

$$S_4 \leq 5X_{174} + 3X_{124} + 2X_{94} + X_{54}$$

$$S_3 \leq 6X_{173} + 3X_{123} + 2X_{93} + X_{53}$$

$$S_2 \leq 11X_{172} + 6X_{122} + 5X_{92} + 2X_{52}$$

$$S_1 \leq 15X_{171} + 9X_{121} + 7X_{91} + 3X_{51}$$

(II) \Rightarrow

$$X_{17} = X_{1717} + X_{1716} + X_{1715} + X_{1714} + X_{1713} + X_{1712} + X_{1711} \\ + X_{1710} + X_{179} + X_{178} + X_{177} + X_{176} + X_{175} + X_{174} + \\ X_{173} + X_{172} + X_{171}$$

$$X_{12} = X_{1212} + X_{1211} + X_{1210} + X_{129} + X_{128} + X_{127} + X_{126} + X_{125} \\ + X_{124} + X_{123} + X_{122} + X_{121}$$

$$X_9 = X_{99} + X_{98} + X_{97} + X_{96} + X_{95} + X_{94} + X_{93} + X_{92} + X_{91}$$

$$X_5 = X_{55} + X_{54} + X_{53} + X_{52} + X_{51}$$

(III) \Rightarrow

$$\begin{array}{cccccc} S_1 \geq 4 & S_2 \geq 5 & S_3 \geq 6 & S_4 \geq 2 & S_5 \geq 3 & S_6 \geq 7 & S_7 \geq 6 \\ S_8 \geq 5 & S_9 \geq 4 & S_{10} \geq 6 & S_{11} \geq 2 & S_{12} \geq 3 & & \\ S_{13} \geq 5 & S_{14} \geq 1 & S_{15} \geq 4 & S_{16} \geq 2 & S_{17} \geq 3 & & \end{array}$$

(IV) \Rightarrow

$$\begin{array}{cccc} S_1 \leq 7 & S_2 \leq 9 & S_3 \leq 8 & S_4 \leq 5 \\ S_5 \leq 6 & S_6 \leq 9 & S_7 \leq 7 & S_8 \leq 9 \\ S_8 \leq 10 & S_9 \leq 8 & S_{10} \leq 12 & S_{11} \leq 7 \\ S_{12} \leq 9 & S_{13} \leq 10 & S_{14} \leq 8 & S_{15} \leq 5 \\ & S_{16} \leq 6 & S_{17} \leq 9 & \end{array}$$

(V) \Rightarrow

$$K = 1.25X_5 + 2.6X_9 + 3.45X_{12} + 5.5X_{17}$$

$$L = 0.35S_1 + 0.5S_2 + 0.9S_3 + S_4 + 1.25S_5 + 1.75S_6 + 2S_7 + 2.5S_8 + \\ 2.6S_9 + 2.95S_{10} + 3S_{11} + 3.45S_{12} + 3.90S_{13} + 4.1S_{14} + 4.5S_{15} + \\ 5S_{16} + 5.5S_{17}$$

$$F = K - L$$

(VI) \Rightarrow

$$X_{17} \leq 10000Y_{17} \quad X_{12} \leq 10000Y_{12}$$

$$X_9 \leq 10000Y_9 \quad X_5 \leq 10000Y_5$$

$$P = Y_{17} + Y_{12} + Y_9 + Y_5$$

(VII) \Rightarrow

$$P \leq 3$$

(VIII) \Rightarrow

$$30X_{17} + 15X_{12} + 10X_9 + 10X_5 \leq 1000$$

$$13X_{17} + 10X_{12} + 7X_9 + 5X_5 \leq 540$$

B) Elde Edilen Çözüm

Diğer tüm değişkenlerin değerleri sıfır olmak üzere elde edilen optimum çözüm şöyledir:

$$F^* = 24.5 \\ K^* = 209.10, \quad L^* = 184.95$$

Satın alınacak girdi niteliğindeki parçaların toplam uzunluğu 209.1 metre olacaktır. Bunun 184.95 metresi çıktı niteliğindeki parçaların üretiminde kullanılacağına göre, kesme işleminin sonunda toplam fire 24.5 metre olarak ortaya çıkacaktır. Toplam fireyi bunun altına indirmek mümkün değildir.

$$Y_{17}^* = Y_{12}^* = Y_9^* = 1 \\ P^* = 3$$

Girdi niteliğinde üç çeşit parça satın alınacaktır. Bunlar sırasıyla 17, 12 ve 9 numaralı parçalardır.

X_i , X_{ij} ve S_j değişkenlerinin optimum değerleri aşağıda tablo halinde sunulmuştur

j i	1	2	3	4	5	6
17			a173=6 X173*=1			a176=3 X176*=3
12				a124=3 X124*=1		
9	a91=7 X91*=1	a92=5 X92*=1			a95=2 X95*=2	
	S1* = 7	S2* = 5	S3* = 6	S4* = 3	S5* = 4	S6* = 9

j i	7	8	9	10	11	12
17						
12				a1210=1 X1210*=6	a1211=1 X1211*=2	a1212=1 X1212*=7
9	a97=1 X97*=6	a98=1 X98*=5	a99=1 X99*=4			
	S7* = 6	S8* = 5	S9* = 4	S10 = 6	S11 = 2	S12 = 7

$i \backslash j$	13	14	15	16	17	
17	$a_{1713}=1$ $X_{1713}*=5$	$a_{1714}=1$ $X_{1714}*=1$	$a_{1715}=1$ $X_{1715}*=4$	$a_{1716}=1$ $X_{1716}*=2$	$a_{1717}=1$ $X_{1717}*=3$	$X_{17}^* = 19$
12						$X_{12}^* = 16$
9						$X_9^* = 19$
	$S_{13}^* = 5$	$S_{14}^* = 1$	$S_{15}^* = 4$	$S_{16}^* = 2$	$S_{17}^* = 3$	

Çıktı niteliğindeki parçalardan minimum üretim miktarlarının üzerinde üretilecek olanlar sırasıyla 1, 4, 5, 6 ve 12 numaralı parçalardır.

DEĞERLENDİRME VE SONUÇ

Achatz-Konrad modeli sadece Problem A olarak tanımladığımız probleme uygulanabilmektedir. Bu çalışmada önerilen model hem Problem A'ya hem de daha geniş kapsamlı olan Problem B'ye uygulanabildiği için pratik değeri daha yüksek olan bir modeldir.

Önerilen modeli Problem A'ya da uygulayabilmek için bu modeldeki (III) numaralı sınırlar kümesinde yer alan sınırları (\geq) değil, ($=$) biçiminde yazmak, (IV) ve (VIII) numaralı sınır kümelerini kaldırmak gerekir. Önerilen modelde L sabit bir değer alacağından dolayı, amaç fonksiyonunu

$$\min K$$

olarak da ifade etmek mümkündür.

Achatz ve Konrad tarafından benimsenen yaklaşım, Problem A'nın bir en kısa yol problemi haline getirilmesi ve buna uygun bir sıfır-bir programlama modelinin kurulması esasına dayanmaktadır. Söz konusu sıfır-bir programlama modelinde girdi ve çıktı niteliğindeki parçaların miktarlarını ifade eden karar değişkenleri bulunmadığı için,

- Girdi niteliğindeki parçaların miktarları ve bunların çıktı niteliğindeki parçalara ne şekilde tahsis edilecekleri açıkça belli değildir; dolayısıyla, optimum çözüm bulunduğundan sonra bu bilgilerin üretilmesi için ilave hesaplamaların yapılması gerekir.

- Çıktı niteliğindeki parçalardan ihtiyaç duyulan miktarlar değiştiği takdirde, modelin amaç fonksiyonu katsayılarının yeniden hesaplanması gerekir.

Oysa, önerilen modelde satın alınan ve üretilen parçaların miktarları ile satın alınan her bir parçadan kaç tanesinin üretilecek hangi parçaya tahsis edileceği ayrı ayrı karar değişkenleri ile ifade edildiği içindir ki, bu model ister Problem A'ya isterse de Problem B'ye uygulansın,

- Optimum çözüm bulunduktan sonra ilave hesaplamaların yapılmasına gerek yoktur.
- Çıktı niteliğindeki parçalardan ihtiyaç duyulan miktarlar değiştiği takdirde, (III) numaralı sınırlar kümesinin sağ taraf sabitlerinin değiştirilmesi yeterli olur.

Problem B'nin şartları altında, yani

- Çıktı niteliğindeki parçaların alt sınırlarının üzerinde üst sınırlarına kadar üretilmelerinin söz konusu olduğu durumlarda,
- Parçaların boyları arasındaki farkların küçük olmaması, birinin boyu öbürününün iki veya daha fazla katı olan parçaların bulunması durumunda,
- Depolama alanı ve finansman imkanları ile ilgili kısıt kaynakların dikkate alınmasının zorunlu olduğu durumda

Alhats-Konrad modeli uygulanamaz. Uygulanamaz, çünkü bu modelde hangi parçadan hangi parçanın kesileceğine dair X_{ij} değişkenlerinin dışında değişken yoktur ve bu değişkenlerin amaç fonksiyonu katsayıları da çıktı niteliğindeki her bir parçadan sadece belirli bir miktarda üretilmesi esasına göre hesaplanmaktadır. Girdi niteliğinde parçaların çıktı niteliğindeki parçalara kıyasla çeşit bakımından daha az sayıda olması Problem B'nin farklarından bir diğeri idi. Alhats-Konrad modeli bu şartın altından kalkabilir.

Farklı bir yaklaşım benimsenip, karar değişkenleri daha ayrıntılı bir şekilde tanımlandıkları için bu çalışmada önerilen modeli Problem B'ye uygulamak mümkündür. Bu modelde

- S_j değişkenleri tanımlandığı için çıktı niteliğindeki parçalar alt sınırlarının üzerinde üst sınırlarına kadar üretilir.
- Girdi niteliğindeki bir parçanın boyunun çıktı niteliğindeki bir parçanın boyunun iki katından fazla olması durumunda bu girdinin bir biriminden ikiden fazla birim çıktı üretilmesi şeklindeki çözümler birinci sınırlar kümesinde yer alan ve model kurulurken hesaplanması gereken a_{ij} katsayıları sayesinde dikkate alınabilir.
- Depolama alanı ve finansman imkanları ile ilgili kısıt kaynaklara X_i değişkenleri sayesinde sınırlar şeklinde yer vermek mümkündür.

Önerilen model kabul edilebilir maksimum çeşit sayısına farklı değerler verilerek, yani genel ifadelerle sunulan (VII) numaralı $P \leq \zeta$ sınırında ζ parametresine her seferinde farklı değerler verilerek tekrar tekrar çözülebilir. Bunu neticesinde, satın alınacak her bir çeşit sayısı için minimum firenin ne olacağına ve bunun nasıl bir kesme planı ile gerçekleştirileceğine dair bir listenin karar vericiye sunulması mümkün olur. Achatz –Konrad modelinde de başlangıç düğümünden varış düğümüne kaç adımda gidileceğinin farklı değerlerde sabitlenmesi suretiyle (Problem A çerçevesinde) aynı şey yapılabilir.

KAYNAKÇA

ACHHALZ H. and A. KONRAD (1998), "**Operations Research Schont den Wald**" R-News, Juli 1998.

KLAUS K.P. and M. STEVEN (1993), **Produktionsplanung**, Physical Verlag.

KUPSCH P.U. (1979), Lager in Kern, **Handwörterbuch der Produktionswirtschaft**, Stuttgart.

MÜLLER M. (1973), **Operations-Research** , 3. Auflage, Verlag Vahlen,

WALTER D. and K. KLEİBOHM (1988), **Operations Research**, Carl Hanser Verlag München Wien