

Udo GAMER
Prof.Dr.
Institut für Mechanik Technische
Universität Wien

Oya YAHŞI
Ar.Gör.
Makina Mühendisliği Bölümü
Orta Doğu Teknik Üniversitesi
ANKARA

Hamit POYRAZ
Makina Mühendisliği Bölümü
Orta Doğu Teknik Üniversitesi
ANKARA

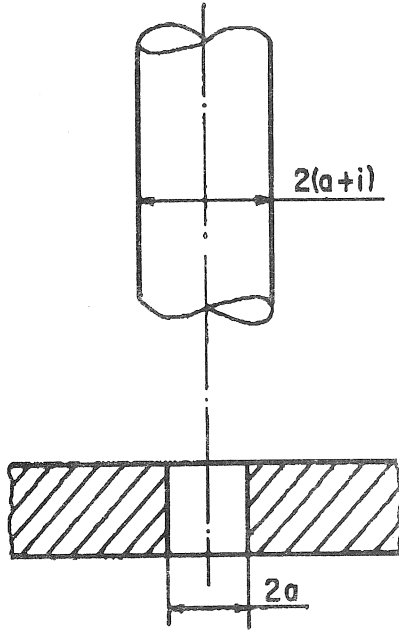
SOĞUK İŞLENMİŞ DELİKLER ÜZERİNE

Bir deliğin soğuk işlenmesi, bir malafa ile o deliğin genişletilmesidir ki bu işlem sonunda, delik etrafında plastik deformasyonlar ve artık basma gerilmeleri oluşur.

Bu çalışmada soğuk işlenmiş delikler Tresca akma kriterine ve buna bağlı akış kuralına dayanılarak incelenmiştir. Bu amaçla, Swift'in sertleşme kanunu ve $\sigma_Y = s_0 (1 + \eta \epsilon_{EQ}^k)$ kullanılmıştır. Levhalardaki gerilme dağılımları $k=2$ değeri için elde edilmiştir.

GİRİŞ

Bir deliğin soğuk işlenmesinin yararı, o delik etrafında, levhanın yorulma ömrüne faydalı olacak şekilde artık gerilmelerin oluşmasıdır. Soğuk işleme bir malafa ile deliğin genişletilmesi ve buna bağlı olarak meydana gelen plastik deformasyonlardan oluşur (Şekil 1). Malafanın geri çekilmesinden sonra deliğin çevresinde artık basma gerilmeleri kalır ve bu gerilmeler çatlakların oluşmasını ve ilerlemesini önler.



Şekil 1. Malafa ve delik

Soğuk işleme yöntemiyle ilgili olarak yapılan teorik çalışmalar çoğunlukla Von Mises akma kriterine dayanır ve yalnız sayısal olarak mevcuttur. Konuyla ilgili bir literatür araştırması ve yazarın kendi çalışmalarıyla karşılaştırmalar [1]'de verilmiştir. Eğer genişleme işlemi Tresca akma kriterine ve buna bağlı akış kuralına göre tanımlanırsa, malafanın sokulmasıyla meydana gelen gerilmeler ve malafanın geri çekilmesinden sonra levhada kalan artık gerilmeler, plastik davranış ve doğrusal sertleşme gösteren malzemeler için analitik olarak bulunabilir [2,3]. Doğrusal olmayan eşyönlü sertleşme davranışı da bir miktar sayısal çalışma sonucu bunlara eklenebilir [4].

Sık sık kullanılan iki sertleşme kanunu şunlardır:

$$\sigma_Y = \sigma_0 (1 + \eta \epsilon_{EQ})^k \quad (1)$$

$$\sigma_Y = \sigma_0 (1 + \eta \epsilon_{EQ}^k) \quad (2)$$

Yukarıdaki ifadelerde σ_0 tek eksenli çekmedeki ilk akma gerilmesi, η ve k ise malzeme sabitleridir. Bu ampirik bağıntılardan ilki Swift'in sertleşme kanunu olarak bilinir [5]. İkincisinin avantajı da deneysel sonuçların logaritmik eksenli bir grafik üzerinde doğruya dönüşmesi ve bu şekilde malzeme sabitlerinin kolayca elde edilebilmesidir [6]. Bu iki sertleşme kanunu arasındaki en önemli fiziki farklılık elastik-plastik sınırında, küçük plastik gerilmeler için olan malzeme davranışındadır. Birinci sertleşme kanunu (1) bu noktada eğimi $\sigma_0 \eta k$ ile verilen doğrusal sertleşmeye dönüşür. İkinci sertleşme kanunu (2) $k > 1$

olan bütün k'lar için elastik-plastik sınırının yakınında mükemmel plastik davranış gösterir. Öte yandan $k < 1$ olan bütün k'lar için belirgin bir elastik-plastik sınırdan ziyade elastik davranıştan plastik davranışa yumuşak bir geçiş söz konusudur [7]. (1) ve (2)'deki sertleşme kanunlarına $k = 1/2$ için uyan levhalardaki deliklerin soğuk işlenmeleri [4] ve [8]'de incelenmiştir. Bu çalışmada da soğuk işleme problemi $k = 2$ kuvveti için çözülmüştür. Bu malzemeler doğada rastlanmayabilirler ancak burada sunulan sonuçlar yukarıdaki kanunlar doğrultusunda ortaya çıkabilecek davranışları incelemek amacıyla elde edilmiştir. Öncelikle genel teorinin sonuçları hesaplanmıştır [4].

GENEL TEORİNİN SONUÇLARI

Elastik Bölge ($r \geq z$)

Bu bölgede denge denklemi, uyumluluk denklemi ve geometrik bağıntılar kullanılarak gerilmeler elde edilir.

$$\sigma_r = -\frac{1}{2} \frac{\sigma_0}{\sigma^2} \quad (3)$$

$$\sigma_r = -\frac{1}{2} \frac{\sigma_0}{\sigma^2} \quad (4)$$

Burada;

$\rho : r/z$

z : incelenmekte olan problemdeki uygun bir referans yarıçap (elastik-plastik sınır)

Plastik Bölge ($a \leq r \leq z$)

$\sigma_\theta \geq 0$ ve $\sigma_r < 0$ olduğu kabul edildiğinde, Tresca akma kriteri ile buna bağlı akış kuralından faydalanılarak:

$$E\epsilon_\theta^p - E\epsilon_r^p = -\sigma_y + \frac{\sigma_0}{\rho^2} \quad (5)$$

elde edilir.

σ_y akma gerilmesi, eşdeğer plastik gerinmenin bir fonksiyonudur.

$$\sigma_y = f(\epsilon_{EQ}) \quad (6)$$

f bu aşamada herhangi bir fonksiyon olabilir. Eşdeğer gerinme, plastik işteki artış miktarlarının eşitliği kullanılarak bulunabilir.

$$\epsilon_{EQ} = \epsilon_\theta^p \quad (7)$$

Buradan;

$$dw = \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}^p = \sigma_y d\epsilon_{EQ}^p \quad (8)$$

bulunur (daha önce oluşmuş plastik deformasyon olmadığı varsayılarak).

(5) ve (6)'dan eşdeğer plastik gerinme elimine edilerek akma gerilmesi, ρ 'nun bir fonksiyonu olarak elde edilir. Bu, genellikle sayısal olarak yapılır.

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} \quad (9)$$

denge denkleminde,

$$\sigma_r = -\int_\rho^1 \frac{\sigma_y}{r} d\rho - \frac{1}{2} \sigma_0 \quad (10)$$

bulunur. Daha sonra akma şartından

$$\sigma_\theta = \sigma_r + \sigma_y \quad (11)$$

elde edilir.

$r = a$ 'da levha ve malafa arasındaki basınç

$$p = -\int_\alpha^1 \frac{\sigma_y}{\rho} d\rho - \frac{1}{2} \sigma_0 \quad (12)$$

olarak ifade edilebilir. Burada $\alpha = a/z$.

ρ 'nun fonksiyonları olarak (10) ve (11)'deki gerilmeler deliğin çapının büyüklüğüne veya burada uygulanan basınca bağlı değildir. z girinim derinliği basıncın bir fonksiyonu olarak (12)'de verilmiştir.

Tüm Levhadaki Deplasman

$$Eu = (1 - \nu) \sigma_r r + \sigma_0 \frac{z^2}{r} \quad (13)$$

olarak bulunur. Burada;

u : deplasman

E : elastik modülüs

ν : Poisson oranı

Malafa bu problemde de buna çok yakın olan sıkı geçme problemindeki gibi bir disk olarak modelendirilmiştir. Malafanın sertleştirilmiş çelikten yapılmış olmasına karşılık levha hafif bir metaldendir. Bu nedenle malafa elastik sınırlar içinde kalmıştır. Her iki malzeme için de farklı malzeme sabitleri olduğu dikkate alınmalıdır. Malafa için:

$$\text{Gerilmeler : } \sigma_r = \sigma_\theta = -p \quad (14)$$

$$\text{Deplasman: } E_M u = -(1 - \nu_M) p r \quad (15)$$

Yukarıdaki ifadelerde M malafayı gösteriyor.

Ara Yüzeydeki Geometrik Sınır Şartı

$$i = u(a) - u^M(a) \quad (16)$$

kullanılarak

$$\frac{E_i}{\sigma_0 a} = \frac{1}{\alpha^2} - \left[1 - \nu - (1 - \nu_M) \frac{E}{E_M} \right] \frac{p}{\sigma_0} \quad (17)$$

elde edilir. Burada;

i : sıkı geçme miktarı.

En önemli değerlerden biri de malafanın sokulması sonucunda deliğin çevresinde meydana gelen basıncın miktarıdır. Bu, delik çevresinde oluşan basma gerilmelerinin büyüklüğü açısından önemlidir ve sıkı geçme miktarıyla olan bağlantısı (12) ve (17)'den a parametresi elimine edilerek bulunabilir.

Bu bölümde sunulan sonuçlar, σ_θ 'nın negatif olmaması koşuluyla, herhangi bir eşyönlü sertleşme kanunu için geçerlidir. Eğer, herhangi bir $y > a$ yarıçapında çevresel gerilme kaybolur ve $d\sigma_\theta/d\rho > 0$ olursa, bu takdirde yukarıda verilen plastik bölgedeki deplasman ve gerilme denklemleri yalnızca $y/z \leq \rho \leq 1$ için geçerlidir. Bu durumda malafa ile plaka arasındaki geçme süper kritiktir. Mükemmel plastik davranış gösteren malzemeler için süper kritik durumda malafa probleminin çözümü yoktur. Doğrusal sertleşme gösteren malzemeler için $a \leq \rho \leq y/z$ bölgesindeki gerilmeler ve deplasmanlar [9] [10]'da incelenmiştir. Doğrusal olmayan sertleşme gösteren malzemeler için analitik çözüm uygulanması makul

değildir.

Malafanın geri çekilmesinden sonra plakada kalan artık gerilmeler, (3), (4), (10), (11)'de ifade edilen malafa deliğinin içindeyken oluşan gerilmelerden,

$$\sigma_r = -p \frac{a^2}{r^2} \quad (18)$$

$$\sigma_\theta = p \frac{a^2}{r^2} \quad (19)$$

(18) ve (19)'da verilen aynı sıkı geçme basıncı altında sınırsız elastik davranış gösterdiği varsayılan bir plaka oluşacak olan gerilmeler çıkarılarak elde edilir.

İKİ ÖZEL SERTLEŞME KANUNU İÇİN ANALİTİK SONUÇLAR

İlk olarak (1)'in $k = 2$ için olan özel durumu,

$$\sigma_Y = \sigma_0 (1 + \eta \epsilon_{EQ})^2 \quad (20)$$

incelenmiştir.

Bunu ρ cinsinden ifade edebilmek için, (5) kullanılarak

$$\bar{\sigma}_Y = \frac{1+2H}{2H^2} + \frac{1}{\rho^2} - \frac{1}{H\rho} \sqrt{1+M^2 \rho^2} \quad (21)$$

olarak bulunur. Burada;

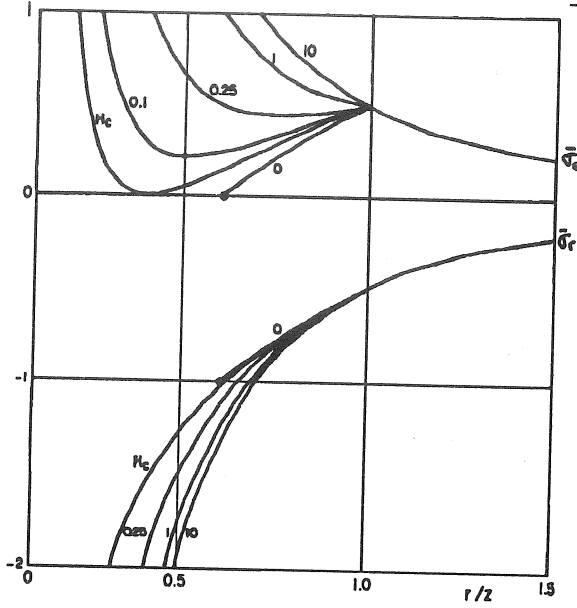
$$M^2 = \frac{(1+4H)}{4H^2}$$

$$\sigma_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_0}$$

$$H = \frac{\eta \sigma_0}{E}$$

Daha sonra (10) ve (11) kullanılarak

$$\bar{\sigma}_r = \frac{1+2H}{2H^2} \log \rho - \frac{1}{2\rho^2} + \frac{1}{H\rho} \sqrt{1+M^2 \rho^2} - \frac{M}{H} \log \frac{M\rho + \sqrt{1+M^2 \rho^2}}{M + 1 + \frac{1}{2H}} - \frac{1+2H}{2H^2} \quad (22)$$



Şekil 2. Birinci sertleşme kanunu için, değişik sertleşme parametrelerinde boyutsuz gerilmeler.

$$\bar{\sigma}_\theta = \frac{1+2H}{2H} \log \rho + \frac{1}{2\rho^2} - \frac{M}{H} \log \frac{M\rho + \sqrt{1+M^2\rho^2}}{M+1 + \frac{1}{2H}} \quad (23)$$

olarak bulunur.

İkinci olarak ise $k = 2$ için (2)'nin özel durumu

$$\sigma_r = -p \frac{a^2}{r^2} \quad (24)$$

Burada da bir önceki durumda olduğu gibi, (5)'den faydalanılarak

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_Y &= \frac{1}{2H} + \frac{1}{\rho^2} - \frac{1}{\rho\sqrt{H}} \sqrt{1+A^2\rho^2} \\ &= \frac{1}{2H} + \frac{1}{\rho^2} - \frac{1}{\rho\sqrt{H}} \sqrt{1-B^2\rho^2} \end{aligned} \quad (25)$$

olarak ifade edilir. Burada;

$$H = \frac{\sigma_0^2}{E^2} \eta$$

$$A^2 = \frac{(1-4H)}{4H}$$

$$B^2 = \frac{(4H-1)}{4H}$$

Yine aynı şekilde (10) ve (11) kullanılarak, $H < 1/4$ için

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_r &= \frac{1}{2H} \log \rho - \frac{1}{2\rho^2} + \frac{1}{\rho\sqrt{H}} \sqrt{1+A^2\rho^2} \\ &\quad - \frac{1}{\sqrt{H}} \log \frac{A\rho + \sqrt{1+A^2\rho^2}}{A + \frac{1}{2\sqrt{H}}} - \frac{1}{2H} \end{aligned} \quad (26)$$

$$\bar{\sigma}_\theta = \frac{1}{2H} \log \rho + \frac{1}{2\rho^2} - \frac{1}{\sqrt{H}} \log \frac{A\rho + \sqrt{1+A^2\rho^2}}{A + \frac{1}{2\sqrt{H}}} \quad (27)$$

$H > \frac{1}{4}$ için;

$$\bar{\sigma}_r = 2 \log \rho - \frac{1}{2\rho^2} + 2 \left(\frac{1}{\rho} - 1 \right) \quad (28)$$

$$\bar{\sigma}_\theta = 2 \log \rho + \frac{1}{2\rho^2} \quad (29)$$

$H > \frac{1}{4}$ için;

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_r &= \frac{1}{2H} \log \rho - \frac{1}{2\rho^2} + \frac{1}{\rho\sqrt{H}} \sqrt{1-B^2\rho^2} \\ &\quad - \frac{B}{\sqrt{H}} \arccos(B\rho) - \frac{1}{2H} + \frac{B}{\sqrt{H}} \arccos B \end{aligned} \quad (30)$$

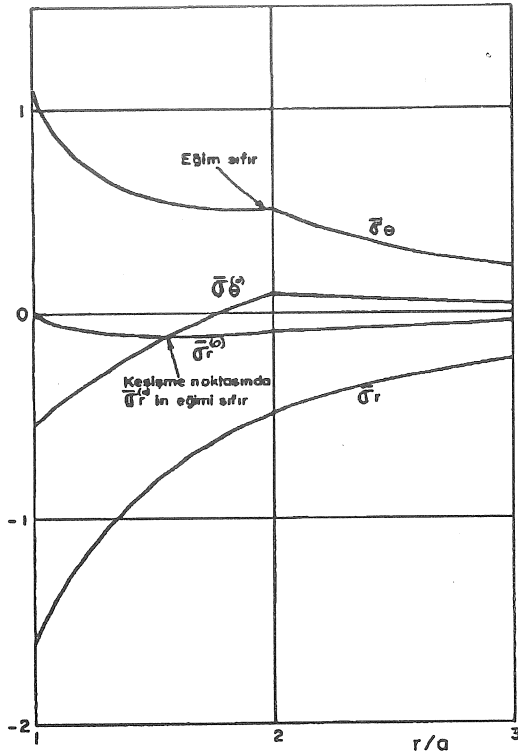
$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_\theta &= \frac{1}{2H} \log \rho + \frac{1}{2\rho^2} - \frac{B}{\sqrt{H}} \arccos(B\rho) \\ &\quad + \frac{B}{\sqrt{H}} \arccos B \end{aligned} \quad (31)$$

olarak elde edilir.

SONUÇLAR

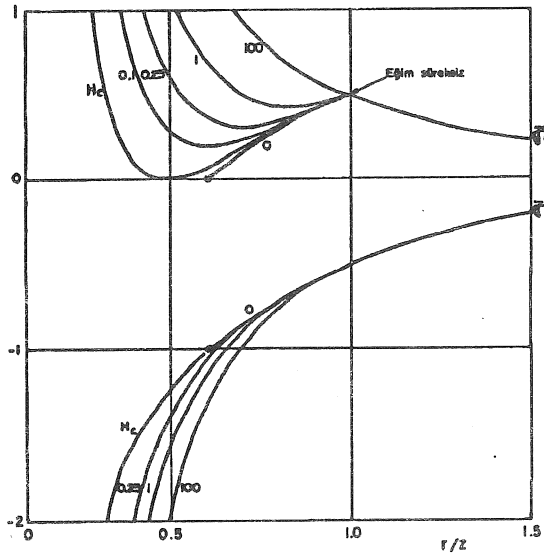
Şekil 2 $\sigma_Y = \sigma_0 (1+\eta\epsilon\epsilon_Q)^2$ özel durumu için değişik sertleşme parametrelerinin σ_r ve σ_θ üzerindeki etkisini göstermektedir. $H = H_c$ (H kritik) = 0.0575 değerinde σ_θ , $\rho = 0.397$ 'de sıfırda minimum değerini alır. $H = 0$ mükemmel plastik davranış gösteren bir malzemedir.

Şekil 3'de yine $\sigma_Y = \sigma_0 (1+\eta\epsilon\epsilon_Q)^2$ özel durumda artık gerilmeler gösterilmiştir. Bu şekilde $H = 0.5$, $\rho = 1.63$, $\alpha = 0.5$, $E_i/\sigma_{0a} = 3.27$ 'dir. $H = 0.5$ için $\rho = 2.0$ 'da $d\sigma_\theta/d\rho = 0$ değerini alır.



Şekil 3. Birinci sertleşme kanunu için yük altındaki boyutsuz gerilmeler ve artık gerilmeler.

Şekil 4'de ise, ikinci sertleşme kanunu için $H = H_C$ (H kritik) = 0.0304, 0.1, 0.25, 1 ve 100 parametreleri için σ_θ ve σ_r gösterilmiştir. $H = H_C$



Şekil 4. İkinci sertleşme kanunu için, değişik sertleşme parametrelerinde boyutsuz gerilmeler.

olduğu zaman σ_θ minimum sıfır değerine $\rho = 0.489$ 'da ulaşır. σ_θ 'in eğimi bütün sonlu sertleşme parametreleri için $\rho = 1-0$ 'da 1'e eşittir. Bu nedenle, $H = 100$ değerini gösteren eğri grafikte gösterilemeyen bir minimuma sahiptir.

ON COLD WORKED HOLES

Cold working of a hole is enlarging the hole with a mandrel which will result in plastic deformations and residual compressive stresses around the hole.

In this study cold worked holes are examined based on Tresca's criterion and associated flow rule. The two well known hardening laws used for this purpose are:

$$\sigma_Y = s_0 (1 + h \epsilon_{EQ})^k$$

$$\sigma_Y = s_0 (1 + h \epsilon_{EQ}^k)$$

Stress distributions in the sheets are obtained for the value of $k=2$.

KAYNAKÇA

- 1 Sharpe, W.N.Jr., Residual Strains Around Cold-Worked Fastener Holes, Journal of Engineering Materials and Technology, 100 (1978), 7, 310-312.
- 2 Gamer, U., Die Restspannungen in der Umgebung der kaltverfestigten Bohrung, Forschung im Ingenieurwesen, 53 (1987) 4, 118-120.
- 3 Gamer, U., Die Erzeugung der Eigenspannungen an der kaltverfestigten Bohrung, Forschung im Ingenieurwesen, 53 (1987) 6, 185-188.
- 4 Gamer, U., Residual Stress Around Cold-worked Holes for Nonlinear Hardening, Journal de Mécanique théorique et appliquée, 7 (1988) 1, 35-42.
- 5 Johnson, W. and Mellor, P.B., Engineering Plasticity, London Van Nostrand Reinhold, 1973.
- 6 Rees, D.W.A., An Experimental Appraisal of the Equi-Strain Multi-Surface Hardening Model, Acta Mechanica, 70 (1987) 1-4, 193-219.
- 7 Gamer, U., The Expansion of the Elastic-Plastic Spherical Shell with Nonlinear Hardening, International Journal of Mechanical Sciences, 30 (1988) 6, 415-426.
- 8 Gamer, U., Die Eigenspannungen in der Umgebung der kaltverfestigten Bohrung bei nichtlinearer Verfestigung, Technische Mechanik, 8 (1987) 4, 25-28.
- 9 Gamer, U., Die Eigenspannungen an der kaltverfestigten Bohrung bei überkritischem Dornübermass, Technische Mechanik, 8 (1987) 3, 38-42.
- 10 Gamer, U., Die elastisch-plastische Scheibe mit druckbelasteter Bohrung, Forschung im Ingenieurwesen, 54 (1988) 3, 94-98.