

Tel Çekme İşleminin Bilgisayar Yardımı ile Modelleştirilmesi

Cihat AKSOY

Makina Mühendisliği Bölümü
Orta Doğu Teknik Üniversitesi
Ankara

Bilgin KAFTANOĞLU

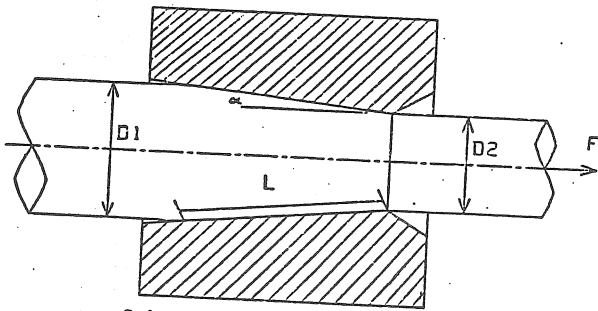
Prof.Dr.
Makina Mühendisliği Bölümü
Orta Doğu Teknik Üniversitesi
Ankara

Bu çalışmada, kalıp içindeki plastik gerilme ve şekil değiştirmelerin bulunması için sayısal bir çözüm geliştirilmiştir. Sayısal çözüm, sonlu farklar yöntemini kullanmakta ve plastisite denklemleri aracılığı ile tel çekme bölgesindeki gerilme ve birim şekil değiştirmeleri konuma bağlı olarak incelemektedir. Problem üç boyutlu bir gerilme problemi olarak ele alınmış, anizotrop ve şekil değiştirme ile pekleşen bir malzeme modeli kullanılmıştır.

GİRİŞ

Metal şekillendirme yöntemlerinden biri olan tel çekme, telin kalıp içerisinden geçirilmesi ile kesit alanının düzenli bir şekilde azaltılarak istenen çap ve şekile getirilmesi istemidir. Çekme işleminde tel üzerine uygulanan kuvvet malzemenin kalıp içerisinde plastik şekil değiştirmesine yetecek bir gerilme oluşturmakta olup tel çapının, kalıptan bir geçişindeki azaltılacağı miktar teli koparmadan uygulanabilecek çekme kuvveti ile sınırlıdır. Bu nedenle tel genellikle birden fazla farklı kalıplardan geçirilerek istenen çapta malzeme elde edilir [1]. Çekme işlemi genelde 5-8 mm'lik çubuk malzemedan başlar ve 0.1 mm çapa kadar çekilebilir. Tel kesit alanındaki yüzde azaltma miktarı % 10-45 arasındadır. Çekme hızı kalıba, malzemeye ve çekme çapına bağlı olarak 0.5 m/s'den 40 m/s'ye kadar değişebilir [2].

Toplam kalıp açılarını 5° ile 25° arasında değiştirmekte olup, 15° 'nin altındaki kalıp açısı, telin kopması yönünden emniyetli kabul edilmektedir [3]. Kalıp malzemesi olarak büyük ölçüler için sertleştirilmiş çelik, orta ölçüler için karpit ve küçük ölçülerde de elmas kullanılmaktadır [4,5]. Başlıca ıslak ve kuru olmak üzere iki çekme yöntemi kullanılmaktadır [2,6], (Şekil 1).



Şekil 1 Tel çekme kalıbı

Kullanımı, elektrik enerjisi üretimi ve dağıtımından elektronik elemanlara, elektrik tren yollarına kadar uzanan teller bütün dünyada vazgeçilmez bir malzeme özelliğini korumaktadır.

Tel çekme işlemi konusundaki çalışmaların en eskisi Smith'indir (1837). Thompson ve Francis [7,8] çekme kuvveti ile tel kesit alanının azaltılması arasında bir oran bulunduğunu göstermişlerdir. Tel çekme problemini matematiksel olarak ele alıp inceleyen pek çok araştırmacıdan ilki Sachs'dır (1927) [9]. Sachs çekme kuvvetini ve tel ile kalıp ortak yüzeyinde oluşan basınç dağılımını formüle etmiş, sürtünme katsayısını hesaplamıştır. Davis ve Dokos [7] şekil değiştirme ile pekleşen malzeme modelini ele almışlardır. İşlemin mekanizmasını konusundaki en detaylı çalışma Wistreich [2] tarafından yapılmıştır. Geniş bir deneysel çalışma rapor etmiştir (1955). Yang, aynı kalıp tekniğini kullanarak sürtünme katsayılarını hesaplamış, kuramsal çekme gerilimini bulmuş ve deneysel neticelerle karşılaştırmıştır. Shield, şekil değiştirme ile pekleşmeyen malzeme modeli kabul etmiş, malzemenin şekil değiştirmesine bir katkısı olmayan kaymaların (redundant shear) sadece kalıp girişinde ve çıkışında meydana geldiğini varsamış ve dolayısıyla malzeme kesit alanındaki azalmayı homojen olarak ele almıştır [1]. Hill-Tupper-Green teorisinde ise, tel çekme işlemi iki boyutlu olarak kabul edilmiştir. Siebel (1947) geliştirdiği tel çekme teorisinde gerçek şekil değiştirme, sürtünme ve tel çapının azaltılmasına bir katkısı olmayan kaymaların toplamsal olarak düşünmüş ve Shield'inkine benzer bir gerilme dağılımı elde etmiştir. Whitton (1958) ise, kuramsal ve deneysel verileri karşılaştırarak emprical bir denklem elde etmiştir. Daha önce ihmal edilmiş olan kayma gerilimleri etkisi daha sonraki makalenin konusu olmuş, Caddell ve Atkins [10] çalışmalarında bu konuyla ilgilenmişlerdir.

TEORİ

Sayısal Çözüm

Şekil değiştirme değişkenlerini bulunduğu yerin bir fonksiyonu olarak tanımlayabilmek için çekme bölgesi başlangıçta dikdörtgen olan elemanlara bölünmüştür. Tel şekil değiştirdikçe bu elemanlar da eğrisel bir yapıya dönüşürler.

Sınır Koşulları

1. Eksenel simetri çizgisi,

i) Bu çizgi üzerinde kayma değerleri sıfırdır.

$$\epsilon_{\alpha\beta} = \epsilon_{\beta\alpha} = 0$$

ii) Sonuç olarak kayma gerilmeleri de sıfırdır.

$$P_{\alpha\beta} = P_{\beta\alpha} = 0$$

iii) $Y = 0$

$$\text{iv) } \delta(x)/\delta\beta = 0$$

(x): Değişkenlerden herhangi biri

v) Eğri yarıçapı $r_{\alpha\gamma} \rightarrow \infty$

olduğundan;

$$1/r_{\alpha\gamma} = 0$$

Sayısal çözüme başlamadan önce α yönündeki (çekme yönü) birim uzama ($\delta\epsilon_{\alpha\alpha}$) değeri kabul edilir. Çözüm kalıp ve telin birleştiği ortak yüzeye varıncaya kadar β -eğrisi (çekme yönüne dik) boyunca devam eder ve burda kontrol edilir. Eğer bu noktanın koordinatı (Beta (I,J)) küçültülmüş yarıçapa (R_{di} (I,J)) eşit değilse çözüm yöntemi tekrar α çizgisine dönülerek yeni bir $\delta\epsilon_{\alpha\alpha}$ kabul etmek suretiyle Beta (I,J) = R_{di} (I,J) şartı sağlanıncaya kadar devam ettirilir.

2. Kalıp girişi,

Üç yöndeki birim uzama ve gerilme değerleri olan $\delta\epsilon_{\alpha\alpha}$, $\delta\epsilon_{\beta\beta}$, $\delta\epsilon_{\gamma\gamma}$, $P_{\alpha\alpha}$, $P_{\beta\beta}$, $P_{\gamma\gamma}$ ve $P_{\beta\alpha}$ sıfırdır.

3. Kalıp ve telin tesişim çizgisi,

$$P_{\alpha\beta} = P_{\beta\beta} - \mu$$

Burada $P_{\beta\beta}$ kayma gerilmesi $P_{\beta\beta}$ β yönündeki gerilme ve μ 'de sürtünme katsayısıdır.

Problemin Formüle Edilmesi

Bunun için aşağıdaki kurallar uygulanmıştır.

1. Malzeme anizotropudur,
2. Malzeme şekil değiştirme ile pekleşir (Swift kuralı),
3. Anizotrop ve şekil değiştirme ile pekleşen malzeme modeli için Hill'in genelleştirilmiş bünye

denklemleri kullanılır,

4. Gerilmeler ve uzamalar üç boyutludur,
5. Elemanlar boyunca, birim uzamaların değişimi doğrusal olarak kabul edilir.
6. Kayma gerilmelerin değişimleri de ikinci dereceden polinomlarla ifade edilir.
7. Şekil değiştiren elemanların eğrisel kenarları da ikinci dereceden polinomlar,

olarak ele alınır.

Anizotrop ve şekil değiştirme ile pekleşen malzeme için genelleştirilmiş gerilim ve birim uzama ilişkileri.

Burada Hill'in eşdeğer gerilme denklemi kullanılmıştır [6]. $P_{\alpha\gamma}$ ve $P_{\gamma\beta}$ kayma gerilmeleri sıfır olduğundan ve α eksenine etrafında eksenel simetriden dolayı denklem

$$\bar{P} = \sqrt{3/2} [(R(P_{\beta\beta} - P_{\gamma\gamma})^2 + (P_{\gamma\gamma} - P_{\alpha\alpha})^2 + (P_{\alpha\alpha} - P_{\beta\beta})^2 + 2NP_{\beta\alpha}^2)/(2+R)]^{1/2} \quad (1)$$

şeklini alır.

Burada R anizotropi sabiti, N ise anizotropi parametresidir.

Genelleştirilmiş birim uzama denklemi yine eksenel simetriden dolayı [6]:

$$d\bar{\epsilon} = \sqrt{2/3} [(2+R)/(1+2R)^2 \{(d\epsilon_{\gamma\gamma} - R d\epsilon_{\alpha\alpha}) + (d\epsilon_{\beta\beta} - R d\epsilon_{\alpha\alpha}) + R(d\epsilon_{\beta\beta} - d\epsilon_{\gamma\gamma})^2\}]^{1/2} \quad (2)$$

şeklini alır.

Anizotrop malzemeler için plastik akma kuralı (birim uzama ve kayma) [6], α -eksenine etrafındaki eksenel simetriyi kullanarak;

$$d\epsilon_{\alpha\alpha}^p = d\lambda G [(P_{\alpha\alpha} - P_{\beta\beta}) + (P_{\alpha\alpha} - P_{\gamma\gamma})] \quad (3)$$

$$d\epsilon_{\beta\beta}^p = d\lambda G [(P_{\beta\beta} - P_{\gamma\gamma}) + (P_{\gamma\gamma} - P_{\alpha\alpha})] \quad (4)$$

$$d\epsilon_{\gamma\gamma}^p = d\lambda G [(P_{\gamma\gamma} - P_{\alpha\alpha}) + R(P_{\gamma\gamma} - P_{\beta\beta})] \quad (5)$$

$$d\epsilon_{\beta\gamma}^p = d\lambda L P_{\beta\gamma} \quad (6)$$

$$d\epsilon_{\gamma\alpha}^p = d\lambda M P_{\gamma\alpha} \quad (7)$$

$$d\epsilon_{\alpha\beta}^p = d\lambda N P_{\alpha\beta} \quad (8)$$

denklemler elde edilir.

Burada, G, L, M ve N yine anizotropi parametre-

leridir.

$d\lambda$ sabitini yok etmek için aşağıdaki gerilim oranları tanımlanmıştır;

$$X = P_{\beta\beta}/P_{\alpha\alpha} \quad (9)$$

$$K = P_{\gamma\gamma}/P_{\alpha\alpha} \quad (10)$$

$$Z = P_{\beta\alpha}/P_{\alpha\alpha} \quad (11)$$

(3), (4) ve (5)'i kullanarak,

$$\frac{d\epsilon_{\alpha\alpha}}{d\epsilon_{\beta\beta}} = \frac{(1-X) + (1-K)}{R(X-K) + (X-1)}$$

$$\frac{d\epsilon_{\alpha\alpha}}{d\epsilon_{\gamma\gamma}} = \frac{(1-X) + (1-K)}{(K-1) + R(K-X)}$$

$$\frac{d\epsilon_{\alpha\alpha}}{d\gamma_{\beta\alpha}} = \frac{G}{NZ} [(1-X) + (1-K)] \quad (14)$$

elde edilir. Ayrıca,

$$R_{45^\circ} = \frac{2N - (F+G)}{2(F+G)}$$

veya

$$\frac{N}{G} = (R_{45^\circ} + 1/2)(1 + R_0/R_{90})$$

olduğundan ve

$$R_0 = R_{90^\circ}$$

kabul ederek

$$N/G = 2R + 1$$

bulunur.

Bu durumda (14)

$$\frac{d\epsilon_{\alpha\alpha}}{d\gamma_{\beta\alpha}} = \frac{1}{(2R+1)Z} [(1-X) + (1-K)] \quad (15)$$

şeklini alır.

(12) ve (13)'ü kullanarak,

$$K = X \frac{(d\epsilon_{\alpha\alpha}/d\epsilon_{\beta\beta}) + (d\epsilon_{\alpha\alpha}/d\epsilon_{\gamma\gamma})R + (d\epsilon_{\alpha\alpha}/d\epsilon_{\beta\beta})R}{(d\epsilon_{\alpha\alpha}/d\epsilon_{\gamma\gamma}) + (d\epsilon_{\alpha\alpha}/d\epsilon_{\gamma\gamma})R + (d\epsilon_{\alpha\alpha}/d\epsilon_{\beta\beta})R} + \frac{(d\epsilon_{\alpha\alpha}/d\epsilon_{\gamma\gamma}) - (d\epsilon_{\alpha\alpha}/d\epsilon_{\beta\beta})}{(d\epsilon_{\alpha\alpha}/d\epsilon_{\gamma\gamma})R + (d\epsilon_{\alpha\alpha}/d\epsilon_{\beta\beta})R + (d\epsilon_{\alpha\alpha}/d\epsilon_{\gamma\gamma})} \quad (16)$$

$$P_{\beta\alpha} = P'_{\beta\beta}\mu \quad (17)$$

$$Z = \mu X \quad (18)$$

(15) ve (18)'den

$$K = 2 - X [1 + (\mu/\epsilon)(2R+1)] \quad (19)$$

(19) ve (15)'den (Bkz. Dip Not 1)

$$Z = X\mu \quad (21)$$

Hacim sabitliği,

$$\delta\epsilon_{\alpha\alpha} + \delta\epsilon_{\beta\beta} + \delta\epsilon_{\gamma\gamma} = 0$$

$$\delta\epsilon_{\gamma\gamma} = -(\delta\epsilon_{\alpha\alpha} + \delta\epsilon_{\beta\beta}) \quad (22)$$

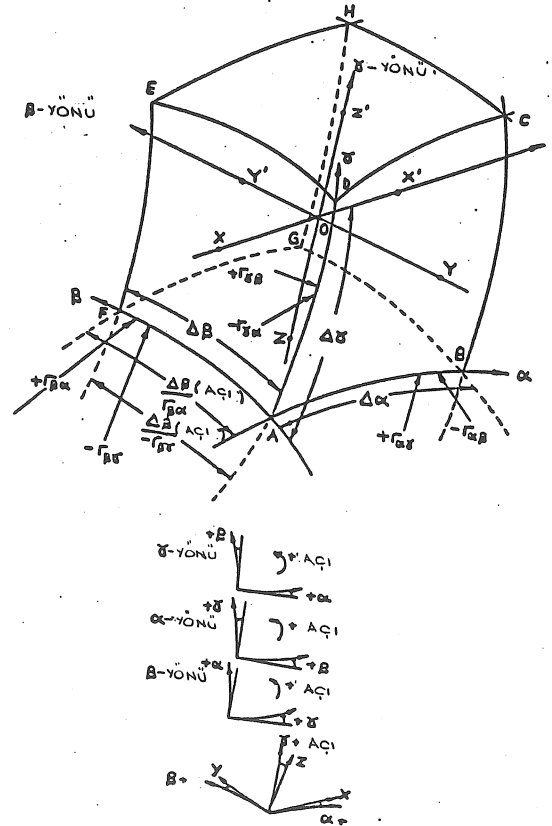
Şekil değiştirme ile pekleşen malzeme modeli kabul edilmiş ve Swift denklemi kullanılmıştır.

$$P = A(B+\epsilon) \quad (23)$$

A, B ve n malzeme özellikleridir. P ve ϵ değerleri ((1) ve (2)) yukarıdaki denklemdeki yerine konur ve $P_{\alpha\alpha}$ için çözülürse; (Bkz. Dip Not 2)

elde edilir.

Eğrisel koordinat sisteminde denge gerilme denklemleri:



Şekil 2 Üç boyutlu eğrisel eleman [1]

Şekil 2'de gösterilen eleman kullanılarak aşağıdaki denklemler verilmiştir [1].

Pozitif α -yönünde

$$\frac{\delta P_{\alpha\alpha}}{\delta\alpha} + \frac{\delta P_{\beta\alpha}}{\delta\beta} + \frac{\delta P_{\gamma\alpha}}{\delta\gamma} + \frac{P_{\alpha\alpha} - P_{\beta\beta}}{r_{\beta\alpha}} - \frac{P_{\alpha\alpha} - P_{\gamma\gamma}}{r_{\gamma\alpha}} - P_{\alpha\beta} \left(\frac{2}{r_{\alpha\beta}} - \frac{1}{r_{\gamma\beta}} \right) + P_{\alpha\gamma} \left(\frac{2}{r_{\alpha\gamma}} - \frac{1}{r_{\beta\gamma}} \right) = 0 \quad (25)$$

Pozitif β -yönünde

$$\frac{\delta P_{\beta\beta}}{\delta\beta} + \frac{\delta P_{\beta\alpha}}{\delta\alpha} + \frac{\delta P_{\beta\gamma}}{\delta\gamma} + \frac{P_{\beta\beta} - P_{\gamma\gamma}}{r_{\gamma\beta}} - \frac{P_{\beta\beta} - P_{\alpha\alpha}}{r_{\alpha\beta}} - P_{\beta\alpha} \left(\frac{2}{r_{\beta\alpha}} - \frac{1}{r_{\alpha\gamma}} \right) + P_{\beta\gamma} \left(\frac{2}{r_{\beta\gamma}} - \frac{1}{r_{\alpha\beta}} \right) = 0 \quad (26)$$

Pozitif γ -yönünde

$$\frac{\delta P_{\gamma\gamma}}{\delta\gamma} + \frac{\delta P_{\gamma\alpha}}{\delta\alpha} + \frac{\delta P_{\gamma\beta}}{\delta\beta} + \frac{P_{\gamma\gamma} - P_{\alpha\alpha}}{r_{\alpha\gamma}} - \frac{P_{\gamma\gamma} - P_{\beta\beta}}{r_{\beta\gamma}} - P_{\gamma\alpha} \left(\frac{2}{r_{\gamma\alpha}} - \frac{1}{r_{\beta\alpha}} \right) + P_{\gamma\beta} \left(\frac{2}{r_{\gamma\beta}} - \frac{1}{r_{\alpha\beta}} \right) = 0 \quad (27)$$

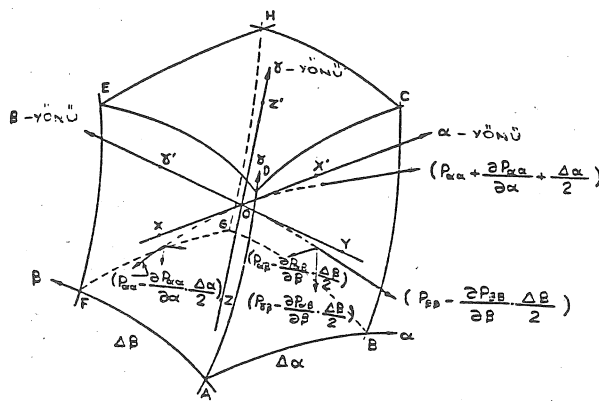
$$P_{\alpha\gamma} = 0; \quad P_{\gamma\beta} \neq 0; \quad r_{\gamma\alpha} \rightarrow \infty$$

$$r_{\alpha\gamma} \rightarrow \infty \text{ ve } r_{\beta\gamma} \rightarrow \infty$$

olduğundan, (3)'den:

$$K = \frac{r_{\beta\gamma} - X r_{\alpha\gamma}}{r_{\beta\gamma} - r_{\alpha\gamma}} \quad P_{\gamma\gamma} = P_{\alpha\alpha} K$$

elde edilir.



Şekil 3 Üç boyutlu eğrisel eleman

Bunları kullanarak,

α -yönünde

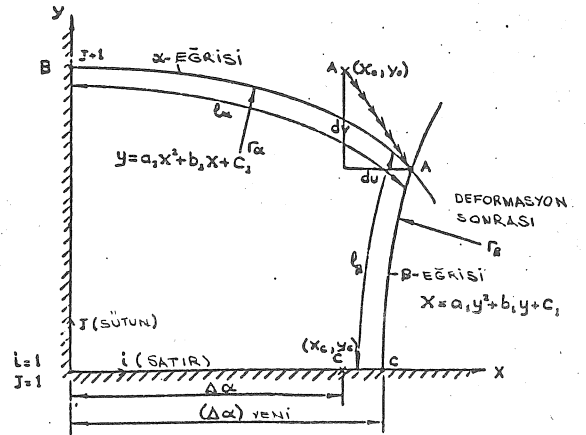
$$\frac{\delta P_{\alpha\alpha}}{\delta\alpha} + \frac{\delta P_{\beta\alpha}}{\delta\beta} + \frac{P_{\alpha\alpha} - P_{\beta\beta}}{r_{\beta\alpha}} - P_{\alpha\beta} \left(\frac{2}{r_{\alpha\beta}} - \frac{1}{r_{\gamma\beta}} \right) = 0 \quad (28)$$

β -yönünde

$$\frac{\delta P_{\beta\beta}}{\delta\beta} + \frac{\delta P_{\beta\alpha}}{\delta\alpha} + \frac{P_{\beta\beta} - P_{\alpha\alpha}}{r_{\alpha\beta}} - \frac{P_{\beta\beta} - P_{\gamma\gamma}}{r_{\gamma\beta}} + P_{\beta\alpha} \left(\frac{2}{r_{\beta\alpha}} - \frac{1}{r_{\gamma\beta}} \right) = 0 \quad (29)$$

denklemleri elde edilir.

Kullanılan plastisite denklemlerinde geçen birbirinden bağımsız 11 bilinmeyen bulunmaktadır. Bunlar $P_{\alpha\alpha}$, $P_{\beta\beta}$, $P_{\gamma\gamma}$, $P_{\beta\alpha}$, $\delta\epsilon_{\alpha\alpha}$, $\delta\epsilon_{\beta\beta}$, $\delta\epsilon_{\gamma\gamma}$, $\delta\epsilon_{\beta\alpha}$, $r_{\alpha\beta}$, $r_{\beta\alpha}$, $r_{\gamma\beta}$ dir. Bunların mevcut plastisite denklemleriyle çözümü kolay değildir. Şekil 4'de görüldüğü gibi deformasyon sonrası B ve C noktalarındaki gerilme ve birim şekil değiştirme değerlerinin bilindiğini kabul ederek bu noktalara komşu olan ve çözümü yapılacak olan A noktasını ele alalım. A noktasının yeni x ve y koordinatlarının originaline göre x yönünde du ve y yönünde ise dv kadar sapma gösterdiğini kabul edip, B, C ve A noktasının yeni koordinatlarını ve eğimlerini kullanarak C-A ve B-A eğrileri polinomlar olarak ifade edilir. Yay uzunlukları olan l_{α} ve l_{β} sayısal integral metodu ile aşağıdaki gibi hesaplanır.



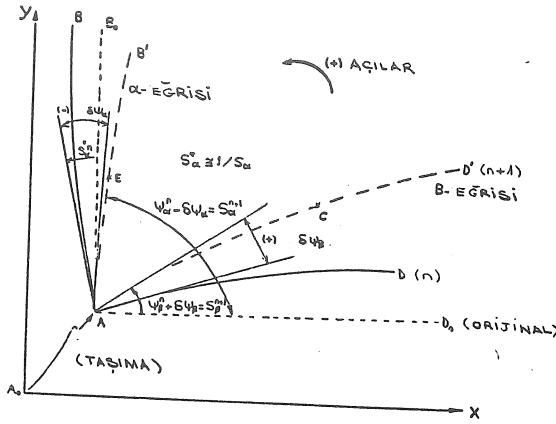
Şekil 4 Bilinmeyen A noktası için çözüm

$$l_{\beta} = \int_{x_b}^{x_0+du} \sqrt{1 + (dy/dx)^2} dx \quad (30)$$

veya

$$l_{\alpha} = \int_{x_b}^{x_0+du} \sqrt{1 + (2a_2x + b_2)^2} dx \quad (31)$$

Birim şekil değiştirmeler için aşağıdaki denklemler elde edilmiştir (Şekil 5).



Şekil 5 Plastik birim kaymalar

$$\delta \epsilon_{\beta\beta}^{n+1} \Big|_{A-D'} = \delta \epsilon_{\beta\beta}^{n+1} \Big|_C = \ln(\overline{A-D'}/\overline{A-D}) \quad (32)$$

$$\delta \epsilon_{\alpha\alpha}^{n+1} \Big|_{A-B'} = \delta \epsilon_{\alpha\alpha}^{n+1} \Big|_E = \ln(\overline{A-B'}/\overline{A-B}) \quad (3)$$

$$\delta \epsilon_{\alpha\alpha}^{n+1} = \ln(\ell_{\alpha}^{n+1}/\ell_{\alpha}^n) \quad (34)$$

$$\delta \epsilon_{\beta\beta}^{n+1} = \ln(\ell_{\beta}^{n+1}/\ell_{\beta}^n) \quad (35)$$

Birim şekil değiştirmelerin yay boyunca doğrusal değişim gösterdiği kabul edilerek aşağıdaki denklemler elde edilmiştir.

$$\delta \epsilon_{\alpha\alpha}^{n+1} \Big|_A = 2 \ln(\ell_{\alpha}^{n+1}/\ell_{\alpha}^n) - \delta \epsilon_{\alpha\alpha}^{n+1} \Big|_B \quad (36)$$

$$\delta \epsilon_{\beta\beta}^{n+1} \Big|_A = 2 \ln(\ell_{\beta}^{n+1}/\ell_{\beta}^n) - \delta \epsilon_{\beta\beta}^{n+1} \Big|_B \quad (37)$$

Birim kayma şekil değiştirme (Şekil 5)

$$\epsilon_{\beta\alpha} \Big|_A^{n+1} = 1/2 (S_{\beta}^{n+1} + S_{\alpha}^{n+1}) \quad (38)$$

Böylece bilinmeyen sayısı altıya inmiş olur. Bunlar $P_{\alpha\alpha}$, $P_{\beta\beta}$, $P_{\gamma\gamma}$, $P_{\beta\alpha}$, du ve dv 'dir. du ve dv değerlerini varsayarak $P_{\alpha\alpha}$, $P_{\beta\beta}$, $P_{\gamma\gamma}$ ve $P_{\beta\alpha}$ değerleri aşağıdakiler kullanılarak bulunabilir.

1. Swift denklemi ve Hill'in eşdeğer mukavemet ve birim uzama ilişkileri
2. α yönündeki denge denklemi
3. β yönündeki denge denklemi
4. Yaklaşık kriteri

du ve dv değerleri için yaklaşım sağlandıktan sonra bilinmeyen tüm değişkenler sırasıyla çözümlenir.

ÇÖZÜM YÖNTEMİ

Çözüm kalıp girişinden başlatılır ve ilk olarak α -çizgisi üzerindeki ilk nokta için çözüm yapılır. (Şekil 4'deki C noktası) C noktası da bilindiğinden A noktası için çözüm yapılır. Bu çözüm β -eğrisi boyunca kalıp ve tel ortak yüzeyine ulaşmaya kadar tekrar edilir ve sonra da α -çizgisi üzerindeki diğer nokta için çözüm yapılır. Bu yöntem β -eğrisi üzerindeki son nokta çözülmeye kadar kendini tekrar eder.

Eksenel Simetri Çizgisi Üzerinde Çözüm Denge Denklemleri

α -yönünde

$$\frac{\delta P_{\alpha\alpha}}{\delta \alpha} + \frac{P_{\alpha\alpha} - X P_{\beta\beta}}{r_{\beta}} = 0 \quad (39)$$

β -yönünde

$$\frac{P_{\beta\beta} - (K/X) P_{\beta\beta}}{r_{\gamma}} = 0 \quad (40)$$

$$K = X$$

$$d\epsilon_{\alpha\alpha} = -2d\epsilon_{\beta\beta} \quad (41)$$

ve

$$d\epsilon_{\gamma\gamma} = -d\epsilon_{\alpha\alpha}/2 \quad (42)$$

elde edilir.

Algoritma (Eksen Simetri İçin)

1. α -yönündeki birim uzama için bir değer kabul et ($\delta \epsilon_{\alpha\alpha}$).
2. Gerilme oranı X için bir deneme değeri kabul et. İlk değer için [11]:

$$X = C - 1/C \quad (43)$$

$$C = (1 + (1/\mu \cot \alpha)) \{1 - (A/A_0)^{\mu \cot \alpha}\}$$

Burada μ sürtünme katsayısı, α kalıp açısı, A ve A_0 'da kalıp giriş ve çıkışındaki kesit alanıdır.

3. $\delta\epsilon_{\beta\beta}$ ve $\delta\epsilon_{\gamma\gamma}$ değerlerini hesapla (41 ve 42'den).
4. 42'den α -yönündeki çekme gerilimi $P_{\alpha\alpha}^*$ 'yi hesapla.
5. $P_{\beta\beta}^* = P_{\alpha\alpha}^*/X$; $P_{\gamma\gamma}^* = P_{\alpha\alpha}^*/K$ değerlerini hesapla.
6. 39 no.lu denklemi kullanarak sayısal integrasyon ile $P_{\alpha\alpha}$ değerini bul.
7. Yaklaşım kriteri

$$|P_{\alpha\alpha} - P_{\alpha\alpha}^*| < \delta \quad (44)$$

Kullanarak X değerini kontrol et. X değeri bu şart sağlanıncaya kadar değiştirilir ve algoritma 2. adımdan tekrar edilir.

SAYISAL ÇÖZÜM İÇİN GELİŞTİRİLEN BİLGİSAYAR PROGRAMININ TANITILMASI

Program BASIC dilde yazılmış olup, HP9816 bilgisayarda çalıştırılmıştır. 125 Kbyte bellek gerektirmektedir.

Bilgisayar Algoritması

1. Malzeme özellikleri A,B,n,R, deneme sayısı ve X yönündeki eleman sayısı girdi olarak verilir.
2. Ayrıca sürtünme katsayısı, konik açısı, başlangıç ve çekme sonrası tel çapları girdi olarak verilir.
3. Orijinal eleman kenar uzunlukları LO ve L1 aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$L = \frac{r_f - r_{in}}{\tan\alpha} \quad (45)$$

$$LO = L/M \quad (46)$$

$$N_y = \text{INT}(D1/2LO) \quad (47)$$

$$L1 = R1/N_y \quad (48)$$

Burada r_f , r_{in} telin giriş ve çıkış yarıçapları, L kalıp uzunluğu, M X yönündeki nokta sayısıdır.

4. i) En dış eleman numarasını hesapla.

$$NG = \text{INT}(R1/L1) + 1 \quad (49)$$
- ii) Kalıp girişinde β -eğrisi boyunca her nokta için toplam plastik uzama ve gerilmeler, sınır koşulları olarak verilir.
- iii) Noktaların koordinatları x ve y belirlenir.

5. Kalıp girişindeki her eleman için r_β değerleri hesaplanır. Yardımcı program vasıtasıyla koordinatları bilinen üç nokta kullanılarak Lagrange polinomu oluşturulur ve eğri yarıçapı bulunur.

$$X = a_1y^2 + b_1y + c_1 \quad (50)$$

Eğri yarıçapı aşağıdaki denklemden bulunur.

$$1/r = \pm \frac{d^2y/dx^2}{\{1 + (dy/dx)^2\}^{3/2}} \quad (51)$$

6. Bu eksenel simetri çizgisi üzerindeki çözüm için döngünün başlangıcıdır. Burda birim uzama $\delta\epsilon_{\alpha\alpha}$ daha sonra kontrol edilmek üzere kabul edilir.
7. X eğrilme oranı için bir değer kabul edilir ve yaklaşım sağlandıktan sonra $P_{\alpha\alpha}$, $P_{\beta\beta}$, $\delta\epsilon_{\alpha\alpha}$ ve $\delta\epsilon_{\beta\beta}$ değerleri belirlenir. Noktanın yeni koordinatları aşağıdaki denklem kullanılarak bulunur.

$$du = e^{1/2} (\delta\epsilon_{\alpha\alpha}^{i+1} + \delta\epsilon_{\alpha\alpha}^i) \Delta\alpha$$

Burada dv değeri eksenel simetriden dolayı sıfırdır. Böylece C noktasının yeni koordinatları

$$C : (X_c + du, y_c)$$

olur.

8. Eksenel simetri çizgisi üzerindeki bir yan nokta β -eğrisi üzerindeki diğer noktalar için çözüm yapılır. Bunun için du deneme değeri kabul edilir. Bu ise yaklaşımın dış döngüsünü oluşturur.
9. Dv için deneme değeri kabul edilir (yaklaşım iç döngüsü). Böylece A noktasının yeni koordinatları

$$A : (X_0 + du, y_0 - dv)$$

olur.

10. C ve A noktalarını kullanarak β -eğrisi için ikinci dereceden bir polinom bulunur (langrange).

$$X = a_1y^2 + b_1y + c_1 \quad (53)$$

a_1 , b_1 ve c_1 katsayılarını bulmak için birinci noktadaki eğimi, birinci ve ikinci nokta koordinatlarını yada önceki iki nokta ve A noktasının koordinatlarını bilmek yeterlidir (langrange polinomu).

11. C-A eğrisinin yeni yay uzunluğunu bulmak için X_c ve x_0+du sınırları içerisinde sayısal integral metodu kullanılır (31 no.lu denklem).
12. Birim uzama $\delta\epsilon_{\beta\beta}^{n+1} |_A$ değerini hesapla (37 no.lu denklem)
13. α -eğrisine polinom uyarlamak için de 9 ile 11. adımlar arasında uygulanan yöntem tekrar edilir. ve $\delta\epsilon_{\alpha\alpha}^{n+1} |_A$ hesaplanır (36 no.lu denklem)

$$y = a_2X^2 + b_2X + c_2 \quad (54)$$

14. A noktasındaki S_B^{n+1} ve S_α^{n+1} eğimler bulunur.

$$S_\alpha^{n+1} \Big|_A = 2a_2(x_0+du) + b_2 \quad (55)$$

$$S_B^{n+1} \Big|_A = 2a_1(y_0-dv) + b_1 \quad (56)$$

Kayma birim uzama da

$$\delta\epsilon_{\beta\alpha} \Big|_A^{n+1} = 1/2(S_B^{n+1} \Big|_A - S_\alpha^n \Big|_A) \quad (57)$$

denklemden elde edilir.

15. $\delta\epsilon_{\gamma\gamma}$ hacim sabitliği prensibinden bulunur (22 no.lu denklem)

16. X, K ve Z gerilim oranları bulunur (9,10 ve 11 no.lu denklemlerden)

17. $P_{\alpha\alpha}^*$ değeri denklem 24'den hesaplanır.

18. β -eğrisi boyunca denge denklemlerinin integrali alınır.

i) C noktasındaki başlangıç değerleri bilinmektedir.

ii) $P_{\beta\alpha}$, X ve K değişimleri ikinci dereceden polinomlar olarak ifade edilir.

$$P_{\beta\alpha}(y) = P_1 y^2 + P_2 y + P_3 \quad y_b, y_0-dv \quad (58)$$

sınırları arasında,

$$X(y) = X_1 y^2 + X_2 y + X_3 \quad y_b, y_0-dv \quad (59)$$

sınırları arasında

$$K(y) = K_1 y^2 + K_2 y + K_3 \quad y_b, y_0-dv \quad (60)$$

$$P_{\beta\alpha}(X) = P_1 X^2 + P_2 X + P_3 \quad X_b, X_0+du \quad (61)$$

iii) $\beta=y$ ve $\alpha=x$ kabul edilerek β -eğrisi üzerinde $Y_c < Y < y_0-dv$ sınırları içerisinde dördüncü dereceden Runge Kutta algoritması kullanılarak 29 no.lu denge denklemi çözülür ve P bulunur.

$$C_1 = f(y_0, P_{\beta\beta} \Big|_O) \quad (62)$$

$$C_2 = f(y_0+1/2h, P_{\beta\beta} \Big|_O + 1/2C_1) \quad (63)$$

$$C_3 = f(y_0+1/2h, P_{\beta\beta} \Big|_O + 1/2C_2) \quad (64)$$

$$C_4 = f(y_0+h, P_{\beta\beta} \Big|_O + 1/2C_3) \quad (65)$$

$$h = y_1 - y \quad (66)$$

$$P_{\beta\beta} \Big|_1 = P_{\beta\beta} \Big|_O + 1/6h(C_1+2C_2+2C_3+C_4) \quad (67)$$

bulunur.

19. Bulunan bu $P_{\beta\beta}$ değeri ile $P_{\beta\beta}^*$ değeri karşılaştırılır ve dv değerinin geçerliliği araştırılır.

$$|P_{\beta\beta} - P_{\beta\beta}^*| < \delta \quad (68)$$

Bu eşitsizlik sağlanmıyorsa yeni bir dv değeri kabul edilerek 8. adımdan itibaren tekrar edilir. Kök bulmada ara değer ters interpolasyon metodları kullanılmıştır.

20. Kök bulduktan sonra α -eğrisi üzerinde 18 ve 19. adımlarda bahsedilen şekilde denge denklemleri için çözülür.

21. Bu değer $P_{\alpha\alpha}^*$ ile karşılaştırılır.

$$|P_{\alpha\alpha} - P_{\alpha\alpha}^*| < \delta$$

Bu eşitsizlik sağlanıncaya kadar dış döngü 7. adımdan itibaren tekrar edilir. Kök bulduktan sonra A noktasının yeni koordinatları belirlenmiş olur.

$$(X_A, Y_A) \equiv (x_0+du, y_0-dv)$$

22. A noktası için tüm ilgili değişkenler belleğe alınır.

23. β -eğrisi üzerindeki diğer bir noktaya ilerleyerek 7-23. adımlardaki yöntem aynen tekrar edilir. Kalıp ve tel ortak yüzeyine gelindiğinde $\delta\epsilon_{\alpha\alpha}$ değeri kalıp geometrisi kullanılarak kontrol edilir.

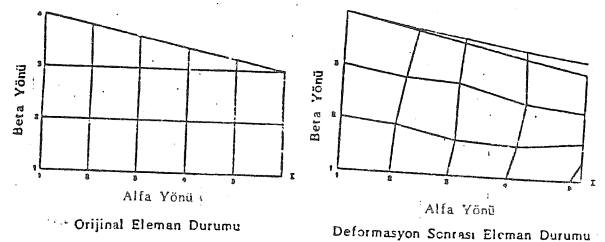
$$\text{Beta}(I,J) - R_{di}(I,J) < \delta$$

Eğer bu eşitsizlik sağlanmıyorsa 6. adıma dönerek $\delta\epsilon_{\alpha\alpha}$ değeri değiştirilir ve tüm yöntem tekrar edilir; sağlanıyorsa 7. adıma dönerek eksenal simetri çizgisi üzerindeki diğer noktanın çözümüne geçilir.

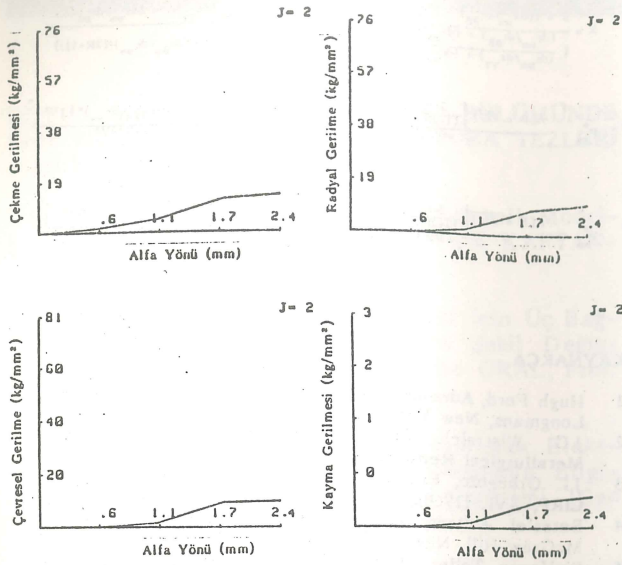
24. İşlem birden fazla aşamalı ise 4. adıma dönülür ve diğer aşama için çözüme başlanır.

25. En son aşama da çözüldükten sonra program son bulur.

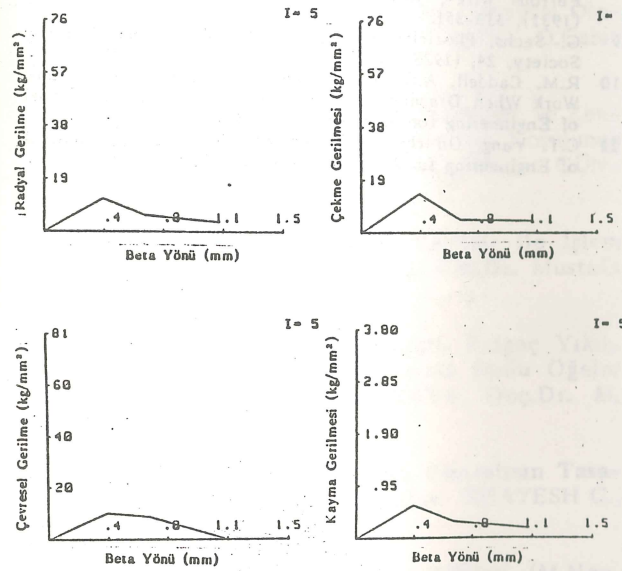
Örnek bilgisayar çıktıları aşağıdaki sayfada Şekil 6 ile Şekil 11 arasında verilmiştir.



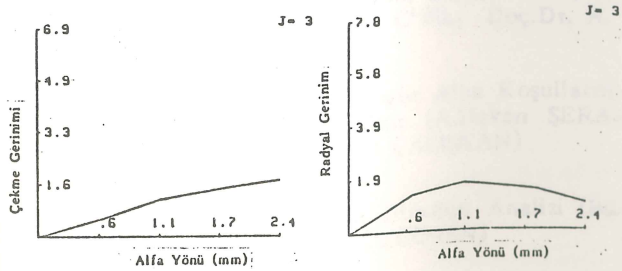
Şekil 6 Original ve deformasyon sonrası elemanların durumu



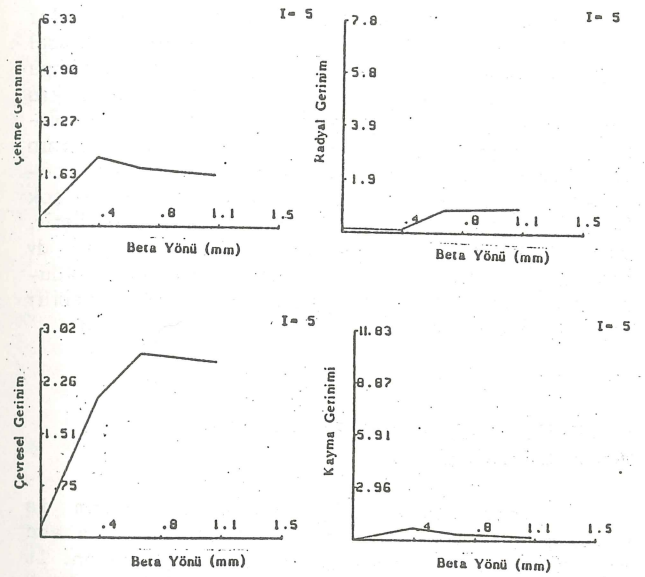
Şekil 7 α-yönündeki gerilme değişimleri



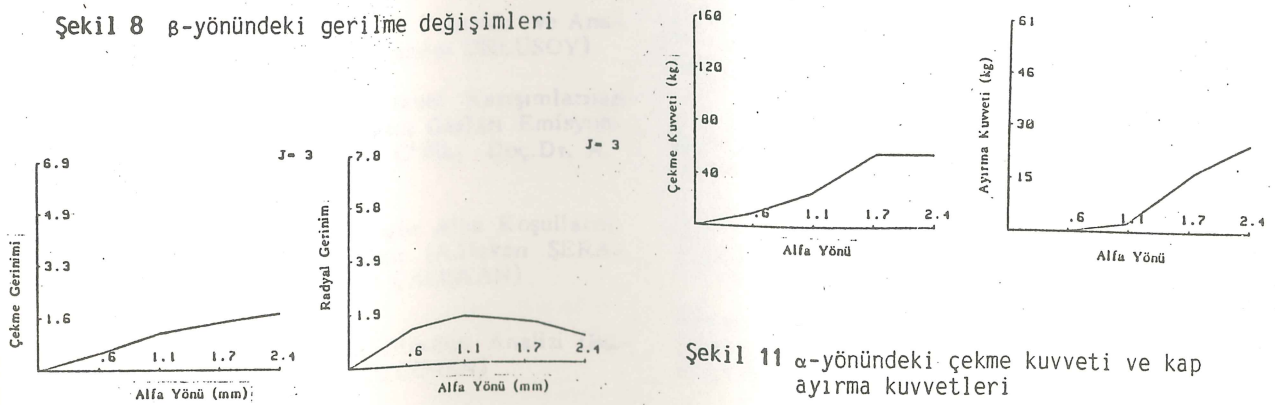
Şekil 8 β-yönündeki gerilme değişimleri



Şekil 9 α-yönündeki birim uzama değişimleri



Şekil 10 β-yönündeki birim uzama değişimleri



Şekil 11 α-yönündeki çekme kuvveti ve kap ayırma kuvvetleri

SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmada, tel çekme işlemini analiz edebilmek amacı ile sonlu farklar yöntemini kullanan ve üç boyutlu gerilme şartları altında izotrop olmayan ve şekil değiştirme ile pekleşen bir malzeme modelini kullanan yeni bir teori geliştirilmiş olup, tel üzerinde oluşan gerilme ve birim uzamaları eleman eleman çözmek için bir bilgisayar programı oluşturulmuştur. Karşılaştırma amacı ile mevcut teoriler kullanılarak çözümsel hesaplamalar da yapılmış ve yaklaşık sonuçlar elde edilmiştir. Program, tel çekme işlemi boyunca birim uzama, gerilme ve yer değiştirmelerin koordinatlara bağlı olarak değişimini takip etme imkânını vermektedir. Teoride, deforme olan elemanların polinomlarla ifade edilmesi çeşitli şekil değiştirmelere uyarlanabilme imkanı vermekte ve gelecekte daha kompleks kalıp geometrilerine de adapte edilebilir bir özellik sağlamaktadır.

Sayısal çözüm sınır koşullarına bağlı olup bunlar da deneysel verilerden veya diğer bölgelerin sayısal çözümlerinden elde edilir. Eleman sayısının ve döngü içindeki deneme sayısının artırılması ile daha doğru neticelerin alınabileceği gözlemlenmiştir. Fakat bilgisayar bellek kapasitesi nedeniyle eleman sayısının daha fazla artırılması mümkün değildir. Döngü içerisindeki deneme sayısında hesaplama nedeniyle çok fazla artması nedeniyle fazla yükseltilememiştir. Yaklaşımın sağlanabilmesi büyük ölçüde du ve dv başlangıç değerlerine ve sınır koşullarına bağlı olduğundan bazı noktalarda çözüm elde edilemeyebilir veya o noktalarda doğru neticeler alınamayabilir.

COMPUTER AIDED MODELLING OF WIRE DRAWING

In this study, a numerical algorithm is developed to determine the plastic stresses and resulting deformations in the drawing region. It consists of a finite difference technique which solves the plasticity equations to compute the space variation of the stresses and strains. The problem is treated as a three-dimensional stress-strain case for an anisotropic and strain-hardening material model.

$$X = \frac{2 + ((d\epsilon_{\alpha\alpha}/d\epsilon_{\beta\beta}) - (d\epsilon_{\alpha\alpha}/d\epsilon_{\gamma\gamma})) / ((d\epsilon_{\alpha\alpha}/d\epsilon_{\gamma\gamma}) + (d\epsilon_{\alpha\alpha}/d\epsilon_{\gamma\gamma})R + (d\epsilon_{\alpha\alpha}/d\epsilon_{\beta\beta})R)}{(d\epsilon_{\alpha\alpha}/d\epsilon_{\beta\beta})^2 + (d\epsilon_{\alpha\alpha}/d\epsilon_{\gamma\gamma})R + (d\epsilon_{\alpha\alpha}/d\epsilon_{\beta\beta})R} + (1 + (\mu(d\epsilon_{\beta\alpha}/d\epsilon_{\alpha\alpha}))(2R+1))$$

$$P_{\alpha\alpha}^* = \frac{A[B + \sqrt{2/3}] \left[\frac{2+R}{(1+2R)^2} ((d\epsilon_{\gamma\gamma}-Rd\epsilon_{\alpha\alpha})^2 + (d\epsilon_{\beta\beta}-Rd\epsilon_{\alpha\alpha})^2 + R(d\epsilon_{\beta\beta}-d\epsilon_{\gamma\gamma})^2) \right]^{1/2}}{\sqrt{3/2} \left[(R(X-K))^2 + (K-1)^2 + (1-X)^2 + 2NZ^2/(2+R) \right]^{1/2}}$$

$$P_{\alpha\alpha}^* = \frac{A[B + \sqrt{2/3}] \left[\frac{2+R}{(2+2R)^2} ((d\epsilon_{\gamma\gamma}-Rd\epsilon_{\alpha\alpha})^2 + (d\epsilon_{\beta\beta}-Rd\epsilon_{\alpha\alpha})^2 + R(d\epsilon_{\beta\beta}-d\epsilon_{\gamma\gamma})^2) \right]^{1/2}}{\sqrt{3/2} \left[(2(X-1))^2/(2+R) \right]^{1/2}}$$

KAYNAKÇA

- 1 Hugh Ford, *Advanced Mechanics of Materials*, Wiley London, Longmans, New York, 1963.
- 2 J.G. Wistreich, *The Fundamentals of Wire-Drawing*, *Metallurgical Reviews*, 3, (1958), 10.
- 3 J.L. Orbezgozo, *Fracture in Wire-Drawing*, *Annals of the CIRP*, XVI, (1968), 319-330.
- 4 Betzalel Avitzur, *Metel Forming Processes & Analysis*, McGraw-Hill, New York, 1968, 219-249.
- 5 Wolfgang Teller, *Present State of Wire-Drawing*, *Wire-World International*, vol.18, 1976.
- 6 W. Johnson and P.B. Mellor, *Engineering Plasticity*, John Wiley & Sons, 1983.
- 7 E.A. Davis and S.J. Dokos, *Theory of Wire-Drawing*, *Journal of Applied Mechanics*, 1944.
- 8 E.L. Francis and F.C. Thompson, *The Drawing of Non-Ferrous Wire*, *Journal of the Institute of Metals*, 46, (1931), 313-351.
- 9 G. Sachs, *Plasticity Problems in Metals*, *Trans. Faraday Society*, 24, (1928), 84-92.
- 10 R.M. Caddell, A.G. Atkins, *The Influence of Redundant Work When Drawing Rods Through Conical Dies*, *Journal of Engineering for Industry*, 1968, 411-419.
- 11 C.T. Yang, *On the Mechanics of Wire-Drawing*, *Journal of Engineering for Industry*, 1961, 523-530.