

Transfer Matrisi Metodu ile Helmholtz Rezonatörlü Periyodik Akustik Metamalzeme Yapısının Sayısal Modellemesi

Sinem ÖZTÜRK^{1,a}

¹*İstanbul Teknik Üniversitesi, Makina Fakültesi, Makina Mühendisliği Bölümü, İstanbul, Türkiye*

^a*ORCID: 0000-0002-0483-9730*

Makale Bilgileri

Geliş : 11.07.2025

Kabul : 06.01.2026

DOI: 10.21605/cukurovaumfd.1740474

Sorumlu Yazar

Sinem ÖZTÜRK

ozturksi@itu.edu.tr

Anahtar Kelimeler

Akustik metamalzemeler

Helmholtz rezonatörü

Ses yutum

Transfer matrisi yöntemi

Atf şekli: ÖZTÜRK, S., (2026). Transfer Matrisi Metodu ile Helmholtz Rezonatörlü Periyodik Akustik Metamalzeme Yapısının Sayısal Modellemesi. Çukurova Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi Dergisi, 41(1), 65-74.

ÖZ

Bu çalışma, periyodik Helmholtz rezonatörlerinden oluşan bir akustik metamalzemenin ses yutma performansını sayısal olarak analiz etmektedir. Modelleme sürecinde transfer matrisi yöntemi (TMM) kullanılmış; visko-termal ve radyasyon kayıplarını içeren kapsamlı bir hesaplama çerçevesi geliştirilmiştir. MATLAB tabanlı model ile rezonatör hücre sayısı ve geometrik parametrelerin (özellikle boyun uzunluğu) yutum karakteristiğine etkisi incelenmiştir. Sonuçlar, hücre sayısının artmasının daha belirgin band-gap bölgeleri oluşturduğunu ve yutumun daha geniş bir frekans aralığında optimize edilebildiğini göstermiştir. Ayrıca boyun uzunluğundaki değişimin rezonans frekanslarını doğrudan etkilediği ve hedef frekanslara uyarlamada kritik olduğu belirlenmiştir. Son aşamada kayıpları temsil eden ölçek faktörleri (Rrad ve Rvis) otomatik optimize edilerek ilk band-gap genişliği maksimize edilmiştir. Bulgular, önerilen modelin deneysel çalışmaya gerek duymadan tasarım aşamasında metamalzeme yapıların akustik performansını değerlendirmek için etkili ve esnek bir araç sunduğunu göstermektedir.

Numerical Modeling of Periodic Acoustic Metamaterial Structure with Helmholtz Resonator Using Transfer Matrix Method

Article Info

Received : 11.07.2025

Accepted : 06.01.2026

DOI: 10.21605/cukurovaumfd.1740474

Corresponding Author

Sinem ÖZTÜRK

ozturksi@itu.edu.tr

Keywords

Acoustic metamaterials

Helmholtz resonator

Sound absorption

Transfer matrix method

How to cite: ÖZTÜRK, S., (2026). Numerical Modeling of Periodic Acoustic Metamaterial Structure with Helmholtz Resonator Using Transfer Matrix Method. Çukurova University, Journal of the Faculty of Engineering, 41(1), 65-74.

ABSTRACT

This study numerically analyzes the sound absorption performance of an acoustic metamaterial composed of periodic Helmholtz resonators. The transfer matrix method (TMM) was employed, and a computational framework incorporating viscothermal and radiative losses was developed. Using the MATLAB-based model, the effects of the number of resonator cells and geometric parameters (particularly neck length) on absorption characteristics were examined. The results show that increasing the number of cells yields more pronounced bandgap regions and enables absorption optimization over a wider frequency range. In addition, variations in neck length directly shift resonance frequencies, highlighting its critical role in tuning the system to target bands. Finally, the loss-related scale factors (Rrad and Rvis) were automatically optimized to maximize the first bandgap width. Overall, the proposed model provides an effective and flexible design-phase tool for evaluating the acoustic performance of metamaterial structures without the need for experimental studies.

1. GİRİŞ

Günümüzde gürültü kontrolü ve ses yalıtımı, yalnızca konfor amaçlı değil, aynı zamanda çevresel sürdürülebilirlik ve endüstriyel güvenlik bakımından da kritik bir araştırma alanıdır. Geleneksel yalıtım malzemeleri, özellikle uzun dalga boylu (düşük frekanslı) bölgede kütle-yay prensibine dayanan sınırlı performansları nedeniyle yetersiz kalmakta ve bu eksiklik, akustik metamalzeme (AMM) gibi yenilikçi çözümlere duyulan gereksinimi ortaya koymaktadır. AMM'ler, yerel rezonansa dayalı "meta-atom" tasarımları sayesinde ortamın efektif kütle yoğunluğu veya sıkıştırılabilirliğini negatif ya da sıfıra yakın değerlere indirerek yayılımı belirli frekans aralıklarında tamamen bastırabilmekte ve "bandgap" oluşumuna imkân tanımaktadır [1].

Son on yılda yayınlanan kapsamlı derlemeler, Helmholtz rezonatörleri, membran-tipi yapılar ve uzay-bükümlü kanalların düşük frekans yetkinliğini ayrıntılı biçimde ortaya koymuş; ayrıca sayısal tasarım, 3B-yazdırma ve programlanabilir metamalzeme gibi teknolojik eğilimlerin ön plana çıktığını vurgulamıştır [2,3]. Özellikle periyodik dizilişli Helmholtz rezonatörleri, dalga boyunun küçük bir kesri mertebesindeki hücre boyutlarıyla bandgap'i alt frekanslara çekerek konvansiyonel malzemelere göre üstün yalıtım sağlamaktadır. Gözenekli tabaka içine yerleştirilen rezonatör dizileriyle 180–550 Hz bandında %80'in üzerinde yutuculuk elde edilmesi [4], ya da gözenekli çekirdeğe periyodik rezonatör gömülerek geliş açılardan bağımsız ses geçiş kaybı artışı sağlanması [5], bu yaklaşımın uygulama potansiyelini açıkça göstermektedir. Benzer biçimde, space-coiling hücrelerden oluşan kompakt ızgaralar [6] ve periyodik oyuklu gözenekli metasurfaces [7], düşük-orta frekanslarda önemli ses kesimi sağlayarak tasarım çeşitliliğini genişletmiştir.

Helmholtz rezonatörlü yapılar, geleneksel yutucuların ulaşmakta zorlandığı düşük frekanslı bölgelerde etkinlik göstermektedir. Özellikle birden fazla HR biriminin farklı frekanslara ayarlanarak dizi şeklinde kullanılması, 200–1100 Hz aralığında yüksek yutuculuk elde edilmesine olanak tanımaktadır [8]. 3B yazıcıyla üretilmiş çok mertebeli HR hücreleri sayesinde 400–2800 Hz gibi geniş bir bantta tam soğurma gerçekleştirilebilmekte, bu da mimari uygulamalarda önemli avantajlar sunmaktadır [9]. HR'lerin iç yapısı üzerinde yapılan değişikliklerle, negatif efektif kütle yoğunluğu ve sıkıştırılabilirlik gibi doğada bulunmayan özelliklerin kontrollü olarak elde edilmesi mümkün hale gelmiştir [10].

Periyodik rezonatör topolojisine eklenen eylemsizlik yükseltici (inertial amplification) mekanizmaları, yerel kütle etkinliğini artırarak bandgap'i daha da düşük frekanslara taşımaktadır; ancak bu tasarım "erken tesadüf" vadisi gibi yeni dinamik özellikleri beraberinde getirmekte ve yapısal-akustik etkileşimin önemini vurgulamaktadır [11]. Ayrıca, rezonatör duvarlarının esnekliği, özellikle kavite tabanı elastik olduğunda, iletim kaybında belirgin azalmaya neden olmakta ve tasarım sürecinde malzeme seçiminin önemini ortaya koymaktadır [12].

Böylesi karmaşık parametre alanlarının hızlı taranabilmesi için hesaplama verimliliği yüksek modellere ihtiyaç vardır. Bu bağlamda aktarım matrisi yöntemi (TMM), periyodik metamalzemelerin band yapısını ve ses geçiş kaybını sonlu elemanlar yöntemine kıyasla çok daha düşük maliyetle öngörebilmekte; çok katmanlı, gözenekli-rezonatörlü sistemlerin eşdeğer karakterizasyonuna olanak tanımaktadır [13,14]. TMM, deneysel çalışmalarla uyumlu sonuçlar verdiği gibi, özellikle düzlem dalga ve rijit duvar koşulları altında karakterizasyon yapılmasına da imkân tanımaktadır [15]. Ayrıca, farklı rezonatör konfigürasyonlarının (tekli, çoklu, paralel, seri vb.) TMM ile modellenmesi sayesinde tasarım esnekliği artırılmıştır [16]. Karmaşık rezonatör dizilerinde faz gecikmesinin doğru hesaplanması da transfer matrisi temelli yöntemlerle başarıyla gerçekleştirilebilmektedir [17].

Yeni nesil HR yapılarında, ayarlanabilir ve programlanabilir özellikler ön plana çıkmaktadır. Örneğin, origami tabanlı HR yapılarında, iç hacmin hava basıncıyla değiştirilerek rezonans frekanslarının dinamik olarak ayarlanması sağlanabilmekte, böylece 271–790 Hz arasında %90'ın üzerinde yutuculuk elde edilebilmektedir [18]. Benzer biçimde, havalandırmaya izin veren çok katmanlı HR yapıları, 450–700 Hz arasında geniş bantta etkili yutum sunarak, hem akustik hem de hava geçirgenliği açısından avantaj sağlamaktadır [19].

Bu çalışmada, Helmholtz rezonatörlerinden oluşan bir periyodik metamalzemenin TMM tabanlı sayısal modeli tamamen MATLAB® ortamında geliştirilmiştir. Model; (i) periyodik rezonatör-gözenekli ortam etkileşimini teorik olarak aydınlatmakta, (ii) geometri ve malzeme parametrelerinin bandgap, ses geçiş

kayıbı ve soğurma katsayısı üzerindeki etkilerini sistematik biçimde incelemekte ve (iii) deneysel düzeneğe gereksinim duymaksızın tasarım ön optimizasyonu için hızlı bir araç sunmaktadır. Böylece, literatürde farklı platformlarda raporlanan düşük frekanslı yalıtım yaklaşımları tek bir çatı altında birleştirilmekte ve mühendislik uygulamaları için maliyet etkin bir yol haritası önerilmektedir.

2. TEORİ

Helmholtz rezonatörleri, dar bir boyun ve geniş bir kaviteye sahip akustik elemanlar olarak, belirli rezonans frekanslarında ses enerjisini etkili biçimde yutarlar. Bu yapı, klasik anlamda bir akustik kütle-yay (mass-spring) sistemine benzetilerek modellenebilir. Rezonatörün temel rezonans frekansı şu şekilde ifade edilir:

$$f_0 = \frac{c_0}{2\pi} \sqrt{\frac{S_n}{V_c L_{eff}}} \quad (1)$$

Burada c_0 havadaki ses hızı, S_n boyun kesit alanı, V_c kavite hacmi ve L_{eff} etkin boyun uzunluğudur. Etkin uzunluk, boyun giriş ve çıkışlarındaki uç düzeltmelerini içerir [20].

Bu rezonatörler periyodik olarak dizildiğinde, belirli frekans aralıklarında sesin yayılmasını engelleyen ve band-gap (durma bandı) olarak adlandırılan bölgeler oluşur. Bu yapıların analizi için en yaygın kullanılan yöntemlerden biri Transfer Matrisi Yöntemi (TMM)'dir. Bu yöntem, birim hücre içinde yer alan tüm bileşenlerin akustik giriş ve çıkış değişkenleri arasındaki ilişkiyi bir matris çarpımı şeklinde ifade eder.

Genel bir transfer matrisi şu formdadır:

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ u_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_2 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Burada p ses basıncı, u partikül hızı, T_{ij} ise sistemin transfer matris elemanlarıdır. Tüm yapı, birim hücre transfer matrislerinin ardışık çarpımı ile modellenir [21].

2.1. Helmholtz Rezonatörün Empedansı

TMM içerisinde, rezonatörler şönt empedans olarak modele dahil edilir. Kayıplar dahil edilerek rezonatörün kompleks empedansı aşağıdaki şekilde tanımlanabilir:

$$Z_{HR} = R_{rad} + R_{vis} + i\omega M + \frac{1}{i\omega C} \quad (3)$$

Burada, R_{rad} radyasyon kaynaklı kayıplar ve R_{vis} visko-termal kayıpları temsil eder. M ve C , sırasıyla, akustik kütle ve akustik uyumdur ve şöyle hesaplanırlar [22]:

$$M = \frac{\rho_0 L_{neck}}{S_{neck}} \quad (4)$$

$$C = \frac{V_{cav}}{\rho_0 c_0^2} \quad (5)$$

Bu empedans, transfer matrisine şönt eleman olarak şu şekilde entegre edilir:

$$T_{shunt} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/Z_{HR} & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

2.2. Band-Gap Kriteri

Periyodik yapının band-gap karakteri, Bloch teorisine dayalı olarak, birim hücre transfer matrisinin iz (trace) değeri üzerinden analiz edilir. Kayıplı sistemlerde yayılımın engellendiği durma bandı aşağıdaki koşulla belirlenir:

$$\left| \Re \left[\frac{tr(T)}{2} \right] \right| > 1 \quad (7)$$

Bu koşul sağlandığında, sistemde gerçek bir faz hızı tanımlanamaz ve akustik dalga sönümlenir [23].

Bu kuramsal yapı, daha sonra sunulan sayısal analizlerin dayandığı temel fiziksel modeldir. Rezonatör geometrisinin, kayıpların ve hücre sayısının sistem davranışına etkisi bu eşitlikler doğrultusunda çözümlenecektir.

3. YÖNTEM

Bu çalışmada, Helmholtz rezonatörlerinden oluşan periyodik bir akustik metamalzeme yapısı Transfer Matrisi Yöntemi (TMM) ile sayısal olarak modellenmiştir. Kuramsal temeli bir önceki bölümde sunulan sistem, her bir hücrede bir Helmholtz rezonatör şöntü ve bu şöntü çevreleyen iki yarım kanal elemanından oluşmaktadır. Model, doğrusal, izotermal ve tek boyutlu düzlem dalga varsayımlarına dayanmaktadır.

TMM uygulamasında, her hücre için kanal ve şönt bileşenlerine ait transfer matrisleri ardışık olarak çarpılmış ve elde edilen birim hücre matrisi $\mathbf{T}_{\text{cell}}$, N adet hücrenin üst üste eklenmesiyle tüm sistemin matrisine dönüştürülmüştür:

$$\mathbf{T}_{\text{total}} = (\mathbf{T}_{\text{cell}})^N \quad (8)$$

Her hücredeki şönt empedans Z_{HR} , Eşitlik (3) ile tanımlandığı gibi visko-thermal ve radyasyon kayıplarını da içerecek biçimde modellenmiştir. Bu empedans, şönt transfer matrisi (Eşitlik 4) ile sisteme eklenmiştir. Kanal elemanları ise klasik dalga yayılım transfer matrisi ile temsil edilmiştir:

$$T_{\text{duct}} = \begin{bmatrix} \cos(kL) & jZ_0 \sin(kL) \\ jsin(kL)/Z_0 & \cos(kL) \end{bmatrix} \quad (9)$$

Burada L kanal uzunluğu, $k=\omega/c_0$ dalga sayısı ve $Z_0=\rho_0 c_0/S$ karakteristik empedanstır.

Yansıtılan dalga genliği R üzerinden hesaplanan yansıma katsayısı şu şekildedir:

$$R = \frac{Z_{in}-Z_0}{Z_{in}+Z_0} \quad (10)$$

ve buna karşılık gelen yutum katsayısı:

$$\alpha = 1 - |R|^2 \quad (11)$$

olarak ifade edilmiştir. Giriş empedansı Z_{in} , sistemin toplam transfer matrisinden elde edilmektedir.

3.1. MATLAB Kod Yapısı ve Görsel Çıktılar

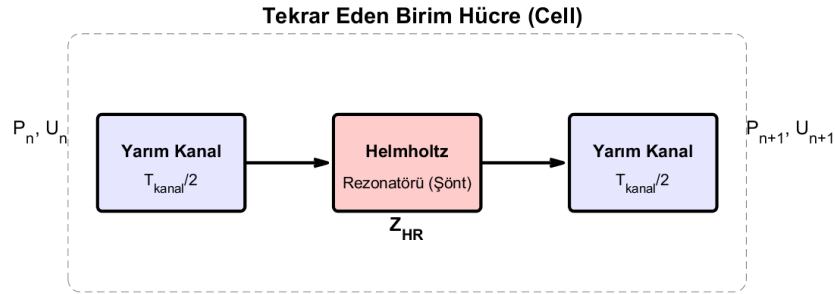
Tüm sayısal modelleme MATLAB ortamında gerçekleştirilmiştir. Kod yapısı, Transfer Matrisi Yöntemi'ne (TMM) dayalı olarak periyodik Helmholtz rezonatörlü bir akustik metamalzemenin frekans bandındaki yutum performansını hesaplamaya yönelik tasarlanmıştır. Hesaplamalarda hava özellikleri (ρ_0 , c_0 , η), kanal ve rezonatör geometrileri doğrudan modele girilmiş, her frekans adımı için sistemin toplam transfer matrisi elde edilmiştir.

Rezonatör başına birim hücre, iki yarım ana kanal ve bir şönt empedanstan oluşmakta; bu yapı, transfer matrisleri aracılığıyla N adet hücre için ardışık olarak modellenmektedir. Sistem çıkışında, toplam matris üzerinden giriş empedansı hesaplanmakta, yansıma katsayısı ve buna bağlı olarak yutum katsayısı (α) elde edilmektedir.

Modelin genellenebilirliğini test etmek amacıyla, hücre sayısı (N) parametrik olarak değiştirilebilmekte ve her N değeri için ayrı bir frekans süpürmesi yapılmaktadır. Kod yapısı, farklı hücre sayılarına karşılık gelen yutum karakteristiklerini topluca görselleştirecek şekilde düzenlenmiştir. Bu görseller, yöntemsel karşılaştırma ve parametrik çalışma planlaması için temel sağlamaktadır.

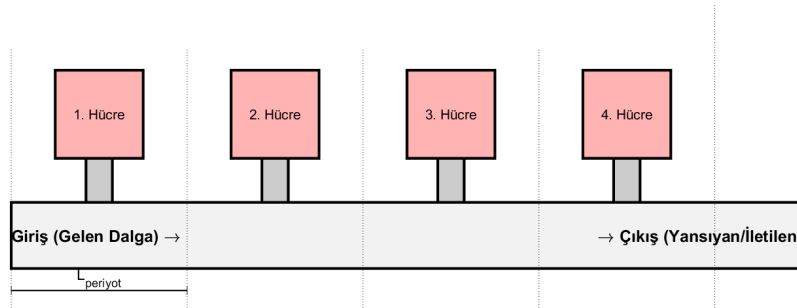
Modelin blok yapısı, sistemin fiziksel anlamda nasıl inşa edildiğini Şekil 1'de açıkça göstermektedir. TMM yaklaşımıyla her hücre, yarım kanal, Helmholtz rezonatör empedansı ve tekrar eden yapı blokları olarak

modellenmiştir. Bu diyagram, sistemin transfer matrisi bileşenlerine nasıl ayrıldığını ve modelleme akışının fiziksel karşılığını açıklamaktadır. Her hücre yarım kanal – rezonatör – yarım kanal şeklinde modellenmiş, bu yapı N kez tekrar edilerek periyodik yapı oluşturulmuştur.



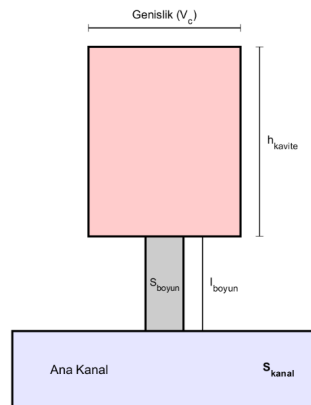
Şekil 1. Transfer Matrisi Yöntemi kullanılarak oluşturulan sistemin blok diyagramı

Sayısal analizlerin temelini oluşturan sistem modeli, ana kanal boyunca yerleştirilen Helmholtz rezonatörlerinin periyodik dizilimine dayanmaktadır. Her bir hücre, dar bir boyunla bağlanan bir boşluk içermektedir ve ana hava kanalı ile akustik etkileşim bu şönt bağlantı üzerinden gerçekleşmektedir. Bu yapı, transfer matrisi yaklaşımıyla modellenmek üzere belirli aralıklarla tekrarlanmıştır. Sistemin fiziksel yapısını açıklayıcı bir şematik gösterim Şekil 2’de sunulmuştur. Sayısal analizlerin temelini oluşturan sistem modeli, TMM çerçevesinde tanımlanmış blok yapıya sahiptir. Her bir hücre, bir Helmholtz rezonatör şöntü ve iki yarım kanal segmentinden oluşmakta olup, sistemin toplam transfer matrisi bu yapının periyodik tekrarlarıyla elde edilir (Şekil 2). Giriş ve çıkış arasında yer alan kanal segmentleri ve rezonatör bağlantısı bir hücreyi oluşturur. Bu hücre yapısı N kez tekrarlanarak toplam sistem elde edilir.



Şekil 2. Transfer matrisi yöntemi ile modellenen periyodik Helmholtz rezonatörlü sistemin şematik gösterimi

Helmholtz rezonatörünün geometrisi, akustik kütle ve esneklik hesaplamalarında doğrudan etkili olan boyun uzunluğu l_n , boyun çapı a_n , boşluk yüksekliği h_c ve boşluk çapı a_c gibi parametrelerle karakterize edilir (Şekil 3). Ana kanal ile bağlantı boyun bölgesi (l_n, a_n) aracılığıyla sağlanırken, rezonatörün iç boşluğu (h_c, a_c) ses dalgası ile etkileşimde görev alır. Bu parametreler rezonans frekansı ve empedans üzerinde belirleyici etkiye sahiptir.



Şekil 3. Helmholtz rezonatörünün şematik gösterimi

3.2. Hava ve Rezonatör Parametreleri

Bu çalışmada kullanılan model, sabit sıcaklık ve basınç altında (20 °C, 1 atm) tanımlanmış standart hava özellikleri üzerinden hesaplanmıştır. Havanın yoğunluğu $\rho_0 = 1.21 \text{ kg/m}^3$, ses hızı $c_0 = 343 \text{ m/s}$ ve dinamik viskozitesi $\eta = 1.84 \times 10^{-5} \text{ kg/ms}$ olarak alınmıştır. Helmholtz rezonatörlerinden oluşan sistemin temel geometrik parametreleri, literatürde önerilen tipik boyut aralıklarına uygun olarak seçilmiştir. Bu parametreler arasında rezonatör boşluk hacmi (V_{cav}), boyun uzunluğu (l_n), boyun kesit alanı (S_n) ve kanalın periyot uzunluğu (L_{cell}) yer almaktadır. Rezonatör boyutları ve kanal kesit alanı, akustik empedans ve rezonans frekansları üzerinde belirleyici etkiye sahiptir.

Modelleme ortamı olarak standart atmosfer koşulları dikkate alınmış; hava yoğunluğu $\rho_0 = 1.21 \text{ kg/m}^3$, ses hızı $c_0 = 343 \text{ m/s}$ ve akustik empedansı $Z_0 = \rho_0 \cdot c_0$ olarak alınmıştır. Helmholtz rezonatörü, bir boyun ve bir kavite bölgesinden oluşan klasik geometriyle modellenmiştir. Bu çalışmada kullanılan geometrik parametreler; boyun uzunluğu $L_n = 0.008 \text{ m}$, boyun kesit alanı $S_n = 0.00025 \text{ m}^2$ ve rezonatör boşluk hacmi $V_c = 0.0001 \text{ m}^3$ olarak belirlenmiştir. Rezonatörler arasında kalan boşluk, sistemde hava katmanı olarak modellenmiş ve hücre periyodu $L_{cell} = 0.03 \text{ m}$ olarak tanımlanmıştır.

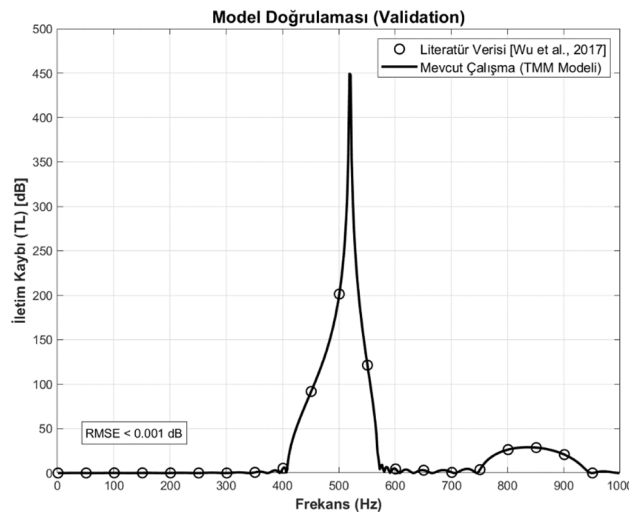
Modelde kullanılan tüm fiziksel sabitler ve geometrik parametreler, Transfer Matrisi Yöntemi'nin uygulanmasında temel giriş verileri olarak kullanılmıştır. Hesaplamalarda kullanılan bu büyüklükler, deneysel olarak doğrulanabilir büyüklükler doğrultusunda seçilmiş ve literatürdeki benzer çalışmalara paralel biçimde düzenlenmiştir. Çizelge 1'de, çalışmada kullanılan temel fiziksel ve geometrik parametreler sistematik biçimde özetlenmiştir. Bu değerler literatürde yer alan benzer rezonatör yapılarından uyarlanmıştır [20,23].

Çizelge 1. Kullanılan geometrik parametreler

Parametreler	Tanım	Değer
S_{main}	Ana kanal kesit alanı	0.0004 m^2
L_{cell}	Hücre periyodu uzunluğu	0.03 m
S_n	Boyun kesit alanı	0.00025 m^2
l_n	Boyun uzunluğu	0.008 m
V_c	Rezonatör boşluk hacmi	0.0001 m^3
N	Hücre sayısı	1 – 9 arası

3.3. Sayısal Modelin Doğrulanması

Önerilen Transfer Matrisi Yöntemi (TMM) modelinin hesaplama hassasiyetini ve fiziksel tutarlılığını doğrulamak amacıyla, literatürde Wu ve ark. [24] tarafından sunulan ve sonlu elemanlar yöntemi (FEM) ile valide edilmiş çalışma referans alınmıştır. Referans çalışmadaki periyodik Helmholtz rezonatör dizisi parametreleri ($S_n = 0.0004\pi \text{ m}^2$, $l_n = 0.025 \text{ m}$, $V_c = 101.25 \times 10^{-6}\pi \text{ m}^3$, $S_d = 0.0036 \text{ m}^2$) mevcut modele uygulanmış ve sistemin İletim Kaybı (TL) değerleri hesaplanmıştır.



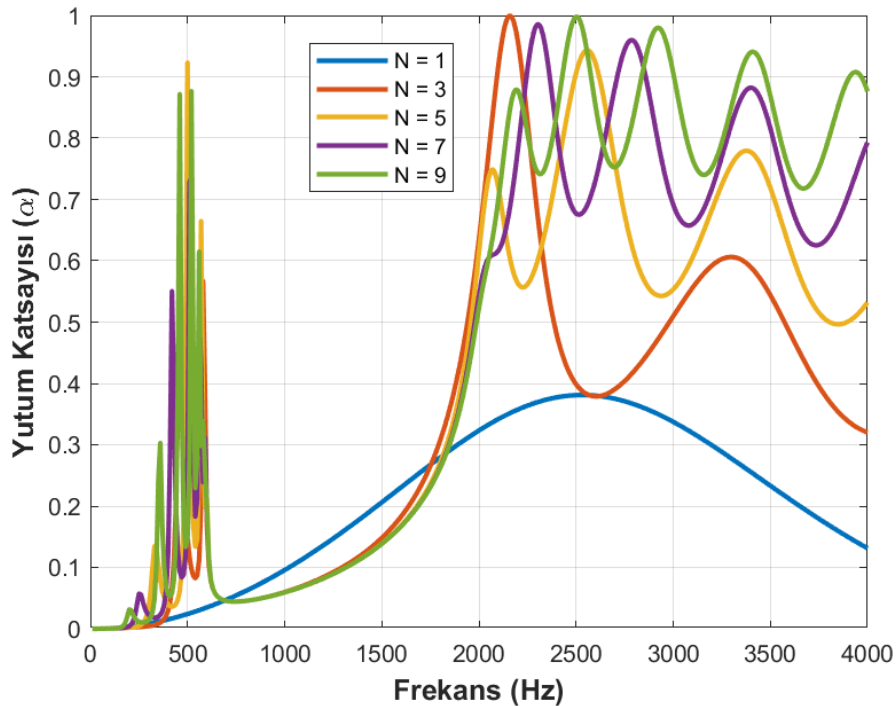
Şekil 4. Model doğrulanması

Şekil 4, mevcut model ile literatür verisi arasındaki karşılaştırmayı göstermektedir. Grafikten açıkça görüldüğü üzere, geliştirilen modelin sonuçları literatür verileriyle rezonans frekansı (520 Hz) ve Bragg yansıma bantları genelinde tam bir örtüşme sergilemektedir. İki veri seti arasındaki uyumu sayısal olarak ifade etmek için yapılan hata analizinde, Kök Ortalama Kare Hata (RMSE) değerinin ihmal edilebilir düzeyde (< 0.001 dB) olduğu tespit edilmiştir. İletim kaybı hesaplamalarındaki bu yüksek doğruluk, modelin akustik empedans ve dalga yayılımı matrislerini doğru oluşturduğunu kanıtlamakta olup, çalışmanın devamında sunulan ses yutum katsayısı (α) analizleri için güvenilir bir temel oluşturmaktadır.

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

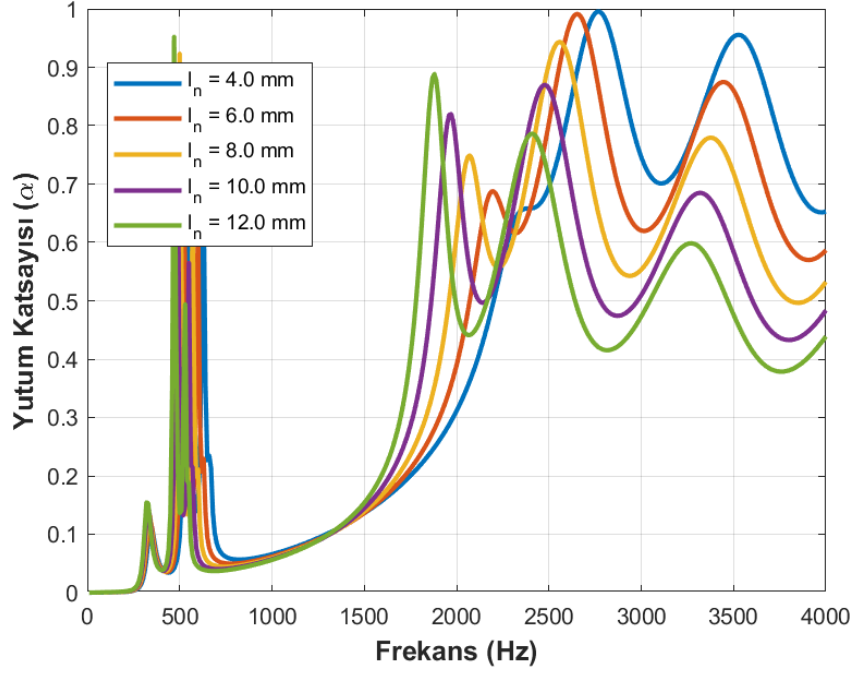
Bu çalışmada, Helmholtz rezonatörlerinden oluşan periyodik bir akustik metamatlamaya yapısı Transfer Matrisi Yöntemi (TMM) kullanılarak sayısal olarak modellenmiş ve sistemin frekansa bağlı yutum karakteristiği ayrıntılı biçimde analiz edilmiştir. MATLAB ortamında geliştirilen modelde hem visko-termal hem de radyasyon kaynaklı kayıplar ölçeklenebilir parametrelerle temsil edilerek yapının gerçekçi bir akustik davranış sergilemesi sağlanmıştır.

Çalışmanın ilk aşamasında, rezonatör parametreleri sabit tutularak farklı sayıda hücre içeren ($N=1, 3, 5, 7, 9$) yapılar modellenmiş ve her bir yapı için yutum katsayısı $\alpha(f)$ hesaplanmıştır. Bu analiz sonucunda, hücre sayısındaki artışın yapının periyodiklik derecesini güçlendirerek band-gap oluşumunu desteklediği gözlemlenmiştir. Özellikle $N \geq 5$ için rezonansların daha keskin hale geldiği ve belirgin yutum tepe noktalarının ortaya çıktığı tespit edilmiştir. Şekil 5'te gösterilen yutum eğrileri, hücre sayısının artmasının yutum seviyesini frekansın daha geniş bir aralığında artırdığını açıkça ortaya koymaktadır. Her eğrinin maksimum yutum noktası sarı işaretleyicilerle gösterilmiştir.



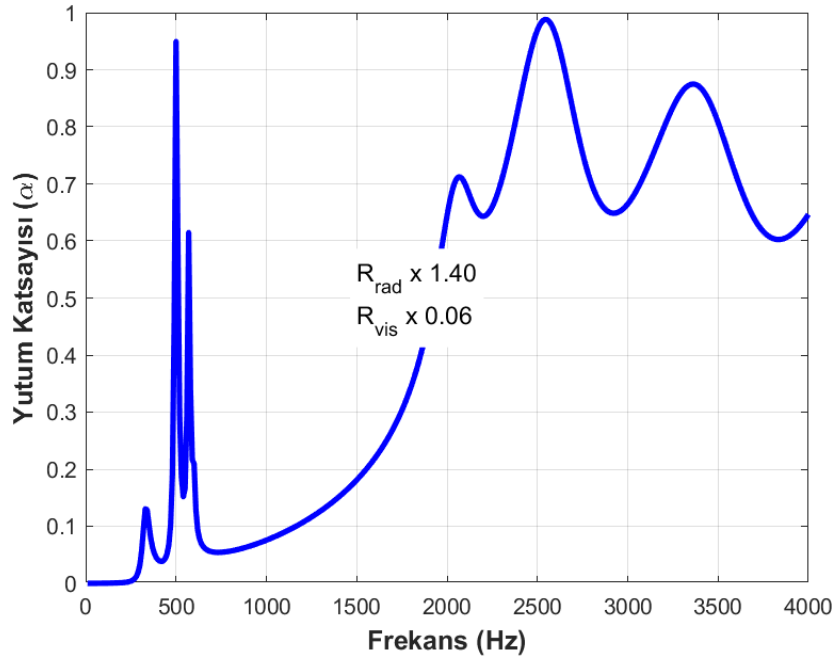
Şekil 5. Farklı hücre sayıları için ($N=1,3,5,7,9$) hesaplanan normal-incidence yutum eğrileri

Modelin ikinci aşamasında, rezonatör boyun uzunluğunun sistem üzerindeki etkisi incelenmiştir. Sabit hacim ve boyun kesiti altında 0.004 m ile 0.012 m arasında değişen boyun uzunlukları için sistem tepkisi hesaplanmış ve rezonans frekanslarının bu parametreye duyarlılığı gösterilmiştir. Şekil 6'da yer alan eğriler, boyun uzunluğu arttıkça rezonans frekansının daha düşük değerlere kaydığını ve yutum tepe noktalarının yer değiştirdiğini ortaya koymaktadır. Bu durum, Helmholtz rezonatörlerinin rezonans frekansının boyun geometrisine bağlı olarak hassas biçimde ayarlanabileceğini göstermekte ve sistemin belirli frekans bantlarında optimize edilmesine imkân tanımaktadır.



Şekil 6. Boyun uzunluğunun ($l_n = 0.004\text{--}0.012\text{ m}$) değişimi ile rezonans frekansının kayması. $N=5$ sabit tutulmuştur

Çalışmanın son aşamasında, sistemin kayıpsal karakteristiklerini tanımlayan radyasyon kaybı (R_{rad}) ve visko-thermal kayıp (R_{vis}) ölçek faktörleri otomatik olarak optimize edilmiştir. Bu optimizasyonun amacı, ilk band-gap bölgesinin genişliğini maksimize ederek, yapının hedef frekans aralığında daha etkili bir ses yutumu sağlamasıdır. MATLAB ortamında gerçekleştirilen parametrik analizler ve manuel optimizasyon deneyleri sonucunda, sistemin sönümlleme performansını artıran ölçek faktörleri radyasyon kaybı için 1.40 ve visko-thermal kayıp için 0.06 olarak belirlenmiştir. Bu parametrelerle hesaplanan ve Şekil 7’de sunulan yutum eğrisi, özellikle 2000 Hz üzerindeki frekanslarda geniş bantlı bir yutum karakteristiği sergilemektedir. Visko-thermal kayıpların optimize edilmesi, rezonans tepelerinin bant genişliğini artırarak (Q faktörünü düşürerek) daha kararlı bir yutum performansı sağlamıştır.



Şekil 7. Radyasyon ve visko-thermal kayıp faktörlerinin otomatik optimizasyonu sonucunda elde edilen geniş-bant yutum eğrisi

Sonuç olarak, yapılan sayısal modelleme çalışması, Helmholtz rezonatörlü metamalzeme yapılarının parametrik olarak incelenmesinin hem rezonans ayarı hem de band-gap mühendisliği açısından son derece verimli bir yaklaşım sunduğunu göstermektedir. Hücre sayısı, boyun uzunluğu ve kayıpların ayrı ayrı ve birlikte kontrol edilmesi, belirli hedef frekans aralıklarında yüksek performanslı ses yutucu yapıların tasarımı açısından önemli olanaklar sağlamaktadır.

Yapılan tüm analizler, Helmholtz rezonatörlerinden oluşan periyodik yapıların uygun geometrik ve kayıpsal parametrelerle modellenmesi hâlinde, istenen frekans aralıklarında yüksek düzeyde ses yutumu sağlayabileceğini ortaya koymuştur. Geliştirilen sayısal model, parametrik analiz ve optimizasyon uygulamalarıyla birlikte değerlendirildiğinde, hem akustik metamalzeme tasarımı hem de ön-tasarım süreçleri için pratik ve güvenilir bir mühendislik aracı niteliğindedir.

5. SONUÇ

Bu çalışmada, periyodik Helmholtz rezonatörlerinden oluşan bir akustik metamalzemenin frekansa bağlı ses yutma karakteristiği Transfer Matrisi Yöntemi (TMM) ile sayısal olarak modellenmiş ve sistemin davranışı kapsamlı biçimde analiz edilmiştir. MATLAB ortamında geliştirilen model sayesinde, rezonatör geometrisi, hücre sayısı ve kayıpların etkisi ayrı ayrı ve birlikte incelenmiş; sistem performansı üzerinde belirleyici parametrelerin etkileri detaylandırılmıştır.

Modelin ilk aşamasında, farklı sayıda rezonatör hücresi içeren yapılar değerlendirilmiş ve hücre sayısının artmasının sistemde daha keskin rezonans tepeleri ve daha belirgin band-gap oluşumları sağladığı gözlemlenmiştir. Bu durum, periyodikliğin artırılmasının yapıdaki faz gecikmesini güçlendirerek Bloch dalgasının evanescent davranışını tetiklediğini ve böylece sesin belirli frekans aralıklarında etkin biçimde yutulabildiğini göstermektedir.

Rezonatör boyun uzunluğu üzerindeki parametrik süpürme, bu geometrik parametrenin rezonans frekansı üzerinde doğrudan etkili olduğunu ortaya koymuştur. Boyun uzunluğu arttıkça rezonans frekansının daha düşük değerlere kaydığı tespit edilmiştir. Bu da, rezonatörlerin hedef frekans bantlarına göre tasarlanmasında boyutsal hassasiyetin önemini vurgulamaktadır.

Çalışmanın son bölümünde, radyasyon ve visko-termal kayıpları temsil eden direnç terimlerinin ölçek faktörleri optimizasyon algoritması kullanılarak ayarlanmış ve ilk durdurma bandının genişliği maksimize edilmiştir. Bu işlem sonucunda elde edilen yutum eğrisi, geniş frekans aralığında yüksek yutuculuk sunarak, kayıpların sistem tepkisindeki belirleyici rolünü doğrulamıştır.

Elde edilen bulgular, TMM'nin düşük maliyetli ve esnek bir ön-tasarım aracı olarak kullanılabileceğini, özellikle rezonatör tabanlı akustik metamalzeme tasarımında etkinliğini ortaya koymuştur. Gerçek sistemlerde, sonlu elemanlar analizleri veya deneysel doğrulamalarla modelin kalibrasyonu yapılması önerilmekle birlikte, bu çalışma mühendislik öncesi aşamada hızlı ve yönlendirici bir analiz zemini sunmaktadır.

Sonuç olarak, rezonatör geometrisi, periyodiklik ve kayıp faktörleri gibi parametrelerin birlikte ele alınması, hem rezonans frekanslarının hassas kontrolünü hem de geniş bantlı yutum tasarımını mümkün kılmaktadır. Bu yönüyle TMM tabanlı bu yaklaşım, mimari akustikten gürültü kontrolüne kadar geniş bir uygulama alanı için yol gösterici potansiyele sahiptir. Özellikle endüstriyel üretim ortamlarında raporlanan yüksek gürültü maruziyetleri ve patlatma gibi saha uygulamalarında gözlenen hava şoku etkileri, düşük frekanslı bölgede hedeflenmiş yutum sağlayan kompakt çözümlere olan ihtiyacı desteklemektedir [25,26].

6. KAYNAKLAR

1. Cummer, S.A., Christensen, J. & Alù, A. (2016). Controlling sound with acoustic metamaterials. *Nature Reviews Materials*, 1, 16001.
2. Gao, N., Zhang, Z., Deng, J., Guo, X., Cheng, B. & Hou, H. (2022). Acoustic metamaterials for noise reduction: A review. *Advanced Materials Technologies*, 7(6), 2100698.
3. Aydın, G. & San, S.E. (2024). Breaking the limits of acoustic science: A review of acoustic metamaterials. *Materials Science and Engineering B*, 305, 117384.

4. Zhu, X.-F., Lau, S.-K., Lu, Z. & Jeon, W. (2019). Broadband low-frequency sound absorption by periodic metamaterial resonators embedded in a porous layer. *Journal of Sound and Vibration*, 461, 114922.
5. Magliacano, D., Catapane, G., Petrone, G., Verdière, K. & Robin, O. (2024). Sound transmission properties of a porous meta-material with periodically embedded Helmholtz resonators. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 31(25), 6748-6756.
6. Yu, X., Lu, Z., Liu, T., Cheng, L., Zhu, J. & Cui, F. (2019). Sound transmission through a periodic acoustic metamaterial grating. *Journal of Sound and Vibration*, 449, 140-156.
7. Fang, Y., Zhang, X. & Zhou, J. (2017). Sound transmission through an acoustic porous metasurface with periodic structures. *Applied Physics Letters*, 110(17), 171904.
8. Bi, S., Yang, F., Shen, X., Peng, W., Yang, X. & Yin, Q. (2025). Optimal design of acoustic metamaterials for noise suppression by the frequency division in military equipment. *AIP Advances*, 15, 015016.
9. Liu, C.-R., Wu, J.-H., Ma, F.-Y., Chen, X. & Yang, Z. (2019). A thin multi-order Helmholtz metamaterial with perfect broadband acoustic absorption. *Applied Physics Express*, 12(8), 084002.
10. Dandsena, J. (2023). Estimating effective acoustic properties of various configuration of perforated panels. *Noise Control Engineering Journal*, 71(3), 208-223.
11. Mi, Y. & Yu, X. (2021). Sound transmission of acoustic metamaterial beams with periodic inertial amplification mechanisms. *Journal of Sound and Vibration*, 499, 116009.
12. Laly, Z., Mechefske, C., Ghinet, S., Ashrafi, B. & Kone, C.T. (2023). Analysis of Helmholtz resonator wall elasticity effects on the performance of periodic acoustic metamaterial. *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings*, 268(2), 6356-6367.
13. Laly, Z., Panneton, R. & Atalla, N. (2022). Characterization and development of periodic acoustic metamaterials using a transfer matrix approach. *Applied Acoustics*, 185, 108381.
14. Laly, Z., Panneton, R. & Atalla, N. (2019). A transfer matrix approach for modeling periodic acoustic metamaterial. *Proc. ICSV-26*, 3538-3546.
15. Mohapatra, K. & Jena, D.P. (2017). Benchmark analysis of a Helmholtz resonator for estimating acoustic metamaterial properties. In *International Conference on Physics and Mechanics of new materials and their applications (PHENMA 2017)*, Jabalpur, Madhya Pradesh, India, 14-16.
16. Mahesh, K. & Mini, R. (2019). Helmholtz resonator based metamaterials for sound manipulation. *Journal of Physics: Conference Series*, 1355(1), 012031.
17. Kim, H., Kwon, Y. & Lee, S. (2023). Acoustic metamaterial design by phase delay derivation using transfer matrix. *Symmetry*, 15(3), 689.
18. Wen, G., Zhang, S., Wang, H., Wang, Z., He, J., Chen, Z., Liu, J. & Xie, Y.M. (2023). Origami-based acoustic metamaterial for tunable and broadband sound attenuation. *International Journal of Mechanical Sciences*, 239, 107872.
19. Zhang, Y., Wu, C., Li, N., Liu, T., Wang, L. & Huang, Y. (2024). Ventilated low-frequency sound absorber based on Helmholtz acoustic metamaterial. *Physics Letters A*, 523, 129779.
20. Singh, S., Hansen, C.H. & Howard, C.Q. (2008). A detailed tutorial for evaluating in-duct net acoustic power transmission in a circular duct with an attached cylindrical Helmholtz resonator using transfer matrix method. *Proceedings of Acoustics*, 1-8.
21. Jiménez, N., Groby, J.-P. & Romero-García, V. (2021). The transfer matrix method in acoustics. *Topics in Applied Physics*, 103-164.
22. Dell, A., Krynkina, A. & Horoshenkov, K. (2021). The use of the transfer matrix method to predict the effective fluid properties of acoustical systems. *Applied Acoustics*, 182, 108259.
23. Mahesh, K. & Mini, R. (2021). Investigation on the acoustic performance of multiple Helmholtz resonator configurations. *Acoustics Australia*, 49, 355-369.
24. Wu, D., Zhang, N., Mak, C.M. & Cai, C. (2017). Noise attenuation performance of a Helmholtz resonator array consist of several periodic parts. *Sensors*, 17(5), 1029.
25. Aritan, A. E. ve Can, M.F. (2024). Doğaltaş madencilğinde ocak-fabrika ortamında titreşim ve gürültü maruziyetinin araştırılması. *Çukurova Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Dergisi*, 39(2), 467-474.
26. Kalaycı Şahinoğlu, Ü. (2024). Patlatma sonucu meydana gelen hava şoku ve partikül madde yayılımı arasındaki ilişkinin araştırılması. *Çukurova Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Dergisi*, 39(3), 831-837.