



İlkokul Matematik Dersinde Kavram Yanılgıları ve Hata Örnekleri¹

Halil ÖNAL², Oktay AYDIN³

Öz

İlkokulun temel amacı, bireyleri hayata ve üst öğrenime hazırlamaktır. Her ikisinin de gerçekleşmesi için, etkili akıl yürütme, eleştirici düşünme ve problem çözme önemli zihinsel becerilerdir. Bu becerilerin gerçekleşmesinde ilkökul programında yer alan derslerin her birinin rolleri vardır bunlar arasında matematiğin yeri hepsinden fazladır. Yeterli bir matematik eğitimi için matematik kavramlarının ilkökul sürecinde tam ve doğru olarak öğretilmesi ve öğrenilmesi son derece önemlidir. Matematik, yığılmalı bir disiplindir. Dolayısıyla bireyin eğitiminin ilk yıllarında matematik öğretimi sağlam temellere oturtulamazsa, ileri ki yıllarda o bireyden matematik öğrenimi alanında başarı beklenememektedir. Başlı başına bir sistem olan matematik, yapı ve bağıntılardan oluşmakta olup bu yapı ve bağıntıların oluşturduğu ardışık soyutlamalar ve genelleme süreçlerini içeren soyut bir kavramdır. Soyut kavramların kazanılmasının zor olmasından dolayı, matematiğin öğrencilere zor geldiği de bilinmektedir. Bu nedenle, matematik öğretim yöntemlerinin irdelenmesi çağımızda üzerinde öncelikli olarak durulması bir konudur. Toplama, çıkarma, çarpma ve bölme kavramları çocukların erken yaşlarda algılamaya çalıştıkları matematiksel kavramlardandır. Büyüklüklerin, miktarın ve sayıların algılanmasına paralel olarak çocukların bu kavramları algılaması da gelişmektedir. Güncel hayatta karşılaşılan toplama, çıkarma, çarpma ve bölme kavramları bu gelişimde önemli rol oynamaktadır. Bununla birlikte, belirli bir soyutlama sürecine dayanan bu kavramların tam olarak öğrenilmesi uzun zaman almakta ve yaşça belirli bir olgunluk gerektirmektedir. Bu nedenle bu kavramların öğretimi, öğretim programı içerisinde önemli bir yer tutmaktadır. Matematik eğitimindeki değişkenlerden biri olan matematiksel hatalar dünya çapında sıklıkla karşılaşılan bir olgudur. Eğitimciler ve psikologlar çok önceden beri bu konuyla ilgilenmişlerdir. Bu ilgi matematiksel hataların oluşumu ile ilgili birçok teorinin ortaya çıkmasıyla sonuçlanmıştır. Ülkemizde matematikte dört işlem konusunun öğretimine ilkökoldan itibaren başlanmaktadır ve dört işlem konusu öğrencilerin öğrenim hayatları boyunca karşılaştıkları birçok konunun da temelini oluşturmaktadır. Bu konu ilkökoldan yükseköğretime kadar matematik eğitiminin her kademesinde öğrenci başarısını etkilemektedir. Bu noktada öğrencilerin hatalarının, zorluklarının ve olası kavram yanılgılarının belirlenmesi, giderilmesi ve oluşumunu engelleyen öğretim şekillerinin araştırılması gerekmektedir. Buradan hareket ile bu araştırmanın amacı, öğrencilerin matematikte dört işlem ile ilgili yaptıkları hataları belirlemektir.

Anahtar Kelimeler

İlkokul,
Matematik,
Kavram yanılgısı,
Hata

Makale Hakkında

Gönderim Tarihi:19.06.2017

Kabul Tarihi:20.10.2017

E-Yayın Tarihi:11.07.2018

¹ Bu çalışma birinci yazar tarafından Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Sınıf Eğitimi alanında hazırlanan doktora tezinden türetilmiştir.

² Arş. Gör. Dr., Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Türkiye, halional@mehmetakif.edu.tr, <https://orcid.org/0000-0001-6983-3842>

³ Dr. Öğr. Üyesi, Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi, Türkiye, oaydin@marmara.edu.tr, <https://orcid.org/0000-0003-4927-7708>

Misconceptions and Error Patterns Mathematics Lesson in Primary School

Abstract

The main purpose of primary school is to prepare individuals for life and upper education. Efficient reasoning, critical thinking and problem solving are important mental skills for both of the purposes to take place. In the fulfillment of these skills, each of the lessons in the primary school program has their own roles, among which the place of mathematics is more than all. For a proper mathematics education, it is extremely important that mathematical concepts are taught and learned fully and correctly throughout the primary school. Mathematics is a cumulative discipline. Therefore, if mathematics teaching cannot be established on a solid basis in the first years of the individual's education, the individual cannot be expected to succeed in this field in the future. Mathematics, which is a system in itself, is composed of structures and relations, and it is an abstract concept involving successive abstractions and generalization processes of these structures and relations. It is known that mathematics is difficult for students since abstract concepts are difficult to obtain. For this reason, the examination of teaching methods for mathematics is a subject that should be prioritized in this age. Children try to perceive the concepts of addition, subtraction, multiplication, and division at an early age. Parallel to the perception of size, quantities and numbers; children's perception of these concepts also improve. The concepts of addition, subtraction, multiplication and division in everyday life play an important role in this development. However, learning these concepts which are based on a certain abstraction process takes a long time and requires a certain maturity in terms of age. For this reason, the teaching of these concepts has an important place in the curriculum. Mathematical mistakes, one of the variables in mathematics education, are a phenomenon encountered worldwide. Educators and psychologists have long been interested in this issue. This interest has resulted in the emergence of many theories about the formation of mathematical mistakes. In our country, the teaching of four operations in mathematics is started at the elementary school and four operations form the basis of many subjects that students will encounter during their education life. This issue affects student success in every level of mathematics education from primary school to higher education. Therefore; students' mistakes, difficulties and possible misconceptions should be identified and removed, and the forms of instruction that hinder the learning of students need to be investigated. Thus, this research aims to identify the mistakes that students make regarding four operations in mathematics.

Keywords

Primary,
Mathematics,
Misconception,
Error

Article Info

Received: 06.19.2017

Accepted: 10.20.2017

Online Published:07.11.2018

Giriş

Birçok insan matematiği öğrenmek için öğrenmek, kurallarını hatırlamak ve uygulamak zordur. Matematik kelimesi çok çeşitli fikir ve faaliyetleri kapsar (Cooke, 2007; s.1). Matematik belli bir düzen ve mantıksal sıralamaya sahip kavram ve işlemler üzerine kurulu bir bilimdir. Bu düzen veya intizamı bulmak ve keşfetmek ve sonrasında anlamlandırmak, tam anlamıyla matematik yapmak demektir (Van de Walle, Karp ve Williams, 2014; s.13). Matematik, sayı sisteminin daha geniş bir uygulamasıdır. Şekil ve boşluk, zaman, ağırlık ve kütle, kapasite ve para kavramlarının yanı sıra sayısal verilerin anlaşılmasıyla ilgili sorunları çözmeyi de içerir (Edwards, 2007; s.1).

Matematik öğretiminin temelinde, matematiksel kavramların öğretimi yatmaktadır. Matematiksel kavramlar ise ardışık ve aşamalı bir sıra takip etmektedir. Bu yüzden, bir kavramın öğrenilememesi veya eksik öğrenilmesi, bir sonraki aşamada öğrenilmesi gereken kavramın öğrenilmesini zorlaştırmaktadır. Bu nedenle, matematiksel kavramların ne olduğu daha önemlisi ne ise yarayacağını mutlaka bilinmesi gerekir (Dede ve Argün, 2004). Kavramların öğretimi, öğretim programı içerisinde önemli bir yer tutmakta ve bu kavramlar için okul öncesi dönemden ilkokulun son basamağına kadar farklı kazanımlara yer verilmektedir (Erdoğan ve Erdoğan, 2009; 31). İlkokul matematik programı; matematikle ilgili kavramları, kavramların kendi aralarındaki ilişkileri, işlemlerin altında yatan anlamı ve işlem becerilerinin kazandırılmasını vurgulamaktadır. Benimsenen kavramsal yaklaşımla; öğrencilerin somut deneyimlerinden, sezgilerinden matematiksel anlamları oluşturmalarına ve soyutlama yapabilmelerine yardımcı olma amaçlanmıştır (MEB, 2009).

Matematik kavramları soyut yapıları sebebiyle yanlış anlaşılması olası kavramlardır. Öğrencilerin matematiksel kavramlara ilişkin düştükleri hataları belirlemek ve gidermek oldukça önemlidir. Matematik yığılmalı bir bilim dalı olduğundan öğrenilen her bir kavram sonraki kavram ya da kavramlar için basamak olmaktadır. Bu nedenle herhangi bir kavramın öğrenilmesindeki güçlük ya da kavrama ilişkin edinilmiş yanlış bilgi daha sonra birçok kavramın öğrenilmesinde güçlükler yaşanmasına ve kavramların yanlış algılanmasına neden olabilir (Duatepe Paksu, 2010; s.10).

Kavram yanlışları matematikte sıklıkla bulunmakta ve çocuğun eğitim hayatı boyunca bazıları çocuğun doğası gereği bazıları da öğretim tekniğinin sonucu olarak ortaya çıkmaktadır. Araştırmacılar birçok kavram yanlışının üstesinden gelmenin zor olduğu konusunda hem fikirdirler. Bu nedenle kavram yanlışları ilk başta ortaya çıkmadan öğretmenlerin çocukların zihninde oluşabilecek yanlış kavramaların nedenlerinin farkında olması gerekir. Daha çok çalışarak ve örnekler yaparak fark edilen kavram yanlışlarına odaklanılmalıdır (Sadi, 2007). Öğrenciler, matematikle ilgili bir konuyu eksik veya yanlış öğrendiklerinde sorun yaşamakta ve bu sorun öğrencinin ilerleyen eğitim öğretim hayatına yansımaktadır. Dolayısıyla öğrencinin üst öğrenmelerinde olumsuzluklar meydana gelmektedir. Bu olumsuzluklar giderilmediği sürece öğrencilerdeki eksik veya yanlış öğrenmeler birer kavram yanlışısı haline dönüşmektedir (Yenilmez ve Yılmaz, 2008).

1.Kavram Yanlışısı ve Hata

Kavram yanlışları; yanlış anlama ve anlaşılmalara dayalı olarak yapılan yanlış yorumlardır. Okul matematiğinin temelinde, kavram yanlışlarının nasıl ortaya çıktığını anlamak önemlidir (Ojose, 2015). İngilizce de yaygın olarak “misconception” şeklinde isimlendirilen “kavram yanlışısı” terimi genellikle literatürde bir konuda uzmanların hemfikir oldukları görüşten uzak kalan algı ya da kavrayış olarak kullanılmaktadır (Zembat, 2010; s.2). Her iki kavram da yanlış cevaplarla sonuçlandığından kavram yanlışısı ve hata arasındaki farkı belirlemek önemlidir. Çocuğun yaşadığı güçlüklerin nedenleri farklı yanıtlar isteyecektir. (Spooner, 2002; s.3). Hatalar kavram yanlışlarının yanı sıra dikkatsizlik, anlık bir kalem kayması, sembollerin ve metinlerin yanlış yorumlanması, matematiksel konu, öğrenilen hedef ve kavram hakkında deneyim, anlama ve bilgi eksikliği, verilen cevabı kontrol etmede farkındalık eksikliği, yetersizlik gibi birçok nedenden de kaynaklanabilmektedir (Cockburn, 2005; Burns, 2007; Ryan ve Williams, 2007; Hansen, 2014). Öğrenciler önceki bilgilerini kullanarak yeni bilgiler edinirler. Bu nedenle öğrencilerin önyargılarını da değerlendirmek çok önemlidir. Ön bilgiler her zaman doğru bilgi değildir; kavram yanlışları bulunabilir. Öğrenciler örneklerin ortak olan belirli özelliklerini doğru bir şekilde gözlemlemelerine rağmen kavram yanlışısına yol açan bir örneğe takılabilir ve böylece hatalı bir prosedür öğrenebilirler (Ashlock, 2006; s.13).

Kavram yanlışları sıklıkla yanlış cevaplara yol açar. Kavram yanlışları çocukların anlamış oldukları şeyleri ve kavramsal gelişimlerinde bir sonraki aşamayı değerlendirmemize yardımcı olur. Matematikteki hatalar çoğunlukla basit hatalar veya daha temel kavram yanlışları olarak kategorize edilir (Rickard, 2013; s.2). Kavram yanlışısı bir anlayış eksikliğinin ürünüdür ve çoğu durumda sürekli olarak bir kuralın yanlış uygulanması veya matematiksel genellemelerdir. Tamamlanmış bir çalışmaya baktığımızda kavram yanlışısına veya başka bir nedenden kaynaklanan bir hata olduğunu anlamamızın en iyi ipucu hatanın sıklığı ve tutarlılığıdır (Spooner, 2002; s.3). Öğrencilerin matematiksel kavramlara ilişkin yaptıkları hataları belirlemek ve oluşumlarını engellemek oldukça önemlidir. Matematik yığılmalı bir disiplin olduğundan dolayı öğrenilen her bir kavram bir sonraki kavramın öğrenilmesini etkilemektedir. Herhangi bir kavramın öğrenilmesinde yaşanan güçlük ya da yanlış öğrenmeler sonraki birçok kavramın yanlış algılanmasına ve güçlükler yaşanmasına neden olabilir (Zembat, 2010; s.10).

2. Hata Analizi

Matematiksel hatalar öğrencilerin yeni problemlerle karşılaşp, üretimleri yanlış genellemeleri sonucu ortaya çıkar. Örneğin, öğrenciler çıkarma işleminde, onluk bozmadan her sütunda büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarırlar. Bu yöntemin onluk bozma içeren diğer problemlere de genellenmesi çok kolaydır. Öğrenciler problemi çözemediklerinde, bırakmak yerine kuralları probleme uyacak şekilde

değiştirir. Hatalı çözüm yolları kalıcı olabilir ve yanlış bir özyeterlilik algısı yaratabilir. Bu algının sebebi, öğrencinin işlemde bir sonuç elde etmemesi olabilir. (Schunk, 2011; s.432).

Hatalar genellikle öğrenme için ‘doğru’ cevaplardan daha bilgilendiricidir. Bir öğrencinin matematiksel bir kavramı ne kadar iyi kavradığını değerlendirmek hem de öğrencinin fikirlerini geliştirmek ve uyandırmak için geribildirim verme konusunda fırsatlar sunar. Başarılı öğrenciler bile basit konular gibi görünen yeni konularda zorluk yaşayabilir (Hodgen ve Askew, 2010; s.141).

Hata analizi iki açıdan önem kazanmaktadır. Bunlardan ilki akademik uygulamaların gerekliliklerine göre öğrenme zorluklarını teşhis etmek, bireysel olarak öğrencilerin farkındalıklarını, performans ve anlayışlarını arttırmak için matematik eğitiminde farklı yöntemlerin geliştirilmesini sağlar. İkinci olarak da hata analizi matematik öğretme-öğrenim süreci üzerinde dikkat çekici bir başlangıç noktası olarak görülmektedir. Hata analizi matematik öğrenmenin bazı temel sorunlarını açığa kavuşturmak için umut verici bir araştırma stratejisi olarak düşünülmektedir (Radatz, 1980).

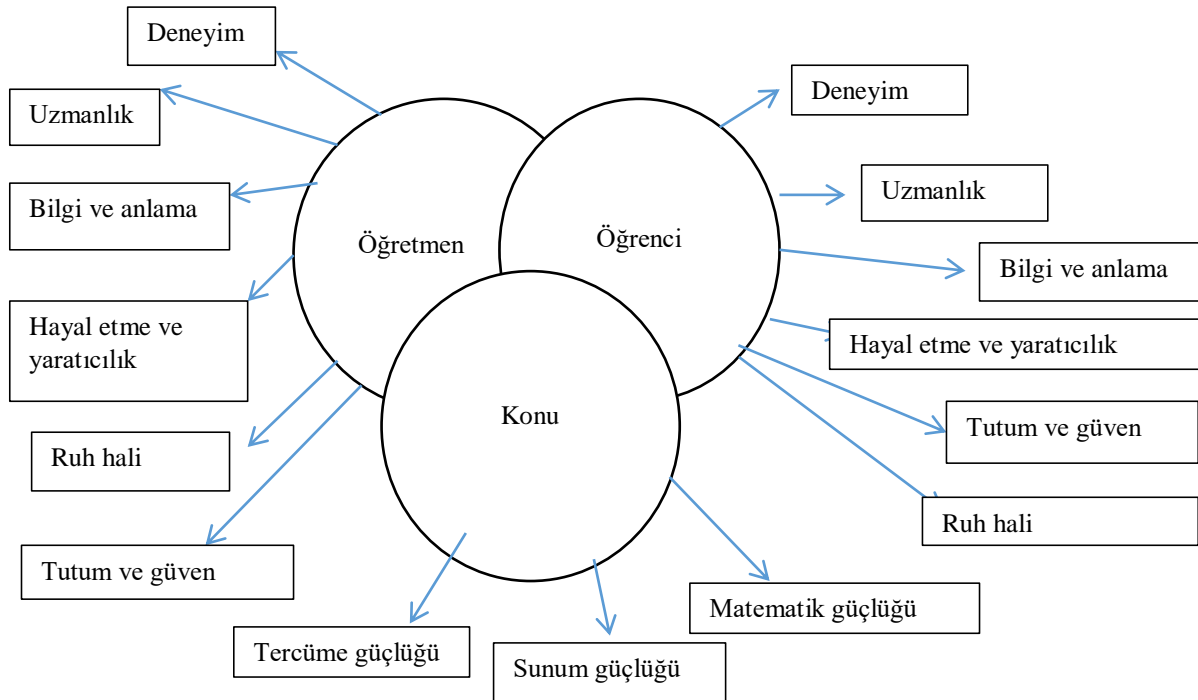
Bir çocuğun matematiksel bir hatayı yaptığı zaman dikkate alınması gereken en belirgin olasılıklar şunlardır (Cockburn, 2005; s.6).

1. Hangi işlemin uygulanacağını biliyor mu? (Örneğin; çocuk + sembolünün ‘ekleme’ anlamına geldiğini biliyor mu, yoksa yerine çıkarma veya bölme işlemini mi yapıyor.)
2. İşlemin doğru şekilde nasıl yapılacağını biliyor mu? (Örneğin; çocuk ayrıştırılması gereken miktarlarda gerekli dönüşümü yapabilir mi?)
3. Yapılacak işlem sürecini hem kullanılan dil hem de matematiksel açıdan anlıyor mu?

Temel gerçekler ve dikkatsizlik sonucu kaynaklanan hatalar hariç olmak üzere, öğrencilerin yaptıkları hatalar rastgele değildir. Yapılan hatalar son derece tutarlıdır. Öğretmenler yıllarca aynı hataları tekrar tekrar görürler. Çoğu durumda, çocukların hataları kurallara bağlı, doğru bir algoritma yerine yanlış bir işlemin uygulanmasının sonucudur. Ancak bu yanlış işlemler de mantık yanlış olsa dahi, çocuğa mantıklı gelebilir (Burns, 2007; s.10).

3.Yaygın Olarak Yapılan Öğrenci Hataları

Cockburn (2005) yapmış olduğu çalışmada yaygın olarak yapılan matematik hatalarının kaynaklarını Şekil 1’de ortaya koymuştur.



Şekil 1. Yaygın matematik hatalarının kaynakları

Şekil 1’de de görüldüğü üzere yaygın matematik hatalarının kaynakları öğretmen, öğrenci ve konu merkezli olarak belirtilmektedir. Öğrencinin hatalarının kaynaklarına bakıldığında deneyim, uzmanlık, bilgi ve anlama, hayal etme ve yaratıcılık, tutum ve güven, ruh hali gibi maddeler sıralanmaktadır. Yorulmaz ve Önal (2017) öğretmen görüşlerine göre öğrencilerin dört işlemde yaptıkları belirledikleri çalışmalarında, öğretmenler yapılan hataların sırasıyla öğrenci kaynaklı, öğretmen kaynaklı, program kaynaklı ve öğrencinin ailesi ve çevresinden kaynaklandığını belirtmişlerdir. Araştırma sonucuna göre yapılan hataların tek başına öğrencilerden kaynaklandığını söyleyemeyiz.

Öğrencinin yaygın matematik hatalarının kaynaklarından bahsedilirken yaygın olarak yapılan hatalarından da bahsetmek gerekmektedir. Aşağıda öğrenciler tarafından yaygın olarak yapılan dört işlem hataları örnekleriyle tanıtılmaya çalışılmıştır.

3.1.Sayma hatası

$$3+4=6$$

$$7-5=3$$

Çocuklar her hesaplamada başlangıç sayısını iki kez saymışlardır. $3+4$ için 3,4,5,6; $7-5$ işleminde ise 7,6,5,4. Birçok çocuk bu hatayı yapar. Küçük çocuklar sonrakinin üzerine saydıkları somut nesnelere oynamaya teşvik etmek doğru bir şekilde hesaplama yapmalarına yardımcı olabilir (Hansen, 2014; s.48). Yorulmaz ve Önal (2017) öğretmen görüşlerine göre öğrencilerin dört işlemde yaptıkları hataları belirledikleri çalışmalarında 71 öğretmenden 18’i öğrencilerin sayma hataları yaptıklarını belirtmişlerdir.

3.2.Gruplama hatası

$$\begin{array}{r} 42 \\ +9 \\ \hline 411 \end{array} \quad \begin{array}{r} 57 \\ +93 \\ \hline 1410 \end{array}$$

Çocuk basamak değeri sütunlarının farkında olamayarak, işlem sonucuna yeni bir sütun ekleyerek hata yapmaktadır (Harris, 2000). Öğrencilerin bu tür hesaplamalar yapmaları sayı sisteminin konumsallığına dikkat edilmemesi olarak karakterize edilir. Bu tür hatalar özellikle yeniden gruplandırma gerektiren hesaplama işlemlerinde görülmektedir (Engelhardt, 1977). Sütunlar arası işlem yapma olarak da tanımlayacağımız bu hata türünde öğrenciler basamakları birbirlerinden bağımsız olarak değerlendirmektedirler.

3.3.Gereksiz onluk bozma

$$\begin{array}{r} 28 \\ -6 \\ \hline 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} 36 \\ -15 \\ \hline 11 \end{array}$$

Çocuk ihtiyaç olmadığı halde gereksiz bir şekilde onluk bozarak hata yapmaktadır (Harris, 2000; s.38). Çocuk onluk bozma gerektiren işlemlerle alıştırmalar yaparken kavramsal bilgi eksikliği sonucu onluk bozma gerektirmeyen bu tür işlemlerde hata yapmış olabilir.

3.4. İşlem yönünü karıştırma

$$\begin{array}{r} 83 \\ +35 \\ \hline 19 \end{array} \quad \begin{array}{r} 63 \\ +54 \\ \hline 18 \end{array}$$

Öğrencilerin diğer hatalara göre daha az sıklıkla da olsa işlem yönünü karıştırarak soldan sağa işlem yaptıkları da görülmektedir (Roberts, 1968). Öğrenciler ilk olarak onlar basamakları arasında işlem yapmaktadırlar. Yapılan bu hatalı işlem sonucunda eldenin birler basamağına eklendiği görülmektedir.

3.5. İşlemlerde Bilinmeyeni Bulma

$$2 + \boxed{7} = 5$$

Çocuk 2 ile 5'i toplar sonucu 7 olarak bulur. Çocuk $2+3 =$ işlemine benzer sorularla bir benzerlik kurmuş olabilir. Çocuk $+$ sembolünü görür ve iki rakamı toplar. Çocuk 5'e ulaşmak için ne kadar ihtiyaç var sorusunun sorulduğunu fark edemeyebilir. Alternatif olarak bir çıkarma işlemi kullanılabilir. Bunun anlamı çıkarmanın eklemenin tersi olduğunu anlamaması olabilir (Hansen, 2014; s.49).

3.6.Eldeleri İşlem Sonuna Basamak Olarak Ekleme

$$\begin{array}{r} 38 \\ +46 \\ \hline 174 \end{array} \quad \begin{array}{r} 89 \\ +64 \\ \hline 243 \end{array}$$

Öğrenci toplama işlemi yaparken eldeyi bir sonraki basamağa eklemek yerine işlem sonundaki toplamın başına eklemektedir. Buradaki hatanın kaynağı olarak rakamların basamak değeri ve gruplandırma kavramındaki eksiklikler gösterilebilir (Erdoğan ve Erdoğan, 2010; s.46).

3.7.Sayıları Rakam Olarak Değerlendirme

$$\begin{array}{r} 34 \\ +8 \\ \hline 15 \end{array} \quad \begin{array}{r} 28 \\ +70 \\ \hline 17 \end{array}$$

Öğrenciler verilen sayıların içerdiği rakamların her birini toplama işlemi ile birleştirilmiş birer rakam olarak algılanmasıdır. Bu hatada öğrenci basamak değerini göz ardı etmektedir (Erdoğan ve Erdoğan, 2010; s.48).

3.8.Büyük sayıdan küçük sayıyı çıkartmak

$$\begin{array}{r} 42 \\ -17 \\ \hline 35 \end{array} \quad \begin{array}{r} 32 \\ -25 \\ \hline 13 \end{array}$$

Öğrenciler tarafında yaygın olarak yapılan bu hatada; çıkan sayının eksilen sayıdan büyük olduğu ve onluk bozma işlemi gerektiren çıkarma işlemlerinde büyük sayıdan küçük sayıyı çıkartarak öğrenciler hata yapmaktadırlar (Burns, 2007; s.10). Yorulmaz ve Önal (2017) öğretmenlerin eksilen sayının çıkan sayıdan küçük olduğu çıkarma işlemlerinde görülen işlemsel hatalarda, öğrencilerin en fazla hatayı yaptıklarını tespit etmişlerdir.

3.9.Rakamları yan yana yazmak

$$\begin{array}{r} 19 \\ +9 \\ \hline 199 \end{array} \quad \begin{array}{r} 23 \\ +6 \\ \hline 236 \end{array}$$

Öğrenciler herhangi bir işlem yapmadan rakamları işlemin sol üst köşesinde bulunan ilk rakamdan başlayarak olduğu gibi işlem sonucuna sırayla yazmaktadır (Brown ve Burton, 1978).

3.10. 0 ve 1 Kavramları

$$\begin{array}{r} 1 \\ -0 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \times 0 \\ \hline 3 \end{array}$$

Öğrenciler erken yaşlarda hesaplama yaparken 0 ve 1 kavramlarıyla ilgili zorluk yaşamaktadırlar. Çoğunlukla bu iki kavram birbirleriyle karıştırılmaktadır (Engelhardt, 1977). Matematikteki kavramların insan zihninde yaratılan ilişkiler olması, bunların kazanabilmesi için çocuğun belli zihinsel gelişmişlik seviyesine ulaşmış olmasını gerektirir. Bu bakımdan, sınıftaki çocukların yaşları aynı olsa da farklı zihinsel gelişim düzeylerinde bulunabileceklerinden, bir kavramın bütün çocuklarda aynı zamanda oluşması beklenmemelidir (Baykul, 2005; s.39).

3.11.Semboller

$$7 \times 3 = 10$$

$$8 \div 4 = 4$$

Çocuk x sembolünü + sembolüyle, ÷ sembolünü – sembolüyle karıştırmıştır. Matematiksel semboller soyut temsillerdir. Matematiksel işlemleri temsil ederler. Çarpma ve toplama sembolleri görsel olarak benzerdir; aynı şekilde bölme ve çıkarma sembolleri de birbirlerine benzemektedir. Çocuklar için her sembol çiftini ayırt etmek zor olabilir ayrıca çocuğun çarpma ve bölme konusundaki zayıf bir kavramsal anlayışa sahip olabileceğinden, daha fazla karşılaştığı toplama ve çıkarma kavramlarına yönelir. Çocuklara sembollerin tanıtılmasının yanı sıra alta yatan kavramlar hakkında da sağlam bir anlayışa sahip olmaları gerekmektedir (Hansen, 2014; s.61).

3.12. Basamakları yanlış yere yerleştirme

$$\begin{array}{r} 54 \\ +3 \\ \hline 84 \end{array} \quad \begin{array}{r} 26 \\ -1 \\ \hline 16 \end{array}$$

Basamak değeri kavramını yanlış anlama sonucu çocuk 3 rakamını yanlış basamağa yerleştirmektedir (Harris, 2000; s.37). İlk örnekte görüldüğü gibi çocuk 3 sayısını birler basamağına yazması gerekirken, onlar basamağına yazarak onlar basamakları arasında işlem yaparak yanlış sonuca ulaşmaktadır.

Öğretmenlerin alt alta toplama ve alt alta çıkarma formal yöntemlerinin özünde olan olası zorluklardan haberdar olmaları önemlidir. Çocuklarda basamak değeri için temel altyapı oluşturmadan alt alta toplama ve çıkarma işlemlerini tanıtmak için hiçbir durum yoktur. Alt alta toplama ve çıkarmanın çok erken kullanımı çocukları basamakları düşünmeleri için teşvik eder ve iki basamaklı bir sayıyı ayrı iki birim olarak görür. $13 + 24$ işlemini kurallara uygun bir şekilde yapabilirler. 1 ikinin üzerinde ve 3'te 4'ün üzerinde, 3 ve 4'ü topla 7 yaz, sonra 1 ve 2' yi topla 3 yaz, doğru cevaba ulaşılır fakat bu işlemi yaparken toplanan iki sayının 13 ve 24 olduğunun kavrandığına dair hiçbir kanıt yoktur. Onlar sadece 3 ve 4' ü toplamış, ardından 1 ve 2 (1 onluk ve 2 onluk değil). Eğer çocuklar bu düşüncedeyse semboller onluk taban veya birlik, bozuk paralar gibi basamak değerinin somut şekilleri ile ilişkilendirilmelidir (Haylock ve Cockburn, 2014; s. 185).

İşlemler ve kurallar bilgisi çocuğun kavramsal bilgileri arasına girdiğinde, çocuk işlemlerin sadece nasıl yapıldığını değil aynı zamanda niçin yapıldığını da açıklayabilir. İşlem bilgisinin kavramsal temellerinin kazanılması ve işlem bilgisiyle kavramlar arasındaki ilişkinin kurulmaması, modellerin kurulmamasına ve işlemlerin nerede kullanılacağına karar verilememesine sebep olur. İşlemleri kurallar olarak öğrenen ve kavramlarla arasındaki bağı kuramayan bir çocukta ya ilgili kavramlar oluşmamış veya bu kavramlar oluşmuş olduğu halde işlemlerle kavramlar arasındaki bağ kurulmamış veya bunlardan birkaçı birden gerçekleşmemiş olabilir (Baykul, 2005; s.40-41). Öğrencilerin birçoğu hata yapma korkusuyla matematik etkinliklerinden uzak durmaktadır. Matematik korkusu ve kaygısı üzerine yapılmış araştırmalar, çocukların matematikle ilgili olumsuz yaşantıları arttıkça, matematiğe karşı olumlu tutumlarında azalmalar gözlemlendiğini ortaya koymuştur. Bu durumun yaşanmasında okulun ve öğretmenin rolü büyüktür. Bu olumsuz tutum yıkılmadıkça matematiksel başarının yükselmesi mümkün değildir (Altun, 2014; s.65).

Öğrencilerin matematikte bir kuralın veya tanımın yanlış olduğunu bilip işlem yapmaması yanlış kural oluşturarak işlem yapmasından daha iyidir. Bunun için, matematik dersinde etkili bir öğretim gerçekleştirilebilmek için anlatılan konu ile ilgili öğrencilerin öğrenme güçlüklerinin veya bu konu ile ilgili öğrenciler tarafından oluşturulabilecek kavram yanlışlarının tespit edilip ders anlatılması gerekir. Ancak bu şekilde öğrencilerin doğru olmayan bazı genellemeler yapmalarını, yanlış kavram oluşturmalarını ve öğrenme güçlüklerini giderebiliriz (Soylu ve Soylu, 2005).

Kavram yanlışlarının ve bunun sonucu oluşan hataların tek kaynağı, literatürde işaret edildiği gibi, belli bir sebebe dayanmayan öğrenci başarısızlıkları olmayıp aksine izlenen öğretim modelleri bu yanlışların oluşumuna veya artmasına yardımcı olmaktadır. Bu sebeplerden dolayı öğretmenlerin özellikle kavram yanlışlarının daha çok beklenildiği konularda uygun öğretim yöntemleri seçerek yanlışları ortaya çıkarmadan engellemeye yönelik yaklaşımları benimsemesi önemlidir (Zembar, 2010; s.5-7).

Bu çalışmada öğrencilerin kavram yanlışları ve hatalarının kaynakları, nedenleri ve örnekleri sunulmuştur. Öğrencilerin matematik alanında yaptıkları hataları sadece kendilerinden kaynaklı değil, öğretmen ve öğrenilen konu kaynaklı da olabilmektedir. Öğrenciler tarafından yaygın olarak yapılan hatalardan bazıları bu çalışmada tanıtılmaya çalışılmıştır. Hemen hemen her öğrenci matematiksel hata yapar ki bu hataların büyük çoğunluğu; yeni kavramları anlamaya yönelik çabalarından ortaya çıkan yanlış algılamalardan kaynaklıdır. Etkili ve nitelikli öğretmenler hataların öğrenme sürecinde önemli bir rolünün olduğunun farkında olmalı ve hataların oluşumunu önlemeye ve var olan hataların tekrar etmemesine yönelik önlemler almalıdırlar. Çocukların erken yaşlarda sayılarla ilgili deneyimlerinin daha fazla etkinliklerle anlamlı olarak kazandırılması, sayıların sadece sayma amacıyla kullanılmadığı daha ileriki seviyelerde anlayarak öğrenmelerine temel oluşturulması açısından önemlidir. Hatalar genellikle, bir öğrencinin matematiksel bir kavramı ne kadar iyi kavradığını değerlendirmek ve fikirlerini nasıl iyileştirebileceği veya uyarlayabileceği üzerine öğretmenlere geri bildirim sunmak için fırsat sunabilir. Başarılı öğrenciler bile, basit görülen durumlarda hatalar yapabilmektedir. Hatalar öğrenme için bir fırsattır ve bu fırsatlar öğretmen tarafından değerlendirilmezse kalıcı hale gelebilmektedir. Sonuç olarak hatalı öğrenmeler çocuk tarafından üst öğrenim seviyelerine taşınmakta, birbiriyle bağlantılı olan matematiksel konuların öğrenilmesini zorlaştırmakta, matematiğin öğrenciler tarafından sevilmeyen bir ders olmasına ve matematiğe karşı olumsuz tutum gelişmesine yol açabilmektedir.

Kaynakça

- Ashlock, R. B. (2002). *Error patterns in computation: Using error patterns to improve instruction*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall.
- Barnby, P. Harries, T & Higgins, S. (2010). Teaching for understanding/understanding for teaching, Thompson, I (Editor) *Issues in teaching numeracy in primary schools*, Maidenhead: Open University Press.
- Baykul, Y. (2005). *İlköğretimde Matematik Öğretimi (1-5. Sınıflar)*. Ankara: PegemA Yayıncılık.
- Brown, J. S., & Burton, R. R. (1978). Diagnostic models for procedural bugs in basic mathematical skills. *Cognitive Science*, 2, 155-192.
- Burns, M. (2007). *About teaching mathematics*, New York, pp. 9-21.
- Cockburn, A. D. (2005). *Teaching mathematics with insight*, London: Falmer Press.
- Cooke, H. (2007). *Mathematics for primary and early years*. London: Open University
- Dede, Y. ve Argün, Z. (2004), Matematiksel düşüncenin başlangıç noktası: matematiksel kavramlar, *Kuram ve Uygulamada Eğitim Yönetimi*, Sayı:39, Yaz 2004, 338-355.
- Duatepe Paksu, A. (2010). Üslü ve köklü sayılar konularındaki öğrenme güçlükleri, E. Bingölbali ve M. F. Özmanar (Editörler), *İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri*, Ankara, Pegem A Yayıncılık.
- Edwards, S. (2007). *Primary mathematics for teaching assistants*. New York: Routledge.
- Engelhardt, J. M. (1977). Analysis of children's computational errors: A qualitative approach. *British Journal of Educational Psychology*, 47, 149-154.
- Erdoğan, A. ve Özdemir Erdoğan, E. (2009). Toplama ve çıkarma kavramlarının öğretimi ve öğrenci güçlükleri, E. Bingölbali ve M. F. Özmanar (Editörler), *İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri*, Ankara, Pegem A Yayıncılık.
- Hansen, A. (2014). *Children's errors in mathematics*, Los Angeles: Learning Matters.
- Harris, A. (2000). *Addition & subtraction*. St Martin's College.
- Hodgen, J & Askew, M. (2010). Assessment for learning: what is all the fuss about? Thompson, I (Editor) *Issues in teaching numeracy in primary schools*, Maidenhead: Open University Press
- MEB (2009). Yeni ilköğretim matematik dersi (1-5 sınıflar) öğretim programı. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü.

- Ojose, B. (2015). Students' misconceptions in mathematics: analysis of remedies and what research says. *Ohio Journal of School Mathematics*, Fall 2015, Vol. 72.
- Radatz, H. (1979), Error analysis in mathematics education, *Journal for Research in Mathematics Education*, 10 (3), pp.163-173.
- Roberts, G. H. (1968). The failure strategies of third grade arithmetic pupils. *The Arithmetic Teacher*, 15, 442-446.
- Ryan, J. & Williams, J. (2007) *Children's mathematics 4–15: learning from errors and misconceptions*. Maidenhead: Open University Press.
- Sadi, A. (2007), Misconceptions in numbers, *UGRU Journal*, 5, pp.1-7.
- Schunk, D.H. (2011). *Learning theories: an educational perspective (6th Edition)*. Pearson
- Spooner, M. (2002) *Errors and misconceptions in maths at key stage 2: Working Towards Success in SATs*. London: David Fulton.
- Van de Walle, J., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2014). *Elementary and middle school mathematics methods: teaching developmentally*. (Professional Development edition). New York: Allyn and Bacon.
- Yenilmez, K. ve Yılmaz, S. (2008). İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin problem çözümedeki kavram hataları. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 15, 75-97.
- Yorulmaz, A. ve Önal, H. (2017). Examination of the Views of Class Teachers Regarding the Errors Primary School Students Make in Four Operations. *Universal Journal of Educational Research* 5(11): 1885-1895.
- Zembat, İ. Ö. (2010). Kavram yanılgısı nedir?. M.F. Özmentar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Editörler), *Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri*. Ankara; PegemA Yayıncılık.