

Malum ve Meçhul Hesabını Öğrenmenin Kısa Yolu: İbnü'l-Hâim'in el-Hâvî'si

The Shortcut to Known And Unknown Calculation: Ibn al-Hā'im's al-Hāwī

Elif Baga

Doç Dr., İstanbul Medeniyet Üniversitesi, Bilim Tarihi Enstitüsü, Matematik Bilimleri
Tarihi Anabilim Dalı
elif.baga@medeniyet.edu.tr

Baga, Elif. "Malum ve Meçhul Hesabını Öğrenmenin Kısa Yolu: İbnü'l-Hâim'in el-Hâvî'si".
Bilim Tarihi ve Felsefesi Araştırmaları (BİTAD) 1/2 (Haziran 2025), 43–71.

Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-2951-2563>

DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.15827109>

Malum ve Meçhul Hesabını Öğrenmenin Kısa Yolu: İbnü'l-Hâim'in el-Hâvî'si

Öz: Bu makale, Memlük Türk devleti matematikçisi İbnü'l-Hâim'in (öl. 815/1412) *el-Hâvî fi'l-hisâb* adlı kısa ancak kapsamlı risalesini, matematiksel ve tarihsel bağlamda inceler. Eser, klasik İslam matematik geleneğinde hesap ilminin iki temel yönünü, yani malum (bilinen) ve meçhul (bilinmeyen) hesapları bir arada sunar. Malum hesabında tam sayılar, kesirler ve kare köklerle yapılan işlemler ayrıntılı olarak ele alınır; dört temel işlem (toplama, çıkarma, çarpma, bölme) farklı tekniklerle açıklanır. Özellikle çarpma için sunulan dokuz ayrı yöntem, dönemin hesap tekniklerinin çeşitliliğini ortaya koyar; bölmede ise asal çarpanlar, bölünebilme kuralları ve oranlı dağıtım gibi konulara yer verilir. Kare köklü işlemler ve yaklaşık hesap yöntemleri de dikkat çekici biçimde özetlenir. Meçhul hesabı bölümünde dört orantılı sayı, çift yanlış hesabı (*hisâbu'l-hata'eyn*) ve cebir-mukabele başlıkları altında, bilinmeyene ulaşmayı hedefleyen cebirsel çözümler sunulur. Altı temel denklem türü klasik notasyonla tanımlanmış ve çözüm algoritmaları ayrıntılı şekilde açıklanır. Eserdeki dil sade, özlü ve ezberlenebilir nitelikte olup öğretim amacıyla hazırlandığı açıktır. Bu yönüyle *el-Hâvî*, yalnızca döneminin matematik birikimini yansıtan bir metin değil aynı zamanda klasik İslam eğitim sisteminde hesap ilminin nasıl yapılandırıldığını belgeleyen didaktik bir kaynaktır.

Anahtar Kelimeler: İbnü'l-Hâim, *el-Hâvî fi'l-hisâb*, Hesap İlmi, Cebir, Malum Hesabı, Meçhul Hesabı.

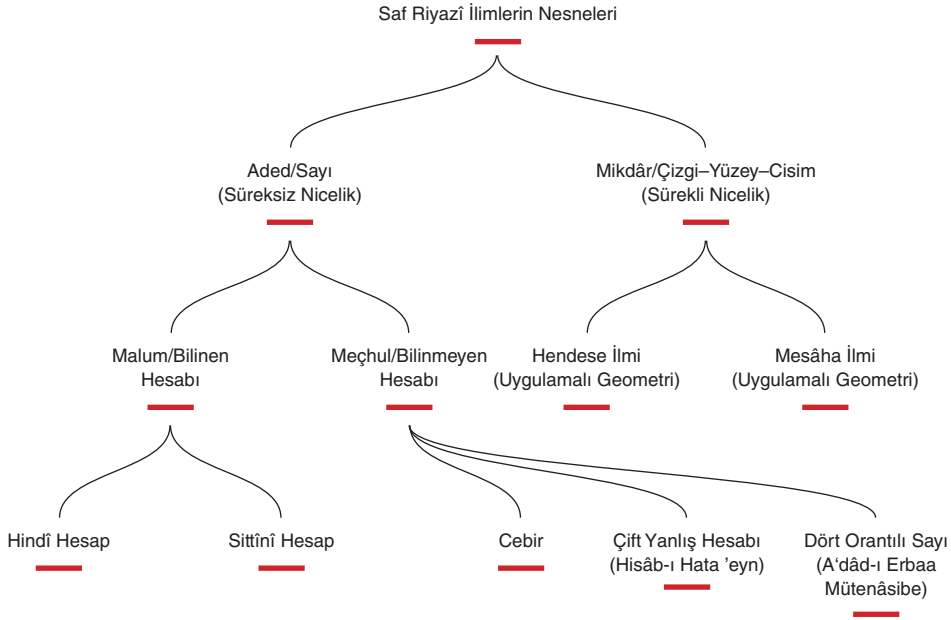
The Shortcut to Known and Unknown Calculation: Ibn al-Hâ'im's al-Hâwî

Abstract: This article examines *al-Hâwî fî al-Ḥisâb*, a short yet comprehensive treatise by the 14th-century mathematician of the Mamluk Turkish state, Ibn al-Hâ'im, in both mathematical and historical contexts. The work presents the two principal aspects of the science of arithmetic within the classical Islamic mathematical tradition: known (ma'lûm) and unknown (majhûl) calculations. In the section on known calculation, operations involving integers, fractions, and square roots are addressed in detail. The four basic operations—addition, subtraction, multiplication, and division—are explained through a variety of techniques. Especially noteworthy is the inclusion of nine distinct methods for multiplication, demonstrating the diversity of computational techniques of the time. The division section discusses topics such as prime factorization, divisibility rules, and proportional distribution. Square root operations and approximation techniques are also summarized in a notably concise and striking manner. In the section on unknown calculation, algebraic solutions aimed at determining unknown quantities are offered under the headings of four proportional numbers, the double false position method (*ḥisâb al-khaṭa'ayn*), and algebra (*al-jabr wa al-muqābala*). Six fundamental types of equations are defined using classical notation, and the solution algorithms are explained in detail. The language of the work is clear, concise, and easy to memorize, indicating that it was evidently prepared for instructional purposes. In this respect, *al-Hâwî* is not only a text reflecting the mathematical knowledge of its period but also a didactic source that documents how the science of arithmetic was structured within the classical Islamic educational system.

Keywords: Ibn al-Hâ'im, *al-Hâwî fî al-Ḥisâb*, *al-Ḥisâb*, Algebra, *al-Ḥisâb of Known Quantities*, *al-Ḥisâb of Unknown Quantities*.

Giriş

Hesap ilmi kökeni, türleri ve uygulama tarzları bakımından Mezopotamya, Mısır, Hint ve Çin gibi kadim medeniyetlere dayansa da anlamının, kapsamının, ihtivasının, tatbikî alanlarının yeniden inşası, genişletilmesi ve yeniden konumlandırılması dokuzuncu asırdan itibaren ürünlerini vermeye başlayan İslam Medeniyeti matematik geleneğine aittir. Dört temel matematiksel işlemi ifade eden *aritmetik* ile karıştırılmaması gereken hesap, aritmetiğin de içinde bulunduğu çok geniş bir anlam kümesini ifade eder. Bu kümeyi anlayabilmek için söz konusu matematik geleneğinde *riyaziyyat* ile tabir olunan ilimler öncelikle “matematiği üretenler” ve “matematiği belli bir oranın üzerinde ihtiva edenler” şeklinde ayırmak gerekir. Bu ayırım sayesinde hesap ve hendese gibi *saf riyazî* ilimler ile astronomi, musiki, hiyel ve optik gibi *dolaylı riyazî* ilimler arasındaki fark daha açık bir hale getirilebilir. Artık buradan itibaren de *saf riyazî* ilimlerin iki temel nesne; *aded/munfasıl kemmiyet* ve *mikdâr/muttasıl kemmiyet* etrafında döndüğü söylenebilir. *Adedin bizzat* kendi özelliklerinin araştırılmasıyla *ilm-i aded* (sayılar teorisi), özel tekniklerle bilinenden bilinmeyi çıkarmada kullanılmasıyla *ilm-i hesâb*, *mikdârın* kendi özelliklerinin araştırılmasıyla *ilm-i hendese* (teorik geometri), *mikdârî* bir meçhule ulaşmak için kullanılmasıyla *ilm-i mesâha* (uygulamalı geometri) meydana gelir. Bilinenden bilinmeyi çıkarma tekniklerinin tamamı, *malum hesabı* ve *meçhul hesabı* olmak üzere iki temel kategoride değerlendirilebilir. Herhangi bir problemin çözümünde bilinenlerden başlayıp bu veriler arasındaki ilişkilere uygun bir algoritmayla çözüme ulaşılması sayesinde *malum*, *bilinmeyi* veya *bilinmeyenleri* merkeze alıp mevcut verileri buna uygun bir şekilde örgütleyerek sonuca ulaşılmasıyla da *meçhul hesabı* altındaki ilim dalları oluşur. *Malum hesabında*, kökeni Hint medeniyetine dayanan ve ondalık konumsal sayılama ile 0'dan 9'a *hindî rakamların* kullanıldığı *hesâb-ı hindî* ile kökeni antik Mezopotamya'ya dayanan ve altmışlık konumsal sayılama ile Arap harflerinin kullanıldığı *hesâb-ı sittîni* olmak üzere iki aslî hesaplama tarzı görülür. Sayı tabanı ve rakamlara göre yapılan ayırımın ardından her iki hesaplama tarzının da *zihin*, *parmak*, *kalemle yazı* veya *kumlu tahtaya yazı* gibi farklı materyallerle uygulanmasına göre yeni bir ayırım ortaya çıkar. *Meçhul hesabına* gelince, *bilinmeyene* ulaşmada farklı formüllere *hindî hesap* tekniğinin uygulanmasından *cebir*, *çift yanlış hesabı* ve *dört orantılı sayı* gibi alanlar meydana gelir. Tüm bu ayrımlar birlikte gösterilebilir:



Şekil 1: Saf Riyazî İlimlerin Ayrışmaları

Yukarıda verilen bilgiler üzerinden klasik İslam matematik geleneğinde hesap ilminin alt ilim dallarının kabaca malum ve meçhul hesabı şeklinde daha derli toplu bir şekilde de ifade edilebildiği görülür. Bunun için İbnü'l-Hâim'in (öl. 815/1412) en önemli seleflerinden biri olan İbnü'l-Bennâ el-Merrâküşî'ye (öl. 721/1321) bakılabilir. Gelenek oluşturan eseri *Telhîsu 'amâli'l-hisâb*'ın¹ girişinde şu cümlelerle bunu ortaya koyar:

“وهو يشتمل على جزئين الأول في أعمال العدد المعلوم، والثاني في القوانين التي يمكن بها الوصول إلى معرفة المجهول المطلوب من المعلوم المفروض، إن كان بينهما وصلة تقتضي ذلك...”²

“... Bu (kitap), iki kısım içerir: Birincisi bilinen sayılarla yapılan işlemler hakkındadır, ikincisi ise eğer aralarından gereken bir bağ varsa farz edilen bilinen (sayı)dan istenen bilinmeyi bilmeye ulaşmayı mümkün kılan kurallardır...”

¹ İbnü'l-Bennâ el-Merrâküşî, *Telhîsu 'amâli'l-hisâb*, thk. Muhammed Süveysi (Tunus: Menşurâtü'l-Câmi'ati't-Tûnusîyye, 1969).

² Merrâküşî, *Telhîsu 'amâli'l-hisâb*, 35.

İbnü'l-Hâim tarafından *Telhîs*'in özeti şeklinde tasarlanan *el-Hâvî fi'l-hisâb*, matematiğin alt konularının önemli bir kısmını barındıran bu malum ve meçhul hesabını oldukça kısa ama özlü biçimde ortaya koymasıyla dikkat çeker. Bu dikkatle birlikte eserin incelenmek üzere tercih edilmesinin temel gerekçesi, onun sahip olduğu çok yönlü karakterdir. Her şeyden önce eser, on dördüncü yüzyıl gibi klasik İslam matematik geleneğinin olgunluk dönemlerinden birinde kaleme alınmış, Mağrip ve Maşrik matematik ekollerinin teorik yaklaşımlarını bir araya getiren sentezci bir yaklaşıma sahiptir. Ayrıca İbnü'l-Hâim'in eserinin, İbnü'l-Bennâ'nın meşhur *Telhîs*'i gibi kendisinden önceki temel metinleri ihtisar etmekle yetinmeyip bu metinlerin içeriklerini daha özlü ve sistematik biçimde yeniden kurmayı hedeflediği anlaşılmaktadır. Bu yönüyle *el-Hâvî*, sadece aktarıcı değil, düzenleyici ve yeniden yapılandırıcı bir metin niteliği taşır. Eserin kısa hacmi, şiirsel düzyazıya yakın sade ve ritmik üslubu, ezberlemeye elverişli yapısı ve şerhe uygun biçimi onu öğretim açısından oldukça işlevsel kılmakta; bu da klasik medrese geleneğinde eğitim materyali olarak kullanılmış olabileceği ihtimalini güçlendirmektedir. Ayrıca eserin çeşitli dönemlerde farklı coğrafyalarda şerh edilmiş olması, onun etki alanının genişliğini gösterir. Bütün bu unsurlar, *el-Hâvî fi'l-hisâb*'ı yalnızca matematiksel bir belge değil aynı zamanda klasik İslam eğitim sisteminde bilgi üretimi, düzenlenmesi ve aktarımı açısından da bir model olarak ele almayı mümkün kılar.

Bu meyanda makalenin temel amacı, klasik İslam matematik geleneğinde malum ve meçhul hesabının nasıl sistematize edildiğini, bu sistematüğün nasıl aktarıldığını on dördüncü yüzyıl Memlük Türk Devleti matematikçisi İbnü'l-Hâim'in *el-Hâvî fi'l-hisâb* adlı risalesi çerçevesinde ortaya koymaktır. Çalışmanın hareket noktası, klasik İslam matematiğinde hesap ilminin yalnızca nicel işlemlerin aritmetik uygulamalarıyla sınırlı olmadığı aksine, cebirsel düşüncenin gelişimi, kavramsal ayrımların yerleşmesi ve öğretim yöntemlerinin biçimlenmesinde merkezi bir rol oynadığı yönündeki varsayımdır. Bu çerçevede makale, *el-Hâvî*'nin sadece kısa ve özet bir eser olarak değil aynı zamanda hesap ilminin hem malum hem de meçhul yönlerini kapsayan, sistekli ve çok katmanlı bir matematiksel yaklaşımın ürünü olduğunu savunur. Bu amacı gerçekleştirmek üzere kullanılan yöntem ise en temelde risalenin içeriğinin matematiksel analizi olmakla birlikte yer yer şerhlerle desteklenen tarihsel değerlendirmelerdir. Ancak matematiksel analizden önce müellif ve risalesinin kısa bir tanıtımı yapılacaktır.

1. İbnü'l-Hâim ve el-Hâvî fi'l-hisâb

İbnü'l-Hâim, Maşrık ve Mağrip matematik geleneklerini uyumlu bir şekilde mezc etmesi hususiyetiyle Memlûk Türk Devleti matematik geleneğinin en önemli temsilcilerinden sayılır. Buna didaktik üretim, konuları kolaydan zora doğru tasnif etme, meseleleri somut bir şekilde örnekleme ve metnin tertibine dikkat etme hususiyetlerini de eklemek gerekir. Tüm bu özellikler onu, Osmanlı matematik geleneğinin en çok tercih edilen müelliflerinden biri yapar. Yirmi yıla yakın medrese yöneticiliği ve hocalığı görevinin de tesiriyle velûd bir müellif olan İbnü'l-Hâim'in ferâiz, fıkıh ve Arap dili eserlerinin toplam sayısı matematik (hesap ve cebir) eserleri kadardır.³ Bu duruma göre ilim dalları arasındaki önceliği matematik ilimlerdir. Matematikteki uzmanlık alanları hesap ve cebir olan müellifin, hesapta hem hindî hem de hevâî (zihin) hesabı, cebirde ise adedî/hisâbî cebir (aritmetiksel cebir) yaklaşımını benimsediği açıktır. Gerek bu yönelimlerinden gerekse de eserlerinde yaptığı atıflardan Maşrık geleneğinden Kerecî'yi (öl. 6./11. yüzyıl), Mağrip geleneğinden ise İbnü'l-Yâsemîn (öl. 601/1204) ve İbnü'l-Bennâ'yı (öl. 721/1321) selef olarak kabul ettiği anlaşılır. Esasında el-Hâvî fi'l-hisâb'ın, İbnü'l-Bennâ'nın en yaygın eseri *Telhîsu a'âmâlî'l-hisâb*'ının⁴ muhtasarı olması da bu meyanda değerlendirilebilir. İbnü'l-Bennâ'nın *Telhîs*'i⁵ – adı üstünde – zaten özet bir çalışma iken İbnü'l-Hâim'in böyle bir eseri ihtisar etme amacı ne olabilir? Müellif, yaklaşık üç satır süren dibacedeki ilgili kısımda şöyle der:

“... هذا مختصر حاو لما بتلخيص ابن البناء بل فضله...”⁶

“... Bu, İbnü'l-Bennâ'nın *Telhîs*'indekileri kapsayan bir muhtasardır/özetir hatta ondan daha üstün bir eserdir...”

Buna göre İbnü'l-Hâim, *Telhîs*'teki tüm bilgileri kapsayan ancak ondan daha da kısa ve muhtemelen bu yönü, yani aynı bilgileri daha öz ifade edebilmesi

³ İbnü'l-Hâim'in hayatı ve eserleri bilhassa da el-Mukni' ve el-Mumti' hakkında ayrıntılı bilgi için bk. İbnü'l-Hâim, el-Mumti' fi şerhi'l-Mukni', *Cebir Biliminde Fayda ve İkna*, thk. Elif Baga (İstanbul: Türkiye Yazma Eserler Kurumu Başkanlığı, 2021), 34–44.

⁴ Merrâküşî, *Telhîsu 'amâlî'l-hisâb*.

⁵ İbnü'l-Bennâ'nın eseri, başka bir eser üzerine yapılan özet telif gibi görünse de esasında müellif tarafından metnin kısalığına atıfla *Telhîs* olarak isimlendirilmiştir. Daha fazla bilgi için bk. İhsan Fazlıoğlu, “İbnü'l-Bennâ el-Merrâküşî”, *Türkiye Diyanet Vakfı İslâm Ansiklopedisi* (Erişim 12 Mayıs 2025).

⁶ İbnü'l-Hâim, el-Hâvî fi'l-hisâb, thk. Reşid Abdurrezzak es-Sâlihî – Hudayr Abbas Muhammed el-Münşidâvî (Bağdad: Câmîatu Bağdad, 1988), 41.

yönüyle daha üstün bir eser telif etmek istemiştir.⁷ Buradan, İslam ilim geleneğinde çok bilginin az lafızla doğru ve anlaşılır ifadesinin önem arz ettiği, bilginin muhafazası ile basit ve hızlı aktarımında kolaylık sağladığı düşünülebilir. İslam ilim geleneği içerisinde hemen hemen bilinen tüm alanlarda urcûze, kaside veya diğer şiir türlerinde eser telifi de böyle değerlendirilebilir.⁸ Tüm bunlar, İbnü'l-Hâim'in *Telhis* üzerine bir muhtasar hazırlamasının muhtemel gerekçeleri olabilir.

İbnü'l-Hâim'in eserleri arasında şiir formu dışarıda bırakılırsa en kısa risalesi olan *el-Hâvî fi'l-hisâb*, bu kısalığının da etkisiyle asırlar boyunca farklı şerhlere konu olmuştur. Günümüze nüshaları ulaşan üç şerhten ilki, Mısır astronomi ekolünün on dört ve on beşinci asırdaki önde gelen ismi İbnü'l-Mecdî'nin öğrencisi Zeynüddîn b. Abdülkâdir b. Ali b. Şa'bân es-Sûfî eş-Şâfiî'ye (öl. 9/15. yüzyıl) aittir. *Şerhu'l-Hâvî fi'l-hisâb*, memzûc denilen metinle şerhin iç içe geçtiği türde şerh edilmiştir.⁹ İkincisi Râgıb Paşa Hocası diye bilinen İbrahim b. Mustafa el-Halebî el-Mizârî'nin (öl. 1190/1776), üçüncüsü ise Musa b. Hasan el-Mâlikî'nin (öl. ?) şerhleridir.¹⁰

el-Hâvî'nin içeriğine gelince hindî sayı sisteminin temel alındığı eserde müellif, başlık olarak bâb ve fasıl ayrımlarını kullanır. Bu bâb ve fasılları birinci, ikinci vb. şeklinde bir sıralama koymaksızın verir. Risaledeki dört bâb, sırasıyla tam sayı, kesir, karekök ve dört orantılı sayıdır. Tam sayı bâbından sonra toplama, çıkarma, çarpma, bölme ve tamamlama/cebir hakkında beş fasıl gelir. Kesir bâbından sonra ise karekök bâbı ve bunun altında da toplama ve çıkarma ile ilgili iki fasıl yer alır. Son bâb olan dört orantılı sayıdan sonra cebir ve mukabele faslı gelir. Böylece malum hesabı şeklinde üst başlık koyabileceğimiz kısımlar tam sayılar hesabı, kesirler hesabı ve köklü sayılarla işlemler; meçhul hesabı diyebileceğimiz kısımda ise dört orantılı sayı, keffât (kefeler) olarak da tabir olunan çift yanlış hesabı ile cebir ve mukabele bahisleri yer alır.

İbnü'l-Hâim, yukarıda sayılan tüm bu konuları ortalama beş varakta ortaya

⁷ Nitekim Zeynuddin eş-Şâfiî, *Hâvî*'ye yazdığı şerhinde üstünlük meselesinde ilim açısından daha fazla ama hacim bakımından *Telhis*'in yarısından daha az olmasını gerekçe gösterir. Daha fazla bilgi için bk. Zeynüddîn es-Sûfî eş-Şâfiî, *Şerhu'l-Hâvî fi'l-hisâb* (İstanbul: Süleymaniye Kütüphanesi, Hafid Efendi, 215/1), 2a.

⁸ Celâl Şevki, *el-'Ulûm el-'akliyye fi'l-manzûmât el-'Arabîyye: Dirâse vessâ'ikiyye ve nusûs* (Kuveyt: Mü'essesetü'l-Kuveyt li't-tekkadümü'l-'ilmî, 1990).

⁹ Şâfiî, *Şerhu'l-Hâvî fi'l-hisâb* (Hafid Efendi, 215/1).

¹⁰ İbrahim el-Halebî, *Şerhu'l-Hâvî fi'l-hisâb* (İstanbul: Süleymaniye Kütüphanesi, Pertevniyal, 750); Musa b. Hasan el-Mâlikî, *Şerhu'l-Hâvî fi'l-hisâb* (İstanbul: Süleymaniye Kütüphanesi, Laleli, 2747).

koyar. Bu kısalığın, şiir ile düz yazı arasında değerlendirilebilecek bir formda olmasının dikkate değer derecede bir dil yeteneğini gerektirdiği söylenebilir. Eserin şiir formuna yaklaşması, ezberlemeye uygun hale gelmesine yol açmış ve dolayısıyla örgün eğitim materyali olarak kullanılmış olma ihtimalini akıllara getirir.

Müellifin 1380 yılında tamamladığı risalenin, 1988'de Hudeyr Abbas Muhammed el-Münşidâvî ve Reşid Abdürrezzak es-Sâlihî tarafından tahkikli neşri yapılmıştır.¹¹ Naşirler Dârü'l-Kutub ve Methafu'l-İrâkî'de bulunan birer nüsha ile yani iki nüshadan tahkikli metin hazırlamıştır. Ancak sadece Türkiye'de, Türkiye Yazma Eserler Kurumu'na bağlı kütüphanelerdeki yaklaşık nüsha sayısının altı civarında olduğunu belirtmekte fayda vardır.¹² Bu makalede ise metnin yeni bir neşir çalışmasına girilmeyecek olup doğrudan matematiksel ve tarihsel değerlendirmesi yapılacaktır.

1.1. Malum Hesabı

Yukarıda da belirtildiği gibi eserdeki dört bâbın ilk üçü tam sayılar, kesirli sayılar ve köklü sayılar hesabı hakkındadır. Bu konularda izah edilen işlemlere göre verilen sabit niceliklerden hareket ederek aradaki artma veya eksilme ilişkisine bağlı olarak yeni sonuçlar elde edilir ve bu özelliği dolayısıyla yani verilen sabit niceliklerden hareket edildiği için malum hesabı denir.

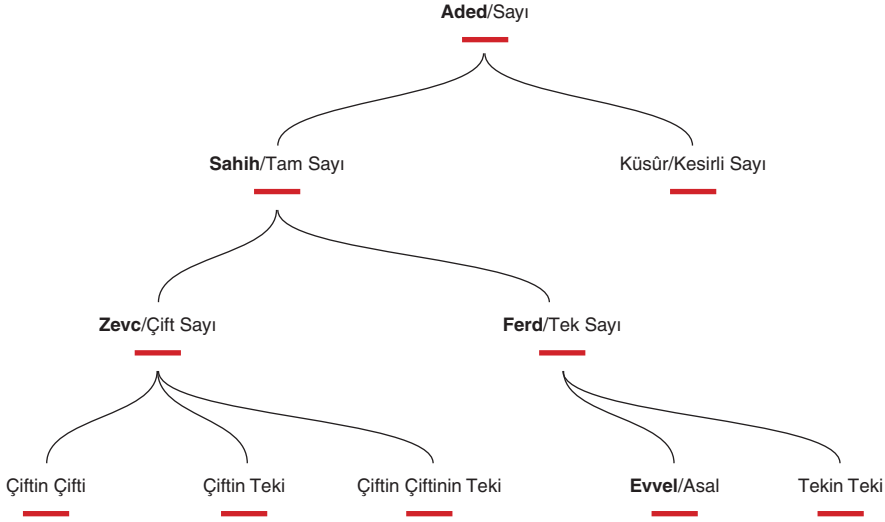
1.1.1. Aded Bâbı¹³

Sayı kavramından başlayan İbnü'l-Hâim, sayıyı "birlerden oluşandır (müellef)" şeklinde tarif eder. Hemen ardından sayının türlerine geçer.

¹¹ İbnü'l-Hâim, *el-Hâvî fi'l-hisâb*.

¹² Nüshaların bir kısmının künye bilgisi için bk. Edirne: Selimiye Yazma Eser Kütüphanesi: Selimiye Yazmalar 242/1, İstanbul: Hacı selim Ağa Kütüphanesi Hacı Selim Ağa 732M-016; İstanbul: Köprülü Yazma Eser Kütüphanesi, Hacı Ahmed Paşa 13/3; İstanbul: Süleymaniye Kütüphanesi, Reisülküttab 1191/8; İstanbul: Süleymaniye Kütüphanesi, Yazma Bağışlar 1347/7; İstanbul: Ragıp Paşa Kütüphanesi, Ragıp Paşa 1458/12.

¹³ İbnü'l-Hâim, *el-Hâvî fi'l-hisâb*, 41.



Şekil 2: Sayı Türleri

Bunun dışında sayıların temeli üç basamak (mertebe) üzerine kurulmuştur:

- i. Birler (الآحاد),
- ii. Onlar (العشرات),
- iii. Yüzler (المئات).

İster sözlü ister yazılı ifade olsun notasyonun tercih edilmediği bir düzende, kavramlar ön plandadır. Bu meyanda sayı söz konusu olduğunda 12 isim bilinmelidir:

- i. 1'den 9'a kadar olan birlikler için 9 kelime,
- ii. 10 için 1 kelime,
- iii. 100 için 1 kelime,
- iv. 1000 için 1 kelime,

Toplam 12 kelime ile tüm sayılar ifade edilebilir.

Bunlar dışında herhangi bir sayıdaki – bilhassa çok basamaklı sayılardaki – herhangi bir rakamın hangi basamakta bulunduğu bilmesi ve ifade edilmesi için üs kavramı kullanılır:

- i. Üs değeri 1: Birler basamağı,
- ii. Üs değeri 2: Onlar basamağı,
- iii. Üs değeri 3: Yüzler basamağı.

Verilen bir sayının en büyük basamağı, bölük sayısı ve bunların hangi isimlerle ifade edileceği ile ilgili olarak şu bağıntıyı verir:

Basamak sayısı: $\ddot{U}_{\text{toplam}}$

Tekrar (bölük) sayısı: $r \rightarrow$ kaç tane 3 basamaklık tekrar var,

En büyük bölüğün ismi, kalan basamak sayısı k 'ya göre belirlenir.

$$\ddot{U}_{\text{toplam}} = 3r + k,$$

İsimlendirme = $(r \text{ tekrar}) + B(k) \text{ bölüğü}$.

a) Toplama¹⁴

Toplama, işlemi tek bir toplamla ifade etmek için sayının daha büyük sayıya katılmasıdır. Eğer iki veya daha fazla sayıda toplanacak sayı arasında nitelik bakımından bir oran yoksa basamakları alt alta gelecek şekilde yazılıp toplama işlemi yapılır.

Eğer toplanmak istenen sayılar arasında nitelik (keyfiyet) bakımından bir oran varsa yani bir geometrik dizi söz konusuysa şu formülle sonuca ulaşılabilir:

$$\begin{array}{ll} a_1 : \text{en küçük terim} & \\ a_2 : \text{ikinci küçük terim} & \text{Sonuç} = a_n + \frac{(a_n - a_1) \cdot a_1}{a_2 - a_1} \\ a_n : \text{en büyük terim} & \end{array}$$

İbnü'l-Hâim, metnin kısalığı dolayısıyla herhangi bir örnek vermez ancak "bir bölü iki" orantılı bir dizi toplamı söz konusu olduğunda terimler arası ilişkinin nasıl olacağını açıklayarak formülün anlaşılmasını sağlar. Sayısal olarak herhangi bir veri kullanmasa da bahsettiği "bir bölü iki" orantılı diziden burada bir örnek gösterilebilir:

Örnek: Her terimi $(a_k = 1 \cdot 2^k)$ biçiminde tanımlanan beş terimli bir

$$(1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4)$$

geometrik dizisinin toplamı yukarıdaki formüle göre:

$$(1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^4) = 1 \cdot 2^4 + \frac{1 \cdot 2^0 + (1 \cdot 2^4 - 1 \cdot 2^0)}{1 \cdot 2^1 - 1 \cdot 2^0} = 31$$

İlk terimin iki katı = ikinci terim,

İkinci terimin karesi = ilk terim + ikinci terim + 1.

¹⁴ İbnü'l-Hâim, el-Hâvî fi'l-hisâb, 41-42.

Dizideki terimlerden herhangi biri seçilip sıra sayısının 2 katı alınıp 1 eksiltirirse çıkan değer, dizideki terimlerin sıra sayısı bakımından hangi terime denk geliyorsa o terim ilk seçilen terimin karesidir.

Eğer toplanmak istenen sayılar arasında *nicelik* (kemmiyet) bakımından bir oran varsa, yani bir *aritmetik dizi* söz konusu olduğunda şu formülle sonuca ulaşılabilir:

$$S_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n)$$

a_1 : en küçük terim (başlangıç)
 a_n : ikinci küçük terim (son terim)
 n : terim sayısı
 d : ortak fark (artış oranı)

Bir aritmetik dizide en büyük terimin bilinmemesi durumunda bu terim şöyle bulunur:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

Bir aritmetik dizide en küçük terim bilinmiyorsa bu terim şöyle tespit edilir:

$$a_1 = a_n - (n - 1) \cdot d$$

Bunların ardından İbnü'l-Hâim, bugün matematik eğitiminde de sıkça kullanılan birer artan dizi, tek sayılar dizisi, çift sayılar dizisi, tam kare dizisi ve tam küp dizisi gibi dizilere geçer ancak elbette isimlendirmeleri farklıdır:

“...وفي متفاضله منه واحد به اضرب أكبرها في نصفه ونصف...”

“ ‘Bir’den başlayıp birer artan dizi toplamında, en büyük terimle en büyük terimin yarısının çarpımına en büyük terimin yarısını ekle. ”¹⁵

Bu ifadeyle müellif, aslında aritmetik dizi bahsinin girişinde verdiği formülün aynısını vermekte ve sadece ifadeleri değiştirmektedir. Ardından “1’den başlayıp 2’şer artan dizi toplamı” ifadesiyle tek sayılar dizisine işaret eder ve formülü şöyle verir:

$$1, 3, 5, \dots, a_n \text{ ve } a_n = 2n + 1 \text{ ise } S = n^2$$

“2’den başlayıp 2’şer artan dizi toplamı” ifadesiyle çift sayılar dizisine işaret eder ve formülü şöyle verir:

$$2, 4, 6, \dots, a_n \text{ ve } a_n = 2n \text{ ise } S = \left(\frac{a_n}{2}\right) \cdot \left(\frac{a_n}{2} + 1\right) = n(n + 1)$$

Tam kare birer ardışık dizi toplamının formülü içerisinde aşağıda da görülece-

¹⁵ İbnü'l-Hâim, *el-Hâvi fi'l-hisâb*, 42.

ği üzere birer ardışık dizi toplamı bulunur, bunun formülü daha önce geçtiğinden ayrıca açıklanmaz.

$$1^2, 2^2, 3^2, \dots, n^2$$

$$S = \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cdot n\right) \cdot (1 + 2 + \dots + n)$$

Tam kare 1'den başlayan tek sayılar dizisi ve 2'den başlayan çift sayı dizilerinin toplam formülü için diziye ait son tam sayı (karesi alınan son sayı) T, son sayıdan sonra gelen iki ardışık sayı (T+1) ve (T+2) olmak üzere:

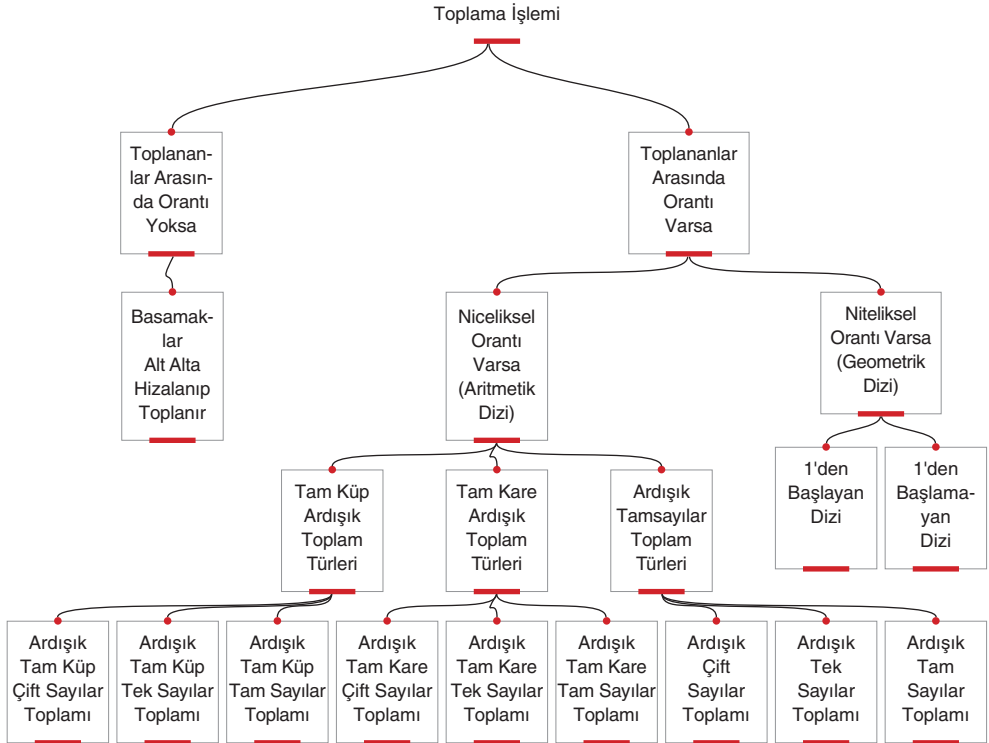
$$\text{Toplam} = \frac{1}{6} \cdot T \cdot (T+1)(T+2)$$

Tam küp birer ardışık tam sayılar dizi toplamının üç ayrı formülü şöyle verilir:

$$1^3, 2^3, 3^3, \dots, n^3$$

$$\text{Toplam} = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

Son olarak müellifin toplama faslı boyunca verdiği bilgiler, birlikte gösterilebilir:



Şekil 3: Müellife Göre Toplama İşlemi Türleri

b) Çıkarma¹⁶

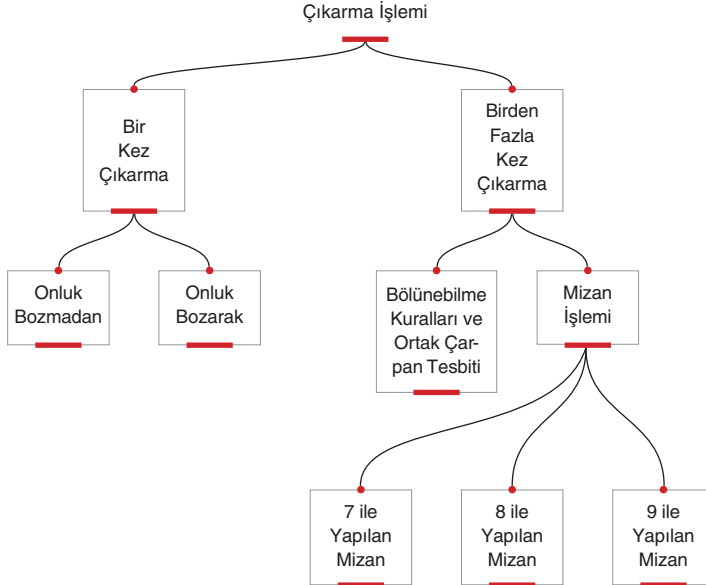
Tıpkı toplamada olduğu gibi çıkarmada da sistematik bir şekilde bir kez ve çoklu eksiltme şeklinde iki türdür. Bir kez düşürme veya eksiltme işlemi tıpkı iki sayının toplamında olduğu gibi alt alta yazılıp işlem gerçekleştirilir. Çoklu eksiltmeye gelince sağlama yapmak için kullanılan *mizan* işlemidir. Bugün modüler aritmetik dediğimiz bir mod seçip ona bölümden kalanın ifade edildiği işlem ile oldukça benzerdir. Eksiltme işleminde yani mod olarak en çok kullanılan sayılar 7, 8 ve 9'dur. Herhangi bir sayıdan 9'ar 9'ar eksiltip kalanın kaç olduğu bilinmek istendiğinde, bu sayının rakamları toplanıp 9'a bölümünden kalan istenendir. Bundan sonra İbn Hâim, 7 ve 8 ile yapılan özelleşmiş işlem ve formülleri verir.

Eğer sayı 1000'lik ve çift yüzlük katı değilse (yani tek yüzüklü bir sayıysa) bu sayının 8'e göre kalanı aşağıdaki şekilde bulunur:

$$\text{Sekizden kalan} = (2 \cdot (\text{onluklar}) + \text{birlikler} + 4) \bmod 8$$

$$\text{Yediden kalan} = (a_1 \cdot 3 + a_2 \cdot 2 + a_3 \cdot 6 + a_4 \cdot 4 + \dots) \bmod 7$$

Çıkarma faslındaki veriler bir bütün olarak gösterilebilir:



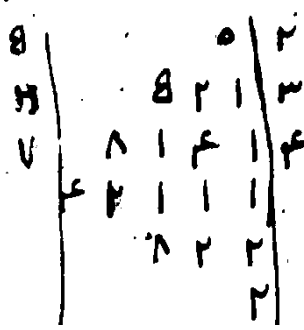
Şekil 4: Müellife Göre Çıkarma İşlemi Türleri

¹⁶ İbnü'l-Hâim, *el-Hâvi fi'l-hisâb*, 42-43.

c) Çarpma¹⁷

İbn Hâim konuya, çarpanın tarifi olan “çarpanlardan birini, diğerinin değeri/sayısı kadar katlamaktır” ibaresiyle başlar. Ardından çarpma işlemini en temelde üç türle sınırlar. Bunların ilki, bugün yaptığımız çarpma işlemine benzer bir şekilde iki sayının rakamlarının tek tek diğer sayının rakamlarıyla çarpılıp ardından sonuçların toplanmasına dayanan türdür. Müellif tarafından, aktararak (tenkîl) çarpma diye isimlendirilir. İkincisi ise yarı aktararak (nısf tenkîl) diye adlandırılır ve sadece eşit çarpanlarda geçerlidir. Kısaca esasında bir tür kolay kare alma yöntemidir. Çarpmanın üçüncü türü ise 9 alt türden oluşur. Bunlar müellifin verdiği sıraya göre kısaca açıklanıp, müellif veremese de birer örnekle izah edilebilir:

- (i) **Dikey Üslü Çarpma:** Çarpılacak iki sayının, çizilen iki dikey çizginin dışına dikey yazılıp her bir basamağın diğer çarpanla çarpılıp her bir sonucun iki çizginin ortasına her bir çarpanın basamak sırasına (üs-süne)¹⁸ göre yazılmasına dayanır. Aşağıda Zeynüddîn eş-Şâfiî'nin, Hâvî'ye yazdığı şerhindeki örnek incelenebilir.



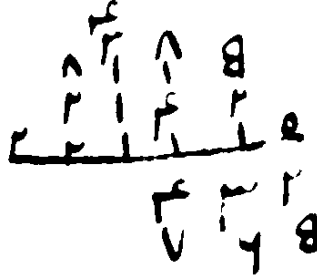
Şekil 5: Zeynüddîn eş-Şâfiî'nin Hâvî Şerhindeki Dikey Üslü Çarpma Örneği¹⁹

¹⁷ İbnü'l-Hâim, el-Hâvî fi'l-hisâb, 43-45.

¹⁸ Müellifin metnin ilk başlığı altında “üs” kavramının üzerinde uzun uzun durmasının bir sebebi de belirli işlemlerde ve yöntemlerde bu kavramın önemli bir rol oynamasıdır.

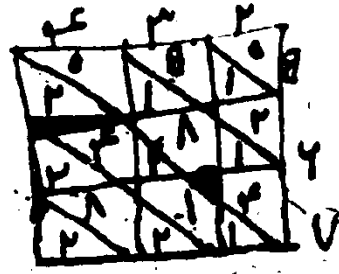
¹⁹ Şâfiî, Şerhu'l-Hâvî fi'l-hisâb, 11a.

- (ii) **Yatay Üslü Çarpma:** Dikey üslü çarpma tekniğinin yatay versiyonudur. Şâfiî şerhinden bir görsel aşağıda yer almaktadır.



Şekil 6: Zeynüddîn eş-Şâfiî'nin Hâvî Şerhindeki Yatay Üslü Çarpma Örneği²⁰

- (iii) **Cetvelli/Tablolu Çarpma:** İki çarpandan birinin basamak sayısınca satırları ve diğer çarpanın basamak sayısınca sütunları olan bir tablo çizilir. Satır ve sütunların kesişmesiyle küçük karelerden oluşan tablodaki bu küçük kareler sol süt köşeden sağ alt köşeye gelecek şekilde köşegenlerle bölünür. Çarpanlar tablonun üstüne ve sağına her bir karenin yanına bir basamak denk gelecek şekilde yazılır. Üstten ve sağdan her bir basamak çarpılıp sonuç kesiştikleri kareye onluk alt üçgene birlik üst üçgene denk gelecek şekilde yerleştirilir. En üst sağ köşegen çizgisinin üzerinden başlanarak vev/çapraz çizgilerin arasında kalan rakamlar toplanarak çarpma işlemi sonucunun birler basamağından başlayarak her bir basamağını oluşturur. Şâfiî şerhinden alınan görsel sayesinde daha açık bir şekilde anlaşılabilir.



Şekil 7: Zeynüddîn eş-Şâfiî'nin Hâvî Şerhindeki Cetvelli/Tablolu Çarpma Örneği²¹

²⁰ Şâfiî, Şerhu'l-Hâvî fi'l-hisâb, 11b.

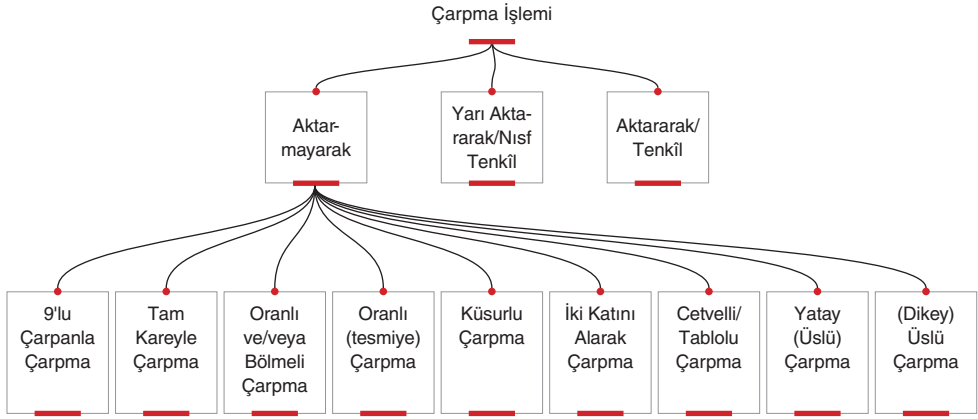
²¹ Şâfiî, Şerhu'l-Hâvî fi'l-hisâb, 12a.

- (iv) **İki Katını Alarak Çarpma:** Eğer çarpanlar, basamak sayısı bakımından eşitse ve her çarpanın kendi içerisinde rakamları aynıysa bu yöntem uygulanabilir. Çarpanlardan birinin ilk basamağı ile diğer çarpanın son basamağı denk gelecek şekilde alt alta yerleştirilir. İkisinin de altına bir çizgi çekilip her bir basamağa verilen üs sayısı en sağdan başlayarak çarpan basamak sayısınca konur ve devamına üs sayısını azaltarak devam edilir. Aşağıdaki örnekte 444 ile 333 çarpılmak istense çarpma işleminin önemli bir bileşeni olan üs sayılarının sağdan sola doğru 12321 şeklinde olduğu görülebilir. 4 ile 3'ün çarpımı olan 12'nin 12321 ile çarpımı olan 147852 işlemin sonucudur.

$$\begin{array}{r} 4 \ 4 \ 4 \\ 3 \ 3 \ 3 \\ \hline 1 \ 2 \ 3 \ 2 \ 1 \end{array}$$

- (v) **Küsurlu Çarpma:** Çarpanlardan birinin 10'dan fazla olan kısmını 10'a oranlayıp diğer çarpanla bu oranın çarpılmasına ve çıkan sonucun aynı çarpanla toplanmasına ve son olarak sonucun "on" ile çarpılmasına dayanan yöntemdir.
- (vi) **Oranlı (Tesmiye) Çarpma:** Çarpanlardan birinin, iki çarpanın toplamına oranlamaya ve sonucu diğer çarpanla çarpmaya, son olarak da sonucu iki çarpanın toplamıyla çarpmaya dayanan yöntemdir.
- (vii) **Oranlı ve/veya Bölmeli Çarpma:** Çarpanlardan onluk, yüzlük, binlik vb. ile bölündüğünde birim kesir olması en kolay olanını onluk, yüzlük vb. ile oranlamaya veya bölmeye ardından da çıkanı diğer çarpanla çarpıp sonucu kullanılan onluk, yüzlük vb. ile çarpmaya dayanan yöntemdir.
- (viii) **Tam Kareyle Çarpma:** İki çarpan arasındaki farkın yarısının karesini, iki çarpanın toplamalarının yarısının karesinden çıkarmaya dayanan yöntemdir.
- (ix) **9'lu Çarpanla Çarpma:** Çarpanlardan birinin 9'lardan oluşması durumunda, diğer çarpana 9'ların sayısı kadar 0 eklemeye ve bu oluşan sayıdan 9'lardan oluşmayan çarpanı çıkarmaya dayanan yöntemdir.

Tüm bu yöntemleri bir arada göstermek uygun olacaktır:



Şekil 8: Müellife Göre Çarpma İşlemi Türleri

d) Bölme²²

Bölüneni, bölünenin birlikleri kadar sayıda eşit parçalara ayırtırmaktır/bölmektir veya bölüneni, bölünenin değerine oranlamaktır. Bölme, büyüğün küçüğe bölümü ve küçüğün büyüğe bölümü olmak üzere iki çeşittir. İlkinde yani bir sayının kendinden daha küçük bir sayıya bölümünde, dört farklı yöntem uygulanabilir. Bu dört yöntemin ilki, bugün yaptığımız bölmenin mantığına dayanan ancak kâğıt üzerinde işlemi icra ederken biraz daha farklı bir yerleştirmenin kullanıldığı yöntemdir. İkincisi, bölünenin parçalara ayrılıp ve bu parçaların her birinin bölüne bölünüp, çıkan her bölümün toplanmasına dayanır. Üçüncü yöntem, bölünen ve bölünenin ortak bölünenini bulup bu iki sayıyı bulunan ortan bölüne bölerek ilk çıkan sonucu ikinci çıkana oranlamak şeklindedir. Dördüncüsü ise bölüneni, iki çarpanına ayırarak ve bölüneni önce, ilk çarpana bölüp çıkan sonucu da ikinci çarpana bölerek uygulanır.

Bu yöntemlerin ardından bölme işleminde bir talebenin bilmesi/ezberlemesi gereken en önemli meselenin “bölünebilme kuralları” olduğu belirtilir ve bu kurallar tek tek sıralanır. Bu kurallar verilirken kurallara uymayan sayılarla ilgili olarak sıkça atıf yapılan “asal sayılar” bahsi, bölme faslı altındaki diğer bir konudur. Herhangi bir sayının asal çarpanlarının nasıl tespit edileceği anlatılarak aynı zamanda o sayının, asal sayılık testi de yapılmış olur. Bunun için ilgili sayının yaklaşık karekökü tahmin edilip bu karekökten küçük olan asallara (2, 3, 5, 7, 11 vb.) bölüm tam sayı olmak şartıyla bölünebildiği kadar

²² İbnü'l-Hâim, *el-Hâvi fi'l-hisâb*, 45.

bölünür. Hiçbirine tam bölünmüyorsa bu sayı asaldır, tam bölünebildikleri ise asal çarpanlarıdır.

Bunun dışında, yazılı kökeni Mezopotamya tabletlerine kadar ulaşan asal sayıları listeleme, Yunanca matematik geleneğinde ise “elek/kalbur” diye çevrilebilen cetvel üzerinde gösterme işlemine *el-Hâvî*'de “gırbâl” kavramıyla atıf yapılır. Burada hemen İbn Hâim'in *Risâle fi'l-gırbâl* adlı eseri hatırlatılabilir.²³

Bölmenin iki temel çeşidinden ikincisi olan, bir sayının kendisinden daha büyük bir sayıya bölümü, “tesmiye” olarak isimlendirilir. Şarihlerden Zeynüddîn eş-Şâfiî şerhinin tam bu noktasında acemlerin (muhtemelen Arap olmayan matematikçileri kastediyor) bu isimlendirmeyi kullandığını ve Arap kökenli (mu'âribe) matematikçilerin ise buna “nisbet” yani oran dediğini ifade eder.²⁴ Bölme faslının başında bu tür, küçük sayının büyük sayıya bölümü şeklinde ifade edilse de “paydadandan alınan orantısal pay/laştırma” şeklinde açıklamak uygun olacaktır. Günümüzün matematik eğitiminde oran bahsinin önemli meselelerinden biri olan verilen, bir miktarı belirlenmiş oranlara uygun olarak paylara ayırma teknikleri yaklaşık dört satırlık bir metinle öğretilir. Müellifin verdiği tarife uygun bir örnekle açıklamak gerekirse:

Örnek: 84 sayısı 2, 3 ve 7 sayılarıyla doğru orantılı olacak şekilde nasıl pay edilir?

Toplam oran: $2+3+7=12$,

Her bir oran $\times$ toplam: $2 \times 84=168$, $3 \times 84=252$, $7 \times 84=588$,

Hasılatın toplam orana bölümü: $168 \div 12=14$, $252 \div 12=21$, $588 \div 12=49$,

84 sayısı 2, 3 ve 7 sayılarıyla doğru orantılı olarak 14, 21 ve 49 olarak paylaştırılır. Oranlanacak değerlerin kesirli sayı olması durumu da benzer bir şekilde ortaya konulur.

Bölme faslından sonra kesir bâbına geçmeden önce iki cümleyle ikmal/tamamlama (cebir) ve indirgeme (hatt) kavramları tarif edilir. İlki küçük değerden büyük değere ulaşmak için gereken miktarı, ikincisi ise tam tersini yani büyük değerden daha küçük bir değere geçiş için gereken miktarı elde etme tekniğidir.

²³ Hudeyr Abbas Muhammed el-Münşidâvî, Reşid es-Sâlihî, “Risâletü'l-Gırbâl li-âlimi'r-riyâdiyyâtî'l-'Arabî ibn el-Hâim el-Makdisî”, *el-Mevrid* 17/1 (1988), 186–193.

²⁴ Şâfiî, *Şerhu'l-Hâvî fi'l-hisâb*, 17a.

1.1.2. Kesir Bâbı²⁵

Kesir, iki sayı arasında cüz'îlik (parçalı olma) esasına göre kurulmuş bir oranın adıdır. Tüm kesirler şu beş asli tür altında kategorize edilebilir: Müfred, muhtelif, müntesib, muba'd ve müstesna kesirler.

Müfred yani tekil/basit kesirler payı 1 olmak üzere paydası 2'den 10'a kadar olan dokuz kesirdir.

Muhtelif kesirler, bir diğer adıyla ma'tûf kesirlerdir. Paydaları birbirinden farklı olan iki kesrin toplam halinde bulunmasıdır. İçerisinde müntesib kesir de ihtiva edebilir.

Müntesib kesirler, orantılı kesirler olarak anlaşılabilen kesir türüdür. Bu kesir türünün muhtemel varlık sebebi, bir taraftan payda eşitlemede kolaylık sağlarken diğer taraftan notasyonla gösterimde kısaltmaya imkân vermesidir. Aşağıda müntesip kesirlerin kapalı ve açık hallerinin yazımı arasındaki fark görülebilir.

$$a, b, c, d, e, f \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{e c a}{f d b} = \frac{a}{b} + \frac{c}{d \times b} + \frac{e}{f \times d \times b}$$

Meb'uz kesirler, Türkçede çarpanlı kesir olarak ifade edilebilen kesirlerdir. Diğer bir adının muzâf kesirler olmasının muhtemel gerekçesi sözlü ifadede tamlamalı yapıyla söylenmesidir. Örnek olarak "iki bölü beşin bir bölü ikisi" verilebilir.

Müstesna kesirler, birbirleriyle çıkarma durumundaki kesirlerdir. Munkatı' yani ayrık ve muttasıl yani bitişik olmak üzere iki alt türü vardır. Bu alt türler müstesna kesirlerin müntesib yani orantılı olduğu durumlarda söz konusudur. Zira birbirinden çıkarılacak kesirler aynı kesir çizgisi üzerinde ve birbirleriyle orantılı iseler muttasıl, değilseler munkatı' olurlar ki bu durumda tıpkı muhtelif kesirdeki gibi payda eşitleme işlemi yapılır, farklı olarak toplamak yerine büyüktен küçük olan çıkarılır.

Kesir türlerinin ardından tam sayılı kesri bileşik kesre ve bileşik kesri tam sayılı kesre çevirme işlemleri ortaya konulur. Son olarak da sırayla kesirli sayılarla toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri izah edilir.

²⁵ İbnü'l-Hâim, el-Hâvi fi'l-hisâb, 46.

1.1.3. Karekök Bâbı²⁶

Cezr yani karekök, “misliyle çarpılan sayıdır”. Kısaca onun karekök diye isimlendirilmesi kendisiyle çarpım halinde bulunmasına bağlıdır. Çarpım sonucu ise meczûr yani “karekökü olan” diye isimlendirilir. Tam sayıların karekökünü almak için bir cetvel çizilir. İlk sırasına karekökü alınmak istenen sayı yerleştirilir ve belirli bir prosedüre göre işlem bu cetvel üzerinde gerçekleştirilir.²⁷ İşlemin sonuna gelindiğinde kalan olup olmamasına göre tam kök olup olmadığı anlaşılır. Eğer tam kök çıkmıyorsa “takrîb” yani yakınsama (yaklaşık alma) işlemine geçilir. Bunun için metinde üç farklı teknik ortaya konulmuştur. Burada dikkati çeken ilk nokta, diğer işlemlere nispetle karmaşık olan karekök çıkarma işleminin yaklaşık dört beş cümleyle izah edilebilmesidir. Diğer bir nokta ise yakınsama meselesi gibi ayrıntılı bir mevzunun üç ayrı teknikte verilmesidir. Böylesi muhtasar bir eserde üç ayrı yöntem üzerinden bu meselelerin üzerinde durulması, dakik sonuca ulaşma konusundaki hassasiyete işaret eder. Kesirli sayıların karekökünün alınmasında pay ve paydanın ayrı ayrı karekökten çıkarılıp çıkarılamayacağına bakılır. Eğer çıkarılabiliyorsa sonuçlar yine kesir şeklinde yazılır. Ancak eğer çıkarılamıyorsa kareköklü payda, kareköklü pay ve payda ile ayrı ayrı çarpılır, sonuçlar yine kesir şeklinde yazılır.

Zevâtü'l-esmâ ve'l-munfasılât yöntemi, karekök alma ile ilgili özel bir yöntemdir. Klasik İslam matematiğinde irrasyonel sayıların kareköklerini yaklaşık olarak hesaplama tekniği olarak da değerlendirilebilir. Tam kare olmayan bir sayının karekökü, iki tam sayı arasına yerleştirilerek bu iki sayı arasındaki fark ve kare farkları üzerinden rasyonel bir kesirle ifade edilir. İkinci dereceden denklem çözümü, oran-orantı problemleri ve geometrik-kesirli niceliklerin ayrıştırılması gibi konularla doğrudan ilişkilidir. Burada müellifin verdiği tarif formül ile gösterilebilir.

$b > a$ olacak şekilde tamkare olmayan iki tamsayının karekökleri toplamı veya farkı alınmak istenildiğinde:

²⁶ İbnü'l-Hâim, el-Hâvî fi'l-hisâb, 47.

²⁷ Cetvel yardımıyla karekök yanında küpkök çıkarma işleminin örnekler üzerinden ayrıntılı açıklamalarını ve yaklaşık kök bulma tekniklerini incelemek için bk. Nizâmeddîn en-Nîsâbü'rî, eş-Şemsiyye fi'l-hisâb – Hesap Biliminde Kılavuz, thk. Elif Baga (İstanbul: Türkiye Yazma Eserler Kurumu Başkanlığı, 2020); Ebû Said Eminüddîn Abdurrahmân b. Ebû Hafs Ömer es-Sivâsî Ebherî, Hesap Biliminde Yeterlilik – Fusulün kafiye fi hisabi't-taht ve'l-mil, thk. Elif Baga (İstanbul: Türkiye Yazma Eserler Kurumu Başkanlığı Yayınları, 2021).

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} \approx \frac{\text{büyük sayı}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\text{büyük sayı}^2}{4} - \frac{\text{küçük sayı}^2}{4}\right)}$$

$$\sqrt{b} - \sqrt{a} \approx \frac{\text{büyük sayı}}{2} - \sqrt{\left(\frac{\text{büyük sayı}^2}{4} - \frac{\text{küçük sayı}^2}{4}\right)}$$

Bu meselenin önemi yukarıda verilen formüllerin aslında ikinci dereceden bir denklemin formülüyle benzerliği görüldüğünde daha açık bir şekilde anlaşılabilir.

$$x^2 - Ax + B = 0$$

şeklindeki bir denklemde,

$$A = a + b$$

$$B = ab$$

olmak üzere denklem kökü olan x ,

$$x = \frac{A}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{A}{2}\right)^2 - B}$$

formülüyle bulunur.

a) Kareköklü Sayıları Toplama ve Çıkarma²⁸

$(\sqrt{a} + \sqrt{b})$ veya $(\sqrt{a} - \sqrt{b})$ formundaki ifadelerle işlem yapmanın yolu, ifadenin tam kare karşılığında $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = (a + b + 2\sqrt{ab})$ bulunan $(2\sqrt{ab})$ ifadesine bakmaktır. Eğer $(a \cdot b)$ işleminin sonucu, tam kare çıkarsa $(a + b + 2\sqrt{ab})$ veya $(a + b - 2\sqrt{ab})$ işlem sonucu, bir tam sayı çıkacak demektir ve bu tam sayının karekökü alındığında $(\sqrt{a} + \sqrt{b})$ veya $(\sqrt{a} - \sqrt{b})$ değerine ulaşılır. Ancak $(a \cdot b)$ işleminin sonucu tam kare değilse o vakit, toplam

$$x = \frac{x_1 \cdot |e_2| + x_2 \cdot |e_1|}{|e_1| + |e_2|}$$

halinde olanlar “zevâtü'l-esmâ”, çıkarma halinde olanlar da “zevâtü'l-mun-fasılât” diye isimlendirilir ve olduğu gibi bırakılır.

²⁸ İbnü'l-Hâim, el-Hâvi fi'l-hisâb, 47.

Çarpma ve bölme işleminde ise iki kareköklü sayı önce çarpılır veya bölünür. Eğer işlem sonucu tam kare bir sayı ise kökten çıkarılır. Bugün “kareköklü kesirlerde paydayı rasyonel yapma” şeklinde bilinen bir diğer yöntemle gelince

$$\left(\frac{1}{a \pm \sqrt{b}}\right)$$

türündeki ifadelerde eşlenik ile çarpma işlemi uygulanır.

1.2. Meçhul Hesabı²⁹

Kareköklü sayıları toplama ve çıkarma faslından sonra müellif, bâb başlığı verip sırasıyla dört orantılı sayı ve kefeler (keffât) yöntemleriyle meçhul hesabını izaha başlar.

30 ... “إذا جهل أحد أربعة اولها لثانيتها ثالثةا لرابعتها وسطح طرفيها كسطح وسطيا...”

“Dört sayıdan biri bilinmediğinde birinci ile ikincinin oranı, üçüncü ile dördüncünün oranı gibidir. Dışların (tarafeyn) çarpımı, içlerin (vasateyn) çarpımına denktir.”

$a, b, c, d, x \in \mathbb{Q}^+$ olmak üzere

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ ve } a \div b = c \div d \text{ ise } a \cdot d = b \cdot c$$
$$x \div b = c \div d \text{ ise } x = \frac{b \cdot c}{d}$$

Eğer herhangi bir problemde iki bilinen ve bir bilinmeyen söz konusu ise kefeler (keffât) diğer adıyla terazi yöntemine gelince gelenekte çift yanlış hesabı şeklinde bilinen yöntemdir. Sadece kefeler yönteminde gösterim kolaylığı açısından iki kollu bir yapı çizilip ortasına iki bilinenden hedef sonucu, kefelelerden birine diğer bilineni, tahmin cevabı öbür kefeye, tahmini cevap artık yanlış çıkarsa hata, o kefenin üstüne ve eksik yanlış çıkarsa o kefenin altına konulur. İki tahminle bu şekilde işlem yapıldıktan sonra şu formüle göre doğru sonuca ulaşılır:

x : istenen

x_1 : ilk tahmin

x_2 : ikinci tahmin

e_1 : ilk hata

e_2 : ikinci hata

²⁹ İbnü'l-Hâim, el-Hâvî fi'l-hisâb, 48.

³⁰ İbnü'l-Hâim, el-Hâvî fi'l-hisâb, 48.

1.2.1. Cebir ve Mukabele³¹

el-Hâvî'de meçhul hesabını meydana getiren ana kollar dört orantılı sayı, çift yanlış hesabı, cebir ve mukabeledir. İlk ikisi özel bir başlık verilmeksizin bir tür giriş niteliğinde konular olarak ortaya konulur. Ardından gelenekte asırlar geçtikçe meçhul hesabını tek başına temsil etme yolunda hızla ilerleyen cebir ve mukabele başlığı gelir. Cebirin etrafında döndüğü üç temel kavram olan aded (sabit/a), şey/cezr (x) ve mâl/murabba' (x²) tarifleri ile başlanır. Hemen ardından Hârizmî'den (3/9. yüzyıl) itibaren cebir ilminin kalbi niteliğindeki altı temel denklem türüne (el-mesâilü's-sitte) geçilir. Önce hızlıca bu altı denklemde eşitliklerin nasıl kurulduğu ortaya konulur daha sonra da çözüm yöntemleri verilir. Sırayla bu denklemlerin notasyonla gösterimleri ve çözüm formülleri şöyledir:

Basit denklemler:

- (i) $\forall a, b, x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } ax^2 = bx \Rightarrow x = \frac{b}{a}$
- (ii) $\forall a, c, x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } ax^2 = c \Rightarrow x^2 = \frac{c}{a} \text{ ve } x = \sqrt{\frac{c}{a}}$
- (iii) $\forall c, b, x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } bx = c \Rightarrow x = \frac{c}{b}$

Bileşik denklemler:

- (i) $\forall b, c, x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } x^2 + bx = c \Rightarrow x = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c} - \frac{b}{2}$
- (ii) $\forall b, c, x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } x^2 + c = bx \text{ ve } c < \left(\frac{b}{2}\right)^2 \Rightarrow x = \frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - c}$
- (iii) $\forall b, c, x \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } bx + c = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c} + \frac{b}{2}$

Bileşik denklemlerin ikinci türünde, formülde de görüleceği üzere farklı bir durum söz konusudur. Denklemin sabiti, cezrlerin katsayısının yarısının karesinden küçükse verilen formül ile denklem köküne ulaşılabilir. Ancak büyükse denklemin kökünün olmadığı anlaşılır. Üçüncü seçenek olan eşitlik seçeneğinde ise denklemin kökü cezrlerin katsayısının yarısının karesine eşittir.

$$\forall x, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \text{ ve } x^2 + c = bx \text{ denkleminde } c = \left(\frac{b}{2}\right)^2 \Rightarrow x = \frac{b}{2} \quad c < \left(\frac{b}{2}\right)^2 \Rightarrow x = \emptyset$$

³¹ İbnü'l-Hâim, el-Hâvî fi'l-hisâb, 48-49.

Buraya kadar izah edilen bileşik denklemlerin çözüm formülleri, denklemdaki mâlin yani (x^2)'nin katsayısının 1 olması durumuna göre üretilmiştir. Eğer katsayı 1 değilse denklem çözümü için verilen formüller uygulanmadan önce katsayı, 1 yapılmalıdır. Bunun için de eğer katsayı 1'den küçükse tamamlama/ikmâl, büyükse de indirgeme/hatt işlemleri icra edilir.

$\forall a, b, c \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ve $a > 1 \Rightarrow$

$$ax^2 + c = bx \text{ denklemi } ax^2 \cdot \frac{1}{a} + c \cdot \frac{1}{a} = bx \cdot \frac{1}{a} \text{ ve } x^2 + \frac{c}{a} = \frac{bx}{a} \text{ olur.}$$

$$ax^2 = bx + c \text{ denklemi } ax^2 \cdot \frac{1}{a} = bx \cdot \frac{1}{a} + c \cdot \frac{1}{a} \text{ ve } x^2 = \frac{c}{a} + \frac{bx}{a} \text{ olur.}$$

$$ax^2 + bx = c \text{ denklemi } x^2 + \frac{bx}{a} = \frac{c}{a} \text{ şeklinde dönüşür.}$$

Denklemdaki üssü, en büyük değişkenin katsayısının 1'den küçük olması durumunda onu 1'e tamamlayacak uygun bir sayı ve işlem seçilerek aynı prosedür, denklemin tüm terimlerine uygulanır.

Terimlerin çarpımı ve bölümü ile ilgili kurallar:

Üs	Terim İsmi	Modern Terim
1	شيء (şey)	x
2	مال (mâl)	x^2
3	كعب (ka'b)	x^3

Tablo 1: Üslü Terimlerin Adlandırılması

İki türün çarpımında üsler toplanır. Sabit bir sayı, bir türle çarpıldığında sonuç o türün kendisi olur:

$$x^m \cdot x^n = x^{m+n}$$

$$a \cdot x^m = ax^m$$

İşaretlerin çarpımı konusunda ise pozitif veya negatif olanın kendi türünden biriyle çarpımı pozitif, kendi dışındakiyle çarpımı negatiftir.

$$+ \cdot + = + \text{ ve } - \cdot - = +$$

$$- \cdot + = - \text{ ve } + \cdot - = -$$

Denklemden sabit bulunmadığında değişkenlerden üssü en küçük olanın üs değerini her bir değişkenin üssünden çıkarılır, kalanlar baştaki gibi denklemler.

$a > b > c > d > e > \dots > n$ olmak üzere

$$x^a + x^b + x^c + x^d + x^e + \dots + x^n = x^{a-n} + x^{b-n} + x^{c-n} + x^{d-n} + x^{e-n} + \dots + 1$$

Bir değişken sabit sayıya bölünürse değişken korunur:

$$\frac{x^n}{c} = \frac{1}{c} \cdot x^n$$

Aynı değişkenler birbirine bölünürse sonuç 1 olur:

$$\frac{x^n}{x^n} = 1$$

Yüksek dereceli değişken, küçük üslüye bölünürse:

$$n > m \text{ olmak üzere } \frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$$

İbnü'l-Hâim, küçük dereceli değişkenin yüksek dereceli değişkene bölümüne “mümtenî” derken *el-Hâvi*’nin kaynağı *Telhis*’te bu durumla ilgili olarak “bölünmez” nitelemesi yapılır. Burada iki duruma dikkati çekmek gerekir. İlki, müellifin *muhâl* veya *müstahil* yerine *mümtenî* kavramını tercih etmesidir. Gelenekte *mümtenî*, gerçekleştirilmesi fiilen mümkün olmayan ama zihnen tasavvur edilebilen şeyler için kullanılır. Diğer iki kavram ise hem aklen hem fiilen imkânsız olup mantıksal çelişki içeren durumları ifade eder. Bu durumda küçük dereceli değişkenin yüksek dereceli değişkene bölümü, mantıken çelişki doğurmaz ama bu eserin seviyesi ve sistematığı içinde tanımsız veya anlamsız olduğu için böyle adlandırılır. Bu tutum, modern matematikte “tanımsız” ya da “bu uzayda ele alınmaz” gibi durumlara benzetilebilir. Nitekim İbnü'l-Hâim’in üst seviye cebir eserinde bu işlemi *mümtenî* diye nitelemez ve bugün yaptığımıza benzer şekilde yapar.³²

Bölünen ve bölenden sadece bölünende negatif terimler varsa payda ortak olduğu için bunu ayırmak ve ifade etmek kolaydır. Ancak negatif terimler bölende bulunduğunda, tıpkı bir önceki işlemde olduğu gibi *mümtenî* olarak nitelenir.

$$\frac{x^m - x^k}{x^n} = \frac{x^m}{x^n} - \frac{x^k}{x^n}$$

³² İbnü'l-Hâim, *el-Mümteni' fi şerhi'l-Mukni'* – Cebir biliminde fayda ve ikna, 228.

Değerlendirme ve Sonuç

İbnü'l-Hâim'in el-Hâvî fi'l-hisâb adlı risalesi, İslam matematik geleneği içerisinde hem içerik hem de biçim bakımından özgün bir yere sahiptir. Müellifin açıkça ifade ettiği üzere bu risale, İbnü'l-Bennâ el-Merrâküşî'nin Telhîsu 'amâli'l-hisâb adlı eserini özetlemek amacıyla kaleme alınmış olmakla birlikte onunla yetinmeyip bu özeti daha özlü, daha sistematik ve belki de pedagojik olarak daha işlevsel bir versiyonu olarak ortaya konulmuştur. Bu durum, klasik ilim geleneğinde lafzın ekonomik kullanımı, özlü ifade ve öğretimde kolay aktarım gibi esaslara verilen önemi ortaya koyar.

Eserin genel tertibine bakıldığında başlıklandırma, açık bir biçimde malum ve meçhul hesabı olarak verilmesi de dört bâb şeklindeki ayrımında ilk üç bâbın malum, son bâbın ise meçhul hesap türüne karşılık geldiği görülür. Malum hesabı bölümünde tam sayılar, kesirler ve kareköklerle yapılan işlemler sırasıyla ele alınır. Bu bölüm, sabit niceliklerden hareketle yapılan hesaplama tekniklerine dayanır ve klasik hesabın temelini oluşturan işlemleri içerir. Her işlem türü tarifle başlar ve çeşitli tekniklerle sürdürülür. Özellikle toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerine dair verilen açıklamalar yalnızca sayısal işlem algoritmalarını değil aynı zamanda kavramsal temelleri de içerir. Örnek olarak, çarpma işlemi için sunulan dokuz farklı yöntem, sadece işlem tekniği bakımından değil aynı zamanda tarihî olarak farklı coğrafyalarda gelişmiş uygulamaların bir sentezi olarak değerlendirilebilir.

Eserde dikkat çeken bir diğer husus, sayı sistemlerine dair ayrıntılı açıklamaların yapılmış olmasıdır. Sayının “birlerden oluşma” özelliğine yapılan vurgu, sayıların mertebelere ayrılması, üs kavramının kullanımı ve bölük sistemine göre isimlendirme gibi unsurlar, klasik İslam matematiğinde sayıya dair düşünsel altyapının derinliğine işaret eder.

Kesir hesabına dair bölümde, kesirlerin beş ayrı tür altında sınıflandırılması, bu sınıfların her birinin tanımı ve birbirine dönüştürülme yöntemlerinin verilmesi sadece işlem pratiğini değil aynı zamanda kavramsal ayrımı da beraberinde getirir. Özellikle müntesib, muba'd ve müstesna kesirler gibi klasik kategoriler, dönemsel terminolojinin ve anlam inşasının önemli bir parçası olarak dikkat çeker.

Karekök hesapları ise hem teknik hem de kavramsal bakımdan özlü fakat ayrıntılı bir biçimde işlenmiştir. Müellifin, karekök alma işlemini sadece tam kareler için değil irrasyonel değerlere yakınsamayı da içerecek şekilde üç ayrı yöntemle açıklaması, dakik sonuçlara ulaşmaya verdiği önemi ortaya koyar. Bu noktada, malum hesabı ile meçhul hesabı arasında adeta bir geçiş konumunda bulunan köklü sayılar bahsinde “zevâtü'l-esmâ ve'l-munfasilât” gibi

nispeten üst düzey bir kavramın üzerinde durması dikkate değerdir.

Eserin ikinci ana bölümü olan meçhul hesabı kısmında ise dört orantılı sayı, çift yanlış hesabı ve cebir bahisleri yer alır. Bu bölümde cebirsel düşüncenin temel unsurları olan şey (x), mâl (x^2) ve kâ'b (x^3) terimleriyle klasik cebirin yapı taşları açıklanmış, altı denklem türü açık biçimde gösterilmiş ve her biri için çözüm yöntemleri sunulmuştur. Bu çözümler, cebirsel işlemlerin formüle edilmesine dair klasik yaklaşımı gösterir. Özellikle denklem katsayısının 1 olmadığı durumlarda ikmâl (tamamlama) ve hatt (indirgeme) yöntemlerinin kullanılması, klasik cebirin dönemin kavramsal çerçevesi içinde nasıl sistematikleştirildiğini gösterir.

Bütün bu içeriğin yalnızca beş varaklı bir risalede derli toplu sunulmuş olması, müellifin dil, matematik ve pedagojik yetkinlikleri kendisinde bir araya getirdiğini gösterir. Bu kısalık, eserin didaktik amaçla yazıldığını düşündürürken metnin nazma yakın üslubu da onun ezberlenebilirliğini ve şerh edilmeye elverişli yapısını artırmıştır. Gerçekten de risalenin çeşitli dönemlerde birçok şerhe konu olması, *el-Hâvî*'nin ilmî geleneğe yaptığı katkının boyutlarını ortaya koyar. Netice olarak *el-Hâvî fî'l-hisâb*, İbnü'l-Hâim'in hesap ilmine dair klasik birikimi sistematik, özlü ve didaktik bir yapıda derleyip sunduğu özgün bir çalışmadır. Müellif, Mağrip ve Maşrik matematik geleneklerinin önde gelen temsilcilerinden etkilenmiş, bu etkileri kendi ilmî disiplini ve pedagojik yaklaşımı çerçevesinde yeniden şekillendirmiştir. Eserin temel başarısı, hesap ilminin malum ve meçhul kısımlarını bir arada ele alması, bu iki alanın klasik ayrımını açık biçimde yansıtmaması ve her iki kısımda da ayrıntılı teknikleri özlü bir anlatımla sunabilmesidir. Risalede yer alan işlem türlerinin çeşitliliği, bu işlemlere dair geliştirilen farklı yöntemlerin sıralı biçimde aktarılması, kavramların açık bir şekilde tanımlanması ve örneklendirme stratejisinin müellifin sistematik bir yaklaşımı benimsediğini ortaya koyar. Bunun yanında, cebirsel çözüm yöntemlerinde ve sayı sistemlerine dair açıklamalarda görülen kavramsal hassasiyet, müellifin hesap ilmini yalnızca pratik değil aynı zamanda teorik bir disiplin olarak ele aldığını gösterir.

el-Hâvî, klasik dönemde hesap ilminin ne tür alt bölümlere ayrıldığını, bu alt bölümlerin hangi kavram ve tekniklere dayandığını, dönemin matematikçileri arasında ortaklaşa kabul gören terimlerin nasıl sistemleştirildiğini belgeleyen bir kaynak olarak değerlendirilebilir. Şiirsel düzyazı formu, ezberlenebilirliği ve kolay şerh edilebilirliğiyle medrese öğretiminde kullanılmaya elverişli bir metin olduğu da anlaşılabilir. Bu bağlamda *el-Hâvî*, yalnızca döneminin hesap tekniklerini yansıtan bir eser değil aynı zamanda klasik İslam matematik öğretiminin usul, tertip ve üslup bakımından seçkin örneklerinden biri olarak karşımıza çıkar.



Kaynakça

- Ebherî, Ebû Said Emînüddîn Abdurrahmân b. Ebû Hafs Ömer es-Sivâsî. *Hesap biliminde yeterlilik – Fusulün kafile fi hisabi't-taht ve'l-mil*. thk. Elif Baga. İstanbul: Türkiye Yazma Eserler Kurumu Başkanlığı Yayınları, 2021.
- Fazlıoğlu, İhsan. “İbnü'l-Bennâ el-Merrâküşi”. *Türkiye Diyanet Vakfı İslâm Ansiklopedisi*. Erişim 12 Mayıs 2025. <https://islamansiklopedisi.org.tr/ibnul-benna-el-merakusi>
- İbnü'l-Hâim. *el-Hâvî fi'l-hisâb*. thk. Reşîd Abdurrezzak es-Sâlihî – Hidayr Abbas Muhammed el-Münşidâvî. Bağdad: Câmîatu Bağdad, 1988.
- İbnü'l-Hâim. *el-Mümti' fi şerhi'l-Mukni' – Cebir biliminde fayda ve ikna*. thk. Elif Baga. İstanbul: Türkiye Yazma Eserler Kurumu Başkanlığı, 2021.
- İbrahim el-Halebî. *Şerhu'l-Hâvî fi'l-hisâb*. İstanbul: Süleymaniye Kütüphanesi, Pertevniyal, 750.
- Mâlikî, Musa b. Hasan. *Şerhu'l-Hâvî fi'l-hisâb*. İstanbul: Süleymaniye Kütüphanesi Laleli, 2747.
- Merrâküşi, İbnü'l-Bennâ. *Telhîsu 'amâli'l-hisâb*. thk. Muhammed Süveysi. Tunus: Menşurâtü'l-Câmi'ati't-Tûnusîyye, 1969.
- Münşidâvî, Hudeyr Abbas el-Sâlihî, Muhammed. “Risâletü'l-Gırbâl li-âlimi'r-riyâdiyyâti'l-'Arabî ibn el-Hâim el-Makdîsi”. *el-Mevrid* 17/1 (1988), 186–193.
- Nisâburî, Nizâmeddîn. *eş-Şemsiyye fi'l-hisab – Hesap Biliminde Kılavuz*. thk. Elif Baga. İstanbul: Türkiye Yazma Eserler Kurumu Başkanlığı, 2020.
- Şâfiî, Zeynüddin es-Sûfi. *Şerhu'l-Hâvî fi'l-hisâb*. İstanbul: Süleymaniye Kütüphanesi, Hafid Efendi, 215/1.
- Şevkî, Celâl. *el-'Ulûm el-'Aklîyye fi'l-Manzûmât el-'Arabîyye: Dirâse Veşâ'ikiyye ve Nuşûş*. Kuveyt: Mü'essesetü'l-Kuveyt li't-tekaddümi'l-'ilmî, 1990.