*Ankara University, Journal of Faculty of Educational Sciences, year: 2009, vol: 42, no: 1, 1-31*

# THE EFFECT OF DYNAMIC GEOMETRY SOFTWARE (CABRI) ON PRE-SERVICE ELEMENTARY MATHEMATICS TEACHERS' ACHIEVEMENT ABOUT LOCUS PROBLEMS

**Bülent GÜVEN**[*] **İlhan KARATAŞ**[**]

## ABSTRACT

Solving locus problems requires abstract thinking. It is difficult to remove this difficulty in traditional learning environments in which locus problems are solved with paper, pencil and ruler. The lack of visualization in traditional environment to solve locus problems demands alternative learning environments. Dynamic geometry software (DGS) with various functions is opening new windows to students and teachers for exploring geometry. In this study it is aimed to investigate the effect of DGS-Cabri on the students' achievement of locus problems. Quasi experimental design was used by determining Karadeniz Technical University Faculty of Education primary mathematics teachers as control and second education (evening) primary mathematics students as experimental group. Locus problems were solved in computer based environment with experimental group and traditional learning environment with control group. At the end of the practice an open-ended test consists of 8 items was administered to the both groups. The findings of the test indicated that DGS can increase students' abilities to conjecture and mathematical explanation in locus problems. In the light of findings it is determined that DGS-Cabri have a positive effect on students achievement on locus problems in general meaning.

**Key words**: Mathematics Education, Geometry, Pre-service Mathematics Teachers, Locus Problems, Dynamic Geometry Software

[*] Assist. Prof., Karadeniz Technical University, e-mail: bguven@ktu.edu.tr
[**] Assist. Prof., Zonguldak Karaelmas University, e-mail: karatasilhan@gmail.com

***SUMMARY***

***Purpose and significance:***

Ability of visualizing abstract mathematical ideas on a screen is one of the most important attributions of computers technology (Baki, 2002). The developments in instructional technology define a new field in computer-aided instruction: dynamic geometry. Dynamic geometry software offers a virtual environment where accurate construction of geometric configurations can be carried out. The key characteristic of this software is that unconstrained parts of the construction can be moved and, as they do, all other elements automatically self-adjust, preserving all dependent relationships and constraints (King & Schattschneider, 1997). There are five basic properties in dynamic geometry software: dynamic transformations, dynamic measurements, free dragging, animation and locus generation (Gao, 1998). The focus of this paper is on the last one.

Formally, a locus can be defined as a path traced by a point as it moves so as to satisfy certain conditions. Except for the simplest loci, such as lines, circles and perhaps the conics, this subject is usually avoided in most geometry texts, because of common difficulties when mentally visualizing various objects with different movements (Cha & Noss, 2004). With its trace and locus features, the locus of a point can be easily visualized by DGS. These features allow students to drag an element of a construction and visualize the path of another element, whose trace is supposed to be activated.

The purpose of presented study is to determine the effect of DGS on prospective mathematics' teachers succeed on locus problems. In addition, the differences between solutions of experimental (in DGS environment) and control group (in traditional environment) were qualitatively examined.

***Methods:***

Quasi experimental research design was used to examine the effect of DGS on prospective mathematics' teachers succeed on locus problems. The sample consisted of 80 pre-service mathematics teachers enrolled in the first year, 45 students in experimental and 35 in control group.

At the first step of study, researchers developed locus problems activities with Cabri Geometry by using mathematics teachers and mathematics educators' suggestions. Then worksheets which allow students to explore the mathematical relations in related activity were designed.

At the beginning of the course, Independent sample t test showed that there exists no significant differences between experimental and control group students' first geometry grades and the number of correct questions in university entrance exam. During the lessons, the experimental group's students learning processes were supplemented by Cabri Geometry and developed worksheets while the control group was taught in traditional manner throughout four weeks and three hours per week.

At the end of the experiment, the students were administered a test (Locus Test) which consists of 8 open-ended locus problems. Students' answers were analyzed from three points of view: D*rawing a Figure about problem (DF), Making Conjecture about the problem (MC) and Mathematical Explanation (ME)*. An independent sample t test was used to compare experimental and control group student's achievement on Locus Test.

**Discussion and Conclusion**

The results demonstrated that in spite of the average of ME score of the experimental group is higher than the control groups', ANCOVA test result showed that there exist no statistically significant differences between groups. However, the answers of students is closely examined, it can be easily seen that the students at control groups incline to use special geometric figures such as square, rectangle in their solutions and as a result of this most of them can't generalize their result for other geometric figures. However, students at the experimental group mostly had a tendency to use figures in general meanings. These lead them to generalize their results easily than the control group. ANCOVA test analysis about the differences between control and experimental groups' MC, ME and total scores indicated that there exist significant differences in favor of experimental group.

Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi, yıl: 2009, cilt: 42, sayı: 1, 1-31

# DİNAMİK GEOMETRİ YAZILIMI CABRİ'NİN İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ GEOMETRİK YER PROBLEMLERİNDEKİ BAŞARILARINA ETKİSİ

**Bülent GÜVEN*** **İlhan KARATAŞ****

**ÖZ**

Geometrik yer problemleri, yapıları gereği soyut düşünme becerisi gerektirirler. Bu problemlerin, kağıt, kalem, cetvel gibi araçlarla somutlaştırılmaya ve çözülmeye çalışıldığı geleneksel ortamlarda bu güçlüğü ortadan kaldırmak oldukça zordur. Geleneksel ortamlarda geometrik yer problemlerinin çalışılması için gerekli olan görsellik sağlanamadığından, alternatif öğrenme ortamlarına ihtiyaç duyulmaktadır. Bu anlamda Dinamik Geometri Yazılımlarının (DGY) sahip oldukları farklı özellikler öğretmene ve öğrenciye ortamları çıkarmaktadır. Bu çalışma ile, DGY-Cabri'nin geometrik yer konusunda öğrenci başarısına etkisinin belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu amaç kapsamında, ilköğretim matematik öğretmenliği örgün eğitim öğrencileri kontrol grubu, ikinci öğretim öğrencileri ise deney grubu olarak alınıp yarı deneysel bir çalışma yapılmıştır. Geometrik yer konusu için geliştirilen etkinlikler 4 hafta boyunca deney grubuna bilgisayar donanımlı bir ortamda uygulanmış, kontrol grubu öğrencileri ise öğrenimlerine geleneksel ortamlarda devam etmişlerdir. Uygulamaların ardından gruplara 8 sorudan oluşan açık uçlu bir geometrik yer sınavı uygulanmıştır. Sınav sonucunda elde edilen bulgular, DGY-Cabri'nin, öğrencilerin verilen ifadeye uygun şekil çizebilme becerileri üzerinde etkili olmadığını, öğrencilerin tahmin ve buna bağlı olarak matematiksel açıklama yapabilme becerilerini artırdığını ve genel anlamda ise DGY-Cabri'nin öğrenci başarısını olumlu yönde etkilediğini göstermiştir.

**Anahtar Kelimeler**: Matematik Eğitimi, Geometri, Matematik Öğretmen Adayları, Geometrik Yer Problemleri,

* Yrd. Doç. Dr., KTÜ Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü, e-mail: bguven@ktu.edu.tr

** Yrd. Doç. Dr., ZKÜ Ereğli Eğitim Fakültesi, İlköğretim Bölümü, e-mail: karatasilhan@gmail.com

## GİRİŞ

Hangi konuda olursa olsun, düşünme en belirgin biçimiyle problem çözme etkinliğidir. Bu etkinlik sırasında iki temel aşama ayırt edilebilir. Birincisi, sorunu açıklayıcı ya da giderici çözümü bulma veya oluşturma; ikincisi ise bulunan ya da oluşturulan çözümün doğruluğunu yoklama veya gösterme. Birinci aşama genellikle "buluş", "icat" ya da "yaratma" diye nitelenmekte, ikinci aşama ise "doğrulama", kanıtlama" ya da "ispatlama" diye bilinmektedir (Yıldırım, 2000). Bu iki aşamalı düşünme biçimi özelikle matematikte kendini göstermektedir. Matematikte araştırma yapan veya problem çözen bir kişi önce ispatlayacağı bir genellemeye ulaşmalı sonrada ulaştığı bu genelleme veya sonucu uygun matematiksel işlemlerle doğrulamalıdır. Her ne kadar matematik bu iki aşamalı düşünme biçimi ile gelişmesini sürdürse de geleneksel olarak okullarımızda okutulan matematik derslerinde ispatlama veya doğrulama diyebileceğimiz ikinci kısma odaklanılmıştır. Bulma, keşfetme etkinliklerinin yoğun olarak bulunması gereken birinci aşama ihmal edilmektedir. Bu matematiği bir ispatlama etkinliği olarak algılamanın doğal bir sonucudur. Bu yanlış algılama nedeniyle genelde matematik özelde ise geometri derslerinde tanım, teorem, ispat, örnek, alıştırma dizgesinden oluşan geleneksel geometri öğretimi döngüsü bir türlü kırılamamaktadır (Güven, 2002). Hâlbuki birçok araştırmacı öğrencilerin aksiyomatik çalışmalara girmeden önce deneyimler yoluyla informal keşiflerde bulunmaları gerektiğini belirtmektedir (De Villiars, 1998). Benzer olarak Edwards (1998)'a göre formal bir ispata başlamadan önce deneyimler yoluyla yapılması gereken keşiflerin, doldurulması gereken boşlukların olduğunu belirtmekte ve genelde teknoloji kullanımının bu boşlukları doldurmada güçlü olanaklara sahip olabileceğini belirtmektedir.

Geometrik yer kavramı; aynı özellikleri taşıyan noktaların oluşturduğu küme şeklinde tanımlanabilir (Sarıgül, 2001). Tanımından da anlaşıldığı gibi geometrik yer kavramının geleneksel ortamlarda görselleştirilmesi son derece zordur ve çözüm süresinde sezgiler ön plana çıkmaktadır. Bununla birlikte diğer matematiksel etkinliklerde olduğu gibi geometrik yer problemlerinde de yukarıda açıklanan iki aşamalı düşünme biçimi görülmektedir. Çünkü sorulan geometrik yer önce uygun çizim yöntemleri ile çizilmelidir. Bu ilk aşama olan buluşa karşılık gelmektedir. İkinci aşamada ise uygun doğrulama etkinlikleri ile niçin bu şekilde bir yapı elde edildiği açıklanmalıdır. Önce hedef belirlenmeli sonra da bu hedefe uygun doğrulama etkinlikleri yapılmalıdır. Geometrik yer problemlerinde neredeyse her bir soru için farklı bir şekil tasarlamak gerekmektedir. Ancak geleneksel ortamlarda bu mümkün olmamaktadır. Örneğin, iki noktadan eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yerini bulurken elips çizebilen, bir doğru ve bir noktaya eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yerini bulurken parabol çizen bir araç geliştirmek gerekmektedir. Her bir soru için bu şekilde araçlar tasarlamak ise geleneksel ortamlarda oldukça zordur.

Geometrik yer problemlerinin çözümünde karşılaşılan güçlükler onun soyut yapısından kaynaklanmaktadır. Klasik ortamlarda bu soyutluğu aşmak güçtür. Ancak DGY'lerin sahip oldukları "İz Bırakma (trace)" ve "Geometrik Yer (locus)" gibi özellikler aracılığı ile soyut matematiksel ilişkiler rahatlıkla somutlaştırılabilmektedir. DGY'ler aracılığı ile öğrenciler, adım adım karmaşık bir geometrik yapıyı veya şekli oluşturabilir, oluşturulan bu geometrik yapı içerisinde yeni geometrik yerler, sabitler ve değişkenler tanımlayabilirler ve bunları karşılıklı olarak ilişkilendirilebilirler. Bu yolla oluşturulan yapılar veya şekiller artık kitaplardaki, defterlerdeki gibi sabit değildir. Dinamik bir yapıya sahiptir. Temel geometrik elemanların birbirlerine göre durumları ve ilişkileri değiştikçe yapı da değişmektedir. Yazılımın bu özelliği öğrencilerin önüne inanılmaz araştırma durumları çıkarmakta ve bu yolla hayal etme gücünü artırmaktadır. Matematikte hayal etme gücünün artması sezgi yolunun dolayısıyla yaratma ve keşfetme yollarının açılması demektir. Bu yollar açıldığında analiz yapma, varsayımda bulunma ve genelleme yapma kolaylaşacaktır (Baki, 2002).

**Dinamik Geometri Yazılımları ve Geometrik Yer**

DGY ifadesi Cabri Geometry, Geometers Sketchpad, Cinderella, Wingeo, Geogebra gibi geometri için geliştirilmiş özel yazılımlara verilen ortak isimdir. Bu yazılımlar ile bilgisayar ekranında geometrik şekiller rahatlıkla oluşturulabilmekte, açı, kenar, çevre, alan gibi özellikleri ölçülebilmekte ve belli ilişkilendirmelerle oluşturulan geometrik şekiller ekranda hareket ettirilebilmektedir. Bu hareket sonucunda şeklin ölçülen tüm özellikleri de dinamik olarak değişmektedir. Bu özellikleri dinamik geometri yazılımlarının geometri eğitimine devrim niteliğinde yenilikler getirmesini sağlamıştır.

Geometri eğitimine devrim niteliğinde yenilikler sunan DGY'lerle ilgili olarak 90'lı yıllardan beri nicel ve nitel bir çok çalışma yapılmıştır. Çalışmaların önemli bir kısmını DGY'lerle desteklenmiş ortamlarda öğrencilerin keşif süreçlerine odaklanan araştırmalar oluşturmaktadır. Bununla birlikte DGY'lerin öğrencilerin akademik başarılarına, Van Hiele geometri anlama düzeylerine, geometriye karşı tutumlarına odaklanan çok sayıda araştırma bulunmaktadır. Örneğin, Johnson (2002), geometri derslerinde DGY kullanımının öğrencilerin matematik başarıları ve Van Hiele düzeyleri arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. Deneysel olarak yürütülen çalışma sonucunda deney grubu ile kontrol grubunun hem akademik başarıları hem de Van Hiele düzeyleri arasında anlamlı bir farklılığa rastlanmamıştır. Larew'de (1999), Johnson gibi DGY'lerin öğrencilerin Van Hiele düzeyleri üzerindeki etkisini inceleyen bir araştırma yapmıştır. Deneysel çalışma sonucunda DGY grubundaki öğrencilerin düzeylerinin ortalaması kontrol grubu öğrencilerinin ortalamasından daha fazla artmasına karşın istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık belirlenememiştir. Breen (1999) ise Larew ve Johnson'dan farklı olarak DGY'lerin Van Hiele düzeylerini kazanmada etkili olduğunu göstermiştir. Olkun, Sinoplu ve Deryakulu, dinamik geometri yazılımlarının öğrencilerin geometriyi keşfederek öğrenebilmeleri için sahip olduğu potansiyeli örneklerle göstererek DGY ile oluşturulan ortamlardan öğrencilerin daha çok hoşlandıkları ve daha çok öğrendikleri, farklı açıklamalar ürettiklerini belirlemişlerdir. Benzer şekilde Güven (2002), çalışma yaprakları ile desteklenmiş bir ortamda öğrencilerin keşfederek geometri öğrenebileceklerini, bu ortamlarda öğrenmenin öğrencilere matematiksel özgüven ve geometriye yönelik olumlu tutumlar kazandırdığını belirlemiştir. Benzer sonuçları Hannafin (2001)'de elde etmiştir. Isiksal ve Askar (2005) ise geometri derslerinde dinamik geometri yazılımları kullanımının öğrencilerin akademik başarıları ve özgüvenleri üzerinde pozitif etkiye sahip olduğunu göstermiştir. Bununla birlikte, ülkemizde uygulamaya konulan yeni ilköğretim matematik öğretim programında (MEB, 2008) da teknolojinin etkin olarak kullanılması önerilmekte ve geometrik yapılan oluşturulmasında ve özelliklerinin keşfedilmesinde dinamik geometri yazılımlarının aktif olarak kullanılmasına programımın farklı bölümlerinde vurgu yapılmaktadır.

Bu yazılımların sahip olduğu "Geometrik Yer" ve "İz Bırakma" özellikleri geometrik yer problemlerinin çalışılması için geliştirilmiş ve eğitsel açıdan önemli bir potansiyele sahip oldukları düşünülmektedir (Schumann & Green, 2001; Cha & Noss, 2004; King & Schattschneider, 1997). Çünkü geometrik yer problemlerinin çalışılmasında anlık gösterimlere ihtiyaç vardır. Bu anlık gösterimler öğrencinin hayal etme gücünü geliştirecek ve öğrenci geometrik yerler için anlamlı tahminler yapabilecektir. Bu anlık gösterimleri yapmak geleneksel ortamlarda pek mümkün görünmemektedir. Goldenberg ve Couco (1998) ise DGY'lerin bu gücünü, "Öğrencinin kendi görsel gösterimleri üzerinde anlık değişimler yapabilmesi, öğrencilerin düşüncelerine dinamik bir boyut ekler ki bunun öğrenci düşüncesi üzerindeki gücü tartışılmazdır." şeklinde açıklamaktadırlar.

Literatürde, dinamik geometri yazılımlarının geometrik yer problemlerinin çözüm sürecinde kullanılmasına yönelik farklı nitel araştırmalar yer almaktadır. Örneğin, Cha ve Noss (2004) , Cabri yazılımının iz bırakma ve geometrik yer özeliklerini kullanan 15 yaşındaki öğrencilerin elips ve Apollonius çemberini oluşturma süreçlerini gözlemlenmişlerdir. Yaptıkları gözlemler sonucunda, öğrencilerin çalışma sırasında geometrik sezgilerinde ve bir geometrik yapıya bütüncül bakışlarında (bir hareketin bütün bir yapıyı nasıl etkilediği) ilerleme olduğunu ve geometrik yapıları kurabildiklerini belirlemişlerdir. Real ve Leung (2006), dinamik geometri yazılımlarının geometrik yer özelliğinin öğrencilerin geometri problemlerini çözmede güçlü bir araç olarak karşımıza çıktığını ve geleneksel ortamlardan farklı çözümler için kapılar araladığını örneklerle göstermişlerdir. Benzer şekilde Jahn'da (2002) geometrik yer özelliğinin öğrencilere problem çözme sürecinde önemli katkılar yaptığını belirterek özellikle iz bırakma ve geometrik yer özelliklerinin dönüşümlerin etkin bir şekilde öğrenilebilmesi için güçlü bir potansiyele sahip olduğuna işaret etmiştir. Güven (2008), dinamik geometri yazılımları ile oluşturulan geometrik yerlerin ispatlama sürecinde öğrencilere sağlayacağı bakış açılarını örnek bir durum üzerinde göstermiştir. Schumann ve Green (1997) dinamik geometri yazılımlarının geometrik yer özeliklerinin beş farklı durumda kullanılabileceğini belirtmişler (problem çözme amaçlı, deneysel doğrulama, bir şeklin dönüşüm altındaki görüntüsü, koniklerin ve cebirsel eğrilerin inşası, şekillerin geometrik yerlerle oluşturulması) ve bu beş farklı durumu örneklerle açıklamışlardır. Yaptıkları problem çözme ve geometrik yapı oluşturma etkinlikleri sonucunda geometrik yerleri bilgisayarla oluşturma yaklaşımının tamamı ile geleneksel cetvel-pergel uygulamalarının yerini almaması gerektiğini, bu yaklaşımın öğrencilerin geometrik yerleri içselleştirme süreçlerini etkileyebileceğini belirtmişlerdir. Literatür genel olarak incelendiğinde geometrik yer problemlerinin çözümünde dinamik geometri yazılımlarının kullanımına odaklanan çalışmaların sınırlı sayıda gözlemle birkaç örnek öğrenci çözümü üzerine odaklanan nitel araştırmalar olduğu görülmektedir. Bu yazılımların öğrencilerin geometrik yer problemlerinin çözümüne yönelik genel başarılarını araştıran daha kapsamlı araştırma sonuçları ise literatürde yer almamaktadır. Bu anlamda yapılan çalışma ile bu boşluğun doldurulabileceği düşünülmektedir.

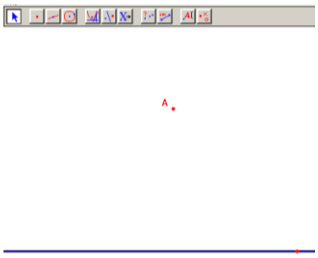
Dinamik ortamlarda geometrik yer problemlerinin çalışılması sırasında kullanılan yazılımın iki temel özelliği "İz Bırakma (trace)" ve "Geometrik Yer (locus)" özellikleridir.

"İz Bırakma" özeliğinin nasıl kullanıldığı bir problem ile aşağıdaki gibi açıklanabilir.

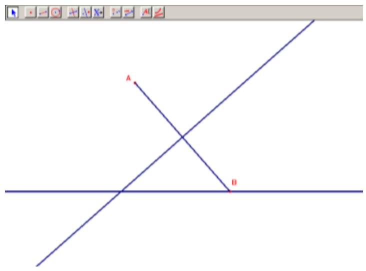
Problem: *Bir doğruya ve bir noktaya eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yeri nedir?*

Bu problemin çözümünde Cabri Geometri yazılımda aşağıdaki ilişkilendirmeler yapılarak problem rahatlıkla çözülebilmektedir.

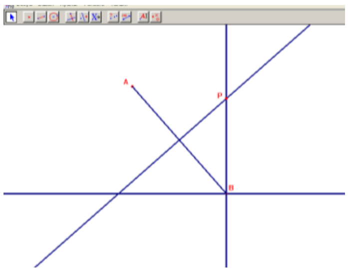
***1.** A noktası ve d doğrusu serbest olarak*



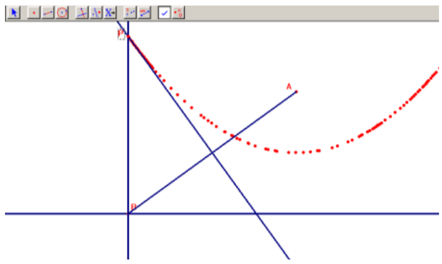

***2.** Doğru üzerinde bir B noktası alınır. B ile A birleştirilir. [AB]'nin orta dikmesi*




***3.** B noktasından d doğrusuna dik çizilir.Dik doğrunun orta dikmeyi kestiği nokta P olarak adlandırılır*




***4.** P'ye "iz bırak" seçeneğinden iz verilip B noktası doğru üzerinde hareket ettirilir. P'nin bıraktığı izler parabolü oluşturur*




**Şekil 1.** Geometrik Yere İlişkin bir Cabri uygulaması

Yukarıdaki örnekte de görüldüğü gibi geometrik yer problemleri, bağımsız değişkenlerin farklı konumları için bağımlı değişkenin yeni konumunun tahmin edilmesini gerektirir. Bu güçlükten dolayı lise geometri müfredatımızda ve üniversitelerde seçmeli olarak okutulan geometri derslerinde yer almasına rağmen çoğu zaman üzerinden geçilen, önem verilmeyen bir konudur. Halbuki, öğrencilerin fonksiyonel düşünebilmeleri için üzerinde önemli durulması gerekmektedir (Schumann & Green, 2001).

Bilgisayar teknolojisinin en önemli özelliği, soyut matematiksel fikirleri somutlaştırabilmesidir (Baki, 2002). Özellikle DGY'lerin "iz bırakma" ve "geometrik yer" özellikleri bilgisayar teknolojisinin bu özelliğinden en üst seviyede faydalanılabilmesini sağlamaktadır. Bu çalışma ile dinamik geometri yazılımı Cabri'nin öğretmen adaylarının geometrik yer konusundaki başarısı üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Bu kapsamda dinamik geometri yazılı Cabri ile geometrik yer problemlerini çalışan öğrencilerle geleneksel ortamlarda bu problemleri çalışan öğrencilerin çözüm farklılıkları da incelenmiştir.

## YÖNTEM

### Araştırmanın Deseni

DGY Cabri'nin geometrik yer konusunda öğrencilerin akademik başarıları üzerindeki etkisini araştıran bu çalışmada yarı deneysel yöntem kullanılmıştır. Bu yöntem öğrencilerin deney ve kontrol gruplarına rasgele atamalarının kullanılmadığı ancak deneysel bir yaklaşım içeren bir araştırma desenidir (Büyüköztürk, 2003). Deney ve kontrol gruplarının rasgele örneklem seçimi ile oluşturulmadığı, önceden oluşturulmuş olan gruplarla çalışılan bu araştırmada yarı-deneysel yöntemin uygun olduğu düşünülmüştür.

### Örneklem

K.T.Ü. Fatih Eğitim Fakültesi ilköğretim matematik öğretmenliği 1. sınıf öğrencileri araştırmanın örneklemini oluşturmuştur. Bu bağlamda 45 kişilik ikinci öğretim öğrencileri deney, 35 kişilik gündüz öğrencileri ise kontrol grubu olarak alınmıştır. Seçilen bu grupların üniversite sınavında yaptıkları matematik netleri (genel matematiksel yeterlilikleri bakımından) ve geometri dersinin ara sınavında aldıkları notlar (geometri başarıları açısından) kullanılarak 0,05 anlam düzeyinde yapılan bağımsız t test sonuçları tablo 1'de verilmiştir.

**Tablo 1.** Öğrencilerin üniversite girişteki genel matematiksel yeterlilikleri ve geometri başarıları için t testi sonuçları

| | gruplar | N | $\overline{X}$ | Standart sapma | Serbestlik derecesi (df) | t | p |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Genel matematiksel yeterlilikleri | Deney | 45 | 39,09 | 3,34 | 78 | 1,06 | .29 |
| | Kontrol | 35 | 38,29 | 3,40 | | | |
| Geometri başarısı | Deney | 45 | 63,22 | 14,97 | 78 | 0,18 | .85 |
| | Kontrol | 35 | 62,57 | 16,51 | | | |

Tablo 1'den deney ve kontrol grubu öğrencilerinin genel matematiksel yeterlilikleri ve geometri başarıları arasında anlamlı bir fark olmadığı görülmektedir (sırasıyla $t_{(78)} = 1,06$, $p>0.05$; $t_{(78)} = 0,18$, $p>0.05$). Bu ise çalışma başlamadan önce deney ve kontrol grubu öğrencilerinin başarı düzeylerinin yakın olduğu görülmektedir.

### İşlem

Çalışmanın ilk aşamasında Cabri Geometri yazılımı kullanılarak dinamik özelliğe sahip geometrik yer etkinlikleri tasarlanmıştır. Etkinliklerin tasarlanması KTÜ Fatih Eğitim fakültesinde "Bilgisayar Destekli Matematik Eğitimi" derslerine giren iki öğretim üyesinin görüşlerinden de faydalanılmıştır.

Ardından, bu etkinliklere destek mahiyetinde, öğrencilerin her bir etkinlik içerisine gömülü olan matematiksel yapıyı bulup ortaya çıkarmalarında onlara yardımcı olacak çalışma yaprakları hazırlanmıştır. İkinci öğretim öğrencileri ile bilgisayar donanımlı bir ortamda haftada 3 ders saati olmak üzere toplam 4 hafta süre ile farklı geometrik yer etkinlikleri gerçekleştirilmiştir. Etkinlikler seçilirken yazılımın özelliklerinin en üst seviyede kullanılabilir olmasına dikkat edilmiştir. Bu süreçte kontrol grubu öğrencileri de deney grubundaki içeriğin paralelinde geometrik yer problemleri çözmüşlerdir. Kontrol grubunda uygulanan problemlerin çözümü tahtada bazen öğrenci bazen öğretim elemanı tarafından çözülmüştür. Çözümlerin büyük bir çoğunluğu cebirsel bir karakteristik göstermiştir. Deney grubundaki öğrencilere uygulanan etkinliklerin içeriği aşağıdaki tablo 1'de sunulmuştur. Ayrıca örnek bir çalışma yaprağı Ek-1'de sunulmuştur.

**Tablo 1.** Deney grubuna uygulanan ders içeriklerinin ders saatlerine göre dağılımı

| **Saat** | **Etkinliğin İçeriği** |
|---|---|
| 1-2. saatler | Cabri Geometri'yi tanıma.<br>Cabri Geometriyi araştırma amacıyla kullanma. |
| 3. saat | Bir doğru parçasını dik açı altına gören noktaların geometrik yerinin elde edilmesi.<br>Bir doğru parçasını sabit bir açı altında gören noktaların geometrik yerlerinin elde edilmesi. |
| 4. saat | Uç noktaları dik açının kolları üzerinde hareket ettirerek oluşturulan ve uzunluğu 5 cm olan doğru parçalarının orta noktalarının geometrik yerinin elde edilmesi. |
| 5. saat | İki noktadan eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yerinin elde edilmesi.<br>Üç noktadan eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yerinin elde edilmesi |
| 6-7. saatler | Bir köşesi O merkezli çemberin üzerinde diğer köşeleri çember üzerinde olmayan keyfi bir ABC üçgeninin çember üzerindeki A köşesi çember üzerinde bir tam tur dönecek şekilde hareket ettirildiğinde ağırlık merkezinin geometrik yerinin elde edilmesi, geometrik yerin sahip olduğu özelliklerin araştırılması. |
| 7-8. saatler | Düzlemde sabit iki noktaya uzaklıkları farkı sabit olan noktaların geometrik yerinin elde edilmesi.<br>Düzlemde sabit iki noktaya uzaklıkları toplamı sabit olan noktaların geometrik yerinin elde edilmesi. |
| 9-10. saat | Köşeleri bir çember üzerinde olan bir üçgenin köşelerinden birinin çember üzerinde hareket etmesi sonucu üçgenin diklik merkezinin , ağırlık merkezinin, içteğet ve çevrel çemberlerin geometrik yerlerinin elde edilmesi, bu geometrik yerlerin sahip oldukları özelliklerin araştırılması. |
| 11.saat | Cebirsel denklemi bilinen ifadelerinin grafiklerini geometrik yerlerle elde edilmesi |
| 12. saat | Serbest çalışma (Öğrencilerin kendi geometrik yer problemlerini üretip çözmeleri ) |

**Verilerin Toplanması ve Çözümlenmesi**

Çalışma sonucunda, her iki gruba da 8 sorudan oluşan bir geometrik yer sınavı uygulanmıştır. Sorular seçilirken geometri dersin yürüten öğretim elemanının da görüşleri alınmış ve genel geometri konularını kapsamasına dikkat edilmiştir. Bu nedenle nokta-doğru ile ilgili 1, üçgen ile ilgili 2, dörtgenlerle ilgili 1, çemberlerle ilgili 2 ve geometrik cisimlerin geometrik yeri ile ilgili 2 soru sorulmuştur.

Öğrencilerden sınavda sorulan soruların çözümlerine tahminle başlamaları, tahminlerini iyi düşünüp ayrılan bölüme tükenmez kalemle yazmaları sonra soruyu çözmeleri istenmiştir. Her bir soruya verilen cevaplar üç açıdan analiz edilmiştir: *Soru ile ilgili şekil çizebilme, tahminde bulunabilme ve uygun matematiksel açıklama yapabilme.* Analizde dikkate alınan bu üç boyuta araştırmacılar, geometri derslerini yürüten öğretim elemanı ve 14 yıllık deneyime sahip bir matematik öğretmeniyle birlikte karar vermişlerdir.

*Şekil Çizebilme:* Öğrencinin verilen sözel probleme uygun şekil çizebilmesidir. Öğrencilerin şekil puanı belirlenirken 4 aşamalı bir değerlendirme ölçeği kullanılmıştır. Öğrencinin şekil çizememesi (0 puan), sorunun yalnızca bir bölümünü yansıtan bir şekil çizmesi (1 puan), istenen şekli çizmesi(2 puan), çözümü açıklamaya yardımcı olacak ek çizimleri de yapması (3 puan). Öğrencilerin tüm sorulardan aldıkları şekil puanlarını toplamı öğrencinin sınavın genelindeki şekil puanını oluşturmuştur.

*Tahmin Puanı* : Öğrencilerin sonucu çözüm yapmadan tahmin edebilmesidir. Öğrencilerin tahmin puanı belirlenirken 3 aşamalı bir değerlendirme ölçeği kullanılmıştır. Öğrencinin cevap vermemesi veya tamamen ilgisiz cevap vermesi (0 puan), yakın tahminde bulunması (1 puan), doğru tahminde bulunması (2 puan). Öğrencilerin tüm sorulardan aldıkları tahmin puanlarının toplamı öğrencinin sınavın genelindeki tahmin puanını oluşturmuştur.

*Açıklama Puanı*: Problemin çözümünün matematiksel yöntemlerle açıklanabilmesidir. Öğrencilerin açıklama puanı belirlenirken 3 aşamalı bir değerlendirme ölçeği kullanılmıştır. Boş veya yanlış açıklama ( 0 puan), Eksik açıklama (1 puan), yeterli açıklama (2 puan). Öğrencilerin tüm sorulardan aldıkları açıklama puanlarının toplamı öğrencinin sınavın genelindeki açıklama puanını oluşturmuştur.

Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin bu puan türleri arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığı ANOVA testi ile belirlenmiştir.

## BULGULAR

**Öğrencilerin verilen probleme uygun şekil çizebilmesi ile ilgili bulgular:**

Her soru için belirlenen şekil puanlarında deney ve kontrol grubundan kaç öğrencinin bulunduğu aşağıda Tablo 2'de verilmiştir.

**Tablo 2.** Deney ve kontrol grubunda farklı şekil puanlarında bulunan öğrenci yüzdelikleri

| | Deney grubu (N=45) | | | | Kontrol grubu (N=35) | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | **0 puan** | **1 puan** | **2 puan** | **3 puan** | **0 puan** | **1 puan** | **2 puan** | **3 puan** |
| **Sorular** | **%** | **%** | **%** | **%** | **%** | **%** | **%** | **%** |
| **1** | 8,88 | 6,66 | 28,8 | 55,55 | 17,14 | 22,85 | 22,85 | 37,14 |
| **2** | 24,44 | 40 | 28,88 | 6,66 | 34,28 | 54,28 | 11,42 | 0 |
| **3** | 2,22 | 6,66 | 75,55 | 15,55 | 5,71 | 14,28 | 62,85 | 17,14 |
| **4** | 8,88 | 4,44 | 86,66 | 0 | 8,57 | 14,28 | 77,14 | 0 |
| **5** | 2,22 | 22,22 | 55,55 | 20 | 11,42 | 28,57 | 48,57 | 11,42 |
| **6** | 28,22 | 20 | 44,44 | 6,66 | 31,42 | 20 | 45,71 | 2,85 |
| **7** | 6,66 | 6,66 | 40 | 46,66 | 17,14 | 8,57 | 45,71 | 20,85 |
| **8** | 13,33 | 15,5 | 17,7 | 54,4 | 20 | 20 | 14,28 | 45,71 |

**Not: 0 puan**: Öğrencinin cevap vermemesi veya tamamen ilgisiz cevap vermesi, **1 puan**: Sorunun yalnızca bir bölümünü yansıtan bir şekil çizilmesi, **2 puan**: İstenen şeklin çizilmesi,
**3 puan**: Çözümü açıklamaya yardımcı olacak ek çizimleri n de yapılması

Tablo 1'den de görüldüğü gibi, 3. ve 4. soru dışındaki soruların tamamında deney grubu öğrencilerinin soruya uygun geometrik şekli açıklamaya yardımcı olacak ek çizimlerle birlikte çizebilme sayısı (3 puan) kontrol grubundaki öğrencilerin sayısından fazladır. Sadece üçüncü soruda soruya uygun geometrik yapıyı açıklamaya yardımcı olacak ek çizimlerle birlikte çizebilme yüzdesi kontrol grubunun (17,14), deney grubundan (%15.55) yüksek çıkmıştır. 4. sorunun şeklini açıklamalara yardımcı olacak ek çizimlerle birlikte hiçbir öğrenci çizememiştir. Benzer şekilde istenen şekli çizme puanları bakımından (2 puan) deney grubundaki öğrenci sayısının ilk altı soruda kontrol grubundaki öğrenci sayısından fazla olduğu son iki soruda ise kontrol grubundaki öğrenci sayısının daha fazla olduğu görülmektedir.

Öğrencilerin bu sekiz sorudan aldıkları şekil puanları toplanıp her birinin genel şekil puanı bulunmuştur. Örneğin bir öğrenci 1. sorudan 2, 2. sorudan 3, 3. sorudan 0, 4. sorudan 1, 5. sorudan 2, 6. sorudan 1, 7. sorudan 3 ve 8. sorudan 3 şekil puanını almışsa bu öğrencinin genel şekil puanı 2+3+0+1+2+1+3+3=15 dir. Ardından da bu puanlar kullanılarak grupların şekil puanları ortalamaları hesaplanmıştır. Bu değer deney grubu için $\overline{X} = 14,86$ , kontrol grubu içinse $\overline{X} = 13,31$ olarak bulunmuştur.

Deney ve kontrol gruplarının şekil puanları ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek için yapılan ANCOVA sonuçları Tablo 3'de verilmiştir.

**Tablo 3**. Öğrencilerin şekil puanlarının ortalamalarına göre yapılan ANCOVA sonuçları

| Varyansın Kaynağı | Kareler Toplamı | sd | Kareler Ortalaması | F | p |
|---|---|---|---|---|---|
| Ortak değişken | 3,748 | 1 | 3,748 | ,16 | ,691 |
| İşlem(gruplariçi) | 85,242 | 1 | 85,242 | 3,63 | ,060 |
| Hata | 1807,440 | 77 | 23,473 | | |
| Toplam | 17449,000 | 80 | | | |

Tablodan 3'den 0,05 anlam düzeyinde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin verilen ifadeye uygun şekil çizebilme düzeyleri arasında anlamlı bir farklılık olmadığı görülmektedir [$F_{(1-77)}$ =3,63, p = 0.06]. Her ne kadar deney ve kontrol grupları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık çıkmamış olsa da ortalamalar baz alındığında deney grubu öğrencilerinin ortalamalarının kontrol grubu öğrencilerinden yüksek olduğu da görülmektedir.

### Öğrencilerin tahmin puanları ile ilgili bulgular:

Her soru için belirlenen tahmin puanlarında deney ve kontrol grubundan kaç öğrencinin bulunduğu aşağıda Tablo 4'de verilmiştir.

**Tablo 4** Deney ve kontrol grubunda farklı tahmin puanlarında bulunan öğrenci yüzdelikleri

| | **Deney grubu (N=45)** | | | **Kontrol grubu (N=35)** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | **0 puan** | **1 puan** | **2 puan** | **0 puan** | **1 puan** | **2 puan** |
| **Sorular** | **%** | **%** | **%** | **%** | **%** | **%** |
| **1** | 13,33 | 6,66 | 80 | 48,57 | 8,57 | 2,85 |
| **2** | 37,77 | 15,55 | 46,66 | 91,42 | 5,71 | 2,85 |
| **3** | 6,66 | 6,66 | 86,66 | 11,42 | 5,71 | 82,85 |
| **4** | 11,11 | 88,88 | 0 | 11,42 | 88,57 | 0 |
| **5** | 26,66 | 33,33 | 40 | 34,28 | 31,42 | 34,28 |
| **6** | 28,88 | 17,77 | 53,33 | 37,14 | 17,14 | 45,71 |
| **7** | 11,11 | 17,77 | 71,11 | 22,85 | 37,14 | 40 |
| **8** | 28,88 | 6,66 | 64,44 | 37,14 | 8,57 | 54,28 |

**Not: 0 Puan**: Öğrencinin cevap vermemesi veya tamamen ilgisiz cevap vermesi, **1 Puan** : Yakın tahminde bulunması, **2 puan**: Doğru tahminde bulunması

Tablo 3'den de görüldüğü gibi dördüncü soru haricindeki tüm sorularda deney grubu öğrencileri kontrol grubu öğrencilerine göre daha yüksek bir başarı göstermişlerdir ( 2 punada daha çok öğrenci bulunmaktadır). Her iki grup öğrencilerinin hiç biri 4. soruya doğru tahminde bulunamamışlardır. Daha önce incelenen şekillerde de öğrencilerin hiç birinin dördüncü soruya uygun şekli çizemediği belirlenmişti. Bu durum çizimlerin doğru tahminler yapmada ne kadar önemli olduğunu ortaya koymaktadır. İkinci soruda deney grubu öğrencilerinin yaklaşık üçte biri (% 32) bir nokta ve bir doğrudan eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yerinin parabol olduğu sonucuna ulaşmışken kontrol grubunda ise yalnızca 1 öğrenci bu sonucu elde etmişti. Her iki grup arasında yapılan karşılaştırmada en belirgin farlılık bu soruda oluşmuştur.

Öğrencilerin bu sekiz sorudan aldıkları tahmin puanları toplanıp her birinin genel tahmin puanı bulunmuştur. Ardından da bu puanlar kullanılarak grupların tahmin puanları ortalamaları hesaplanmıştır.Bu değer deney grubu için $\overline{X} = 10,98$ , kontrol grubu içinse $\overline{X} = 8,08$ olarak bulunmuştur.

Deney ve kontrol gruplarının tahmin puanlarının ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek için yapılan ANCOVA sonuçları Tablo 5'de verilmiştir.

**Tablo 5.** Öğrencilerin tahmin puanlarının ortalamalarına göre yapılan ANCOVA sonuçları

| Varyansın Kaynağı | Kareler Toplamı | sd | Kareler Ortalaması | F | p |
|---|---|---|---|---|---|
| Ortak değişken | ,097 | 1 | ,097 | ,007 | ,935 |
| İşlem(gruplariçi) | 132,659 | 1 | 132,659 | 9,004 | ,004 |
| Hata | 1134,423 | 77 | 14,733 | | |
| Toplam | 8650,000 | 80 | | | |

Tablo 5'den de görüldüğü gibi deney ve kontrol grubu öğrencilerinin verilen ifadeye uygun tahmin yapabilme düzeyleri arasında $\alpha = 0.05$ anlam düzeyinde anlamlı bir farklılık olduğu görülmektedir. [$F_{(1-77)}$ =9,00, p = 0.04]. Bu dinamik geometri yazılımlarının geometrik yer problemlerinde anlamlı tahmin yapabilme becerisini arttırdığını göstermektedir.

**Öğrencilerin açıklama puanları ile ilgili bulgular:**

Verilen soruya uygun açıklama puanları için belirlenen puan türlerinde deney ve kontrol grubundan kaç öğrencinin bulunduğu aşağıda Tablo 6'da verilmiştir.

**Tablo 6.** Deney ve kontrol grubunda farklı açıklama puanlarında bulunan öğrenci yüzdelikleri

| | **Deney grubu (N=45)** | | | **Kontrol grubu (N=35)** | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 puan | 1 puan | 2 puan | 0 puan | 1 puan | 2 puan |
| **Sorular** | % | % | % | % | % | % |
| 1 | 20 | 28,88 | 51,11 | 51,42 | 22,85 | 25,71 |
| 2 | 64,44 | 35,55 | 0 | 94,28 | 2,85 | 2,85 |
| 3 | 13,33 | 68,66 | 17,77 | 14,28 | 68,57 | 17,14 |
| 4 | 11,11 | 88,88 | 0 | 14,28 | 85,71 | 0 |
| 5 | 28,88 | 35,55 | 35,55 | 42,85 | 28,57 | 28,57 |
| 6 | 42,22 | 44,44 | 13,33 | 54,28 | 42,85 | 5,71 |
| 7 | 11,11 | 26,66 | 62,22 | 37,14 | 28,57 | 34,28 |
| 8 | 33,33 | 40 | 26,66 | 48,57 | 40 | 11,42 |

**Not: 0 puan**: Boş veya yanlış açıklama, **1 puan**: Eksik açıklama**, 2 puan**:Yeterli açıklama

Tablo 6'den de görüldüğü gibi, 2. soru haricinde tüm sorularda deney grubunda yeterli açıklama yapan öğrenci sayısı kontrol grubunda yeterli açıklama yapan öğrenci sayısından fazladır.

Her bir öğrencinin bu sekiz sorudan aldıkları açıklama puanları toplanıp her birinin genel açıklama puanı bulunmuştur. Ardından da bu puanlar kullanılarak grupların açıklama puanları ortalamaları hesaplanmıştır. Bu değer deney grubu için $\overline{X} = 7{,}82$ , kontrol grubunun ise $\overline{X} = 5{,}68$ olarak bulunmuştur.

Deney ve kontrol gruplarının açıklama puanlarının ortalamaları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir fark olup olmadığını belirlemek için yapılan ANCOVA sonuçları Tablo 7'de verilmiştir.

**Tablo 7.** Öğrencilerin açıklama puanlarının ortalamalarına göre yapılan ANCOVA sonuçları

| Varyansın Kaynağı | Kareler Toplamı | sd | Kareler Ortalaması | F | p |
|---|---|---|---|---|---|
| Ortak değişken | 6,713 | 1 | 6,713 | ,42 | ,52 |
| İşlem(gruplariçi) | 94,125 | 1 | 94,125 | 5,90 | ,02 |
| Hata | 1229,007 | 77 | 15,961 | | |
| Toplam | 5132,000 | 80 | | | |

Tablo 7'dan da görüldüğü gibi deney ve kontrol grubu öğrencilerinin uygun matematiksel açıklama yapabilme düzeyleri arasında $\alpha = 0.05$ anlam düzeyinde anlamlı bir farklılık vardır [$F_{(1\text{-}77)} = 5{,}90$, p = 0.02].

**Öğrencilerin genel puanları ile ilgili bulgular:**

Öğrencinin şekil, tahmin ve açıklama puanlarının toplamı genel puanını oluşturmuştur. Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin geometrik yer sınavından aldıkları puanlar arasında anlamlı bir farklılık olup olmadığını belirlemek için yapılan ANCOVA sonuçları Tablo 8'de verilmiştir.

**Tablo 8.** Öğrencilerin genel puanlarının ortalamalarına göre yapılan ANCOVA sonuçları

| Varyansın Kaynağı | Kareler Toplamı | sd | Kareler Ortalaması | F | p |
|---|---|---|---|---|---|
| Ortak değişken | 2,742 | 1 | 2,742 | ,018 | ,892 |
| İşlem(gruplariçi) | 939,588 | 1 | 939,588 | 6,305 | ,01 |
| Hata | 11475,245 | 77 | 149,029 | | |
| Toplam | 86565,000 | 80 | | | |

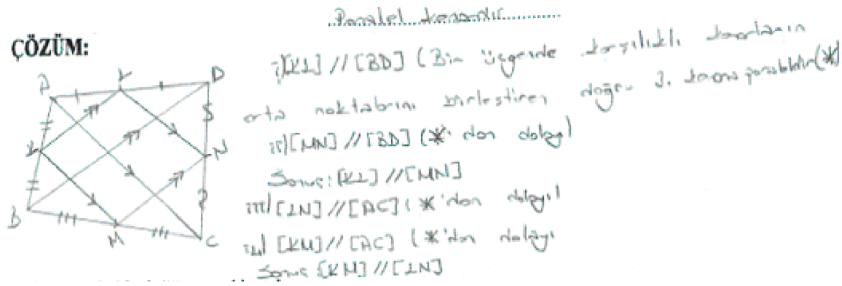
Tablo 8'den açıkça görüldüğü gibi deney grubunun ortalaması (33,53), kontrol grubunun ortalamasından (26,42) daha yüksek çıkmıştır. Ayrıca deney ve kontrol grubu öğrencilerinin geometrik yer sınavı sonucunda başarı düzeyleri arasında $\alpha = 0.05$ anlam düzeyinde anlamlı bir farklılık da ortaya çıkmıştır [$F_{(1\text{-}77)} = 5{,}90$, p = 0.01].

**Öğrenme Ürünlerinin Nitel Değerlendirilmesi**

Bu bölümde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin cevap kağıtlarının incelenmesi sonucunda ortaya çıkan en belirgin nitel verilere yer verilmiştir. Nitel verilerin değerlendirilmesinde öğrencilerin soruyu çözüp çözmemelerine değil kullanılan yazılımın öğrencilere geleneksel ortamlardan farkı düşünme alışkanlıkları kazandırıp kazandıramadığı üzerine vurgu yapılmıştır. Bu yolla deney ve kontrol grubu öğrencilerinin cevapları arasında ortaya konulan nicel farklılığın nedenleri belirlenmeye çalışılmıştır. Çalışmada yer alan öğrenci isimleri gerçek isimler olmayıp takma isimler kullanılmıştır.

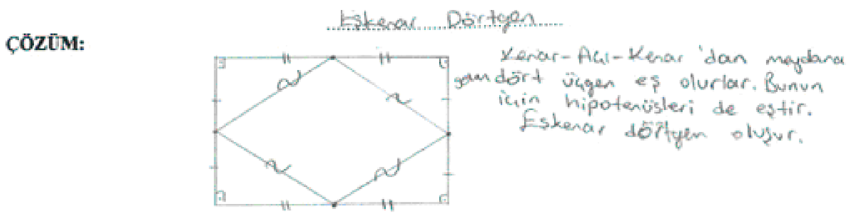
**1. soru:** *Herhangi bir dörtgenin kenarlarının orta noktalarının birleştirilmesiyle oluşan şekil nedir?*

Bu soruda öğrencilerden herhangi bir dörtgen çizmeleri, çizdikleri bu dörtgenin kenarlarının orta noktalarını birleştirerek yeni bir dörtgen oluşturmaları ve oluşan bu dörtgenin hangi özel dörtgen olduğunu bulmaları istenmiştir. Sorunun çözümleri incelendiğinden deney grubu öğrencileri sorunun çözümüne genel bir dörtgen alarak başladıkları kontrol grubu öğrencilerinin ise özel durumlar (dikdörtgen gibi) üzerinde çalışmayı tercih ettikleri belirlenmiştir. Örneğin, deney grubunda yer alan Bennur, çözümünde herhangi bir ABCD dörtgeni almış, istenen KLMN dörtgenini oluşturmuş ve gerekli yardımcı çizimlerle birlikte sonuca ulaşmıştır. Bennur'un çözümü aşağıdaki gibidir.




**Şekil 2.** Deney grubu öğrencilerinden Bennur'un birinci soruya ilişkin çizimi

Kontrol grubu öğrencileri bir çoğu ise genel bir dörtgenle çalışmak yerine özel dörtgenleri tercih etmişlerdir. Örneğin, Halil, herhangi bir dörtgen alıp bunun üzerinde çalışmak yerine çalışmasına dikdörtgen ile başlamıştır. Bunun sonucu olarak aşağıda da görüldüğü gibi paralelkenar sonucuna değil de paralelkenarın özel bir hali olan eşkenar dörtgen sonucuna ulaşmıştır.

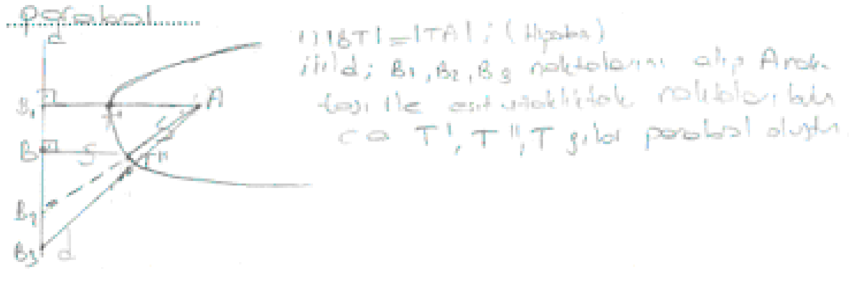



**Şekil 3.** Kontrol grubu öğrencilerinden Halil'in birinci soruya ilişkin çizimi

Dinamik ortamlarda oluşturulan herhangi bir dörtgene tüm özel dörtgenlerinde bir temsilcisi olarak yaklaşılabilir. Çünkü oluşturulan herhangi bir dörtgenin köşeleri sürüklenerek genel dörtgen özel bir dörtgene çevrilebilir. Bu çalışma alışkanlığını dinamik ortamlarda kazanan deney grubu öğrencileri çözümlerinde genel dörtgenlerle çalışmayı tercih etmişlerdir. Ancak geleneksel öğrenme ortamlarında oluşturulan şekillerin uzunluklarını, açılarını bulmak dinamik ortamlardaki gibi kolay olmadığından genel dörtgenler yerine özel dörtgenlerle çalışma uzunlukları bulmak için daha basit bir yol olarak görülmektedir. Ancak bu özel durumlarla çalışmak şekil 2'de olduğu gibi istenen sonuca ulaşılmasını engellemektedir. Özel durumlarla çalışmak sonuçta genel değil özel sonuçlara ulaşılmasına neden olmaktadır. Şekil 3'de de görüldüğü gibi Halil paralelkenar sonucuna ulaşması gerekirken onun özel bir hali olan eşkenar dörtgen sonucuna ulaşmıştır.

**2. soru:** *Bir doğruya ve bir noktaya eşit uzaklıktaki noktaların geometrik yeri nedir?*

Bu soru yapılma oranı en düşük olan sorulardan biridir. Öğrencilerin büyük bir çoğunluğu istenilen durumu belirleyemememişlerdir. Bununla birlikte deney grubu öğrencilerinden bazıları çözümlerini yaparken Cabri Geometri'nin "iz bırakma" özelliğinde olduğu gibi noktaları tek tek belirlemiş ve bu noktaları birleştirerek çözümlere ulaşmışlardır. Deney grubunda çözüme ulaşamayan öğrencilerin büyük bir çoğunluğu da benzer şekilde noktaları birleştirmesine rağmen bunun parabol olduğunu belirleyemememişlerdir. Özlem çözümünü aşağıdaki gibi yapıştır.




**Şekil 3.** Deney grubu öğrencilerinden Özlem'in ikinci soruya ilişkin çizimi

Kontrol grubu öğrencileri ise bu sorunun çözümünde başarısız olmuşlardır. Çünkü bir çoğu verilen şartı sağlayan noktaları tek tek belirleyip birleştirmeyi başaramamışlardır. Bir çok kontrol grubu öğrencisi bu şartı sağlayan tek bir nokta belirleyebilmiştir. Can'ın çözümü aşağıdaki gibidir.

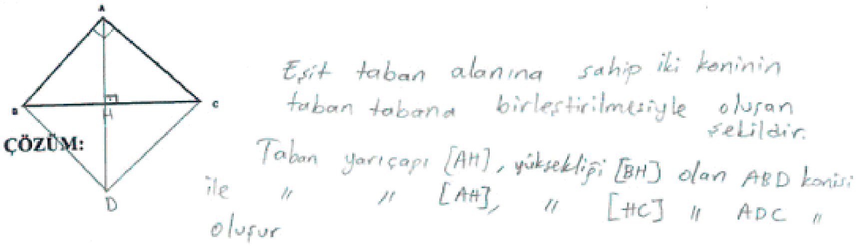

**Şekil 4.** Kontrol grubu öğrencilerinden Can'ın ikinci soruya ilişkin çizimi

Bu soru Cabri Geomeri'nin iz bırakma özelliğinin öğrencilere geometrik yer problemlerinin çözümünde önemli bir düşünme alışkanlığı olan noktaları tek tek belirleyip birleştirme anlamında önemli avantajlar sağladığını ortaya koymaktadır.

Özellikle koni kesitleri olan parabol, elips ve hiperbol geometrik yerlerle tanımlanmasına rağmen geleneksel okul matematiğinde bu geometrik tanımlamaların yerlerini cebirsel gösterimler almıştır. Bu yapıların geometrik yerler yerine cebirsel ifadelerle tanımlanması öğrencilerin yapıdaki bağımsız nesnelerden biri değiştiğinde diğerlerinin nasıl değişebileceğini ön görmelerini sağlayan dinamik görselleştirme becerilerinin gelişmesini engellemektedir. Halbuki dinamik görselleştirme hem geometri öğrenmede hem de geometrik yer problemlerinin çözümünde önemli bir araçtır. Derslerde öğrencilerle elips çalışma yaprakları aracılığı ile Cabri'de dinamik bir süreç olarak "iz bırakma" özelliği ile çalışılmıştı. Aslında Özlem'in çözümü bu dinamik görselleştirme sürecini yansıtmaktadır. Elips'in geometrik yerinin çalışılması kontrol grubunda da yapılmasına rağmen baskın olarak cebirsel form üzerinde durulması kontrol grubu öğrencilerinin koniklerin oluşturulması ile geometrik yerlerle ilgili dinamik görselleştirme becerilerinin istenen düzeyde gerçekleşmesini engellemiştir. Can'ın çözümünde de görüldüğü gibi geometrik yer dinamik bir süreç olarak değil statik bir nokta olarak ele alınmıştır.

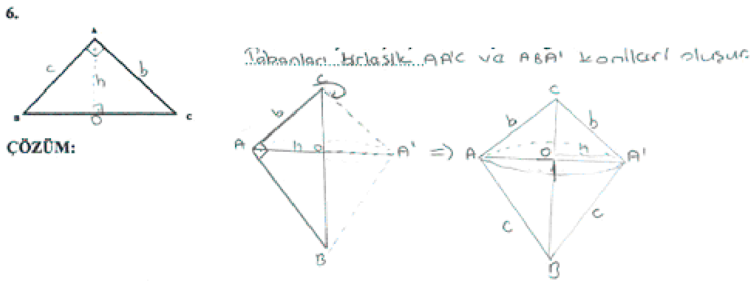
**3. soru**: *Bir dik yamuğu yüksekliği etrafında 360$^o$ döndürülmesiyle oluşan cisim nedir?*
**6. soru**: *Bir dik üçgenin hipotenüs etrafında 360$^o$ döndürülmesiyle oluşan cisim nedir?*

Üçüncü ve altıncı soru ile Cabri Geometri'nin öğrencilerin 3 boyutlu geometrik yer problemlerinin çözümünde etkili bir araç olup olmadığı araştırılmıştır. Yapılan nitel inceleme sonucunda deney grubu öğrencilerinin çözümleri ile kontrol grubu öğrencilerinin çözümleri arasında belirgin farklılıklar olmadığı belirlenmiştir. Örneğin deney grubundan Murat 6. soruya aşağıdaki gibi cevap vermiştir.




**Şekil 5.** Deney grubu öğrencilerinden Murat'ın altıncı soruya ilişkin çizimi

Murat'ın ve diğer deney grubu öğrencilerinin çözümleri incelendiğinde Cabri geometri'nin özelliklerini yansıtan çözümlere rastlanmamıştır. Kontrol grubundan Öznur ise bu soru ile çözümünü aşağıdaki gibi yapmıştır.



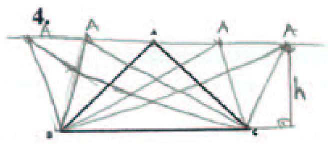

**Şekil 6.** Kontrol grubu öğrencilerinden Öznur'un altıncı soruya ilişkin çizimi

Hem üç hem de altıncı sorulara verilen cevaplar incelendiğinde Cabri Geometri'nin üç boyutlu geometrik yer problemlerinin çözümünde öğrencilere geleneksel ortamlardan farklı düşünme alışkanlıkları kazandıramadıkları belirlenmiştir.

Deney grubu ile Cabri donanımlı ortamda kontrol grubu ögrencileri ile geleneksel ortamlarda yürütülen derslerde kullanılan geometrik yer problemleri düzlem geometri ile sınırlı kalmasına rağmen 3 ve 6. Soru ile Cabri'nin öğrencilerin 3 boyutlu dinamik görselleştirme becerileri üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Fakat analizler böyle bir etkinin olmadığını göstermiştir. Deney grubunda düzlem için geliştirilen Cabri geometri yazılımı yerine üç boyutlu geometri için geliştirilen Cabri 3D yazılımının kullanılması öğrencilerin 3 boyutlu dinamik görselleştirme becerileri üzerinde etkili olabilirdi.

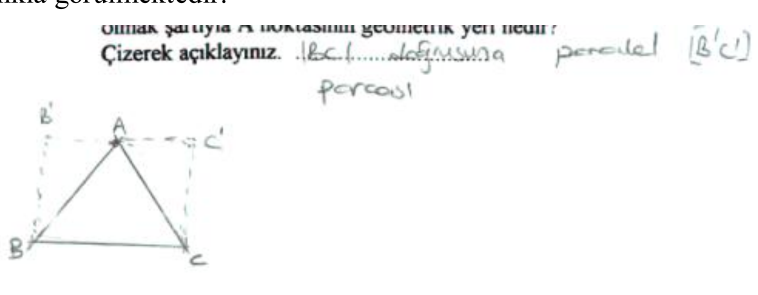
***4. soru****: Üçgenin herhangi bir kenarı ve alanı sabit olmak şartıyla tepe noktasının geometrik yeri nedir?*

Bu soru ile ilgili deney grubu öğrencilerinin cevap kağıtları incelendiğinde Cabri Geomeri'nin geometrik şekilleri bir noktasından tutup hareket ettirme (dragging) özelliğinin izlerine rastlanmaktadır. Bu özellik problem çözümlerinde öğrencinin elinde güçlü bir problem çözme aracı haline gelmiştir. Örneğin deney grubundan Safiye çözümünü yaparken tepe noktasının farklı konumlarını Cabri Geometri'de sürüklermiş gibi hareket ettirmiştir.




**Şekil 7.** Deney grubu öğrencilerinden Safiye'in dördüncü soruya ilişkin çizimi

Kontrol grubu öğrencileri ise tepe noktasını hareket ettirmemiştir. Bunun yerine önceki bilgilerinden yararlanarak sonucu belirlemeye çalışmışlardır. Bu kontrol grubu öğrencisi Hüseyin'in çözümünden de rahatlıkla görülmektedir.

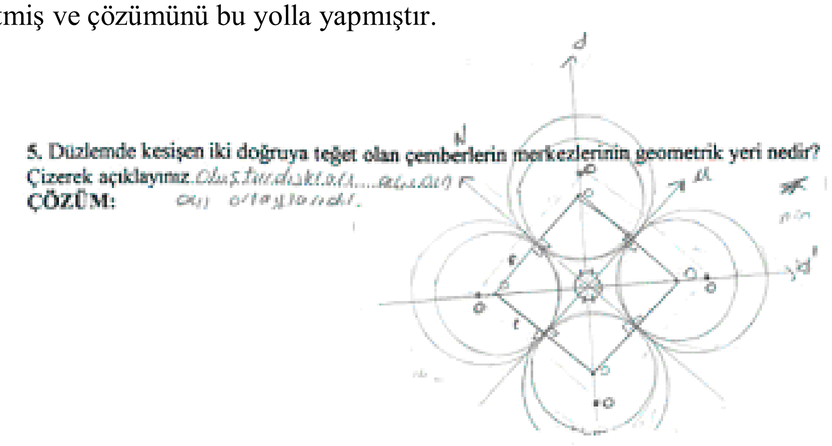



**Şekil 8.** Kontrol grubu öğrencilerinden Hüseyin'in dördüncü soruya ilişkin çizimi

Hüseyin verilen özelliği sağlayan tepe noktalarını çizerek geometrik yeri bulmak yerine (dinamik görselleştirme) doğrudan cevabı yazmış ve şeklini çizmiştir. Ancak cevaptan da görülebileceği gibi Hüseyin [BC]'ye paralel bir doğru yerine $[B'C']$ doğru parçasını elde etmiştir. Sınırlı bir çözüme ulamıştır. $[B'C']$'nün dışında fakat BC doğrusu üzerindeki noktaları çözümüne dahil etmemiştir. Bununla birlikte bir çok kontrol grubu öğrencisi doğru cevabı elde etmesine rağmen bu sonuca görselleştirme ile değil önceki bilgilerini doğrudan kullanarak ulaşmışlardır.

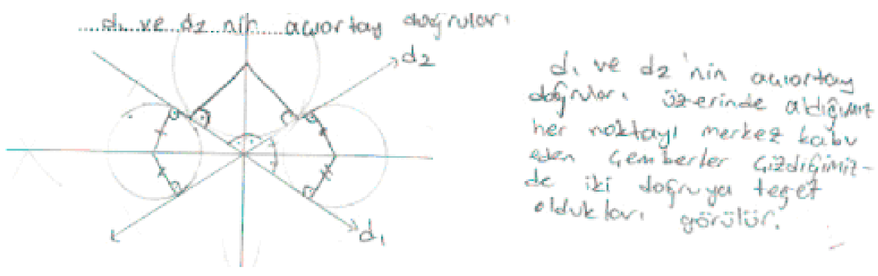
| |
|---|
| **5**. *Kesişen iki doğruya teğet olan çemberlerin merkezlerinin geometrik yeri nedir?* |

DGY'lerde bir şekil belli koşullar altında oluşturulduktan sonra bağımsız değişkenlerin uzunlukları, açıları gibi özelliklerini değiştirilerek bu değişimin bağımlı değişkenin geometrik yeri üzerindeki etkisi araştırılabilir. Böylece verilen koşulların genel durumunu yansıtan bir sonuca ulaşılır. Bu sorunun çözümünde de bazı deney grubu öğrencileri yazılımın bu özelliğini çözümlerine aktarmışlar ve bu yolla genel bir çözüm elde etmeye çalışmışlardır. Örneğin, deney grubundaki Songül, çözümü sırasında kontrol grubundaki öğrencilerden farklı olarak birden çok çember çizerek çemberlerdeki boy değişiminin geometrik yer üzerindeki değişimini kontrol etmiş ve çözümünü bu yolla yapmıştır.




**Şekil 9.** Deney grubu öğrencilerinden Songül'ün beşinci soruya ilişkin çizimi

Kontrol grubu öğrencileri ise tek bir çember çizip o çizim üzerinden tahmin yapmayı tercih etmişlerdir. Bazıları tahminlerinde başarılı olurken bir kısmı ise tek bir çizimle doğru tahminler yapmayı başaramamıştır. Aşağıda Mehmet'in çizimi görülmektedir.

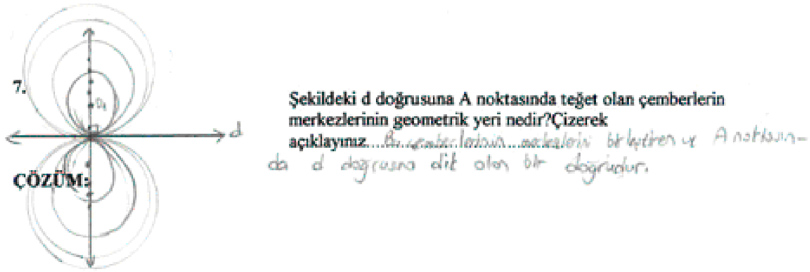



**Şekil 10.** Kontrol grubu öğrencilerinden Mehmet'in beşinci soruya ilişkin çizimi

Deney ve kontrol grubu öğrencilerinin yukarıdaki çözümlerinden de görüldüğü gibi deney grubu öğrencilerinin çözümlerinde bir hareket hissi (şekil 9'da da görüldüğü gibi Songül'ün çözümünde çizilen küçük çemberde giderek bir büyüme hissi) varken kontrol grubu öğrencilerinin çözümlerinde böyle bir yaklaşım belirlenememiştir. Bu dinamik geometri ortamının öğrencilerin çözüm süreçleri üzerinde geleneksel ortamlardan farklı bir etki yaptığını göstermektedir. Öğrenciler geometrik yerleri durağan yapılar yerine dinamik süreçler olarak ele almaya başlamışlardır.

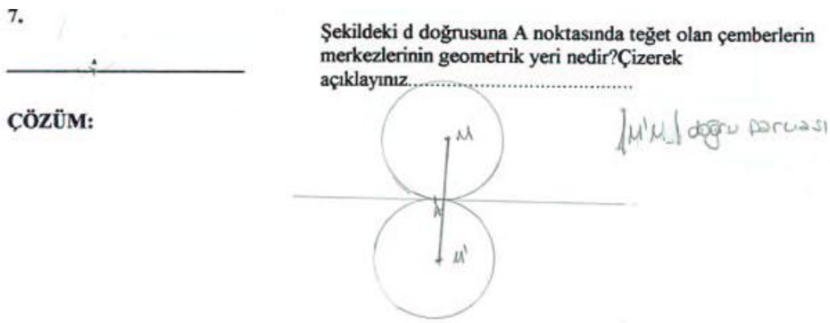
| |
|---|
| ***7.soru:*** *Bir doğruya üzerindeki bir noktadan teğet olacak şekilde çizilen çemberlerin merkezlerinin geometrik yeri nedir?* |

Bu soruyu öğrencilerin başarı ile tamamlayabilmeleri için çok sayıda çember çizip bu merkezleri birleştirmeleri gerekmekteydi. Çünkü bu işlem çözümü oldukça kolaylaştıracaktı. Cabri Geometri ortamlarında bu şekilde çalışmayı alışkanlık haline getirmiş olan deney grubu öğrencileri çözümlerinde kontrol grubu öğrencilerine göre çok daha fazla çember çizerek sonuç elde etmeye çalışmışlardır. Örneğin deney grubundaki Ayla çözümünü aşağıdaki gibi yapmıştır;




**Şekil 11.** Deney grubu öğrencilerinden Ayla'nın yedinci soruya ilişkin çizimi

Kontrol grubu öğrencileri arasında da çok sayıda çember çizen öğrenciler olmasına rağmen genellikle verilen doğrunun üstünde ve altında olmak üzere birer çember ile çalışmayı tercih etmişlerdir.



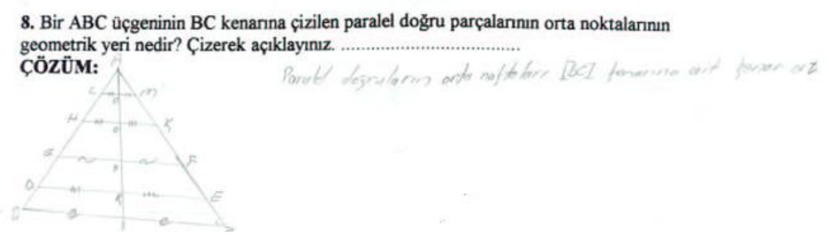

**Şekil 12.** Kontrol grubu öğrencilerinden Sami'nin yedinci soruya ilişkin çizimi

Beşinci soruda olduğu gibi bu soruda da deney grubu öğrencilerinin sorunun çözümüne yaklaşımlarındaki dinamik bakış açısı rahatlıkla görülebilmektedir. Ayla, her ne kadar d doğrusuna teğet olan birden çok çember çizmiş ve bunların merkezlerini birleştirmiş gibi gözükse de aslında dinamik ortamda kazanmış olduğu geometrik yapıyı hareket ettirip ilgili noktanın bıraktığı izi takip etme özelliğinden etkilendiği söylenebilir. Çünkü bu çalışma prensibi dinamik ortamlarda geometrik yerlerin elde edilme prensibidir. Yine bu çözümden dinamik geometri yazılımlarının öğrencilerin dinamik görselleştirme becerileri üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğu görülmektedir. Kontrol grubu öğrencisinin çözümü dinamik bir süreç içermeyip yine sınırlı bir çözüm olarak kalmıştır. Çözümde d doğrusuna dik doğru yerine bir doğru parçası elde etmiştir. Ayrıca [MM'] doğru parçası üzerinde M ve M' haricindeki noktaları nasıl elde ettiği ise çözümden anlaşılamamaktadır.

| |
|---|
| 8. *Bir üçgenin bir kenarına çizilen ve uç noktaları diğer iki kenar üzerinde olan paralel doğru parçalarının orta noktalarının geometrik yeri nedir?* |

Yapılma oranı en yüksek sorulardan biridir. Bu soruda çözüm yöntemleri açısından deney ve kontrol grupları arasında niteliksel bir farklılığa rastlanmamıştır. Bununla birlikte öğrenci çözümleri incelendiğinde, bazı öğrencilerin üçgeni ikizkenar gibi düşündüklerinden "orta dikme" cevabi verdikleri gözlemlenmiştir. Bazı öğrenciler ise "bir doğru parçası" cevabını vermelerine rağmen bu doğru parçasının kenarortay olması gerektiğini belirleyememişlerdir. Ancak genel olarak her iki gruptaki öğrenciler sorunun çözümünde başarılı olmuştur. Sırasıyla deney grubundan Berrin ve kontrol grubundan Mustafa'nın çözümleri şekil 13 ve şekil 14'de sunulmuştur.


**Şekil 13.** Deney grubu öğrencilerinden Berrin'in sekizinci soruya ilişkin çizimi




**Şekil 14.** Kontrol grubu öğrencilerinden Mustafa'nın yedinci soruya ilişkin çizimi

## TARTIŞMA VE SONUÇ

Çalışma öncesinde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin matematik ve geometri puanları kullanılarak yapılan t testi sonucunda grupların başarıları arasında anlamlı bir farklılık olmadığı belirlenmiştir. Geometrik yer ile ilgili olarak geliştirilen bilgisayar destekli programın uygulanmasının ardından yapılan geometrik yer sınavı sonucunda aşağıdaki farklılıklar elde edilmiştir.

Deney grubu öğrencilerinin şekil puanlarının ortalamasının, kontrol grubu öğrencilerinden yüksek olmasına karşın deney grubu öğrencilerinin şekil puanları ile kontrol grubu öğrencilerinin şekil puanları arasında istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık olmadığı belirlenmiştir. Ancak, deney grubu öğrencilerinin çizdikleri şekillerin problemin genel çözümünü yansıtabilecek nitelikte olduğu, buna karşın kontrol grubu öğrencilerinin ise genellikle kare, dikdörtgen ve yamuk gibi özel geometrik şekiller üzerinde çalışmayı tercih ettikleri belirlenmiştir. Bunun sonucu olarak deney grubu öğrencileri elde ettikleri sonuçları genelleyebilmiş, kontrol grubu öğrencileri ise genellikle özel çözümler elde etmişlerdir. Bu ise DGY'lerin geometrik yer problemlerinde öğrencilerin genelleme becerileri üzerinde olumlu etkilere sahip olduğunu ortaya koymaktadır. James Velo'da (2001), DGY'lerin öğrencilerin genelleme becerileri üzerindeki etkisini araştırmış ve DGY'lerin bu yönde olumlu bir etkiye sahip olduğunu belirlemiştir.

Yapılan ANCOVA testi sonucunda deney grubu öğrencilerinin istenen geometrik yerlerle ilgili tahmin puanlarının ortalamasının kontrol grubu öğrencilerinin ortalamasından yüksek olduğu ve aralarında anlamlı bir farklılık bulunduğu tespit edilmiştir. Benzer şekilde Gillis'de (2005) yapmış olduğu doktora tezi kapsamında DGY'ler ile çalışmanın öğrencilerin tahmin becerilerini geliştirdiğini ortaya koymuştur. Öğrenci cevapları üzerinde yapılan nitel analizlerde, bu farklılığın DGY'lerin özellikle "*iz bırakma*" özelliğinden kaynaklandığı, öğrencilerin zihinlerinde DGY'lerdeki gibi anlık gösterimler tasarlayıp tahminlerini doğru bir şekilde yapmayı başardıkları belirlenmiştir. Geleneksel ortamda geometrik yerleri öğrenen öğrencilerin çoğunun standart örnekler üzerine odaklandıkları, yeni ve farklı durumlar için uygun soyutlamaları yapıp istenilen tahminlere ulaşamadıkları belirlenmiştir. Deney grubu öğrencileri parabol gibi eğrileri noktaları birleştirip elde edebilirken, kontrol grubu öğrencilerinin büyük bir çoğunluğu ise bu tip çizimleri, bunun sonucunda da uygun tahminleri yapamadıkları tespit edilmiştir. Bu ise DGY'lerin öğrencilerin soyut düşünebilme yeteneklerini de harekete geçirdiğini ortaya koymaktadır. Bu bulgu da Hazzan ve Goldenberg (1997)'nin bulguları ile benzerlikler göstermektedir.

Yapılan ANCOVA testi sonucunda deney grubu öğrencilerinin matematiksel açıklama puanlarının kontrol grubu öğrencilerinden yüksek çıktığı, aralarında anlamlı bir farklılık olduğu tespit edilmiştir. Bunun en önemli nedeninin deney grubu öğrencilerinin doğru tahminler yapabilmesi, bunun sonucunda da tahminlerini destekleyici doğru yöntemleri kullanmaları olduğu düşünülmektedir. Literatürde de DGY'lerin öğrecilerin ispat yapabilme becerilerini artırdığı yönünde bir çok nitel bulguya rastlanmaktadır (De Villiars, 1998; Botana & Valcarce, 2003; Jahn, 2002)

Genel olarak geometrik yer problemlerinde deney grubu öğrencilerinin puanlarının kontrol grubu öğrencilerinden anlamlı ölçüde yüksek olduğu belirlenmiştir. Genel puan; şekil, tahmin ve açıklama puanlarının toplamını oluşturduğundan özellikle tahmin ve açıklamadan kaynaklanan farklılığın genel duruma da etki ettiği söylenebilir. Literatürde de DGY'lerin öğrencilerin geometrik yer problemlerindeki başarılarını artıracağı yönünde farklı nitel araştırmalar bulunmaktadır (Jahn, 2002; Botana & Valcarce, 2003). Fakat bu farkı nicel olarak ortaya koyan araştırmalara rastlanamamıştır.

İncelenen sınav kâğıtlarından, üç boyutlu şekillerin çözümlerinde deney ve kontrol grubu öğrencilerinin düzeylerinin çok farklı olmadığı görülmüştür. Öğrencilerin bu konular hakkındaki bilgilerinin daha çok lise yıllarına dayandığı, uygulanan programın bu tip soruların çözümünde öğrencilerin cevapları üzerinde etki yaratmadığı belirlenmiştir. Bununla birlikte bundan sonra yapılacak olan araştırmalarda Cabri 3D'nin öğrencilerin dinamik görselleştirme becerileri üzerindeki etkilerinin belirlenmesinin özgün bir araştırma olabileceğini düşünmekteyiz. Ayrıca düzlem geometrik yer problemleri için ulaştığımız sonuçların Cabri 3D yazılımının kullanıldığı ortamlarda da elde edilip edilemeyeceğini belirlenmesi elde edilen sonuçların genellenebilirliği için önemli bir gösterge olacaktır.

İncelenen cevaplardan öğrencilerin özellikle konikler (parabol, hiperbol, elips) konusunda yetersiz oldukları belirlenmiştir. Deney grubundaki öğrencilerin büyük çoğunluğu ikinci sorudaki parabolü şekil olarak elde etmesine rağmen ismini adlandıramadığı, sebebin ise bu konulardaki eksikliklerinden kaynaklandığı belirlenmiştir. Kontrol grubu öğrencileri arasında ise sadece biri bu soruyu doğru olarak cevaplandırmıştır. Hem lise hem de üniversite geometri müfredatında yer alan bu konudaki öğrenci yetersizliklerinin kaynakları araştırılmalıdır.

Bununla birlikte incelenen öğrenci cevaplarından deney ve kontrol grubu öğrencilerinin çözümlerinde aşağıdaki gibi farklılıklar olduğu belirlenmiştir. Bu farklılıkların nicel olarak ortaya çıkan farklılığı da açıklayabileceği düşünülmektedir.

- Deney grubu öğrencileri geometrik şekillerin genel durumlarını çizebilirken kontrol grubu öğrencileri özel durumlarda çalışmışlardır. Yani DGY kullanan öğrenciler daha iyi genelleme yapabilmektedirler.
- Deney grubu öğrencileri istenilen geometrik yerleri tek tek belirleyerek farklı durumlar içinde tespit yaparak belirledikleri noktaları birleştirmektedir. Bu da onların sonuca daha kolay ulaşmalarını sağlamıştır. Kontrol grubu öğrencileri ise daha çok tek durum üzerinde çalışmayı tercih etmektedirler.

## KAYNAKLAR


Baki, A. (2001). Bilişim Teknolojisi Işığı Altında Matematik Eğitiminin Değerlendirilmesi, *Milli Eğitim Dergisi*,149, 26-31.

Baki, A. (2002). *Bilgisayar Destekli Matematik*, İstanbul: Ceren Yayınları

Botana , F., & Valcarce, J. L. (2003). A software tool for the investigation of plane loci. *Mathematics and Computers in Simulation*, 61, 139-152.

Breen, J.J. (1999). Achievement of Van Hiele Level Two in Geometry Thinking by Eight Grade Students Through the use of Geometry computer-based guided instruction, Yayınlanmamış doktora tezi, University of South Dakota, Dakota, 1999.

Büyüköztürk, Ş. (2003). *Sosyal Bilimler için Veri Analizi El kitabı*, Ankara: Pegema Yayıncılık.

Cha, S., & Moss, R. (2004). Investigating Students Understanding of Locus with Dynamic Geometry, [Online] Retrieved on 12-April 2006 at URL: http://www.ioe.ac.uk/koreansociety/cha_moss02.pdf.

De Villiars, M. (1998). An Alternative Aproach to Proof in Dynamic Geometry, (Ed. Lehrer, R., Chazan, D.) *Designing Learning Enviroments for Developing Understanding of Geometry and Space, Lawrance Erlbaum Associares*, 369-393.

Edwards, L.D. (1998). Exploring the Territory Before Proof: Student's Generalizations in a Computer Microworld for Transformation Geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 2(3), 187-215.

Gao, X. S. (1998). Automated geometry diagram construction and engineering geometry, in: Proceedings of the ADG'98, Lecture Notes in Artificial Intelligence, vol. 1669, Springer, Berlin, pp. 232–257.

Gillis, J. M. (2005). An Investigation of Student Conjectures in Static and Dynamic Geometry Environments, Yayımlanmamış doktora Tezi, Alabama: Auburn Universty.

Goldenberg, E. P., & Couco, A. (1998). What is Dynamic Geometry?, (Ed. Lehrer, R., Chazan, D.) *Designing Learning Enviroments for Developing Understanding of Geometry and Space*, Lawrance Erlbaum Associares,351-367.

Güven, B. (2008). Using Dynamic Geometry Software to Gain Insight into a Proof", *International Journal of Computers for Mathematical learning*, (in press).

Güven, B. (2002). Dinamik Geometri Yazılımı Cabri ile Keşfederek Geometri Öğrenme, Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, K.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Hannafin, R. D. (2001). Learning with dynamic geometry programs: perspectives of teachers and learners, *Journal of Educational Research*, 94(3), 132 – 144.

Hazzan,O., & Goldenberg E. P. (1997). Students’ Understanding of The Notion of Function in Dynamic Geometry Environments. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 1, 263-291.

Isiksal, M., Askar, P. (2005). The effect of spreadsheet and dynamic geometry software on the achievement and self-efficacy of 7th-grade students, *Educational Research*, 47(3), 333-350.

Jahn, A. P., & Paula, S. (2002). “Locus” and “Trace” in Cabri-Geometre: Relationship Between Geometric and Functional Aspects in a Study of Transformations. *ZDM*, 34(3), 78-84.

Jahn, A.P. (2002). Locus" and "Trace" in Cabri géomètre: relationships between geometric and functional aspects in a study of transformations, *ZDM*, 34(3),78-84.

James Velo, B. A. (2001). The Impact of Dynamic Geometry Softare on Students’ Abililities to Genaralize in Geometry, Yayınlanmamış doktora tezi, Ohio State University.

Johnson, C.D. (2002). The effects of the Geometers’ Sketcpad on the Van Hiele Levels and Academiz Achievement of Hidh School Students. Yayınlanmamış doktora tezi, Wayne State University, Michigan, 2002.

King, J. Schattschneider, D. (1997). Geometry Turned On, Mathematical Association of America, Washington, DC.

Larew, L.W. (1999). The Effects of Learning Geometry Using a Computer-Generated Automatic Draw Tool on the levels of reasoning of college developments students, Yayınlanmamış doktora tezi, West Virginia University, West Virginia.

MEB, TTKB (2006). Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı ve Kılavuzu. Ankara: MEB Basımevi.

Olkun, S., Sinoplu, N.B. & Deryakulu, D. Geometric Explorations with Dynamic Geometry Applications based on van Hiele Levels, *International Journal for Mathematics Teaching and Learning, [Online] http://www.ex.ac.uk/cimt/ijmtl/ijmenu.htm*.

Real, F.L. & Leung, A. (2006). Dragging as a conceptual tool in dynamic geometry environments, *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 37(6), 665-679.

Sarıgül, Ö.E. (2001). *Lise 2 Geometri Ders Kitabı*, Ankara: MEB Yayınevi.

Schumann, H. & Green D. (1997). Producing and using Loci with dynamic geometry software, In Geometry Turned on Dynamic Software in Learning, Teaching, and Research (King, J. & Schattschneide, .eds), 79-88.

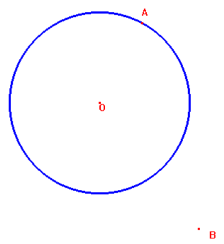
Schumann, H., & Green, D. (2001). A Computer Based Method for Exploring Functional Relations in Geometric Figures. *Teaching Mathematic and Its Applications*, 20, 145-155.

Yıldırım, C. (2000). *Matematiksel Düşünme*. İstanbul: Remzi Kitapevi.

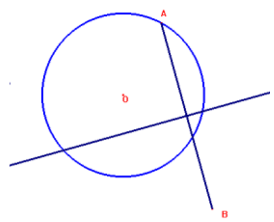
| |
|---|
| **PROBLEM:** Düzlemde sabit iki noktaya uzaklıkları farkı sabit olan noktaların geometrik yeri nedir? |

| |
|---|
| **TAHMİNİNİZ:** |

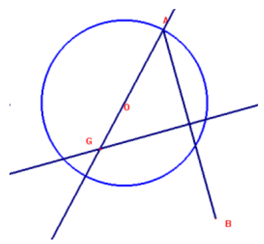
1. Ekranınıza O merkezli herhangi bir çember çiziniz. Aşağıdaki şekilde olduğu gibi çemberin üzerinde bir A noktası ve çemberin dışında bir B noktası belirleyiniz.




2. A ile B noktalarını birleştirerek [AB] doğru parçasını elde ediniz ve bu doğru parçasının orta dikmesini çiziniz.




3. A ile O noktasını birleştirerek AO doğrusunu oluşturunuz ve AO ile orta dikmesini kesim noktasını yandaki gibi G olarak adlandırınız.




4. G noktasının A ve B noktalarına göre sahip olduğu özelliği Aşağıya yazınız.
5. G noktasının A'ya göre geometrik yerini önce "iz" komutu sonra da "geometrik yer" ile bulunuz. Ulaştığınız sonucu aşağıya yazınız.
6. Niçin bu geometrik şekli elde ettiğinizi arkadaşlarınızla tartışınız. Ulaştığınız sonuçları aşağıya yazınız.