



İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Matematiksel Modelleme Sürecinde Matematiksel Becerilerinin İncelenmesi

Investigation of Pre-service Elementary Mathematics Teachers' Mathematical Skills in the Process of Mathematical Modelling

Selin Demiray^{a1}, Merve Nur Candan^b, Zeynep Gürsoy^b

^aBaşkent University, Ankara, Türkiye

^bHacettepe University, Ankara, Türkiye

Abstract

This study aims to examine how pre-service mathematics teachers demonstrate four fundamental mathematical competencies (problem solving, reasoning, communication, and connections) within the interdisciplinary framework of the mathematical modelling process. The modelling activity was conducted using a real-world, open-ended problem and involved nine prospective elementary mathematics teachers studying at a university, working in three groups. The data were collected through pre-service teachers' drawings, written reports, and audio recordings of their group interactions. The data were analysed through content analysis based on the mathematical skills framework outlined in the 2009 Türkiye Mathematics Curriculum. The findings revealed that the prospective teachers utilised the four competencies at varying levels and in complementary ways throughout the modelling process. Problem-solving and reasoning typically emerged during the planning and evaluation phases, whereas communication played a decisive role in group meaning-making and decision-making processes. Connections were established in some groups through real-life contexts and in others through interdisciplinary associations such as architecture. The findings indicate that modelling activities provide a rich learning environment that fosters the development of multidimensional skills in teacher education.

Keywords: Mathematical modelling, Mathematical skills, Preservice elementary mathematics teachers, 21st-century skills.

Öz

Bu çalışma, disiplinler arası yaklaşımı benimseyen matematiksel modelleme süreci kapsamında, öğretmen adaylarının dört temel matematiksel beceriyi (problem çözme, iletişim, akıl yürütme ve ilişkilendirme) nasıl sergilediklerini incelemeyi amaçlamaktadır. Gerçek yaşam bağlamı, açık uçlu bir problem üzerinden yürütülen modelleme etkinliğinde, bir üniversitede öğrenim gören dokuz ilköğretim matematik öğretmeni adayı, üç grup halinde çalışmıştır. Araştırmanın verileri, grupların çizimleri, yazılı raporları ve grup içi etkileşimlerine ait ses kayıtlarından elde edilmiştir. Veriler, 2009 yılı Matematik Öğretim Programında yer alan matematiksel beceriler çerçevesi doğrultusunda içerik analiziyle değerlendirilmiştir. Bulgular, öğretmen adaylarının modelleme sürecinde dört temel matematiksel beceriyi süreç boyunca birbirini tamamlayacak biçimde ve farklı düzeylerde kullandıklarını ortaya koymuştur. Problem çözme ve akıl yürütme genellikle planlama ve değerlendirme aşamalarında öne çıkarken; iletişim, grup içi anlam üretimi ve karar verme süreçlerinde belirleyici rol oynamıştır. İlişkilendirme ise bazı gruplarda günlük yaşam bağlamıyla, bazı gruplarda ise mimarlık gibi farklı disiplinlerle kurulan bağlantılar üzerinden yapılmıştır. Elde edilen bulgular, modelleme etkinliklerinin öğretmen yetiştirme sürecinde çok yönlü becerilerin gelişimini destekleyen önemli bir öğrenme alanı sunduğunu ortaya koymaktadır.

¹*ADDRESS FOR CORRESPONDENCE: Selin Demiray, Department of Mathematics and Science Education, Faculty of Education, Başkent University, Ankara, Türkiye, E-mail address: selindemiray@baskent.edu.tr, ORCID ID: 0009-0004-4415-5925.

^bMerve Nur Candan, Department of Mathematics and Science Education, Graduate School of Educational Sciences, Hacettepe University, Ankara, Türkiye, E-mail address: merve.n.candan@gmail.com, ORCID ID: 0009-0003-3182-8919.

^cZeynep Gürsoy, Department of Mathematics and Science Education, Graduate School of Educational Sciences, Hacettepe University, Ankara, Türkiye, E-mail address: zeynepgursoy@hacettepe.edu.tr, ORCID ID: 0000-0002-6142-1218.

Received Date: August 1st, 2025. Acceptance Date: November 29th, 2025..

Anahtar Kelimeler: Matematiksel modelleme, Matematiksel beceriler, İlköğretim matematik öğretmeni adayları, 21. yüzyıl becerileri.

© 2025 Başkent University Press, Başkent University Journal of Education. All rights reserved.

1. Giriş

Hızla değişen ve dijitalleşen dünyamızda, bilgi üretimi ve yönetimi her geçen gün daha da karmaşık hale gelmektedir. Bu dönüşüme paralel olarak eğitim sistemlerinde de önemli dönüşümler yaşanmakta; bireylerden yaşam boyu öğrenmeye açık, yaratıcı, eleştiren ve problem çözen bireyler olmaları beklenmektedir (Griffin, Care ve McGaw, 2012). Yaşadığımız yüzyılda toplumsal hayata ve iş hayatındaki beklentileri bireylerin karşılayabilmesi için ihtiyaç duyduğu beceriler 21. yüzyıl becerileri olarak adlandırılmaktadır (Griffin ve Care, 2015).

Dünyanın farklı bölgelerinde birçok kuruluş, bireylerin çağın gereksinimlerine uyum sağlayabilmeleri amacıyla 21. yüzyıl becerileriyle ilişkili çerçeveler geliştirmiştir (European Union [EU], 2006; Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD], 2006; National Research Council [NRC], 2010; Crompton ve Burke, 2024). Binkley vd. (2012) 12 farklı ülkeden alınan eğitim çerçevelerini analiz ederek 21. yüzyıl becerilerini dört başlık altında özetlenmiştir: düşünme biçimleri (yaratıcılık, eleştirel düşünme, üstbiliş), çalışma biçimleri (iletişim ve işbirliği), araçlarla çalışma (bilgi ve teknoloji okuryazarlığı) ve dünyada yaşama (vatandaşlık, yaşam ve kariyer becerileri, toplumsal sorumluluk). Bu beceriler, bireylerin yalnızca akademik yaşamda değil, toplumsal hayatta da etkin ve üretken bireyler olabilmeleri açısından temel görülmektedir.

Tanımlanan bu becerilerin 21. yüzyıl çerçevesinde kazandırılmasında matematik eğitimi özel bir konumda yer almaktadır. Matematik, problem çözmek için yöntem geliştirme, bu yöntemleri uygulama ve muhakeme becerilerini kullanarak cevapları kontrol etme ve cevapların anlamlı olup olmadığını kontrol etme anlamına gelmektedir (van De Walle, Karp ve Bay-Williams, 2018). Matematiksel düşünme ise anlam oluşturma, problem çözme, akıl yürütme, temsil etme ve bireyin kendi düşünmesini izleme süreçlerini içerir (Schoenfeld, 1992). Bu nedenle, matematiksel beceriler; bireylerin bilgiye erişim, bilgiyi kullanma, sorunları tanımlama, analiz etme ve çözüme yetilerini güçlendiren temel yetkinlikler olarak ele alınmaktadır (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; OECD, 2021; Niss ve Højgaard, 2011). Matematik eğitiminin bu işlevi doğrultusunda, matematiksel becerilerin kapsamını belirlemeye yönelik ulusal ve uluslararası düzeyde pek çok çerçeve yapılandırılmıştır. OECD tarafından geliştirilen PISA matematik çerçevesi (OECD, 2021), bireylerin karşılaştıkları problemleri çözebilmek için matematiksel akıl yürütme yoluyla problemleri formüle etme, uygun matematiksel kavram ve işlemleri kullanma ve elde edilen sonuçları bağlam içinde yorumlama becerilerine değinmektedir.

NCTM (2000) tarafından belirlenen süreç standartları ise problem çözme, akıl yürütme, iletişim, ilişkilendirme ve temsil etme becerilerine vurgu yapmaktadır. Bu standartlar, öğrencilerin matematiği anlayarak geliştirmelerini ve uygulamalarını destekleyen öğrenme süreçlerinin önemini vurgular. Bu çerçeve, matematiksel yeterliği yalnızca kapsamlı bir içerik bilgisi değil, aynı zamanda bu bilginin uygulanması, gerekçelendirilmesi, paylaşılması ve farklı gösterimlerle ilişkilendirilmesi gibi çok yönlü süreçler bütünü olarak ele almaktadır. Dolayısıyla çalışmada incelenen problem çözme, akıl yürütme, iletişim ve ilişkilendirme becerilerinin her biri, öğrenen için ayrı bir önem taşımaktadır. Aşağıda bu beceriler uluslararası alanyazın ışığında ayrı ayrı ele alınarak tanımlanmış, ilgili bilişsel süreçler açıklanmış ve kuramsal yapının temel dayanakları sunulmuştur.

Problem çözme, bireyin karşılaştığı yeni veya beklenmedik durumlara yönelik uygulanabilir çözüm yolları geliştirme süreci olarak ele alınmaktadır (Marshall, 1996). Polya (1945) problem çözme, problemi kavrama ve yeniden formüle etme ile başlayan; çözüm yolları arama, deneme ve kontrol etme adımlarıyla devam eden bir süreç olarak açıklamıştır. Schoenfeld (1985) ise bu süreci öğrencinin farkındalığı, strateji seçimi ve izleme becerisi üzerinden ele alır; çözümün gerektiğinde geri dönülerek yeniden düzenlenebileceğini vurgular. Böylelikle problem çözme, tek yönlü bir işlem değil, sürekli kontrol ve yeniden değerlendirme içeren esnek bir bilişsel akış hâline gelmektedir (Lester, 2013).

Matematiksel iletişim, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ifade etmelerini, bu düşünceleri başkalarıyla paylaşımlarını ve karşılıklı etkileşim yoluyla yeniden şekillendirmelerini sağlayan bir öğrenme aracıdır (Jamison, 2000). Yackel ve Cobb (1996), matematiksel anlamın öğrenciler arası etkileşim ve tartışma yoluyla oluştuğunu; dolayısıyla çözümün açıklanması, düşüncenin gerekçelendirilmesi ve farklı çözüm yollarının karşılaştırılması gibi iletişim süreçlerinin öğrenmenin merkezinde yer aldığını göstermektedir. Benzer şekilde NCTM (2000), iletişimin öğrencilerin matematiksel düşüncelerini organize etmelerine, akran ve öğretmenleriyle açık biçimde paylaşımlarına, başkalarının düşüncelerini değerlendirmelerine ve matematiksel dili doğru kullanmalarına imkân verdiğini belirtmektedir.

Akıl yürütme, problemlere yönelik çözümler üretirken matematiksel süreçlerin bilinçli biçimde kullanılması; başka bir ifadeyle durumları formülleştirme, varsayımlar oluşturup bunları sınama ve elde edilen sonuçlardan genellemelere

ulaşma süreci olarak ele alınabilir (Mata Pereira ve da Ponte, 2017). Stylianides (2007) akıl yürütmeyi, bir matematiksel iddianın doğruluğunu temellendirecek geçerli dayanaklar ortaya koyma süreciyle ilişkilendirmektedir. Buna paralel olarak Niss ve Højgaard (2011), matematiksel akıl yürütme yeterliğini, bir argümanı izleme, değerlendirme ve mantıksal temellendirme bileşenlerini içeren bilişsel bir süreç olarak tanımlamakta; matematiksel iddiaların geçerliliğinin sorgulanması ve gerekçelendirilmesinin akıl yürütmenin temelini oluşturduğunu vurgulamaktadır. Bu yaklaşım, çıkarım ve genelleme yapma, örüntü ve ilişkileri tanıma ile tahmine dayalı düşünme gibi zihinsel süreçlerin de akıl yürütmeye dâhil edilebileceğini göstermektedir.

İlişkilendirme, öğrenenin matematiksel bilgileri zihinsel bir ağ içinde birbirine bağlaması ve kavramlar arasında anlamlı bütünlükler kurması olarak ele alınabilir (Eli, 2009). English (2009) de benzer biçimde farklı temsillerin bir araya getirilmesi ve bütünleştirilmesinin öğrenmenin derinleşmesine katkı sağladığını vurgular. Duval (2006) ise temsiller arası dönüşümün kavramsal gelişimde belirleyici olduğunu ifade eder; örneğin grafiksel bir yapının cebirsel gösterime dönüştürülmesi ya da matematiksel bir modelin sözel bir açıklamaya aktarılması bu sürecin tipik örnekleri arasında yer alır. Bunun yanında Greer, Verschaffel ve Mukhopadhyay (2007), modelleme yaklaşımının matematiği soyut bir bilgi alanından çıkararak günlük yaşantıyla ilişkilendirilebilen bir araca dönüştürdüğünü ortaya koyar. Bu yaklaşım, ilişkilendirmenin yalnızca kavramlar arası bağlarla sınırlı olmadığını, gündelik yaşam ve disiplinler arası etkileşimleri de kapsadığını göstermektedir.

Uluslararası yaklaşımların yanı sıra Türkiye’de Millî Eğitim Bakanlığı (MEB), matematik öğretiminin özel amaçlarını bireyin bilgi üretme, problem çözme, eleştirel ve yaratıcı düşünme, iletişim kurma ve matematiği günlük yaşantıda işlevsel biçimde kullanma yeterlikleri üzerine temellendirmektedir (MEB, 2018). Bununla birlikte problem çözme, iletişim, akıl yürütme ve ilişkilendirme becerileri öğretim programlarında yer almakla birlikte, becerilerin kapsamı ve tanım biçimi yıllara göre değişiklik göstermektedir.

Özellikle 2009 basımı *İlköğretim Matematik Dersi 6–8. Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu*, temel matematik becerilerini açık biçimde tanımlaması ve bu tanımları öğrenme sürecine ilişkin bilişsel beklentilerle ilişkilendirmesi yönüyle belirgin bir çerçeve sunmaktadır. Bu bağlamda çalışmada ele alınan problem çözme, iletişim, akıl yürütme ve ilişkilendirme becerileri, programdaki açıklamalar esas alınarak aşağıda detaylandırılmıştır (MEB, 2009).

Problem çözme, matematik dersinin ayrılmaz bir parçasıdır. Matematiksel ya da günlük yaşama ilişkin durumlara karşı; çözümleme, yorumlama, matematiksel çözümler geliştirme gibi becerilerin işe koşulmasını kapsamaktadır. Bu beceri, öğrencilerin yalnızca hazır bilgiyi uygulamalarını değil, aynı zamanda yeni durumlar karşısında özgün çözümler üretebilmelerini de amaçlamaktadır.

İletişim, matematik öğrenme-öğretme sürecinde öğrencilerin düşüncelerini sözlü olarak ifade etmeleri, matematiksel kavramların içselleştirilmesi, anlaşılması ve yapılandırılmasını ifade etmektedir. Bu beceri aynı zamanda temsiller aracılığı ile matematiksel iletişim kurabilme gibi alt becerileri de kapsamaktadır.

Akl yürütme, öğrencilerin genellemelere ulaşma, çıkarım yapma, mantıksal ilişkiler kurma ve doğruluk sorgulamaları yapabileceği zihinsel süreçleri içerir. Matematiksel kavramları anlamak ve matematiksel fikirlerin esnekliğini kullanmak akıl yürütmenin temel taşlarındandır. Örüntü arama, tahmin etme, önerme sunma, farklı temsillerden yararlanma gibi pek çok süreç becerisini içermektedir.

İlişkilendirme ise matematiği günlük hayatla ilişkilendirebilme, matematiksel kavramları ve bu kavramlar arasındaki ilişkileri anlamlandırabilme, matematiği diğer disiplinlerle ilişkilendirebilme ve matematiğin farklı gösterimleri arasındaki ilişkiyi kurabilme gibi temel matematiksel becerileri kapsamaktadır. Bu beceri, öğrencilerin matematiği soyut bir bilgi alanı olarak görmelerinin ötesine geçerek, anlamlı ve işlevsel bir bakış açısı geliştirmelerini sağlar.

Ulusal ve uluslararası çerçevelerde tanımlanan matematiksel beceriler, bireylerin bu bilgileri gerçek yaşam durumlarında anlamlı ve işlevsel biçimde kullanabilme kapasitelerini de vurgulamaktadır (OECD, 2019). Bu noktada, matematiksel modelleme, öğrencilerin matematiği gerçek dünya bağlamlarında anlamlı biçimde kullanma ve uygulama becerilerini geliştirebilecekleri güçlü bir öğrenme ortamıdır (Blum ve Borromeo Ferri, 2009). Modelleme sürecinde günlük olaylar ve bunlar arasındaki ilişkiler matematiksel olarak ifade edilir, matematiksel örüntüler ortaya çıkarılır ve disiplinler arası bağlamda yaratıcı fikirlerin uygulanması teşvik edilir (Lesh ve Doerr, 2003; English ve Watters, 2005; Greer, Verschaffel ve Mukhopadhyay, 2007).

Matematiksel modelleme süreci, analiz, sorgulama, tahmin, sentez ve değerlendirme gibi üstbilişsel becerileri gerektiren sistematik ve çok boyutlu bir yapıya sahiptir (Borromeo Ferri, 2006; Blum ve Leiß, 2007; Lehrer ve Schauble, 2007; Lingefjärd, 2012). Bu yapı, modelleme döngüsünün temel aşamaları doğrultusunda ilerler ve çözümlerin yeniden ele alındığı tekrarlı akışları destekler. Modelleme etkinliklerinin grup çalışması biçiminde yürütülmesi ise öğrencilerde iletişim, takım çalışması ve çoklu temsil kullanımına dayalı problem çözme becerilerini güçlendirmektedir (Carreira ve Baioa, 2011; Lesh, Hoover, Hole, Kelly ve Post, 2000; Vorhölter, Krüger ve Wendt, 2019). Grup etkileşimi, farklı bakış açılarının tartışılmasını ve matematiksel düşünmenin yeniden yapılandırılmasını mümkün kılarak öğrenmenin etkililiğini artırmaktadır (Yackel ve Cobb, 1996). Dolayısıyla, modelleme etkinliklerinin öğretmen yetiştirme programlarına dahil edilmesi, öğretmen adaylarının hem pedagojik hem de matematiksel

yeterliklerini güçlendirmekte ve çağdaş eğitim beklentileriyle uyumlu öğrenme ortamları tasarlayabilmelerine önemli katkı sunmaktadır (Kaiser ve Sriraman, 2006).

NCTM (2000), okul matematiğinde modelleme etkinliklerinin yaygınlaştırılması gerektiğini vurgularken; Birgin ve Öztürk (2021) son yıllarda bu alandaki akademik ilginin arttığını belirtmektedir. Alanyazın, modellemenin yalnızca problem çözme değil; temsil oluşturma, ilişki kurma, akıl yürütme ve matematiksel iletişim gibi çok yönlü becerileri de harekete geçirdiğini göstermektedir (Doerr, 1997; Lesh vd., 2000; Zawojewski, Lesh ve English, 2003; English ve Watters, 2005; English, 2006; Lesh ve Zawojewski, 2007; English, 2009; Yanagimoto ve Yoshimura, 2013). Gerçek yaşam temelli görevlerde öğrencilerin çoklu temsiller üretme, çözüm yollarını savunma ve kavramlar arası ilişki kurma davranışlarının öne çıktığı çalışmalar da bulunmaktadır (Doerr, 1997; Lesh ve Lehrer, 2003). Tekin Dede ve Yılmaz'ın (2013) modellemenin döngüsel yapısının problem çözme sürecinde geri dönüşleri ve yeniden düzenlemeleri doğal kıldığını göstermesi de bu tabloyla tutarlıdır. Bu doğrultuda modelleme etkinlikleri, hem matematiksel beceri gelişimini desteklemekte (Urhan ve Dost, 2016) hem de 21. yüzyıl becerileriyle uyumlu öğrenme ortamları sunmaktadır (Doerr ve Lesh, 2011). Öğretmen adaylarının bu süreçleri doğrudan deneyimlemesi, öğrenci düşünme biçimlerini anlamalarına ve öğretim süreçlerini buna göre planlamalarına katkı sağlamaktadır (Kaiser, 2007; Doerr ve Lesh, 2011; Borromeo Ferri ve Blum, 2010).

Alanyazın, öğretmen adaylarının modelleme sürecinde dört temel beceriyi nasıl ortaya koyduklarına ilişkin süreç odaklı çalışmaların sınırlı olduğunu göstermektedir. Mevcut araştırmalar, problem çözme, akıl yürütme, iletişim ve ilişkilendirme becerilerinin çoğunlukla eşzamanlı ve birbirine bağlı biçimde ortaya çıktığını belirtse de bu becerilerin süreç boyunca aynı düzeyde görünmediği rapor edilmektedir. Örneğin; Ural (2014), matematiksel modelleme eğitimi almamış öğretmen adaylarının gerçek yaşam problemlerini anlamada ve uygun değişkenleri belirlemede yetersiz kaldıklarını rapor etmiştir. Benzer biçimde Deniz ve Akgün (2018) de öğretmen adaylarının modelleme sürecinin başlangıç adımlarını etkili yürütememelerinin sonraki basamakları olumsuz etkilediğini ortaya koymuştur. Buna karşılık modelleme odaklı öğretim süreçlerine katılan adaylarda plan ve model kurma aşamalarında belirgin kazanımlar sağladığı; ancak bu gelişimin çözümün değerlendirilmesi gibi ileri aşamalara daha sınırlı yansıdığı belirtilmektedir (Çakmak Gürel ve Işık, 2018; Çetinbaş, 2022).

Modelleme çalışmalarında akıl yürütmenin süreç boyunca belirginleştiği sıklıkla vurgulanmaktadır. Eraslan (2011), öğretmen adaylarının modelleme etkinliklerini çoklu bilinmeyenler içeren, varsayımlara dayanan ve genellemelere uzanan bir akıl yürütme süreci olarak gördüklerini ifade etmektedir. Lingefjärd (2012), modelleme sürecinde gerçek durum, grafik, tablo ve sembolik gösterim gibi farklı temsiller üzerine akıl yürütmelerinin öğrencilerin durumu anlamlandırmasını güçlendirdiğini ortaya koymaktadır. Buna karşın çalışmalar, doğru sonuca ulaşmanın her zaman tam bir akıl yürütme sürecinin göstergesi olmadığını; model kurma aşamalarında bazı gerekçelendirme adımlarının atlanabildiğini ortaya koymaktadır (Sahara, Darmawijoyo ve Hartono 2021).

Modelleme etkinliklerinin grup halinde yürütülmesi, iletişim becerisinin doğal olarak sürecin merkezinde yer almasına neden olmaktadır. English ve Watters (2005) ile Zawojewski, Lesh ve English (2003), küçük grup modelleme çalışmalarında öğrencilerin çözüm yaklaşımlarını açıklama, düşüncelerini gerekçelendirme, alternatif fikirleri tartışma ve savunma süreçlerinden geçtiklerini; dolayısıyla iletişim becerilerinin etkin biçimde harekete geçtiğini belirtmektedir. Doruk (2012), modellerin sunum ve tartışma yoluyla geliştirildiğini belirtirken; Delice ve Taşova (2011), grup modellerinin bireysel modellere kıyasla daha doğru ve tutarlı sonuçlar ürettiğini rapor etmektedir.

Son olarak modelleme çalışmaları, ilişkilendirme becerisine dair önemli göstergeler sunmaktadır. Doerr ve English (2003), öğrencilerin modelleme görevlerinde farklı temsilleri (örneğin listeler ve tablolar) birbirine ilişkilendirerek değerlendirme yapabildiklerini ve bu temsil değişiminin sürecin ilerleyişinde belirleyici rol oynadığını göstermektedir. Buna karşın Blum ve Leiß (2007), modelleme döngüsünde matematiksel sonuçların gerçek duruma geri taşınması ve akla yatkınlığının sınanması gibi ilişkilendirme adımlarının sürecin önemli olmakla birlikte uygulamada sıklıkla ihmal edildiğini tartışmaktadır. Bu doğrultuda Sen Zeytun, Çetinkaya ve Erbaş (2017), model sonuçlarının gerçek duruma geri taşınması ve doğrulama basamaklarının çoğunlukla tamamlanamadığını; dolayısıyla ilişkilendirme becerisinin özellikle bu noktalarda zayıf işlediğini ortaya koymaktadır.

Bu noktada alanyazın, modelleme sürecinde dört temel becerinin görünürlüğüne dair önemli bulgular sunmakla birlikte, bu becerilerin grup temelli öğrenme bağlamında hangi biçimlerde ortaya çıktığını ayrıntılı biçimde ele alan çalışmaların sınırlı olduğunu göstermektedir. Bu araştırma, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının grup çalışmasına dayalı matematiksel modelleme sürecinde sergiledikleri matematiksel becerileri (MEB, 2009) kapsamlı biçimde incelemeyi amaçlamaktadır. Bu kapsamda şu temel araştırma sorusuna yanıt aranmıştır: “İlköğretim matematik öğretmeni adayları, matematiksel modelleme sürecinde problem çözme, iletişim, akıl yürütme ve ilişkilendirme becerilerini nasıl kullanmaktadır?”

2. Yöntem

İlköğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim gören öğretmen adaylarının matematiksel modelleme etkinliği çözüm sürecinde kullandıkları matematiksel becerilerin (MEB, 2009) incelenmesini amaçlayan bu çalışma, betimsel nitel araştırma desenine sahiptir. Betimsel araştırmalarda amaç, elde edilen bulguları düzenleyip yorumlayarak okuyucuya sunmaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2005).

2.1. Çalışma Grubu

Bu araştırmanın katılımcılarını, Ankara’da bulunan bir vakıf üniversitesinin İlköğretim Matematik Öğretmenliği lisans programında üçüncü sınıfta öğrenim görmekte olan dokuz öğretmen adayı oluşturmaktadır. Katılımcıların belirlenmesinde ölçüt örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Ölçüt örneklemede araştırma için belirlenen ölçütü karşılayan kişiler, durumlar veya olaylar örnekleme alınır (Büyükoztürk vd., 2010). Bu çalışmada, öğretmen adaylarının daha önce matematiksel modelleme temelli etkinlik deneyimine sahip olmamaları, matematiksel becerilere yönelik kuramsal ders almış olmaları ve çalışmaya gönüllü olarak katılmaları temel ölçütler arasında yer almıştır.

Araştırma kapsamında öğretmen adaylarından üçer kişilik grup oluşturarak bir modelleme etkinliği üzerinde çalışmaları ve etkinlik sonunda bir rapor hazırlamaları istenmiştir. Araştırma sürecinde, katılımcılara araştırmanın amacı açıklanarak gönüllülük esasına dayalı olarak onamları alınmıştır.

Bulguların sunumunda gruplar sırasıyla Grup 1 (G1), Grup 2 (G2) ve Grup 3 (G3) olarak kodlanmış; her bir öğrenci ise grup ve öğrenci numarasını belirten bir sistemle, örneğin Grup 1 Öğrenci 1 için G1Ö1, Grup 2 Öğrenci 2 için G2Ö2 şeklinde tanımlanmıştır.

2.2. Veri Toplama Aracı ve Süreci

Araştırmanın verileri, öğretmen adaylarının grup hâlinde çalışarak çözüm ürettikleri “Park Yeri Problemi” adlı matematiksel modelleme etkinliğinden elde edilmiştir. Etkinlik sırasında her grubun oluşturduğu çizimler ve yazılı raporlar ile süreç boyunca gerçekleşen grup içi etkileşimler ses kaydı yoluyla kaydedilmiştir. Böylece veriler hem yazılı ürünlerden hem de sözlü düşünme süreçlerinden oluşmuştur.

Modelleme etkinliği üç aşamada yürütülmüştür: (1) Giriş aşamasında etkinliğin amacı ve kuralları kısaca açıklanmış, katılımcılara herhangi bir yönlendirici örnek verilmemiştir. (2) Çözüm aşamasında öğretmen adayları problemi grup çalışmasıyla çözmüş; çizim, hesaplama, ölçeklendirme ve tartışma süreçlerini doğal akış içinde ortaya koymuştur. Araştırmacılar bu aşamada sadece gözlemci olarak bulunmuş ve çözüme müdahale etmemiştir. (3) Tartışma/değerlendirme aşamasında gruplar oluşturdukları modeli gerekçeli biçimde tartışmış; çözümün doğruluğu, işleyişi ve uygunluğu üzerine yapılan bu konuşmalar da veri kapsamına alınmıştır.

Bu çalışmada kullanılan “Park Yeri Problemi”, Şengil Akar’ın (2017) doktora tezinde yer alan *Otopark Problemi* kaynaktan doğrudan alınmıştır (Şengil Akar, 2017, s 237-238). Bu etkinlikte, öğretmen adaylarından; otoparkın genel büyüklüğü, birim araç park alanlarının ölçüsü, engelli araç park alanlarının konumu ve büyüklüğü gibi öncüller dikkate alınarak, bir otopark tasarımları beklenmiştir. Tasarımlarının, verilen kâğıt üzerine ölçekli bir biçimde çizilmesi; engelli ve normal park alanlarının açıkça belirtilmesi; trafik akışının gösterilmesi ve tüm çözüm sürecinin yazılı bir raporla desteklenmesi istenmiştir. Bu modelleme etkinliği, öğretmen adaylarının temsil, ilişkilendirme ve akıl yürütme gibi matematiksel becerilerini ortaya koymalarına olanak tanıyacak bir yapıya sahip olduğu için tercih edilmiştir. Etkinlik süresince öğretmen adaylarının cetvel, açı ölçer, hesap makinesi ve farklı ölçeklerde kâğıtlar gibi çeşitli araçları kullanmalarına olanak tanınmıştır. Ayrıca talep eden gruplara, alışveriş otoparklarına ait görsellere erişim izni verilmiştir. Uygulama, toplam 90 dakikalık iki oturum halinde gerçekleştirilmiştir.

2.3. Veri Analizi ve Raporlaştırma

Araştırma verileri, betimsel analiz yöntemiyle incelenmiştir. Betimsel analizde, araştırmayla elde edilen veriler, daha önceden belirlenen kavramsal çerçeve ile kod yapısına bağlı olarak kodlanır ve yorumlanır (Strauss ve Corbin, 1990). Bu çalışmada analiz süreci üç aşamada gerçekleştirilmiştir.

İlk aşamada, grupların hazırladıkları çizimler ve bu çizimlere ilişkin detaylı raporları, Millî Eğitim Bakanlığı’nın (2009) belirlediği matematiksel beceriler çerçevesinde analiz edilmiştir. İkinci aşamada, gruplara ait ses kayıtları incelenerek, öğretmen adaylarının çözüm sürecinde sergiledikleri matematiksel beceriler belirlenmiştir. Son aşamada ise, yazılı çözümler ile ses kayıtları eşleştirilerek bütüncül bir analiz ortaya konmuştur.

2.3.1. Analiz çerçevesi ve kodların oluşturulması

Bu araştırmada veri analizi, MEB (2009) matematik öğretim programında tanımlanan dört matematiksel beceri (problem çözme, iletişim, akıl yürütme ve ilişkilendirme) esas alınarak tümdengelsel yaklaşımla yürütülmüştür.

Problem çözme becerisine ilişkin alt kodlar, Polya'nın (1945) dört aşamalı problem çözme yapısı ve Schoenfeld'in (1985) problem çözme bileşenleri temel alınarak oluşturulmuştur. Ancak modelleme sürecinde Polya'nın "planı uygulama" aşamasının bağımsız bir davranış olarak gözlenebilir olmadığı görülmüştür. Modelleme etkinliklerinde çözümün uygulanması; çizim, hesaplama, ölçeklendirme, veri ilişkilendirme ve gerekçelendirme gibi süreçlerle bütünleşik biçimde gerçekleşmekte ve büyük ölçüde akıl yürütme, iletişim ve ilişkilendirme becerilerinin içinde görünür hâle gelmektedir (Borromeo Ferri, 2006; Blum ve Leiß, 2007). Bu nedenle planı uygulama aşaması bağımsız bir kod olarak ayrıldığında kategoriler arası sınırların bulanıklaştığı ve kod tekrarına neden olduğu için bu çalışmada üç alt kodla sınırlama yapılmıştır: "problemi anlama, plan oluşturma, çözümü değerlendirme."

İletişim becerisi kodları, NCTM (2000) süreç standartları ve sosyomatematiksel normlar yaklaşımı (Yackel ve Cobb, 1996) temel alınarak belirlenmiştir. Grup içi etkileşimler incelendiğinde en sık karşılaşılan iletişim süreçleri doğrultusunda "matematiksel fikir alışverişi yapma ve matematiksel dili doğru kullanma" alt kodları yapılandırılmıştır.

Akıl yürütme becerisi kodları, Niss ve Højgaard'ın (2011) ortaya koyduğu matematiksel akıl yürütme yeterliği çerçevesi temel alınarak oluşturulmuştur. Bu doğrultuda modelleme sürecinde öğretmen adaylarının sergilediği "doğruluğu/geçerliliği savunma, çıkarım ve genelleme yapma, tahminde bulunma" alt boyutlar analize dâhil edilmiştir.

İlişkilendirme becerisi kodları ise Greer, Verschaffel ve Mukhopadhyay'ın (2007) matematiksel modelleme bağlamında tanımladığı ilişkilendirme süreçleri temel alınarak belirlenmiştir. Bu doğrultuda öğretmen adaylarının çözümlerinde gözlenen bağlantılar "günlük yaşamla ilişkilendirme, matematiksel kavramlar arası ilişkilendirme, disiplinler arası ilişkilendirme" alt kodlarıyla yapılandırılmıştır.

Matematiksel becerilerin doğası gereği bu beceriler süreç içinde çoğunlukla iç içe geçmiş biçimde ortaya çıkmıştır. Bu nedenle analiz sürecinde beceriler kesin çizgilerle ayrılmamış, ancak raporlamada her bir beceriye ilişkin en belirgin örüntülere odaklanılarak tematik bir şekilde sunum yapılmıştır. Tablo 1'de kod sistematığına yönelik örnekler yer almaktadır.

Tablo 1

Araştırmada yer alan kod sistematığı

Kodlar	Alt Kodlar	Örnek Kodlar
Problem Çözme Becerisi	Problemi anlama	"Bütün verilenlere ve istenenlere dikkat edelim önce. Problemi anlayalım sonra ne kadar alan lazım onu düşünelim."
	Plan hazırlama	"Çizimden önce nasıl gideceğimizi netleştirelim. Köşeden giriş-çıkış yaparsak hem trafik yönü netleşir hem de diğer alanlar tamamen otopark olarak kalır. Önce bir planı oluşturalım."
	Çözümü değerlendirme	"Çizimi tamamladım. Genel olarak baktığımızda, planın en iyi yanı bence tek yönlü trafik olmuş. Araçlar fazla karmaşa yaşamadan park alanlarına ulaşabiliyor."
İletişim Becerisi	Matematiksel fikir alışverişinde bulunma	"Arabaları dik park ettirsek daha iyi. Sizce öyle değil mi? Katılıyor musunuz? Siz de düşüncenizi söyleyin."
	Matematiksel dili doğru kullanma	"Yuvarlağımsı alan dediğin mesafe dairenin çapı oluyor. 10 metrelik bir çap belirlerseniz dönüş için bizi kurtarır. Çizerken pergeli ona göre ayarlayarak çizebiliriz."

Tablo 1 - devamı

Kodlar	Alt Kodlar	Örnek Kodlar
	Doğruluğu/geçerliliği savunma	<i>“Bu çözümün doğru olması için alanın %50 artışla 30 metrekareye çıkması gerekir. 5x6 ölçüsü bu değeri sağladığı için daha uygun. Diğer yöntemi kullanırsak hem çizim zorlaşır hem de problemde verilen şart tam karşılanmaz. Bu nedenle 5'e 6 olması şeklinde olması gerektiğini düşünüyorum.”</i>
Akıl Yürütme Becerisi	Çıkarım ve genelleme yapma	<i>“Hep iki sıranın arasına 6 metrelik yol bırakınca araçlar düzgün diziliyor hem de dönüş için yeterli mesafe oluyor. Yani bir sıra bir boşluk bir sıra. Bu düzenle yaparsak çizmek daha kolay olur.”</i>
	Tahminde bulunma	<i>“Şimdi burada tahmin yapmamıza gerek yok. Tahmin üzerinden gidersek belki çözüm daha kolay olabilir ama aklımız çok karışır. En iyisi tek tek hesaplayalım.”</i>
	Günlük yaşantıyla ilişkilendirme	<i>“Bizim fakültenin otoparkı gibi olmasın. Arabalar birbirine çok yakın duruyor hem park etmek zor oluyor hem de çıkan araç manevra yapamıyor.”</i>
İlişkilendirme Becerisi	Matematiksel kavramlar arası ilişkilendirme yapma	<i>“Dairenin çapı büyüyünce dışındaki kare alanı da genişliyor. Yani sadece daire değil, çevresindeki park yerleri de etkileniyor. Burada hem dairenin alanını hem de etkilediği kare alanını da düşünmemiz lazım.”</i>
	Disiplinler arası ilişkilendirme yapma	<i>“Mimarlar da bu şekilde ölçeklendirerek çizim yapıyor, biz de buradaki oranları mimarlar gibi ölçeğe dönüştürebilsek daha kolay yaparız.”</i>

Verilerin tamamı iki araştırmacı tarafından ayrı ayrı kodlanmıştır. Miles ve Huberman'ın (1994) formülüne göre kodlama tutarlılığı yaklaşık %88 olarak bulunmuştur. Kodlamalar arasındaki tutarsızlıklar üzerine araştırmacılar birlikte tartışarak uzlaşa sağlamış ve nihai kod listesi oluşturulmuştur.

Geçerliliği sağlamak amacıyla, öğretmen adaylarının çözüm dökümanları ve ses kayıtlarından elde edilen temsili ifadeler, bulgular bölümünde doğrudan alıntılanarak sunulmuştur.

3. Bulgular

Bu bölümde, öğretmen adaylarının grup çalışması yoluyla yürüttükleri modelleme sürecinde sergiledikleri matematiksel beceriler, tematik bir yapıda sunulmuştur. Verilerin analizinde, katılımcıların grup içi etkileşimleri, çözüm stratejileri ve açıklamaları dikkate alınmıştır. Bulgular, her bir matematiksel beceri başlığı altında yapılandırılmış; ilgili başlıklar altında farklı gruplardan seçilen örnek söylemlere yer verilmiştir.

3.1. Problem Çözme Becerisi

Problem çözme becerisi, modellemenin doğası gereği sürecin tüm aşamalarında etkin biçimde gözlemlenmiştir. Ancak bu çalışmada, problem çözmenin özellikle belirli aşamalarda daha belirginleşen alt becerilerine odaklanılmış; bulgular da bu çerçevede yapılandırılmıştır. Öğretmen adaylarının grup çalışmaları sürecinde sergiledikleri problem çözme becerileri incelendiğinde, her grubun farklı alt becerilere odaklandığı, ancak genel olarak bu becerilerin modelleme döngüsünün problemi anlama, matematikselleştirme ve yorumlama aşamalarında belirgin şekilde ortaya çıktığı görülmüştür.

Grup 1'deki öğretmen adaylarının çözüm süreci incelendiğinde, problemi anlama basamağının sınırlı düzeyde kullanıldığı görülmüştür. Problem metnindeki bazı ifadeler yüzeysel biçimde ele alınmış; özellikle engelli park yeri oranı gibi kritik bilgiler, alan üzerinden hesaplanarak hatalı bir ön kabul ile çözüm sürecine başlanmıştır. Bu durum, öğretmen adaylarının etkinliği çözme sürelerini uzatmış ve ilk planlama sürecinde yanlış varsayımlar üzerinden ilerlemelerine neden olmuştur. Öğrenciler, grupça iki farklı yerleşim planı oluşturduktan sonra bu hatayı fark etmiş ve çözüm yollarını yeniden gözden geçirme gereği duymuşlardır.

Bunun aksine, çözüm sürecini değerlendirme becerisi bu grupta oldukça baskın biçimde gözlenmiştir. Öğrenciler çizim üzerinden yeniden düşünme, hataları fark etme ve alternatif çözümleri tartışma konusunda aktif davranmış; yerleşim planlarını işlevsellik açısından sorgulayarak çözümü revize etmişlerdir. Grup içinde fikirlerin karşılaştırılması ve çözümün geçerliliğine yönelik eleştirel değerlendirme bu anlamda dikkat çekicidir. Bu sürece ilişkin aşağıda yer alan diyalog, öğrencilerin çözüm değerlendirme sürecini yansıtmaktadır:

G1Ö1: “Çizimi tamamladım. Genel olarak baktığımızda, planın en iyi yanı bence tek yönlü trafik olmuş. Araçlar fazla karmaşa yaşamadan park alanlarına ulaşabiliyor.”

G1Ö2: “Trafik yönü gerçekten iyi oldu. Ama engelli otopark yerleri biraz geride kalmış sanki, alışveriş alanına daha yakın olsa daha iyi olmaz mıydı?”

G1Ö3: “Doğru ama karşı tarafa koyarsak bu sefer araya yol girecekti. Şu anki yerleşimde direkt alışveriş merkezine geçebiliyorlar. Ama bir şey dikkatimi çekti, çıkış biraz dar olmuş. Geniş araçlar rahat çıkabilir mi emin olamadım.”

G1Ö1: “Eğer giriş dar geldiyse, otoparkın yanındaki alandan biraz kısarak genişletebiliriz. Zaten alanı iyi planladık. Bir fazladan park yerindense daha geniş bir giriş-çıkış daha önemli bence.”

Bu tür etkileşimler, öğrencilerin sadece çözüm üretmekle kalmayıp çözümün geçerliliği, uygulanabilirliği ve işlevselliği üzerine birlikte düşünme ve yeniden yapılandırma becerilerini etkin biçimde kullandıklarını göstermektedir.

Grup 2'deki öğretmen adayları, özellikle plan hazırlama aşamasında güçlü bir problem çözme yaklaşımı sergilemişlerdir. Problem metnini dikkatlice inceledikten sonra çözüm planına nereden başlayacaklarına dair uzun süre tartışarak farklı plan alternatifleri üretmişler ve bunları problemde belirtilen gerekliliklere göre değerlendirmişlerdir. Bu süreçte, sorunun bağlamına uygun biçimde “alan kaybını minimumda tutma”yı en önemli kriter olarak belirlemişler ve tüm yerleşim kararlarını bu doğrultuda şekillendirmişlerdir. Fiziksel alanın verimli kullanımı, giriş-çıkış noktalarının belirlenmesi ve trafik akış yönü gibi faktörler, planlama sürecinde dikkatle ele alınmıştır. Bu düşünme süreci, aşağıdaki öğrenci ifadelerinde açıkça görülmektedir:

G2Ö1: “Çizim yapmadan önce girişin yerini belirlerken alan kaybını da düşünmemiz lazım. Eğer zaten kaybettiğimiz köşeden giriş yaparsak, daha fazla bir kayıp yaşamamış oluruz.”

G2Ö3: “Evet, mantıklı çizimden önce nasıl gideceğimizi netleştirelim. Dediğin o bölgeyi zaten daha iyi kullanamıyoruz. Köşeden giriş-çıkış yaparsak hem trafik yönü netleşir hem de diğer alanlar tamamen otopark olarak kalır. Önce bir planı oluşturalım.”

G2Ö2: “Ayrıca giriş çıkışı köşeye almak, düz park sıralarını da bozmamış olur. Yerleşim daha derli toplu kalır.”

Öğrencilerin karar verme sürecinde hem matematiksel hem de mekansal unsurları bütüncül bir şekilde ele alırken çözümün işlevsel boyutlarını da dikkate aldıkları gözlemlenmiştir. Ancak buna karşın, çözüm sürecinin değerlendirilmesi aşamasında etkileşimin sınırlı kaldığı dikkat çekmektedir. Öğrenciler, çözümün genellenebilirliğini ve gerçek yaşamda uygulanabilirliğini sorgulamak yerine, daha çok gerçekleştirdikleri matematiksel işlemlerin doğruluğunu kontrol etmeye odaklanmışlardır. Özellikle araçların manevra yapabilmesi için gereken alanı kontrol etmeye çalışırken ölçümsel doğrulamayı tam olarak sağlayamamış; bunun yerine çözümü zihinsel canlandırmalarla değerlendirmeye yönelmişlerdir. Bu durum, çözüm değerlendirme basamağında analitik düşünme yerine sezgisel ve görselleştirmeye dayalı yaklaşımların ön plana çıktığını göstermektedir.

Grup 3'teki öğretmen adayları, problemi anlama sürecini diğer gruplara kıyasla daha belirgin ve etkili bir biçimde yürütmüşlerdir. Bu süreçte, problemde belirtilen koşul ve sınırlılıkları dikkatle inceleyerek not almış; bu kıstaslar doğrultusunda problemin ne ifade ettiğini anlamaya yönelik uzun süreli tartışmalar gerçekleştirmişlerdir. Öğrencilerin bu yaklaşımı, çözümün ilerleyen aşamalarına daha sağlam bir zemin hazırlamıştır. Bu bağlamda, aşağıdaki diyalog öğrencilerin problemde verilen bilgileri anlamlandırmaya yönelik yürüttükleri düşünme sürecini yansıtmaktadır:

G3Ö2: “Şurada ‘engelli yeri normalden yüzde elli büyük olacak’ demiş ya, bu araç başına mı? Toplam alana mı?”

G3Ö1: “Bence araç başına. Yani bir engelli aracı için ayırdığımız yer, normal aracın bir buçuk katı kadar olmalı gibi.”

G3Ö3: “Bir de şey var, kaldırımın önüne 6 metre boşluk bırakın diyor. Onu da unutmamız lazım.”

G3Ö1: “Bütün verilenlere ve istenenlere dikkat edelim önce. Problemi anlayalım sonra ne kadar alan lazım onu düşünelim.”

Öte yandan Grup 3, çözümün değerlendirilmesine yönelik yeterince sistematik bir yaklaşım geliştirememiştir. Öğrenciler, çözüm sürecini tamamladıktan sonra çözümün doğruluğunu yeniden gözden geçirme ya da alternatif önerileri değerlendirme yönünde herhangi bir girişimde bulunmamıştır. Bu yönüyle Grup 3'ün çözüm değerlendirme süreci, benzer sınırlılıkların gözlemlendiği Grup 2 ile paralellik göstermektedir.

Problem çözme becerisine ilişkin bulgular, öğretmen adaylarının modelleme sürecinde problemi anlama, plan oluşturma, çözüm üretme ve değerlendirme aşamalarında farklı çözüm yolları ve düşünme biçimleri benimsediklerini göstermiştir. Bu farklılıklar, adayların strateji geliştirme tarzları ile çözümün geçerliliğini ele alma düzeylerinde belirgin şekilde ortaya çıkmıştır.

3.2. İletişim Becerisi

Modelleme etkinlikleri grup temelli çalışmalara dayandığı için iletişim becerisi, süreç boyunca en sık kullanılan becerilerden biri olmuştur. Ancak bulgulara yalnızca iletişimin sıklığı değil, matematiksel iletişimin yapısı esas alınmıştır. Bulgular, öğretmen adaylarının grup içi etkileşimlerinde matematiksel kavramları ifade etme biçimlerine, fikir alışverişi sırasında kullandıkları dile ve ortak çözüme ulaşma süreçlerindeki iletişim stratejilerine odaklanmıştır.

Grup 1'in iletişim sürecinde öne çıkan alt becerilerden biri, matematiksel dili doğru kullanma olmuştur. Öğretmen adayları, çoğu zaman düşüncelerini gündelik ifadelerle ortaya koymuş, ardından bu düşünceler grup içindeki etkileşim yoluyla daha matematiksel bir dile dönüştürülmüştür. Bu durum, öğrencilerin hem kendi anlamlandırma biçimlerini hem de grup arkadaşlarının açıklamalarını kavramsal düzeyde ele alma eğiliminde olduklarını göstermektedir. Aşağıdaki diyalog bu süreci yansıtmaktadır:

G1Ö3: *"Yani arabaların döneceği şu yuvarlağımsı alan... çok dar olursa araçlar manevra yapamaz. O yüzden iki arabanın geçeceği kadar mesafe olmalı, yani en az 10 metre falan olmalı diye düşünüyorum."*

G1Ö1: *"Evet, aslında o yuvarlağımsı alan dediğin mesafe dairenin çapı oluyor. 10 metrelik bir çap belirlersek dönüş için bizi kurtarır. Çizerken pergeli ona göre ayarlayarak çizebiliriz."*

Bu etkileşim, öğrencilerin günlük deneyimlerle matematiksel yapılar arasında bağlantı kurabildiklerini göstermektedir.

Öte yandan, matematiksel fikir alışverişinde bulunma alt becerisi diğer gruplara kıyasla Grup 1'de daha sınırlı düzeyde gözlenmiştir. Bunun başlıca nedeni, grup içinde özellikle bir öğrencinin (G1Ö1) öne çıkan bir rol üstlenmiş olmasıdır. G1Ö1 öğrencisinin, grup içinde tek araç kullanma deneyimine sahip birey olması, özellikle trafik akışı, manevra alanı ve araç yerleşimi gibi konularda söz sahibi olmasına neden olmuştur. Bu deneyim, grup arkadaşlarının karar alma sürecinde sık sık onun görüşlerine başvurmalarına yol açmış ve fikirlerin daha dengeli paylaşılmasını sınırlamıştır.

Grup 2'nin iletişim sürecinde en belirgin biçimde gözlenen alt beceri, matematiksel fikir alışverişinde bulunma olmuştur. Öğretmen adayları, çözüm süreci boyunca yalnızca önerilerini dile getirmekle kalmamış; sık sık birbirlerinin fikirlerini onaylama, alternatif önerilere açıklık gösterme ve karar alma sürecini birlikte yürütme eğiliminde olmuşlardır. Özellikle otopark içerisindeki araç yerleşim düzeni tartışılırken, grup üyeleri fikirlerini yalnızca ileri sürmekle kalmamış, aynı zamanda *"Sence de öyle mi?"*, *"Katılıyor musun?"* gibi ifadelerle kendi düşüncelerini paylaşarak destek veya öneri bekledikleri gözlemlenmiştir. Bu süreci yansıtan örnek bir diyalog aşağıda sunulmuştur:

G2Ö3: *"Arabaları dik park ettirsek daha iyi. Sizce öyle değil mi? Katılıyor musunuz? Siz de düşüncenizi söyleyin."*

G2Ö1: *"Bence paralel. Bir düşünsenize daha iyi olmaz mı?" (Burada 'paralel' ifadesi, kavramsal olarak belirsizlik içerse de grup bağlamında aracın uzun eksenlerinin yerleşimini kastetmektedir.)*

G2Ö2: *"Bence de paralel, böyle olursa üç sıra olur, iki yola daha ihtiyacımız kalır. Buradaki en iyi sonucu 90 derece verir, çünkü en fazla araç öyle sığar. Mantıklı geldiyse öyle deneyelim mi?"*

G2Ö3: *"Emin misiniz? Yani böyle yapınca yer kazanıyor muyuz gerçekten?"*

Bu etkileşimler, öğrencilerin fikirlerini yalnızca paylaşmakla kalmayıp, karşılıklı sorgulama ve açıklamalarla ortak bir çözüm geliştirmeye çalıştıklarını göstermektedir. Buna karşılık, matematiksel dili doğru kullanma becerisi bu grupta daha geri planda kalmıştır. Özellikle temel matematiksel kavramlar (örneğin çap ve yarıçap) zaman zaman karıştırılmış; öğrenciler çözüm sürecinde bu terimleri yer yer yanlış kullanmışlardır. Ayrıca, alan hesapları sırasında yaklaşık değerlerle işlem yapılmış, kullanılan matematiksel dilin açıklığı ve doğruluğu kimi zaman ihmal edilmiştir.

Grup 3'teki öğretmen adayları, Grup 2'ye benzer şekilde matematiksel fikir alışverişi konusunda oldukça etkileşimli bir yaklaşım sergilemişlerdir. Öğrenciler çözüm sürecinde hesaplamaları birlikte yürütmüş, önerilerini karşılıklı olarak teyit etmiş ve birbirlerinin düşüncelerini pekiştirmek amacıyla *"Sen de böyle düşünüyordun, değil mi?"* ya da *"Bu durumda bulduğumuz sayıyı kullanmamız gerekiyor, sence de öyle mi?"* gibi soru kalıplarıyla iletişimi sürdürmüşlerdir. Ancak günlük dil ile matematiksel dil arasında geçişlerde zaman zaman kavramsal hatalar yapılmıştır. Örneğin, bir öğrencinin *"Engelli otoparkı %5 olacaksa, bu otoparkın beşte biri demektir. Yani otoparkı beş eşit parçaya böleriz, biri engellilere ayrılır."* şeklindeki ifadesi, yüzde kavramının oran anlamının yanlış yorumlandığını ortaya koymaktadır. Bu yanlış anlamlandırma grup üyeleri tarafından fark edilmemiş ya da düzeltilmemiş; çözüm sürecinin ilerleyen aşamalarında bu ifadeye geri dönüşülmemiştir.

Elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının iletişim becerisini grup çalışmalarında aktif biçimde kullandıklarını, ancak bu iletişimin niteliğinin gruplar arasında farklılaştığını göstermiştir. Fikir alışverişi ve karşılıklı onaylama süreçleri yaygın olmakla birlikte, bazı öğrencilerin baskın roller üstlenmesi iletişimde dengesizlik yaratmıştır. Ayrıca

matematiksel dilin doğru ve tutarlı kullanımı çoğunlukla geri planda kalmış; oran, yüzde gibi temel kavramlarda hatalı kullanımlar gözlenmiştir.

3.3. Akıl Yürütme Becerisi

Modelleme etkinliği süresince öğretmen adaylarının akıl yürütme becerileri, çözüm geliştirme ve planlama aşamalarında farklı biçimlerde ortaya çıkmıştır. Bu becerinin, modelleme sürecinde özellikle matematikselleştirme ve doğrulama aşamalarında daha belirgin biçimde ortaya çıktığı görülmüştür.

Grup 1, modelleme sürecinde özellikle doğruluğu ve geçerliliği savunma becerisi etrafında yoğun bir akıl yürütme sergilemiştir. Öğrenciler hem kendi çözüm önerilerini savunurken hem de arkadaşlarının sunduğu fikirleri eleştirirken mantıksal gerekçelendirmelere başvurmuşlardır. Özellikle ölçümler ve oranlar üzerinden yürütülen tartışmalar, çözümün matematiksel açıdan ne kadar tutarlı olduğunu sorgulamaya odaklanmıştır. Aşağıdaki örnek diyalog bu yönü ortaya koymaktadır:

GIÖ1: “*Şu hesap doğru değil bence. 5x4 otoparkın alanı 20 metrekare. Ama sen engelli yeri için 5.5x4 yapmışsın. Bu sadece 22 metrekare ediyor, %50 fazla olmuyor ki.*”

GIÖ3: “*Evet ama göz kararı büyüttüm ben, çok fark etmez diye düşündüm.*”

GIÖ1: “*Fark eder ama. Bu çözümün doğru olması için alanın %50 artışıyla 30 metrekareye çıkması gerekir. 5x6 ölçüsü bu değeri sağladığı için daha uygun. Diğer yöntemi kullanırsak hem çizim zorlaşır hem de problemde verilen şart tam karşılanmaz. Bu nedenle 5'e 6 olması şeklinde olması gerektiğini düşünüyorum.*”

Bu tür ifadeler, öğrencilerin çözüm sürecinde yalnızca fikir üretmekle kalmayıp, aynı zamanda bu fikirlerin geçerliliğini matematiksel gerekçelerle tartıştıklarını ortaya koymaktadır. Öte yandan, grup üyelerinin tahminde bulunma konusunda daha temkinli davrandıkları; genellikle doğrudan hesaplanabilir ve ölçülebilir nicelikler üzerinde yoğunlaştıkları gözlenmiştir. Örneğin öğrencilerden A'nın “*Şimdi burada tahmin yapmamıza gerek yok. Tahmin üzerinden gidersek belki çözüm daha kolay olabilir ama aklımız çok karışır. En iyisi tek tek hesaplayalım.*” ifadesi, bu eğilimi açıkça yansıtmaktadır.

Grup 2, çıkarım ve genelleme becerisini diğer gruplara kıyasla daha belirgin bir şekilde ortaya koymuştur. Özellikle problem çözüm sürecinin başlarında, matematiksel bir genelleme yaparak daha sistematik bir yaklaşıma yönelmişlerdir. Bu duruma ilişkin olarak Öğrenci B'nin şu ifadesi dikkat çekicidir: “*Her normal araç için 20 metrekare gerekiyor. Acaba önce toplam alanı belirlemeye çalışsak? Bilirsek direkt alanı 20'ye bölerek kapasiteyi çıkarabiliyoruz aslında. Oradan çıkan genel sayıya göre de engelli park yerine gitmeye çalışalım.*” Bu tür yaklaşımlar, öğrencilerin yalnızca verilen verilerle işlem yapmakla kalmayıp, bu verilerden yola çıkarak genelleme çıkarımlar yapabildiklerini göstermektedir.

Bununla birlikte, bu grup da tahminde bulunma becerisine daha temkinli yaklaşmıştır. Grup üyeleri, özellikle sorunun ölçekli çizim gerektirmesi nedeniyle tahmine dayalı kararlar almaktan kaçındıklarını ifade etmişlerdir. Bu durum, çözüm süreçlerinde daha kontrollü ve hesaplama dayalı bir yaklaşımı benimsediklerini göstermektedir.

Grup 3'teki öğretmen adayları, akıl yürütme becerisi kapsamında özellikle çıkarım ve genelleme yönünden dikkat çekici bir yaklaşım sergilemişlerdir. Otopark yerleşimini planlama sürecinde, araç sıraları ile manevra alanları arasındaki tekrar eden yapıları fark ederek bu örüntülerden yararlanmış ve bir genellemeye ulaşarak bir yerleşim planı geliştirmişlerdir. Bu yaklaşım, bir öğrencinin “*Bir şey diyeceğim, hep iki sıranın arasına 6 metrelik yol bırakınca araçlar düzgün diziliyor hem de dönüş için yeterli mesafe oluyor. Yani bir sıra bir boşluk bir sıra. Bu düzenle yaparsak çizmek daha kolay olur.*” şeklindeki ifadesinde açıkça görülmektedir. Grup 3'teki öğretmen adaylarının tahmin yürütme becerisi, diğer gruplarda olduğu gibi sınırlı kalmıştır. Planlama sürecinde ise tahmine dayalı hesaplamalardan kaçınılmış, çözüm daha çok doğrudan verilen veriler temelinde yapılandırılmıştır.

Modelleme süreci boyunca öğretmen adaylarının akıl yürütme becerileri farklı alt boyutlarda ortaya çıkmıştır. Bazı gruplarda doğruluğu ve geçerliliği savunma ya da çıkarım ve genelleme yapma becerileri ön planda yer alırken, bazı gruplarda ise çıkarım ve genelleme becerileri dikkat çekmiştir. Bununla birlikte, tüm gruplarda tahmine dayalı akıl yürütmelerin daha sınırlı kaldığı, öğrencilerin daha çok doğrudan hesaplanabilir nicelikler üzerinden ilerlemeyi tercih ettikleri görülmüştür.

3.4. İlişkilendirme Becerisi

Modelleme süreci boyunca öğretmen adaylarının farklı bilgi ve deneyimleri çözüm süreçlerine dahil ettikleri gözlemlenmiştir. Öğrenciler bazı durumlarda yaşantılarından hareketle benzer durumları hatırlayarak çözüm önerileri getirmiş, bazı durumlarda ise daha önce öğrendikleri matematiksel kavramları çözümle ilişkilendirmiştir. Çizim

sürecinde ise mimarlık, şehir planlama gibi alanlara yapılan göndermelerle disiplinler arası bir bakış açısının zaman zaman devreye girdiği görülmüştür.

Grup 1'in çözüm sürecinde en fazla gözlenen ilişkilendirme türleri, matematiksel kavramlar arası ilişkilendirme ve disiplinler arası ilişkilendirme olmuştur. Öğrenciler özellikle dönüş alanı, çap, alan ve park yeri düzeni gibi kavramları birbirine bağlayarak çözüm geliştirmiştir. Alan ve çap ilişkisini tartışırken, yalnızca tek bir değişkenin değil, bu değişkenin sistemin genelini nasıl etkilediği üzerine odaklandıkları görülmüştür. Aşağıda yer alan diyalog bu durumu yansıtmaktadır:

G1Ö1: *"Dönüş alanını hesaplarken daire gibi düşündük ya, çapı 10 metre olunca aslında hem yolun genişliği hem de yarılarındaki boşluk etkileniyor. Aslında karenin içindeki bir daireyi büyütüyoruz."*

G1Ö3: *"Evet, çünkü çap büyüyünce dışındaki kare alanı da genişliyor. Yani sadece daire değil, çevresindeki park yerleri de etkileniyor. Burada hem dairenin alanını hem de etkilediği kare alanını da düşünmemiz lazım."*

G1Ö2: *"Aynen, o yüzden o alanı sadece dönüş için değil, genel yerleşimle birlikte düşünmemiz gerekiyor."*

Bunun yanında, grup üyelerinin çözüm sürecinde zaman zaman disiplinler arası ilişkilendirme yaptığı da gözlenmiştir. Özellikle çizim aşamasında yapılan ölçüm ve yerleştirme işlemlerinde, mimarlık ve şehir planlama gibi alanlara göndermelerde bulunmuşlardır. Çizim sırasında öğrencilerden biri, kendini "milimetrik ölçüm yapan bir mimar gibi" hissettiğini ifade ederken, bir diğeri bu süreci "proje çizer gibi çalışıyoruz" şeklinde tanımlamıştır.

Grup 2'nin çözüm sürecinde, günlük yaşantıyla ilişkilendirme becerisinin belirgin şekilde öne çıktığı görülmüştür. Öğretmen adayları, oluşturdukları otopark planını değerlendirirken, kendi gündelik deneyimlerinden yola çıkarak karşılaştırmalar yapmışlardır. Özellikle fakültelerinin mevcut otopark düzenine gönderme yaparak oradaki kullanım sorunlarını dile getirmiş, bu sorunları kendi çözüm süreçlerinde göz önünde bulundurmışlardır. Aşağıdaki diyalog bu durumu yansıtmaktadır:

G2Ö1: *"Bizim fakültenin otoparkı gibi olmasın, ortaya da park yeri koymuşlar ya... Arabalar birbirine çok yakın duruyor hem park etmek zor oluyor hem de çıkan araç manevra yapamıyor."*

G2Ö2: *"Evet ya, özellikle dönüş alanı çok dar kalıyor. Geçen otoparktan çıkarken iki kere geri gitmek zorunda kalmıştım."*

G2Ö3: *"Aynen, o yüzden biz burada ortalara park yeri koymayalım. Bence çapraz da yapmayalım, çünkü o zaman alan daralıyor. Dönüş rahatlığı bence daha önemli."*

Grup 3'teki öğretmen adaylarının ilişkilendirme becerisi, diğer gruplardan ayrıışan belirli özellikler göstermiştir. Özellikle günlük yaşantıyla ilişkilendirme açısından bu grubun daha sınırlı bir yaklaşım benimsediği gözlemlenmiştir. Öğrenciler, çözüm sürecinde kişisel deneyimlerini paylaşmak ya da yaşamdan örnekler sunmak yerine, soruda verilen bilgiler doğrultusunda ilerlemeyi tercih etmişlerdir. Öte yandan, disiplinler arası ilişkilendirme becerisi bu grupta da diğer gruplarda olduğu gibi dikkat çekmiştir. Özellikle çizim sürecinde mimarlık ve haritacılıkla bağlantı kurularak ilişkilendirme yaptıkları gözlemlenmiştir. Bir öğrencinin *"Haritalarda da böyle küçültme yapılıyor ya, biz de mesela 100'de 1 oranında çizersek daha kolay olur. Mimarlar da bu şekilde ölçeklendirerek çizim yapıyor, biz de buradaki oranları mimarlar gibi ölçeğe dönüştürebilsek daha kolay yaparız."* ifadesiyle birlikte bir başka öğrencinin *"Bu kadar ölçüyle uğraşınca kendimi mimar gibi hissettim, keşke onların kullandığı teknik çizim aletleri bizde de olsa."* şeklindeki sözleri, disiplinler arası ilişkinin bir örneğini oluşturmaktadır.

Modelleme sürecinde öğretmen adaylarının ilişkilendirme becerileri, farklı bağlamlar ve bilgi alanları arasında anlamlı geçişler kurma yönünden çeşitlilik göstermiştir. Süreç boyunca bazı gruplar günlük yaşantıdan örneklerle matematiksel çözüm önerilerini temellendirmeye çalışırken, bazı gruplar disiplinler arası bağlantılar kurarak özellikle çizim ve ölçeklendirme aşamalarında mimarlık, şehir planlama ve haritacılık gibi alanlardan kavramsal aktarımlar yapmışlardır.

4. Sonuç ve Tartışma

Bu çalışmada, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının grup temelli matematiksel modelleme sürecinde ortaya koydukları matematiksel beceriler çok yönlü biçimde incelenmiştir. Elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının modelleme sürecinde matematiksel süreç becerilerini nasıl ortaya koyduklarına ilişkin önemli göstergeler sunmakla birlikte, çalışmada yalnızca tek bir modelleme probleminin kullanılmış olması bir sınırlılık oluşturmaktadır. Tek bir problem bağlamı, öğretmen adaylarının beceri kullanımını farklı modelleme türlerinde karşılaştırma imkânı vermediği için sonuçlar bu bağlamla sınırlı olarak değerlendirilmelidir. Buna rağmen, mevcut veriler modelleme sürecinin

öğretmen adaylarının becerilerini görünür kılma potansiyeline işaret etmekte ve ileride farklı türde modelleme problemleriyle yapılacak çalışmalar için önemli bir başlangıç niteliği taşımaktadır.

Bulgular, adayların problem çözme, iletişim, akıl yürütme ve ilişkilendirme becerilerini süreç boyunca farklı yoğunluklarda kullandıklarını göstermiş; bunun yanında eleştirel düşünme, iş birliği ve bağlamlar arası düşünme gibi 21. yüzyıl becerilerinin de doğal biçimde devreye girdiği görülmüştür. Modelleme etkinliği, gerçek yaşam bağlamına yerleştirilmiş açık uçlu bir problem üzerinden öğretmen adaylarına çoklu matematiksel beceriyi bütüncül biçimde kullanma olanağı sunmuştur. Elde edilen sonuçlar, modellemenin çok boyutlu bilişsel süreçleri harekete geçirdiğini bildiren araştırmalarla (Lesh ve Doerr, 2003; English, 2006; Borromeo Ferri, 2006) uyumludur. Bu çalışmanın bulgularıyla paralel şekilde Borromeo Ferri (2006), modelleme sürecinde farklı aşamaların öne çıkabileceğini; öğrencilerin kimi adımlara yoğunlaşırken bazılarını geri planda bırakabildiğini belirtmektedir.

Öğretmen adaylarının problem çözme aşamaları; problemi anlama, plan oluşturma, çözümü değerlendirme basamaklarının kesintisiz biçimde ilerlemediğini, zaman zaman geriye dönüşler ve yeniden düzenlemeler içeren döngüsel bir akış sergilediğini göstermiştir. Bu durum, Polya'nın (1945) problem çözme aşamalı fakat ilerleyişi her zaman doğrusal olmayan bir süreç olarak tanımlayan yaklaşımıyla uyumludur. Benzer şekilde Schoenfeld'in (1985) problem çözmenin izleme, kontrol etme ve karar verme süreçleriyle ilerlediğini vurgulayan yaklaşımı da, çözüm sırasında geriye dönüşlerin ve yeniden yapılandırmanın doğal bir parça olduğunu göstermektedir. Bulgular ayrıca öğretmen adaylarının problem çözme sürecinde özellikle problemi anlama ve plan oluşturma aşamalarında farklı performans sergilediğini ortaya koymuştur. Bazı grupların problem metnindeki sayısal ifadeleri yüzeysel okuması, çözüm sürecine hatalı varsayımlarla başlamalarına ve bu nedenle çözümü tekrar gözden geçirip yeniden yapılandırmalarına yol açmıştır. Bu durum, Polya'nın problemi anlama basamağının modelleme bağlamında kırılgan bir yapıya sahip olduğunu gösterirken; Ural (2014) ile Deniz ve Akgün'ün (2018) modelleme deneyimi sınırlı bireylerde başlangıç adımının sıklıkla zorlandığına ilişkin bulgularıyla da örtüşmektedir. Bununla birlikte çalışmada, bazı gruplarda değerlendirme ve yeniden düzenleme davranışının belirginleştiği gözlemlenmiştir. Öğretmen adaylarının çözümü geri çağırma, farklı yerleşim düzenlerini sınama ve çözümün işlevselliğini tartışma eğilimleri, Tekin Dede ve Yılmaz'ın (2013) da vurguladığı gibi modellemenin döngüsel doğasının güçlü bir göstergesi olarak değerlendirilebilir. Bulgular, gruplar arasında belirgin farklılıkları da ortaya koymuştur. G1 ve G2 çözümü tartışmaya açmış olsa da değerlendirme aşamasında sistematik bir doğrulama süreci geliştirememiş, G3 ise problemi anlama basamağında güçlü olmakla birlikte nihai modeli test etmeye yönelik geri dönüş üretememiştir. Bu sonuç, alanyazında model sonuçlarının gerçek bağlama geri taşınması ve doğrulama basamağının çoğu modelleme sürecinde zayıf işlediğine dair tartışmalarla tutarlıdır (Blum ve Leiß, 2007; Sen Zeytun, Çetinkaya ve Erbaş, 2017).

İletişim becerisi, öğretmen adaylarının modelleme sürecinde en sık ve belirgin biçimde kullandıkları becerilerden biri olarak ortaya çıkmıştır. Ancak bu iletişim, yalnızca grup çalışmasının doğal bir sonucu değil; birlikte düşünme, yorumlama, gerekçelendirme ve karar verme ihtiyacının tetiklediği bilişsel bir süreç olarak işlemiştir. Adaylar özellikle matematikselleştirme, yorumlama ve doğrulama aşamalarında fikir alışverişi yapmış, düşüncelerini gerekçelendirmiş ve ortak kararlar üretebilmek için matematiksel dili aktif biçimde kullanmıştır. Bu durum, Yackel ve Cobb'un (1996) grup içi etkileşimin matematiksel düşüncüyü dönüştürdüğüne ilişkin bulgularıyla, aynı zamanda NCTM'nin (2000) iletişimi yalnızca aktarım değil anlam kurma ve tartışma alanı olarak konumlandırın yaklaşımıyla örtüşmektedir. Buna bağlı olarak; grup içi konuşmaların niteliği arttıkça, kavramların daha net ifade edildiği, çözüm yollarının tartışılarak geliştirildiği ve problem durumunun daha derinlemesine anlaşıldığı gözlemlenmiştir. Bu sonuçlar, açıklayıcı konuşmaların akıl yürütmeyi desteklediğini ve matematiksel anlayışı derinleştirdiğini gösteren Mercer ve Littleton (2007) ile paralellik göstermektedir. Bununla birlikte iletişim, her grupta eşit katılımı ile ilerlememiş; özellikle G1'de deneyimi yüksek bir öğrencinin yönlendirici konumu bilişsel katkıların dağılımında dengesizlik yaratmıştır. Bu durum, etkili iletişimin yalnızca konuşmanın varlığıyla değil, görüş paylaşımı ve tartışmanın dengeli katılım üzerinden değerlendirilmesi gerektiğini göstermektedir. Dolayısıyla modelleme temelli öğrenme ortamlarının, grup rollerini dengeleyen ve katılımı eşitleyen yapılarla desteklenmesi önem taşımaktadır.

Araştırmada, akıl yürütme becerisinin özellikle çözümün doğruluğunu savunma ve matematiksel çıkarım yapma bağlamlarında belirgin şekilde öne çıktığı görülmüştür. Öğretmen adaylarının oran, alan ve kapasite gibi nicel ilişkileri matematiksel gerekçelerle temellendirmeleri, Stylianides'in (2007) akıl yürütmeyi argüman üretme süreciyle ilişkilendiren yaklaşımıyla uyumlu bir görünüm sergilemiştir. Model kurarken geliştirdikleri mantıksal yapı, kıyaslamalar, düzenlemeler ve fikirlerin yeniden şekillendirilmesi; Schoenfeld'in (1992) problem çözme sürecinde vurguladığı üstbilişsel kontrol ile Binkley vd. (2012) 21. yüzyıl öğrenme bileşenleri arasında tanımladığı eleştirel düşünme boyutunu da doğal biçimde harekete geçirmiştir. Etkinliğin açık uçlu niteliğine rağmen, öğretmen adaylarının belirsizlik içeren durumlarda tahmine dayalı akıl yürütmeyi sınırlı düzeyde kullandıkları ve daha çok kesin, ölçülebilir değerlere yönelerek risk almaktan kaçındıkları görülmüştür. G2 ve G3'te örüntü fark ederek genelleme üretme davranışı gözlenirse de kestirim yapma ve belirsizlikle çalışma süreçlerinin genel olarak zayıf kalması dikkat çekicidir. Bu bulgu, akıl yürütmenin yalnızca doğrulama ve işlem yürütme değil; varsayım kurma, esnek

düşünme ve alternatif senaryolar oluşturma gibi daha ileri zihinsel süreçleri de içerdiğini vurgulayan Niss ve Højgaard (2011) ile Kaiser'in (2007) görüşleriyle birlikte değerlendirildiğinde, öğretmen adaylarının bu üst düzey akıl yürütme bileşenlerini modelleme sürecinde yeterince kullanamadıklarını göstermektedir.

Araştırma bulguları, öğretmen adaylarının ilişkilendirme becerisini modelleme süreci boyunca aktif biçimde kullandıklarını göstermiştir. Adayların hem günlük yaşam deneyimlerinden yararlanarak hem de mimarlık ve şehir planlama gibi farklı disiplinlere referans vererek çözüm süreçlerini zenginleştirdikleri gözlemlenmiştir. Özellikle fiziksel yerleşim kararlarında görülen disiplinler arası düşünceler, problem durumunun yalnızca matematiksel yönüyle değil; aynı zamanda işlevsel ve mekânsal boyutlarıyla birlikte ele alındığını işaret etmektedir. Bu durum, matematiğin gerçek yaşam bağlamı içinde anlam kazandığını vurgulayan Greer, Verschaffel ve Mukhopadhyay (2007) yaklaşımıyla tutarlıdır. Gruplar incelendiğinde ilişkilendirme becerisinin farklı biçimlerde ortaya çıktığı görülmüştür. G2'nin çözüm kriterlerini günlük yaşam deneyimlerinden besleyerek oluşturma, ilişkilendirmenin yaşantı temelli yönünü güçlendirirken; G1 ve G3'ün çizim, ölçeklendirme ve mekânsal yerleşim kararlarında mimarlık ve şehir planlama alanlarına gönderme yapması, disiplinler arası bilgi transferinin modellemeye nasıl dâhil edildiğini göstermiştir.

Bu çalışma, matematiksel modelleme etkinliklerinin öğretmen adaylarında çoklu matematiksel beceriyi eşzamanlı olarak harekete geçiren güçlü bir öğrenme ortamı sunduğunu ortaya koymuştur. Bulgular, modellemenin problem çözme, akıl yürütme, iletişim ve ilişkilendirme becerilerini birbirinden bağımsız işlemler olarak değil, karşılıklı etkileşim içinde ilerleyen bir yapı olarak ortaya çıkardığını göstermektedir. Problem çözme ve akıl yürütme süreçleri genel olarak güçlü görünmekle birlikte, özellikle tahmine dayalı düşünme ve çözümü değerlendirme aşamalarının daha fazla desteklenmesi gerektiği sonucuna ulaşılmıştır. Benzer biçimde iletişim becerisi modelleme sürecinin merkezinde yer almakta; ancak eşit katılımın sağlanamadığı durumlarda bilişsel paylaşımın dengesizleştiği görülmüştür. İlişkilendirme becerisinin ise bağlama göre değişen, kimi durumlarda günlük yaşamla, kimi durumlarda ise farklı disiplinlere yapılan göndermelerle gerçekleştiğini göstermiştir. Sonuç olarak bu araştırma, matematiksel modellemenin dört temel matematiksel beceriyi birbirine bağlayan ve adaylara gerekçelendirme, iş birliği, esnek düşünme ve yenilikçi çözüm üretme fırsatı sunan dinamik bir öğrenme ortamı sağladığını göstermektedir.

5. Çıkar Çatışması Beyanı

Yazarlar, çalışma kapsamında herhangi bir kurum veya kişi ile çıkar çatışması bulunmadığını beyan etmektedir.

Kaynakça

- Binkley, M., Erstad, O., Herman, J., Raizen, S., Ripley, M., Miller-Ricci, M., & Rumble, M. (2012). Defining twenty-first century skills. In P. Griffin, B. McGaw, & E. Care (Eds.), *Assessment and teaching of 21st century skills* (pp. 17–66). Dordrecht: Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-2324-5_2
- Birgin, O., & Öztürk, F. N. (2021). Türkiye’de Matematik Eğitimi Alanında Matematiksel Modelleme Çalışmalarına İlişkin Eğilimler (2010-2020): Tematik İçerik Analizi. *e-Uluslararası Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 12(5), 118-140. <https://doi.org/10.19160/e-ijer.937654>
- Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45–58. Retrieved from: https://www.researchgate.net/publication/279478754_Mathematical_Modelling_Can_It_Be-Taught_And_Learnt
- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling: Education, engineering and economics – ICTMA 12* (pp. 222–231). Cambridge, UK: Woodhead Publishing. <https://doi.org/10.1533/9780857099419.5.221>
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *ZDM – Mathematics Education*, 38(2), 86–95. <https://doi.org/10.1007/BF02655883>
- Borromeo Ferri, R., & Blum, W. (2010). Mathematical modelling in teacher education – Experiences from a modelling seminar. In U. T. Jankvist, T. H. Kjeldsen, & C. Winsløw (Eds.), *Proceedings of CERME 6* (pp. 2046–2055). Lyon, France. Retrieved from: <https://scispace.com/pdf/mathematical-modelling-in-teacher-education-experiences-from-2jlmbe7ka7.pdf>
- Büyüköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2010). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (5. Baskı). Pegem Akademi Yayınları.
- Carreira, S. & Baioa, A. M. (2011). Students’ modelling routes in the context of object manipulation and experimentation in mathematics. In G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri and G. Stillman (Eds.), *Trends in*

- teaching and learning of mathematical modelling: ICTMA 14* (pp. 211-220). Netherlands: Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_22
- Crompton, H., & Burke, D. (2024). The nexus of ISTE standards and academic progress: A mapping analysis of empirical studies. *TechTrends*, 68(4), 711–722. <https://doi.org/10.1007/s11528-024-00973-y>
- Çakmak Gürel, Z., & Işık, A. (2018). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel modellemeye ilişkin yeterliklerinin incelenmesi. *e-Uluslararası Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 9(3), 85–103. <https://doi.org/10.19160/ijer.477651>
- Çetinbaş, M. (2022). *An investigation of pre-service mathematics teachers' semiotic representations and modeling routes in a mathematical modeling activity* (Unpublished master's thesis). Middle East Technical University.
- Delice, A., & Taşova, H. İ. (2011). Bireysel ve grup çalışmasının modelleme etkinliklerindeki sürece ve performansa etkisi. *Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 34, 71–97. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/pub/maruaebd/issue/376/2225>
- Deniz, D., & Akgün, L. (2018). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme becerilerinin incelenmesi. *Akdeniz Eğitim Araştırmaları Dergisi*, 12(24), 294–312. Erişim adresi: <https://mjer.inased.org/makale/515>
- Doerr, H. M. (1997). Experiment, simulation and analysis: An integrated instructional approach to the concept of force. *International Journal of Science Education*, 19, 265–282. <https://doi.org/10.1080/0950069970190302>
- Doerr, H. M., & English, L. D. (2003). *A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data*. Journal for Research in Mathematics Education, 34(2), 110–136. <https://doi.org/10.2307/30034902>
- Doerr, H. M., & Lesh, R. (2011). Models and modelling perspectives on teaching and learning mathematics in the twenty-first century. In G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri, & G. Stillman (Eds.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 247–268). Dordrecht: Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_26
- Doruk, B. K. (2012). Mathematical modelling activities as a useful tool for values education. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 12(2), 1667–1672. Retrieved from: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ987866.pdf>
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1–2), 103–131. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z>
- Eli, J. A. (2009). *An exploratory mixed methods study of prospective middle grades teachers' mathematical connections while completing investigative tasks in geometry* (Unpublished doctoral dissertation). University of Kentucky. Retrieved from: https://uknowledge.uky.edu/gradschool_diss/781/
- Eraslan, A. (2011). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının model oluşturma etkinlikleri ve bunların matematik öğrenimine etkisi hakkındaki görüşleri. *İlköğretim Online*, 10(1), 368–388. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/pub/ilkonline/issue/8593/106870>
- English, L. D. (2006). Mathematical modeling in the primary school: Children's construction of a consumer guide. *Educational Studies in Mathematics*, 62(3), 303–323. <https://doi.org/10.1007/s10649-005-9013-1>
- English, L. D. (2009). Promoting interdisciplinarity through mathematical modelling. *ZDM – Mathematics Education*, 41(1–2), 161–181. <https://doi.org/10.1007/s11858-008-0106-z>
- English, L. D., & Walters, J. J. (2005). Mathematical modelling in the early school years. *Mathematics Education Research Journal*, 16(3), 58–79. <https://doi.org/10.1007/BF03217401>
- European Parliament & Council of the European Union. (2006). Recommendation of the European Parliament and of the Council of 18 December 2006 on key competences for lifelong learning (2006/962/EC). *Official Journal of the European Union*, L394, 10–18. Retrieved from: <https://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=OJ:L:2006:394:0010:0018:en:PDF>
- Greer, B., Verschaffel, L., & Mukhopadhyay, S. (2007). Modelling for life: Mathematics and children's experience. In W. Blum, P. L. Galbraith, H. W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education* (pp. 89–98). Boston, MA: Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_7
- Griffin, P., Care, E., & McGaw, B. (2012). The changing role of education and schools. In P. Griffin, B. McGaw, & E. Care (Eds.), *Assessment and teaching of 21st century skills* (pp. 1–16). Dordrecht: Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-2324-5_1
- Griffin, P., & Care, E. (2015). The ATC21S method. In P. Griffin & E. Care (Eds.), *Assessment and teaching of 21st century skills: Methods and approaches* (pp. 3–33). Dordrecht: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-94-017-9395-7>
- Jamison, R. E. (2000). *Learning the language of mathematics*. *Language and Learning Across The Disciplines*, 4(1), 45–54. <https://doi.org/10.37514/LLD-J.2000.4.1.06>

- Kaiser, G. (2007). Modelling and modelling competencies in school. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical modelling: Education, engineering and economics – Proceedings from the Twelfth International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA 12)* (pp. 110–119). Chichester: Horwood. <https://doi.org/10.1533/9780857099419.3.110>
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM – Mathematics Education*, 38, 302–310. <https://doi.org/10.1007/BF02652813>
- Lehrer, R. ve Schauble, L. (2007). A developmental approach for supporting the epistemology of modeling. W. Blum, P. L. Galbraith, H-W. Henn, and M. Niss (Eds.), *Modeling and Applications in Mathematics Education* içinde (ss. 153-160). New York, NY: Springer. https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1_14
- Lesh, R., & Doerr, H. M. (Eds.). (2003). *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates. <https://doi.org/10.4324/9781410607713>
- Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000). Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. In A. Kelly & R. Lesh (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 591–645). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Lesh, R., & Lehrer, R. (2003). Models and modeling perspectives on the development of students and teachers. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(2–3), 109–129. <https://doi.org/10.1080/10986065.2003.9679996>
- Lesh, R., & Zawojewski, J. S. (2007). Problem solving and modeling. In F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 763–804). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Lester, F. K. (2013). Thoughts about research on mathematical problem solving instruction. In K. Leatham (Ed.), *Vital directions for mathematics education research* (pp. 119–139). Springer. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1267>
- Lingefjård, T. (2012). Learning mathematics through mathematical modelling. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(5), 41-49. Retrieved from: <https://scispace.com/pdf/learning-mathematics-through-mathematical-modelling-47ppjd5ddv.pdf>
- Marshall, G. (1996). *Problem solving about problem solving: Framing a research agenda*. Retrieved from: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED398890.pdf>
- Mata Pereira, J., & da Ponte, J. P. (2017). Enhancing students' mathematical reasoning in the classroom: Teacher actions facilitating generalization and justification. *Educational Studies in Mathematics*, 96(2), 169–186. <https://doi.org/10.1007/s10649-017-9773-4>
- Mercer, N., & Littleton, K. (2007). *Dialogue and the development of children's thinking: A sociocultural approach*. London: Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203946657>
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2009). *İlköğretim matematik dersi 6–8. sınıflar öğretim programı ve kılavuzu*. Ankara: MEB Yayınları.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *Ortaokul matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Ankara: MEB Yayınları.
- National Research Council. (2010). *Exploring the intersection of science education and 21st century skills: A workshop summary*. Washington, DC: The National Academies Press. <https://doi.org/10.17226/12771>
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM. Retrieved from: <https://www.nctm.org/Standards-and-Positions/Principles-and-Standards/>
- Niss, M., & Højgaard, T. (2011). *Competencies and mathematical learning: Ideas and inspiration for developing mathematics teaching and learning in Denmark*. Roskilde: Roskilde University. Retrieved from: https://www.researchgate.net/publication/270585013_Competencies_and_Mathematical_Learning_Ideas_and_inspiration_for_the_development_of_mathematics_teaching_and_learning_in_Denmark
- Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD]. (2006). *The new millennium learners: Challenging our views on ICT and learning*. Paris: OECD Publishing. <https://doi.org/10.18261/ISSN1891-943X-2007-04-04>
- Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD]. (2019). *Education at a glance 2019: OECD indicators*. Paris: OECD Publishing. <https://doi.org/10.1787/f8d7880d-en>
- Organisation for Economic Co-operation and Development [OECD]. (2021). *PISA 2018 mathematics framework (second draft)*. Retrieved from: [https://one.oecd.org/document/EDU/PISA/GB\(2018\)19/en/pdf](https://one.oecd.org/document/EDU/PISA/GB(2018)19/en/pdf)
- Polya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press.

- Sahara, I., Darmawijoyo, & Hartono, Y. (2021). *Learning mathematical modeling: Analysis of mathematical reasoning skills of junior high school students through a visual-formed problem*. <https://doi.org/10.2991/assehr.k.210508.081>
- Sen Zeytun, A., Çetinkaya, B., & Erbaş, A. K. (2017). Understanding prospective teachers' mathematical modeling processes in the context of a mathematical modeling course. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(3), 691–722. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2017.00639a>
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. Academic Press.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). New York, NY: Macmillan.
- Strauss, A., & Corbin, J. (1990). *Basics of qualitative research: Grounded theory procedures and techniques*. Newbury Park, CA: Sage.
- Şengil Akar, Ş. (2017). Üstün yetenekli öğrencilerin matematiksel yaratıcılıklarının matematiksel modelleme etkinlikleri sürecinde incelenmesi (Yayımlanmamış doktora tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara.
- Stylianides, A. J. (2007). Proof and proving in school mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 289–321. Retrieved from: <https://www.jstor.org/stable/pdf/30034869.pdf>
- Tekin Dede, A., & Yılmaz, S. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının modelleme yeterliliklerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 4(3), 185–206. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/pub/turkbilmat/issue/21571/231478>
- Ural, A. (2014). Matematik öğretmen adaylarının matematiksel modelleme becerilerinin incelenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23, 110–141. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/pub/zgefd/issue/47938/606436>
- Urhan, S., & Dost, Ş. (2016). Matematiksel modelleme etkinliklerinin derslerde kullanımı: Öğretmen görüşleri. *Electronic Journal of Social Sciences*, 15(59), 1412–1427. Erişim adresi: <https://dergipark.org.tr/tr/pub/esosder/issue/24938/263231>
- van De Walle, J., Karp, K. S., ve Bay-Williams, J. M. (2018). Matematik Yapmanın ve Bilmenin Ne Anlama Geldiğinin İncelenmesi (İ. Ö. Zembat, Çev.) S. Durmuş (Ed.), *İlkokul ve Ortaokul Matematiği Gelişimsel Yaklaşımla Öğretim* (ss. 13-29). Ankara: Nobel Yayıncılık.
- Vorhölter, K., Krüger, A., & Wendt, L. (2019). Metacognition in mathematical modeling: An overview. In S. A. Chamberlin & B. Sriraman (Eds.), *Affect in mathematical modeling* (pp. 39–54). Cham: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-04432-9_3
- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458–477. <https://doi.org/10.2307/749877>
- Yanagimoto, A., & Yoshimura, N. (2013). Mathematical modelling of a real-world problem: The decreasing number of bluefin tuna. In G. Stillman, G. Kaiser, W. Blum, & J. P. Brown (Eds.), *Teaching mathematical modelling: Connecting to research and practice* (pp. 229–239). Dordrecht: Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-6540-5_20
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2005). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Zawojewski, J., Lesh, R., & English, L. D. (2003). A models and modeling perspective on the role of small group learning activities. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics teaching, learning, and problem solving* (pp. 337–359). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.