



Araştırma Makalesi / Research Article

KÜTÂHÎ'NİN *FERÂİDU'L-FUNÛN* ADLI ESERİNDE MESÂHA İLMİ*

Elif BAGA¹

Öz

On sekizinci asır Osmanlı bilginlerinden Abdullah Kütâhî, *Ferâidu'l-funûn* adlı ansiklopedik eserinin riyaî ilimlere tahsis ettiği altıncı cildinin 80a ile 90a varakları arasını, mesâha ilmine ayırmıştır. Bu yirmi sayfa boyunca herhangi bir başlıklandırma ve bölümlendirme yapmayan yazar, ilk beş sayfada ölçüm birimleri ve bu birimlerin birbirlerine dönüşümlerini çeşitli örneklerle uygulamalı ve ayrıntılı bir şekilde izah eder. Klasik mesâha ilmi geleneğinde çok sık rastlanmayan bu durum, bilinen ilk müstakil Türkçe mesâha kitabı olan Emri Çelebi'nin *Mecmau'l-garâib*'ini hatırlatır. Ardından Kütâhî, geometrik şekillerin ölçüm yöntemlerine kare ve dikdörtgenle başlar ki bu tavır da Ali b. Hamza el-Mağribî'nin *Tuhfetu'l-a'dâd* 'ının mesâha bölümüne kare ile başlamasını akla getirir. Üçgenlerle başlamanın yaygın olduğu bir gelenekte bu, dikkate değer bir durumdur. Daha sonra sırayla üçgenler, çokgenler, dairevi şekiller, daire ve elemanları ele alınarak yüzeysel şekiller bahsi bitirilir. Cisimsel şekiller sırayla küre, dörtgen prizmalar, koni türleri, silindir, kemer ve tonoz şeklindedir. Bu kısımlar ise mesâha geleneğindeki alan ve hacim ölçüm yöntemleriyle uyumlu görünür.

Bu makalenin amacı, yukarıda kısaca içeriği verilen *Ferâidu'l-funûn*'un mesâha bölümünü ayrıntılı tanıtmak ve böylece on sekizinci asırda bir Osmanlı bilgininin gözünden mesâhanın içeriğine bakmak aynı zamanda ansiklopedik bir eserde mesâha ilminin bulunuş tarzı, konumu ile seviyesi hakkında çıkarımlarda bulunmaktır.

Anahtar Kelimeler: Kütâhî, Matematik, Mesâha, Ferâidu'l-funûn, Geometri.

'İLM AL-MISÂHA IN KUTÂHÎ'S *FARÂİD AL-FUNÛN*

Abstract

The 18th-century Ottoman scholar 'Abd Allâh Kutâhî devoted folios 80a–90a of the sixth volume of his encyclopedic *Farâid al-funûn*, which treats the mathematical sciences, to 'ilm al-misâha (science of measurement). Across these twenty pages, the author provides no headings or subdivisions. In the first five, he discusses measurement units and their conversions in a detailed, applied manner with numerous examples. This unusual approach within the classical misâha tradition recalls *Mecmâ' al-gharâib*, the earliest known independent Turkish treatise on the subject, authored by Emrî Çelebi. Kutâhî then turns to measurement methods for geometric figures, beginning with squares and rectangles, a sequence reminiscent of 'Alî b. Hamza al-Mağribî's *Tuhfat al-a'dâd*, which also opens with squares. This is noteworthy in a tradition where treatises more commonly began with triangles. His treatment proceeds with triangles, polygons, circular figures, and the circle with its elements, thereby completing two-dimensional figures. The section on three-dimensional forms follows with discussions of the sphere, quadrilateral prisms, cones, cylinders, arches, and vaults. These sections conform to established misâha methods of area and volume measurement. This paper introduces the misâha section of *Farâid al-funûn* as summarized, examining its content from the perspective of an 18th-century Ottoman scholar, and draws conclusions about the presence, position, and level of misâha within an encyclopedic work.

Keywords: Kutâhî, Mathematics, al-Misâha, Farâid al-Funûn, Geometry.

* Bu makalenin içeriği, 10 Nisan 2025 tarihinde İstanbul Medeniyet Üniversitesi Bilim Tarihi Enstitüsü'nün paydaşlığıyla Kütahya Dumlupınar Üniversitesi'nde düzenlenen "Anadolu'da İlk Bilimler Ansiklopedisi: Abdullah Kütâhî ve Ferâidu'l-Funûn" başlıklı ulusal sempozyumda sunulan bildiri metninin gözden geçirilerek genişletilmesi suretiyle oluşturulmuştur.

¹ Doç. Dr., İstanbul Medeniyet Üniversitesi, elifbaga@gmail.com, ORCID: 0000-0003-2951-2563

Başvuru Tarihi (Received): 01.08.2025 **Kabul Tarihi** (Accepted): 28.11.2025

Giriş

Arapça “m-s-h / مسح” kökünden türeyen “mesâha” kelimesi, bir araziye belirli bir ölçü birimiyle ölçmek anlamına gelir ve İslam medeniyetinin ilim geleneği içinde başlangıcından itibaren bu adlandırma ile bağımsız bir ilim dalı olma yolunda istikrarlı bir gelişim gösterir. İlm-i mesâha ise, sürekli nicelikler olarak tanımlanan uzunluk, alan ve hacimlerin hesaplanması ya da ölçülmesine yönelik yöntemleri araştıran bir ilim dalıdır. Bu tarifte özellikle “sürekli nicelikler” kavramı ile “hesaplama/ölçme” eyleminin birlikte anılması dikkat çekicidir. Çünkü bu birliktelik, ilm-i mesâhanın, matematiğin temel iki nesnesi olan “aded” ve “mikdâr”ı bir araya getirmesiyle kazandığı özel konumunu ortaya koyar. Bu özel ve bütünleştirici yapı, mesâhayı matematiğin diğer alanlarına göre çok daha fazla sayıda ilimle ve onların tarihiyle ilişkili hâle getirir. Eğer “insan”ı tarih boyunca ortaya koydukları üzerinden anlamlandıracak olursak, mesâhanın hem dünya tarihi hem de bilimler tarihi açısından taşıdığı konumun ve dolayısıyla insanı anlama sürecindeki rolünün önemi vurgulanmalıdır. İnsan eliyle şekillenen dış dünyada mesâhaya ait yapı ve izlere; kubbe, kemer, tonoz gibi mimari öğelerde; geometrik bezeme ve mukarnas gibi süsleme sanatlarında; arsa ya da tarla ölçümü ve paylaşımı gibi hukukî uygulamalarda; temel kazma, imar planı yapma, kuyu açma, kanalizasyon sistemi kurma gibi şehircilik faaliyetlerinde; istihkâm yapımı, tünel açma, silah tasarımı gibi askerî mühendislik alanlarında ve dağ yüksekliği ya da rakım belirleme gibi coğrafi çalışmalarda rastlamak mümkündür. Mesâha ilmi, gelenek boyunca genel matematik kitaplarının içerisinde bir bölüm olarak yer aldığı gibi yukarıda sayılan alanlara hasredilmiş eserlerin de temel kısmını oluşturmuştur (Baga, 2025, ss. 95-96). Buna ilave olarak mesâha ilmi hakkındaki bilgileri, ilimler tasnifi eserlerinde ve de ansiklopedik çalışmalarda bulmak mümkündür.

İçerisinde sadece mesâha ilmini değil, riyâzî ilimlerin tamamından tabii ilimlere, hikemî ilimlerden şer'î ilimlere kadar dönemin hemen hemen tüm ilimlerini ihtiva eden *Ferâidu'l-funûn* da söz konusu ansiklopedik eserlerden biridir. 18. asır Osmanlı bilginlerinden Abdullah Kütâhî tarafından dokuz cilt olarak hazırlanan eserin altıncı cildinin 80a ve 90a varakları arasında mesâha ilmine yer verilmiştir.(Kütâhî, VI.) Kütâhî, eserin yirmi sayfalık mesâha bölümünde herhangi bir başlıklandırmaya gitmeksizin, klasik mesâha tertibine genel olarak uygun düşen ancak içerik düzeni bakımından bazı özgün tercihler barındıran bir anlatım ortaya koymuştur. Özellikle ilk beş sayfada ölçü birimlerine ve bunların birbirlerine dönüşümüne dair ayrıntılı açıklamalara yer vermesi, klasik mesâha literatüründe nispeten az karşılaşılan bir üslup olup, bu yönüyle 16. yüzyılda yazılmış olan Emrî Çelebî'nin *Mecmau'l-garâib*'ini hatırlatır (Baga, 2021, s. 22). Ayrıca şekillerin alan hesaplamasına çoğu metinden farklı olarak kare ve dikdörtgen ile başlaması da İbn Hamza'nın *Tuhfetu'l-a'dâd* adlı eserindeki tertibi çağırıştır (Mağribî, 1591). Eserin yukarıdaki mezkûr hususiyetleri bu makale için konu seçilmesinin gerekçesidir.

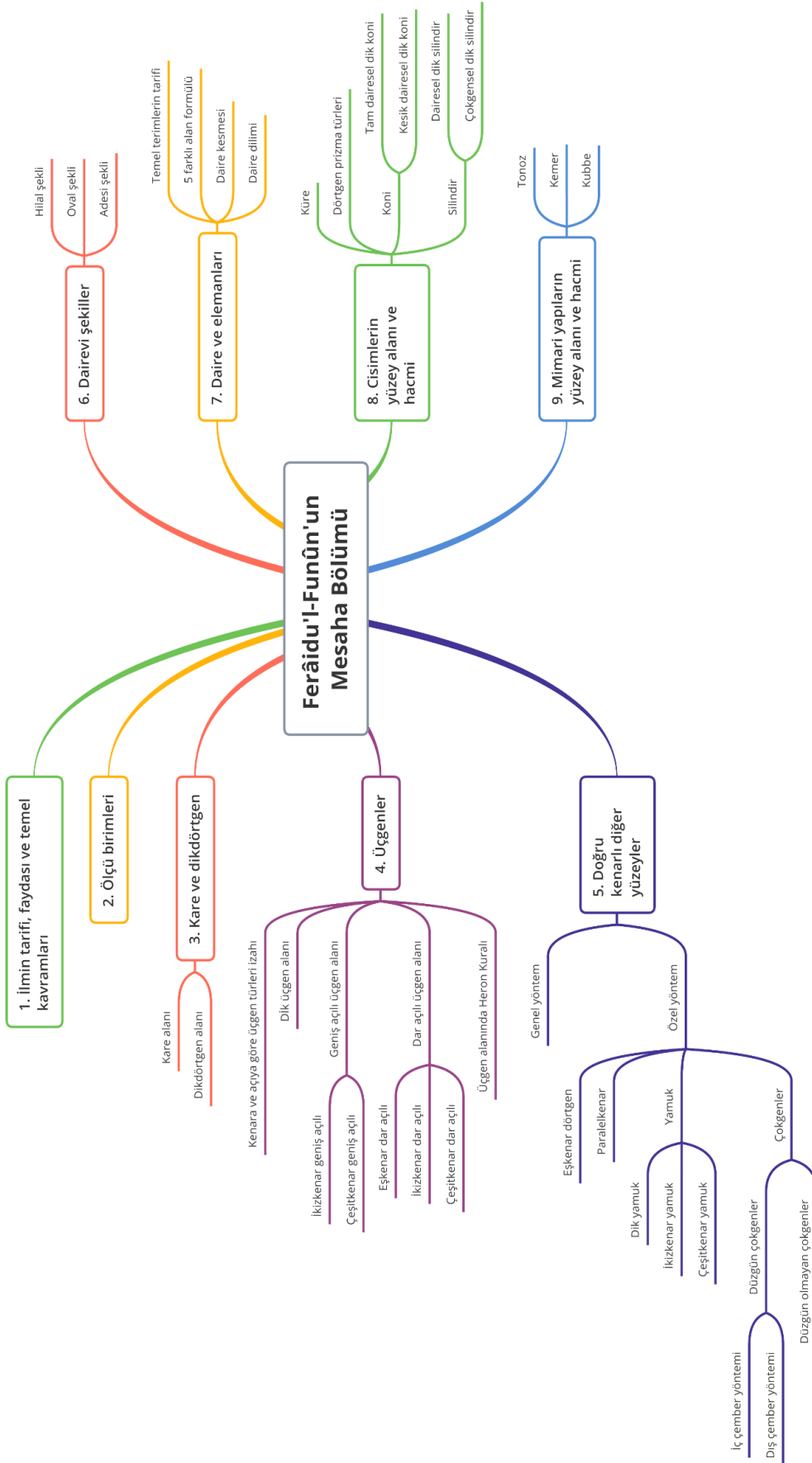
Makalenin amacına gelince, *Ferâidu'l-funûn*'un mesâha bölümünü yapısal ve içerik bakımından ayrıntılı biçimde çözümleyerek, 18. asır Osmanlı âliminin bu disipline yaklaşımını, klasik geleneğe olan bağlılığıyla birlikte değerlendirmek ve eserin mesâha ilmi açısından düzeyini, içeriğini ve disiplinler arası konumunu ortaya koymaktır. Bu bağlamda çalışma, *ilm-i mesâha* geleneği özelinde on sekizinci yüzyıl Osmanlı bilim ortamının kavrayışını yansıtan bir örnek metni tanıtarak, dönemin matematik anlayışına dair önemli ipuçları sunmayı hedefler. Ayrıca makale, eserdeki teknik formüller ve örnek hesaplamaları modern geometri çerçevesinde yeniden değerlendirerek doğruluklarını sınamayı amaçlar.

Söz konusu amaçları gerçekleştirebilmek için -Kütâhî metninde hususi olarak herhangi bir başlıklandırma yapmasa da- metin tarafımızdan gruplandırılmış ve makale dört ana başlık çerçevesinde yapılandırılmıştır. **Ölçü Birimleri ve Dönüşümleri** adlı ilk başlıkta Kütâhî'nin kullandığı *zirâ*, *kasabe*, *eşl*, *cereb*, *kafiz* gibi ölçü birimlerinin tanımları, aralarındaki dönüşüm ilişkileri ve hesaplama örnekleri ele alınmıştır. **İki Boyutlu Yüzeylerin Uzunluk ve Alan**

Ölçümleri adlı ikinci başlıkta kare, dikdörtgen, üçgenler, dörtgenler, çokgenler, daire ve dairevi şekillerin kenar ve alan hesaplama yöntemleri; kullanılan formüller, açıklamalar ve örnekler temel alınarak çözümlenmiştir. **Cisimlerin Yüzey ve Hacim Ölçümleri** başlığında küre, prizmalar, koniler ve silindirler gibi cisimlerin yüzey alanı ve hacim hesaplamaları incelenmiş; varsa formül hataları ve doğrulukları karşılaştırmalı olarak değerlendirilmiştir. Son başlık **Mimari Yapıların Ölçümleri** hakkındadır ve kubbe, kemer, tonoz gibi mimari yapılara dair ölçüm yöntemleri ve hacim hesaplamaları hem metin içi örnekler hem de klasik geometriyle ilişkisi açısından ortaya konulmuştur.

Son olarak, çalışma hem içerik çözümlemesi hem de ele alınan formüllerin doğruluk ve özgünlük açısından teknik değerlendirmesini içeren yöntemsel bir çerçeveye dayanmaktadır. Bu yönüyle, klasik İslam matematik geleneği bağlamında ilm-i mesāḥaya dair önemli bir örnek teşkil eden bu metnin, literatüre katkı sağlayacak biçimde bilim tarihi literatürüne kazandırılması hedeflenmektedir.

Şekil 1: *Kütâhî'nin Ferâidu'l-funûn Adlı Eserinde Mesâha Bölümünün Tertibi*



1. Ölçü Birimleri ve Dönüşümleri

Abdullah b. Muhammed Kûtâhî, *Ferâidu’l-funûn* adlı ansiklopedik eserinde ölçü birimlerinin tanıtımı ve dönüşümlerinden hemen önce beş satırda oldukça özet biçimde mesâha ilminin tarifi, faydası ve manasını verir. Tarif şöyledir:

علم يعرف منه مقادير الخطوط والمسطوح والاجسام بما يقدرها من الخط والمربع والمكعب.

“Kendisiyle çizgilerin, yüzeylerin ve cisimlerin çizgisel, yüzeysel (birim kare) ve cisimsel (birim küp) ölçüm değerlerinin bilindiği ilimdir (Kûtâhî, VI, vr. 80a).”

Bunun hemen ardından faydasına geçerek “arazi paylaşımı, yerleşim sınırlarının tespiti ve benzeri işlemler gibi sahada karşılaşılan sorunların giderilmesi” şeklinde ifade eder ve son olarak mesâha ilminin manasını yani mesâha ilminin ölçümde esas aldığı zihinsel/mantıksal işlemin mahiyetini ortaya koyar:

ومعناها مطلقا طلب كمية ما في السطح أو الجسم من أمثال مربع المقدار الممسوح به أو مكعبه ولا يتوهم منه أن المساحة لا بد أن يكون أكثر من الواحد لأن المعنى بالأمثال ههنا مثله من الدنانير. إذا قلت مستقيهما كم في الكيس من الدنانير ويكون المراد ما فيه منها هو عدة منها أو دينار أو كسر منه.

“...Bunun (mesâhanın) anlamı, genel olarak, bir yüzeyde ya da cisimde, kendisiyle ölçüm yapılan ölçü biriminin (mikdâr) karesinin ya da küpünün kaç kat bulunduğunun talep edilmesidir. Ancak buradan, ölçülen miktarın mutlaka birden fazla olması gerektiği zannedilmemelidir. Zira burada ‘katlar’ (emsâl) ifadesiyle kastedilen, ‘Bu kesede kaç dinar vardır?’ şeklindeki bir soruda olduğu gibi, içerikte birkaç dinar olabileceği gibi yalnızca bir dinar veya bir dinarın kesri/parçası da olabilir... (Kûtâhî, VI, vr. 80a)”

Yukarıdaki cümleye dikkat edilirse yanlış anlamaya karşı bir uyarı içerir: ‘Katlar/emsâl’ kelimesinden, ölçülen niceliğin her zaman birden fazla veya tam birim kat olması gerektiği gibi bir sonuç çıkarılmamalıdır. Bu durum, halk arasında kullanılan “Bu kesede kaç dinar var?” ifadesiyle açıklanır. Söz konusu kesede birkaç dinar olabileceği gibi sadece bir tane ya da bir dinarın kesri/parçası da olabilir. Aynı şekilde, bir yüzeyin alanı veya bir cismin alanı ve hacmi de ölçü biriminin sadece tam katlarıyla değil, bir kısmıyla da ifade edilebilir.

Mesâha ilminin tarifi, faydası ve manasının ardından Kûtâhî, mesâhada yaygın kullanılan ölçü birimlerine (âlât/aletler) geçer ve bunları **zirâ** (arşın) (Erkal, 2025), **kasaba** (arşının üskatı) (Kallek, 2025) ve **eşl** (kasabanın üskatı) şeklinde sıralar. Bu araçların tümü, uzunluk ölçümüne yönelik olmakla birlikte, bunların alan ve hacim ölçümüne yönelik farklı versiyonları ve dönüşüm katsayıları metinde ayrıntılı şekilde açıklanır.

Zirâ başta olmak üzere bu üç temel birimin askatları ve üskatlarının birbirlerine dönüşümleri önce uzunluk, sonra alan ölçümü ardından da hacim ölçümü cihetinden ayrıntılı bir şekilde ortaya konulur (Kûtâhî, VI, vr. 80a-82a)

Uzunluk ölçü birimleri

1 (genel) zirâ = 3 Hâşimî zirâ

1 Hâşimî zirâ = 1 + 1/3 kâim zirâ

Kâim zirâ = El (yed) zirâsı

1 el zirâsı = 6 ortalama (mu‘tedil) kabza

1 kabza = 4 ortalama parmak (isbâ‘)

1 parmak = 6 ortalama (birbirine bitişik) arpa tanesi (şa‘îr)

1 arpa taneciği = 6 (birbirine bitişik) katır kılı (şa‘r)

Bu durumda şöyle bir eşitlik ortaya çıkar:

$$1 \text{ el zirâsı} = 6 \text{ kabza} = 24 \text{ parmak} = 144 \text{ arpa taneciği} = 864 \text{ kıl}$$

Genel zirâ ile Hâşimî zirâ ve el zirâsı arasındaki ilişkilerin ardından diğer bir yaygın zirâ türü olan demir (hadîd) zirâyı geçilir. Demir zirânın diğer bir adı kara (sevdâ') zirâsıdır ve onunla daha çok kapılar ölçülür:

$$1 \text{ demir zirâ} = 27 \text{ ortalama parmak}$$

$$1 \text{ demir zirâ} = 1 + 1/8 \text{ el zirâsı}$$

Buradan Hâşimî zirâsının parmak karşılığı ortaya çıkar:

$$1 \text{ Hâşimî zirâ} = 32 \text{ parmak}$$

$$1 \text{ Hâşimî zirâ} = 1 + 1/3 \text{ el zirâsı}$$

$$1 \text{ Hâşimî zirâ} = 1 + 1/9 + (2/3 \times 1/9) \text{ demir zirâsı}$$

Yukarıdaki ifadeye göre 1 Hâşimî zirânın $1 + 1/9 + 2/27 = (27+3+2)/27 = 32/27$ demir zirâ olduğu anlamına gelir. Bu Hâşimî zirâ ile araziler ölçüler, ölçüm memurları (messâh) en çok bunu kullanırlar.

Uzunluk birimlerinden alan birimlerine geçiş

$$1 \text{ kasaba} = 6 \text{ Hâşimî zirâ}$$

$$1 \text{ kasaba} = 8 \text{ el zirâsı}$$

$$1 \text{ kasaba} = 7 + 9/10 \text{ demir zirâ}$$

$$1 \text{ eşl} = 60 \text{ Hâşimî zirâ}$$

$$1 \text{ eşl} = 80 \text{ el zirâsı}$$

$$1 \text{ eşl} = 71 + 9/10 \text{ demir zirâsı}$$

$$1 \text{ kasaba'nın karesi} = 36 \text{ Hâşimî zirâ kare}$$

$$1 \text{ kafız} = 1/10 \text{ kasaba'nın karesi}$$

$$1 \text{ cerîb} = 10 \text{ kafız}$$

$$1 \text{ eşl'in karesi} = 1 \text{ cerîb}$$

$$1 \text{ eşl'in karesi} = 3600 \text{ Hâşimî zirâ kare}$$

Alan birimlerinin ayrıntılı tanımları

Koyun cerîbi (Cerîbü's-şât):

$$1 \text{ koyun ceribi} = 3600 \text{ Hâşimî zirâ kare}$$

Alt Bölümleri:

- 1 koyun ceribi = 10 kafız
- 1 kafız = 360 Hâşimî zirâ kare
- 1 kafız = 6 keff
- 1 keff = 60 Hâşimî zirâ kare
- 1 kafız = 10 aşîr
- 1 aşîr = 36 Hâşimî zirâ kare

Çiftçi cerîbi (cerîbü’-d- dihkân):

1 çiftçi cerîbi = 900 Hâşimî zirâ kare

1 çiftçi cerîbi = 1/4 koyun cerîbi

Alt bölümleri:

- 1 çiftçi cerîbi = 10 kafız
- 1 kafız = 90 hâşimî zirâ kare
- 1 kafız = 6 keff
- 1 keff = 15 hâşimî zirâ kare
- 1 kafız = 10 aşîr
- 1 aşîr = 9 hâşimî zirâ kare

Üçüncü cerîb türü (ortak kullanım):

1 üçüncü cerîb = 1800 Hâşimî zirâ kare

1 üçüncü cerîb = 1/2 koyun cerîbi = 2 çiftçi cerîbi

Alt bölümleri:

- 1 cerîb = 10 kafız
- 1 kafız = 180 hâşimî zirâ kare
- 1 kafız = 6 keff
- 1 keff = 30 hâşimî zirâ kare
- 1 kafız = 10 aşîr

Yukarıdaki her bir cerîb türü, farklı coğrafi bölgelerde benimsenmiş olabileceğinden, Kütâhî bu farkları doğrudan formüle ederek örnekli açıklamalar sunar. Aşağıdaki örnek, bu yöntemin uygulamalı yönünü gösterir:

Örnek: Bir arazinin uzunluğu 100 zirâ, genişliği 80 zirâdır.

$$100 \times 80 = 8000$$

$$8000 \div 3600 = 2 \text{ (iki cerîb)} \rightarrow \text{Kalan } 800$$

$$800 \div 360 = 2 \text{ (iki kafız)} \rightarrow \text{Kalan } 80$$

$$80 \div 60 = 1 \text{ (bir keff)} \rightarrow \text{Kalan } 20$$

$$20 \div 60 = 1/3 \text{ keff}$$

Sonuç: 2 cereb, 2 kafız, 1 keff, 1/3 keff.

Benzer örnekler kasaba ve eşl ile yapılan ölçümler için de ayrı ayrı verilir. Bu örnekler, sadece dönüşüm sistematüğini değil, aynı zamanda dönemin ölçüm uygulamalarının ne kadar gelişmiş ve sistemli olduğunu da gösterir.

Müellifin dikkat çekici bir başka yaklaşımı, ölçüm işlemine dair teorik çerçeveyi kısa bir felsefî izahla sunmasıdır. Ölçülecek şeyin türü (çizgi, yüzey, cisim) ne ise, ölçüm birimi de onunla aynı türden olmalıdır. Dolayısıyla uzunluklar çizgi, alanlar kare, hacimler ise küp birimle ölçülür. Bu yaklaşım, "cins-cinsiyet uygunluğu" ilkesine gönderme yapan, klasik ilmî yöntem anlayışını yansıtan önemli bir ifadedir.

Sonuç olarak bu bölüm, Kütâhî'nin mesâha ilmine giriş yaparken oldukça ayrıntılı ve örnekli bir yöntem izlediğini; ölçüm birimleri ile bunların karşılıklı dönüşümlerini sistemli biçimde sunduğunu gösterir. Hem klasik geleneğe hem de uygulamalı ihtiyaçlara sadık kalan bu anlatım, Kütâhî'nin yalnızca derleme değil, aynı zamanda düzenleyici ve öğretici bir üslup benimsediğini açıkça ortaya koyar.

2. İki Boyutlu Yüzeylerin Uzunluk ve Alan Ölçümleri

Klasik mesâha ilminde iki boyutlu yüzeylerin kenar uzunluk ve alan ölçümünde esas alınan temel kavram, “uzunluk veya yüzeye uygun ölçü birimi kullanarak bu uzunluk veya yüzeyin kaç kez örtüldüğünün” belirlenmesidir.

Ölçüm, öncelikle bir “birim uzunluk” (zirâ) belirlenmesiyle başlar. Eğer ölçümü yapılacak şey bir çizgi ise bu birim uzunluk ile, eğer bir yüzey ise birim uzunluğun karesi alınarak (zirâ kare/zirâ²) elde edilir ve bu birim, yüzeylerin alanını ölçmede kullanılır (Kütâhî, VI, vr. 82a).

(a) Kare ve Dikdörtgen

Kare, kenar uzunlukları eşit olan dörtgen; dikdörtgen ise karşılıklı kenarları eşit, tüm açıları dik dörtgendir. Alanları ise şöyle bulunur (Kütâhî, VI, vr. 82a-82b):

$$\text{Alan} = \text{uzunluk} \times \text{genişlik}$$

Örnek:

$$\text{Uzunluk} = 10 \text{ zirâ}, \quad \text{Genişlik} = 8 \text{ zirâ}$$

$$\text{Alan} = 10 \times 8 = 80 \text{ zirâ}^2$$

Karenin kenarı bilinmiyorsa ve köşegen verilmişse:

$$\text{Köşegen} = d \implies \text{Alan} = \frac{d^2}{2}$$

$$\text{Kenar} = \sqrt{\text{Alan}}$$

Örnek:

$$d = \sqrt{200} \implies \text{Alan} = \frac{(\sqrt{200})^2}{2} = 100 \implies \text{Kenar} = \sqrt{100} = 10 \text{ zira}$$

Dikdörtgende köşegen ve bir kenar verilirse diğer kenarın hesabı:

$$d^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow b = \sqrt{d^2 - a^2}$$

Örnek:

$$d = 25 \text{ zirâ}, \quad a = 20 \text{ zirâ} \Rightarrow b = \sqrt{625 - 400} = \sqrt{225} = 15 \text{ zirâ}$$

(b) Üçgen (Kütâhî, VI, vr. 82b-84a)

Genel alan formülü:

Dik üçgende veya genel durumda, taban ve yüksekliğe göre alan:

$$\text{Alan} = \frac{1}{2} \cdot \text{taban} \cdot \text{yükseklik}$$

Üçgenin türünü belirleme:

Kenarları a, b ve c olan bir üçgende:

- Eğer $c^2 = a^2 + b^2$ ise: **Dik Açılı Üçgen**
- Eğer $c^2 > a^2 + b^2$ ise: **Geniş Açılı Üçgen**
- Eğer $c^2 < a^2 + b^2$ ise: **Dar Açılı Üçgen**

Heron formülü (kenar uzunluklarıyla alan):

Kenar uzunlukları a, b, c ve yarı çevresi s olan bir üçgende:

$$s = \frac{a + b + c}{2}, \quad A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

Örnekler

Örnek 1:

Bir dik üçgende, hipotenüs $\sqrt{200}$ ve dik kenarlardan biri 10 ise, diğer kenar da 10 olur. Zira $(\sqrt{200})^2 = 100 + 100$ ’dır. Bu durumda:

$$\text{Alan} = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 10 = 50$$

Örnek 2:

Bir dik üçgende, dik kenarlar a = 8 ve b = 6

Hipotenüs:

$$c = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$$

Bu durumda:

$$\text{Alan} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 = 24$$

Geniş açılı üçgenler

Geniş açılı üçgenin alanı, ikizkenar veya çeşitkenar olmasına bakılmaksızın genel kurallara göre hesaplanır.

Geniş açılı ikizkenar üçgende eşit kenarlar a ve diğer kenar b olmak üzere yükseklik şöyle bulunur:

$$h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2}$$

Geniş açılı bir ABC çeşitkenar üçgende, a kenarının, b kenarı üzerindeki izdüşüm uzunluğunu (x_a) hesaplamak için:

a kenarının, b kenarı üzerindeki izdüşüm uzunluğu ile kastedilen, a kenarının b kenarı üzerine indiği noktadan (A köşesine yakın taraf), c kenarının b kenarı üzerine indiği noktaya (C köşesine yakın taraf) kadar olan uzunluktur.

x_a değeri bulunduktan sonra, üçgenin kenarına ait yüksekliği (h_b) Pisagor Teoremi kullanılarak aşağıdaki bağıntı ile bulunur:

$$h_b = \sqrt{a^2 - x_a^2}$$

Geniş açılı ikizkenar üçgende taban bilinmiyorsa, tabanı b, yüksekliği h ve bir kenarı a olmak üzere:

$$b = 2\sqrt{a^2 - h^2}$$

Geniş açılı ikizkenar üçgende kenar bilinmiyorsa, tabanı b, yüksekliği h ve bir kenarı a olmak üzere:

$$a = \sqrt{h^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2}$$

Geniş açılı çeşitkenar üçgende tabanı b, yüksekliği h ve iki kenarı a, c olmak üzere:

$$b = \sqrt{a^2 - h^2} + \sqrt{c^2 - h^2}$$

Dar açılı üçgenler

Eşkenar üçgenin kenarı a ve yüksekliği h olmak üzere yüksekliği şöyle bulunur:

$$h = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot a^2} = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{2}$$

Örnek: Bir kenarı 10 zirâ olan bir eşkenar üçgenin yükseklik ve alanı nedir?

$$h = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot 10^2} = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot 100} = \sqrt{75} \approx 8\frac{2}{3}$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 8\frac{2}{3} = \frac{10}{2} \cdot \frac{26}{3} = 5 \cdot \frac{26}{3} = \frac{130}{3} = 43\frac{1}{3}$$

Dar açılı ikizkenar üçgenin tabanı b, ikiz kenarları a ve yüksekliği h olmak üzere yüksekliği şöyle bulunur:

$$h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2}$$

Örnek: Tabanı 10 zirâ, ikizkenarları 13 zirâ olan bir ikizkenar üçgenin yükseklik ve alanı nedir?

$$h = \sqrt{13^2 - \left(\frac{10}{2}\right)^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 12 = 5 \cdot 12 = 60$$

Dar açılı çeşitkenar üçgenin yüksekliği geniş açılı çeşitkenar üçgenin yükseklik formülü ile aynıdır. Eğer dar açılı çeşitkenar üçgenin yüksekliği herhangi bir sebeple ölçülemiyorsa her bir kenarı tek tek ölçülür ve aşağıdaki formüle (Heron formülü) göre alanı bulunur.

Örnek: Dar açılı çeşitkenar üçgenin kenarları 13, 14, 15 ve yarı çevresi s olmak üzere alanı:

$$s = \frac{13 + 14 + 15}{2} = 21$$

$$A = \sqrt{21(21 - 13)(21 - 14)(21 - 15)} = \sqrt{21 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6} = \sqrt{7056} = 84$$

(c)Düz kenarlı diğer yüzeyler (Kütāhî, VI, vr. 84a-86a)

En temelde iki yöntemden bahsedilebilir. Genel yöntem denilen ilk yönteme göre, düz kenarlı yüzeyin köşeleri doğrusal çizgilerle birleştirilerek üçgenlere ayrılır, her üçgenin alanı tek tek hesaplanır ve toplanarak yüzeyin toplam alanı elde edilir. Özel yönteme gelince, belirli şekiller için hususi bir yöntem vardır.

Eşkenar dörtgen

Eşkenar dörtgen, tüm kenarları eşit ancak açıları eşit olmayan ve köşegenleri farklı uzunluklarda olup birbirini dik kesen bir şekildir.

Bir eşkenar dörtgende birinci köşegen uzunluğu d_1 , ikinci köşegen uzunluğu d_2 , kenar uzunluğu s ve alanı A ile temsil edilmek üzere alanı şöyle bulunur:

$$A = \frac{1}{2} \cdot d_1 \cdot d_2$$

Eğer d_1 biliniyor ve d_2 bilinmiyorsa:

$$\frac{d_2}{2} = \sqrt{s^2 - \left(\frac{d_1}{2}\right)^2}$$

Eğer her iki köşegen de biliniyor ama kenar bilinmiyorsa:

$$s = \sqrt{\left(\frac{d_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{2}\right)^2}$$

Örnek:

$$s = 10 \text{ arşın} \quad \text{Diğer köşegen: } d_2 = ?$$

$$d_1 = 12 \text{ arşın} \quad \text{Alan: } A = ?$$

$$\frac{d_2}{2} = \sqrt{10^2 - \left(\frac{12}{2}\right)^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8 \Rightarrow d_2 = 2 \cdot 8 = 16$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 16 = \frac{192}{2} = 96$$

Paralelkenar

Karşılıklı kenarları ve açıları eşit, açıları dik olmayan dört kenarlı şekildir. Tabanı (uzun kenar) a, kısa kenarı b, tabana ait yüksekliği h ve alanı A ile temsil edilmek üzere:

$$A = a \cdot h$$

Örnek: Uzun kenarı 20 zirâ, yüksekliği 6 zirâ olan bir paralelkenarın alanı nedir?

$$A = 20 \cdot 6 = 120$$

Yamuk

İki paralel kenarının uzunlukları birbirinden farklı olan diğer iki kenarı ise paralel olmayan dörtgenlerdir. Dik yamuk, ikizkenar yamuk ve çeşitkenar yamuk olmak üzere üç türü vardır.

Herhangi bir dik yamuğun paralel kenarları a ve b, paralel olmayan eğimli kenarı c, dik ve aynı zamanda yüksekliği olan kenarı h, alanı ise A ile temsil edilmek üzere, sırayla h, c ve A değerleri şöyle bulunur:

$$h = \sqrt{c^2 - (a - b)^2}$$

$$c = \sqrt{h^2 + (a - b)^2}$$

$$A = \left(\frac{a + b}{2}\right) \cdot h$$

Örnek: Paralel kenarları a=12, b=6 ve dik kenarı h=8 olan bir dik yamuğun alanı nedir?

$$A = \left(\frac{12 + 6}{2}\right) \cdot 8 = 9 \cdot 8 = 72$$

Herhangi bir ikizkenar yamuğun paralel kenarları a ve b, paralel olmayan ikizkenarları c, yüksekliği h, alanı ise A ile temsil edilmek üzere, sırayla h, c ve A değerleri şöyle bulunur:

$$h = \sqrt{c^2 - \left(\frac{a - b}{2}\right)^2}$$

$$c = \sqrt{h^2 + \left(\frac{a - b}{2}\right)^2}$$

$$A = \left(\frac{a + b}{2} \right) \cdot h$$

Örnek: Paralel kenarları $a=20$, $b=4$ ve yüksekliği $h=6$ olan bir ikizkenar yamuğun alanı nedir?

$$A = \left(\frac{20 + 4}{2} \right) \cdot 6 = 12 \cdot 6 = 72$$

Herhangi bir ikizkenar² yamuğun paralel kenarları a ve b , paralel olmayan kısa ve uzun kenarları e_1 ve e_2 , yüksekliği h , alanı ise A ile temsil edilmek üzere, sırayla h , $|a - b|$, e_1 , e_2 ve A değerleri şöyle bulunur:

$$h = \sqrt{e_1^2 - \left(\frac{a - b}{2} \right)^2}$$

$$|a - b| = 2 \cdot \sqrt{e_1^2 - h^2} - 2 \cdot \sqrt{e_2^2 - h^2}$$

$$e_1 = \sqrt{h^2 + \left(\frac{a - b}{2} \right)^2}$$

$$e_2 = \sqrt{h^2 + \left(\frac{a - b}{2} \right)^2}$$

$$A = \frac{a + b}{2} \cdot h$$

Örnek: Çeşitkenar yamukta paralel kenarları 20 ve 6 zirâ, eğimli kenarları 15 ve 13 zirâ ve yükseklik 12 zirâ ise alan nedir?

$$A = \left(\frac{20 + 6}{2} \right) \cdot 12 = 13 \cdot 12 = 156$$

Çokgen

Düzenli çokgen, dörtten fazla doğru ve eş kenarın eş açılar oluşturduğu şekildir. Kenar sayısı n , bir kenarın uzunluğu k , iç teğet çemberin yarıçapı r , çapı d ve alan A ile temsil edilmek üzere düzgün çokgenlerin alan formülü şöyledir:

$$A = \frac{n \cdot k}{2} \cdot r$$

² Burada müellif veya müstensih sehven çeşitkenar ifadesini kullanmıştır. Verilen formüllerin tamamı ikizkenar yamuk için doğru olduğundan kelime hatası kesinleştirilebilmiştir.

Bu formüldeki iç teğet çemberin yarıçapını bulmak için bir dizi işlem yapılmalıdır. Öncelikle iç teğet çemberin çapına ulaştıracak formül için sırayla x ve D katsayılarını bulmak gerekir. Bunun için de formülde 6 ve 9 rakamları sabit olarak kullanılır:

$$x = \frac{n(n-1)+6}{9}$$

$$D^2 = x \cdot k^2$$

$$d = \sqrt{D^2 - k^2} \Rightarrow r = \frac{1}{2} \sqrt{D^2 - k^2}$$

Örnek: Bir kenarının uzunluğu 10 zirâ olan düzgün altıgenin alanı nedir?

Önce iç teğet çemberin çapına ulaştıracak x ve D katsayıları sırayla bulunur:

$$x = \frac{6 \cdot 5 + 6}{9} = \frac{36}{9} = 4$$

$$D^2 = 4 \cdot 10^2 = 400$$

Buradan iç teğet çemberin çapına şöyle ulaşılır:

$$d = \sqrt{400 - 100} = \sqrt{300} \approx 17 \frac{1}{3}$$

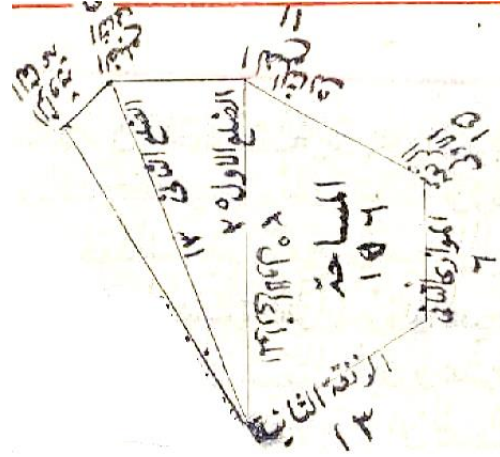
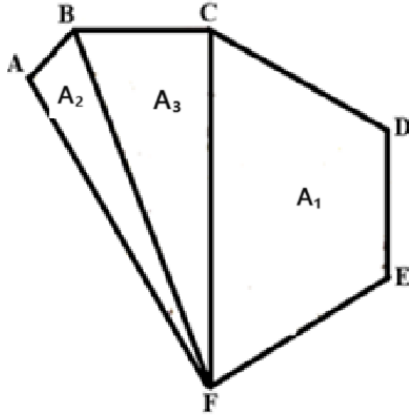
$$r = \frac{17 \frac{1}{3}}{2} = \frac{52}{3}$$

$$A = \frac{6 \cdot 10}{2} \cdot \frac{26}{3} = 30 \cdot \frac{26}{3} = \frac{780}{3} = 260$$

Düzensiz çokgen, dört kenardan fazla kenara sahip olup kenarları ve açıları eşit olmayan şekildir. Bu tür çokgenler, bilinen şekillere yani üçgen, yamuk, paralelkenar vb. bölünerek her bir parçanın alanı hesaplanır, son olarak, tüm alanlar toplanarak çokgenin toplam alanı bulunur.

Örnek: Kenar uzunlukları 6, 15, 11, 5, 12 ve 13 olan bir düzensiz çokgenin alanı nedir?

Kütâhî'nin çiziminin aynısını çizip her bir köşeye harf eklediğimizde aşağıdaki gibi bir düzensiz çokgendir. Bu çokgen içine CF ve BF doğruları çekildiğinde bir yamuk ve iki üçgen meydana gelir. Her bir şeklin alanını daha önce verilen bilgiler doğrultusunda hesaplayıp sonuçlar toplandığında çokgenin alanına ulaşılır. Aşağıda sağda Kütâhî'nin mesâha bölümündeki düzensiz çokgen çizimini, solda ise aynısının tarafımızdan yapılmış çizimi görülebilir.



$A_1 \rightarrow$ Yamuk alanı

$A_2 \rightarrow$ Geniş açılı üçgen (kenarları: 20, 13, 11)

$A_3 \rightarrow$ Dik üçgen (kenarları: 13, 12, 5)

$$A_{\text{toplam}} = A_1 + A_2 + A_3 = 156 + 66 + 30 = 252$$

(d) Dairevi Şekiller (Kütāhī, VI, vr. 86a-86b)

Kütāhī, mesāha geleneğinin tam aksine burada daire ve elemanlarından önce dairevi şekillere geçer. Esasında daire ve elemanlarıyla ilgili bilgilere sahip olmadan dairevi şekillerden bahsetmek pedagojik olarak çok uygun değildir ancak müellif çeşitli sebeplerden dolayı böyle bir sıralama yapmış olabilir.

Dairevi şekillerden kasıt yarım daire, yarım daireden küçük veyahut da büyük daire kesmelerinin aynı yönde veya farklı yönde birleştirilmelerinden oluşan şekillerdir:

Hilal şekli

Hilal, iki farklı yarıçaplı daire yayıyla oluşturulmuş iki daire kesmesinin farkıdır. Her bir daire kesmesinin yaklaşık alan hesabı kesmenin tabanı ve yüksekliğinin bilgisiyle elde edilebilir. Büyük daire kesmesinin alanından küçük daire kesmesinin alanı çıkarılarak arada kalan hilal şeklindeki bölgenin alanı bulunur.

Oval (Beyzî) şekli

Yarım daire kesmesinden küçük, iki birbirine eşit daire kesmesinin tabanlarından birleştirilmesiyle oluşur. Aynı tabanda birleştiklerinden o taban oval şeklinin uzun çapı olur. Her bir daire kesmesinin yüksekliği birleştğinde de oval şeklinin kısa çapını oluşturur.

Oval benzeri şekil

Oval şeklinden tek farkı daire kesmelerinden birinin yarım daire olmasıdır.

Mercek (Adesî) şekli

Yarım daire kesmesinden büyük, iki birbirine eşit daire kesmesinin tabanlarından birleştirilmesiyle oluşur.

Mercek benzeri şekil

Mercek şeklinden tek farkı daire kesmelerinden birinin yarım daire olmasıdır.

Tüm bu dairevi şekillerin alan hesabını yapabilmek için daire kesmesi ve daire diliminin alan ölçümünü bilmek gerekir.

(e) Daire ve Elemanları (Kütâhî, VI, vr. 86b-88a)

Daire içinde bir nokta bulunan, etrafını çevreleyen eğri (yuvarlak) bir çizgiyle kuşatılmış düz bir yüzeydir. Bu nokta, kendisinden çevreye doğru çıkan tüm doğru çizgilerin uzunluğunun eşit olmasıyla tanımlanır. Bu eğri çizgi onun çevresi (muhît), içindeki nokta merkezi, o noktadan çıkan doğru çizgiler yarıçapları, merkezden geçerek çevreyi çevreye birleştiren doğru çizgi ise çapıdır (kutru) ve daireyi iki eşit parçaya böler. Dairenin çapının çevresine oranı, “yedi tam bir bölü üç”e çok yakındır, başka bir deyişle, “yirmi iki bölü yedi”dir.

Bundan sonra Kütâhî üç önemli kavramı tarif eder:

Kiriş (vetr): Daireyi iki noktada kesen doğru.

Yay (kavs): Daire çevresindeki, iki nokta arasında kalan eğri parça.

Yay yüksekliği (sehm): Yayın orta noktasından, karşısındaki kirişin orta noktasına inen dik doğru.

Daire alanını hesaplamanın beş ayrı formülü ise şöyledir:

Terim	Anlamı (modern gösterim)
r	yarıçap (radius)
d	çap (diameter), $d = 2r$
C	çevre, $C = \pi \cdot d$ veya $C \approx \frac{22}{7} \cdot d$

Birinci formül: Yarıçap $\times$ Yarıçevre

$$A \approx r \cdot \frac{C}{2}$$

İkinci formül: Çapın çeyreği $\times$ Çevre

$$A \approx \frac{d}{4} \cdot C$$

Üçüncü formül: Çapın karesinden, çapın karesinin yedide biri ve onun yarısı çıkarılır.

$$A \approx d^2 - \left(\frac{1}{7}d^2 + \frac{1}{14}d^2 \right) = \frac{11}{14}d^2$$

Dördüncü formül: Çapın karesi $\times$ 11/14

$$A \approx \frac{d^2 \cdot 11}{14}$$

Beşinci formül: Çevrenin karesi $\times$ 7/88

$$A \approx \frac{C^2 \cdot 7}{88}$$

Bundan sonra karşılaşılan herhangi bir problemde çap, çevre ve diğer elemanların bilinmemesi durumlarını tek tek inceleyerek kullanılacak formüller verilir.

Çap bilgisinden çevreyi bulma:

$$C = \frac{22}{7} \cdot d$$

Çevre bilgisinden çapı bulma:

$$d = \frac{7}{22} \cdot C$$

Alan bilgisinden çapı bulma:

$$d = \frac{\sqrt{154} \cdot \sqrt{A}}{11}$$

Alan bilgisinden çevreyi bulma:

$$C = \frac{2 \cdot \sqrt{154} \cdot \sqrt{A}}{7}$$

Çap ile çevrenin toplamı olan S’nin bilgisinden çapı bulma:

$$d = \frac{7}{29} \cdot S$$

Çap, çevre ve alanın toplamı olan S’nin bilgisinden çapı bulma:

$$d = \frac{\sqrt{154 \cdot S + 841}}{11} - \frac{29}{11}$$

Örnek: Çapı 14, çevresi 44 olan bir dairenin alanı nedir?

Yarıçap 7 ve yarı çevre 22 olduğundan alan:

$$\text{Alan} \approx \text{Yarıçap} \times \text{Yarı çevre} = r \times \frac{C}{2}$$

$$7 \times 22 = 154$$

Daire kesmesi

Daire kesmesi, biri düz (doğru) çizgi olan — yani kiriş — diğeri eğri olan — yani yay — iki çizgi ile sınırlı bir şekildir. Eğer kiriş merkezin üzerinden geçerse, bu kesme yarım dairedir. Eğer daire merkezi kesmenin içinde kalıyorsa, bu kesme yarım daireden büyüktür ve eğer merkez kesmenin dışında kalıyorsa, bu kesme yarım daireden küçüktür. Tüm bunlar, daire kesmesinin yüksekliğine (sehm) bakılarak da anlaşılır: Eğer yükseklik, kirişin yarısı kadarsa, kesme yarım dairedir; eğer

yükseklik, kirişin yarısından daha uzunsa, kesme yarım daireden büyüktür ve eğer yükseklik daha kısaysa, kesme yarım daireden küçüktür.

Yarım dairenin alanı:

Birinci formül: $\text{Sehm} \times \text{yayın yarısı}$

$$A = s \cdot \frac{q}{2}$$

Örnek:

$$A = 3.5 \cdot \frac{11}{2} = 3.5 \cdot 5.5 = 19.25$$

İkinci formül: $\text{Kirişin yarısı} \times \text{yayın yarısı}$

$$A = \frac{c}{2} \cdot \frac{q}{2} = \frac{c \cdot q}{4}$$

Örnek:

$$A = \frac{7 \cdot 11}{4} = \frac{77}{4} = 19.25$$

Üçüncü formül: $\text{Kirişin dörtte biri} \times \text{tam yay (veya tersi)}$

$$A = \frac{c}{4} \cdot q$$

Örnek:

$$A = \frac{c}{4} \cdot q = \frac{7}{4} \cdot 11 = 1.75 \cdot 11 = 19.25$$

Dördüncü formül: $\text{Kiriş} \times \text{yay} \times \frac{1}{4}$

$$A = \frac{1}{4} \cdot c \cdot q$$

Örnek:

$$\frac{1}{4} \cdot 7 \cdot 11 = 19.25$$

Beşinci formül: $\text{Sehm ve kirişin çarpımından bu çarpımın yedide birini ve yedide birinin yarısını çıkarmaktır.}$

$$\text{Alan} = s \cdot c - \left(\frac{1}{7} \cdot (s \cdot c) + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{7} \cdot (s \cdot c) \right) \right)$$

Örnek:

- $s \cdot c = 24.5$
- $\frac{1}{7} \cdot 24.5 = 3.5$
- $\frac{1}{2} \cdot 3.5 = 1.75$
- Toplam çıkarılacak = $3.5 + 1.75 = 5.25$
- Alan = $24.5 - 5.25 = \boxed{19.25}$

Yarım daireden büyük ve küçük daire kesmesinin alanı:

- r : Daire yarıçapı
- a : Kiriş uzunluğu (kesmenin tabanı)
- s : Kesmenin **sehm**i (yüksekliği)
- ℓ : Yay uzunluğu (kesmeye ait yay, daire çevresinin bir kısmı)
- A : Kesme alanı

Olmak üzere büyük daire kesmesinin alanı:

$$A = \frac{r \cdot \ell}{2} + (r - s) \cdot \frac{a}{2}$$

Küçük daire kesmesinin alanı:

$$A = \frac{r \cdot \ell}{2} - (r - s) \cdot \frac{a}{2}$$

Daire kesmesinin taban (vetr) ve yüksekliğinden (sehm) daire çapını bulma:

- a : **kirişin** (tabanın) uzunluğu
- s : **sehm** (yükseklik, yani yayı ikiye bölen dikmenin uzunluğu)
- d : aradığımız **çap**
- Kirişin yarısı: $\frac{a}{2}$

$$d = s + \frac{(a/2)^2}{s} = s + \frac{a^2}{4s}$$

Daire kesmesinin ait olduğu dairenin çapı ve kesmenin yüksekliğinden kesmenin yayını bulma:

Kesmenin yayı q , dairenin çapı d ve kesmenin yüksekliği s ile temsil edilmek üzere:

$$q = \left(\frac{d}{2} \cdot \frac{22}{7} \right) \pm \left(\left| \frac{d}{2} - s \right| \cdot \frac{15}{7} \right)$$

Daire dilimi

Daire dilimi, üç çizgiyle sınırlı bir şekildir: Bunlardan ikisi doğru (düz) çizgidir ve dairenin merkezinde bir açı oluştururlar; her biri söz konusu dairenin yarıçapı kadardır. Üçüncü çizgi ise eğridir. Bu eğri ya dairenin çevresinin yarısından büyüktür ya da küçüktür. Birincisine yani yarı çevreden büyük olana büyük dilim, ikincisine (küçük olana) ise küçük dilim denir.

İster yarım daireden küçük olsun isterse de büyük, daire diliminin alanında yarıçap r , daire diliminin yayı (yay uzunluğu) q ve alan A ile gösterilmek üzere:

$$A = r \cdot \frac{q}{2}$$

Yarım daireden büyük veya küçük daire dilimlerindeki yayları hesaplamak için daire dilimlerinin kenarları yani dilimin ait olduğu dairenin yarıçapları r , daire dilimlerinin yaylarının iki ucunu birleştiren doğru taban olacak şekilde meydana gelen ikizkenar üçgenin yüksekliği h ve yay uzunlukları s ile gösterilmek üzere yarım daireden büyük ve küçük daire dilimlerinin yay uzunları sırayla şöyle hesaplanır:

$$s \approx r \cdot \left(3 + \frac{1}{7}\right) + h \cdot \left(2 + \frac{1}{7}\right)$$

$$s \approx r \cdot \left(3 + \frac{1}{7}\right) - h \cdot \left(2 + \frac{1}{7}\right)$$

3. Üç Boyutluların Uzunluk ve Alan Ölçümleri (Kütâhî, VI, vr. 88a-90a)

En genel anlamıyla cisim, üç boyutu yani uzunluk, genişlik ve derinliği olan varlıktır.

(a)Küp

Tüm boyutları eşit olan cisimdir.

(b)Küre

Dairesel tek bir yüzeyle çevrelenmiş ve içindeki bir noktadan yüzeyine çekilen tüm doğruların eşit olduğu bir cisimdir. Bu nokta kürenin merkezi, doğrular ise yarıçaplarıdır. Yüzeye çıkan doğruların her iki ucunu birleştiren çizgi kürenin çapıdır. Kürenin yüzey alanının ölçümünün iki ayrı formülü verilir.

İlk formülde kürenin çapı d , kürenin en büyük dairesinin çevresi C ve küre yüzey alanı S ile temsil edilmek üzere:

$$S = d \cdot C$$

$$C = \pi d \quad \text{Olduğundan}$$

$$S = d \cdot \pi d = \pi d^2$$

İkinci formülde kürenin çapı d ve küre yüzey alanı S ile temsil edilmek üzere:

$$S = 4 \cdot \left(d^2 - \left(\frac{1}{7}d^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{7}d^2\right)\right)$$

Kürenin hacmine gelince, müellif birbirine çok benzeyen ancak katsayılarında küçük bir farklılık olan iki formül verir. İlk formül, kürenin çapı d ve bu çap ile belirli sabitlerin oluşturduğu sonuç R_1 , hacim V ile temsil edilmek üzere şöyledir:

$$R_1 = d^3 - \left(\frac{3}{14} \cdot d^3 \right) = \left(1 - \frac{3}{14} \right) d^3 = \frac{11}{14} d^3$$

$$V = R_1 \cdot \left(1 - \frac{4}{21} \right) = R_1 \cdot \frac{17}{21}$$

Böylece nihai formül şöyle gösterilebilir:

$$V = \frac{11}{14} \cdot \frac{17}{21} \cdot d^3 = \frac{187}{294} d^3$$

İkinci formül, kürenin çapı d ve bu çap ile belirli sabitlerin oluşturduğu sonuç R_1 , hacim $V_{\text{diğer}}$ ile temsil edilmek üzere şöyledir:

$$R_1 = \left(1 - \frac{3}{14} \right) d^3 = \frac{11}{14} d^3$$

$$V_{\text{diğer}} = R_1 \cdot \left(1 - \frac{3}{14} \right) = R_1 \cdot \frac{11}{14}$$

Böylece nihai formül şöyle gösterilebilir:

$$V_{\text{diğer}} = \frac{11}{14} \cdot \frac{11}{14} \cdot d^3 = \frac{121}{196} d^3$$

Yarımkürenin yüzey alanı, tam kürenin yüzey alanının yarısına kürenin en büyük dairesinin alanının eklenmesidir. Hacmine gelince, tam kürenin hacminin yarısıdır.

(c)Prizma

Kütâhî’nin üslubunu yansıtmaya çalışarak dörtgen prizmalar şöyle tarif edilebilir: Bir prizmanın ya tabanı, tavanı, yüksekliği eşit, tabanı ile tavanı paraleldir ve böylece küp olur ya da küp değildir. Eğer küp değilse ya tabanı ile tavanı eşit ve paralel, yüksekliği ise farklıdır ya da tüm boyutları farklıdır. İlk durumda ise ya yüksekliği taban ile tavanından büyüktür ya da küçüktür.

Kütâhî’nin yukarıda ifade ettiği her bir durumda farklı bir dörtgen prizma meydana gelir. Gelenekte bu dört prizmanın her birinin isimleri bulunsa da müellif eserinde küp dışındakileri zikretmemiştir.

Bu tür cisimlerin yüzey alanı, taban çevresinin cismin yüksekliğiyle çarpılması ve bu sonuca taban ile üst yüzey alanlarının eklenmesiyle hesaplanır.

Cismin hacmi ise, taban alanının cismin yüksekliğiyle çarpılmasıyla bulunur.

Prizmaların yüzey alanı için:

- S : Yüzey alanı
- $\text{Çevre}_{\text{taban}}$: Tabanın çevresi
- h : Yükseklik
- A_{taban} : Tabanın alanı

Olmak üzere

$$S = \text{Çevre}_{\text{taban}} \cdot h + 2 \cdot A_{\text{taban}}$$

Prizmaların hacmi için:

- V : Hacim
- A_{taban} : Taban alanı
- h : Yükseklik

Olmak üzere

$$V = A_{\text{taban}} \cdot h$$

(d)Koni

Koniler tam koni ve kesik koni olmak üzere iki türdür. Tam koni bir yüzeyden başlayıp, yukarıya doğru tek bir eksenle daralarak bir noktada sonlanan bir cisimdir ve iki yüzey tarafından çevrilidir; biri tabanı oluşturan düz yüzey, diğeri ise eğimli yüzeydir. Kesik koni ise üst kısmı bir noktada sonlanmayıp, alt tabandan daha küçük bir üst yüzeye sahiptir ve üç yüzey tarafından çevrilidir: Alt ve üst düz yüzeyler ile eğimli yüzey.

Tam koninin alt yüzeyi dairedir ve “koni tabanı”, en üst noktası ise “tepe noktası” olarak adlandırılır. Tepe noktasından tabanın merkezine inen eksen de yüksekliktir.

Tam koninin yüzey alanı için taban alanı ile eğimli yüzey alanları toplanır:

Taban alanı:

$$A_{\text{taban}} = \pi r^2$$

Eğimli (yanal) yüzey alanı:

Taban çevresi: $2\pi r$

Yarısı: πr

Eğik uzunluk: l

olmak üzere

$$A_{\text{yan}} = \pi r l$$

Tam koninin tüm yüzey alanı:

$$A_{\text{tam}} = \pi r^2 + \pi r l = \pi r(r + l)$$

Tam koninin hacmi için yüksekliğin üçte biriyle taban alanı çarpılır:

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

Eğik uzunluk bilinmiyorsa, yükseklik ile taban yarıçapının karelerinin toplamının karekökü alınır. Eğer yükseklik bilinmiyorsa eğimli kenar ile taban yarıçapının karelerinin farkının karekökü alınır. Ancak metinde Kütāḥī muhtemel bir yazım hatasıyla her iki formül için de yarıçap yerine çap yazmıştır. Burada bu hatanın düzeltilmesiyle formüller sırayla şöyledir:

$$l = \sqrt{h^2 + r^2}$$

$$h = \sqrt{l^2 - r^2}$$

Bu ölçüm yöntemleri, kare, üçgen ya da çokgen tabanlı koniler için de geçerlidir.

Örnek: Taban çapı 7, taban çevresi 22 ve yüksekliği 24 olan tam koninin eğimli uzunluğu, yanal yüzey alanı, taban alanı ve hacmi nedir?

$$l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{24^2 + 3,5^2} = \sqrt{576 + 12,25} = \sqrt{588,25} \approx 24,25$$

$$A_{\text{yan}} = \pi r l = \pi \cdot 3,5 \cdot 25 = \pi \cdot 87,5 \approx 3,14 \cdot 87,5 \approx 274,75$$

$$A_{\text{taban}} = \pi r^2 = \pi \cdot (3,5)^2 = \pi \cdot 12,25 \approx 3,14 \cdot 12,25 \approx 38,47$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 12,25 \cdot 24 = \pi \cdot 98 \approx 3,14 \cdot 98 \approx 307,72$$

Bu sonuçları Kütāḥī yuvarlayarak sırayla 25, 275, 38,5 ve 308 olarak verir.

Kesik koniye gelince yanal alan şöyledir:

$$A_{\text{yan}} = \frac{1}{2} \cdot (C_{\text{alt}} + C_{\text{üst}}) \cdot l$$

Taban ve tavan dairelerinin çevreleri çap üzerinden yazılırsa:

$$A_{\text{yan}} = \frac{\pi(d_1 + d_2)}{2} \cdot l$$

Kesik koninin hacim formülü:

- V : Kesik koninin hacmi
- d_1 : Alt taban çapı
- d_2 : Üst taban çapı
- h : Yükseklik (tabanlar arasındaki dik mesafe)
- $\frac{11}{42}$: Sabit katsayı (yaklaşık olarak $\frac{\pi}{12}$), çünkü $\pi \approx \frac{22}{7}$ alınmıştır.

$$V = \frac{11}{42} \cdot (d_1^2 + d_2^2 + d_1 \cdot d_2) \cdot h$$

Örnek:

- Alt taban çapı: $d_1 = 14$
- Alt çevre: $C_1 = 44$
- Üst taban çapı: $d_2 = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$
- Üst çevre: $C_2 = \frac{44}{3} = 14\frac{2}{3}$
- Eksen (yükseklik): $h = 16$
- Eğimli uzunluk: $l = 16\frac{2}{3} = \frac{50}{3}$

Verilen bilgilere göre kesik koninin yanal alanı ve hacmi nedir?

$$A_{\text{yanal}} = \frac{1}{2} \cdot (C_1 + C_2) \cdot l$$

$$C_1 + C_2 = 44 + \frac{44}{3} = \frac{176}{3}$$

$$A_{\text{yanal}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{176}{3} \cdot \frac{50}{3} = \frac{88}{3} \cdot \frac{50}{3} = \frac{4400}{9}$$

$$A_{\text{yanal}} = 488\frac{8}{9}$$

$$V = \frac{11}{42} \cdot (d_1^2 + d_2^2 + d_1 \cdot d_2) \cdot h$$

$$= \frac{11}{42} \cdot \left(14^2 + \left(\frac{14}{3} \right)^2 + 14 \cdot \frac{14}{3} \right) \cdot 16 = \frac{11}{42} \cdot \frac{2548}{9} \cdot 16 = \frac{32041}{27} = 1186\frac{19}{27}$$

(e)Silindir

Öncelikle silindir, dik dairesel ve dik çokgen tabanlı olmak üzere iki türdür. Dik dairesel silindir, tabanlarını oluşturan ve birbirine eşit, paralel iki daire ile bu dairelerin çevrelerini birleştiren eğrisel bir yüzeyden meydana gelen bir cisimdir. Silindirin taban merkezlerini birleştiren ve “silindirin yüksekliği (sehm)” olarak adlandırılan doğru parçası, tabanlara dik konumda bulunur. Çokgen tabanlı dik prizma ise, tabanlarını oluşturan iki eş ve paralel çokgen yüzey ile, bu tabanları birbirine bağlayan dikdörtgensel yan yüzeylerden meydana gelir. Bu prizmanın yan yüzeyleri, tabanın köşe noktalarından yukarıya doğru çıkan ve taban ile aynı kenar uzunluklarına sahip doğrusal çizgilerle birleşir.

Dik dairesel silindirin taban çevresi C, yüksekliği h ve taban veya tavan çapı d olmak üzere yanal alanı ve hacmi şöyledir:

$$A_{\text{yan}} = C \cdot h$$

$$V = \frac{22}{7} \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot h$$

Dik çokgen silindirin (dik prizma) kenar sayısı n , bir kenar uzunluğu a ve yüksekliği h olmak üzere yanal alanı ve hacmi şöyledir:

$$A_{\text{yan}} = n \cdot a \cdot h$$

$$A_{\text{taban}} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot a^2$$

$$V = A_{\text{taban}} \cdot h$$

Örnek: Taban çapı 7, taban çevresi 22 ve yüksekliği 30 olan bir dik dairesel silindirin yanal alan ve hacmi nedir?

$$A_{\text{yan}} = 22 \cdot 30 = 660$$

Kütâhî bu işlemin sonucunu yanlışlıkla 760 olarak vermiştir.

$$V = \frac{22}{7} \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^2 \cdot 30 = 1155$$

Kütâhî bu işlemin sonucunu yanlışlıkla 1095 olarak vermiştir.

Örnek: tabanının her bir kenarı 10 ve yüksekliği 20 olan bir altıgen silindirin yanal alanı ve hacmi nedir?

$$A_{\text{yan}} = 6 \cdot 10 \cdot 20 = 1200$$

$$A_{\text{taban}} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot 100 \approx 259.8$$

$$V = 259.8 \cdot 20 = 5196$$

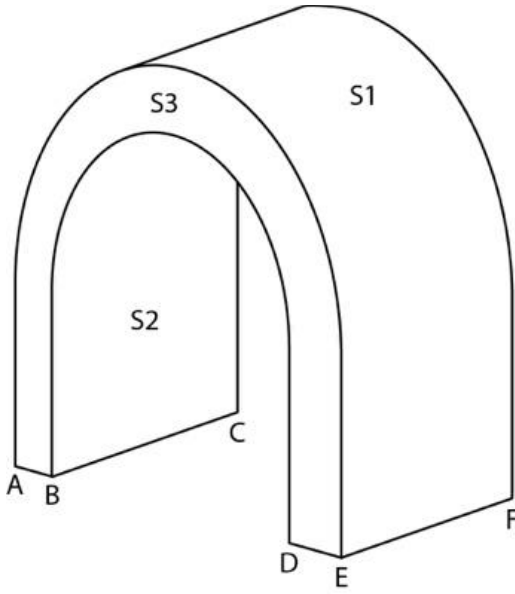
Kütâhî bu işlemin sonucunu yuvarlamak suretiyle 5200 olarak vermiştir.

(f) Tonoz ve Kemer

Kütâhî metinde tonozu şöyle tarif eder:

Tonoz, altı yüzeyle çevrili bir cisimdir. Bu yüzeylerden ikisi birbirine paralel ancak eşit olmayan, uzunluğu düz, genişliği ise yuvarlak veya yuvarlağa yakın yüzeylerdir; bunlar tonozun dış (görünür) ve iç (gizli) yüzeyleridir. Diğer iki yüzey de yine birbirine paralel ve eşit olup, bu ikisi düz yüzeylerdir; uzunlukları önceki yüzeylerin genişliği, genişlikleri ise tonozun kalınlığı kadardır. Bu yüzeyler, eğrisel yüzeyleri çevreleyen iki kenar boyunca uzanır. Son iki yüzey ise eşit dikdörtgenlerdir; duvar gövdelerine yerleştirilmiş olup, uzunlukları ilk yüzeylerin uzunluğuna, genişlikleri ise tonozun kalınlığına eşittir. Bunlar tonozun taban yüzeyleridir (Kütâhî, trsz., s. 89b)

Bu tanımı daha iyi anlayabilmek için aşağıdaki şekilde gösterilen S_1 ve S_2 ’nin müellifin bahsettiği ilk iki yüzey, S_3 ve onun arkada kalan simetrisinin ikinci iki yüzey ve tonozun zemine basan ayakları olan ABCH ve DEFG dörtgenlerinin de son iki yüzey olduğu söylenebilir.



Kemere gelince müellife göre tonoz ile aynıdır; sadece kemerin dış ve iç yüzeylerinin iki kenarı arasındaki doğrusal uzunluğu, yuvarlak ya da yuvarlağa yakın olan genişliğine kıyasla çok daha kısadır.

Tonozun tüm yüzey alanını hesaplamak için yukarıda belirtilen altı yüzeyinin alanı ölçülmeli ve çıkan sonuçlar toplanmalıdır. Buna göre dış-iç (S_1 ve S_2), yanal (S_3 ve simetrisi) ve taban (ABCH ve DEFG) yüzeyleri sırayla şöyle hesaplanır:

- $L_{dış}$: Dış kavis (yay) uzunluğu
- $L_{iç}$: İç kavis (yay) uzunluğu
- l : Tonozun uzunluğu (yüksekliği boyunca) $A_1 = (L_{dış} + L_{iç}) \cdot l$

- t : Tonozun kalınlığı $A_2 = (L_{dış} + L_{iç}) \cdot t$

$$A_3 = l \cdot t \quad \text{iki taban olduğundan} \quad A_{taban} = 2 \cdot l \cdot t$$

Toplam tonoz yüzey alanı:

$$A_{toplam} = (L_{dış} + L_{iç})(l + t) + 2lt$$

Kemerin yüzey alanı da tamamen aynı şekilde hesaplanır. Hem tonoz hem de kemer için hacim ölçüm formülüne gelince:

- $L_{dış}$: Dış kavis (yay) uzunluğu
- $L_{iç}$: İç kavis (yay) uzunluğu

- t : Kalınlık
- l : Uzunluk

$$V = \frac{L_{\text{dış}} + L_{\text{iç}}}{2} \cdot t \cdot l$$

Örnek:

- Dış yay uzunluğu: $L_{\text{dış}} = 20$ zira
- İç yay uzunluğu: $L_{\text{iç}} = 12$ zira
- Kalınlık (duvar kalınlığı): $t = 2$ zira
- Tonoz uzunluğu: $l = 50$ zira

$$A_{\text{iç-dış}} = (L_{\text{dış}} + L_{\text{iç}}) \cdot l = (20 + 12) \cdot 50 = 32 \cdot 50 = 1600$$

$$A_{\text{yan}} = (L_{\text{dış}} + L_{\text{iç}}) \cdot t = (20 + 12) \cdot 2 = 32 \cdot 2 = 64$$

$$A_{\text{taban}} = 2 \cdot l \cdot t = 2 \cdot 50 \cdot 2 = 200$$

Hacim ölçümü ise şöyledir:

$$V = \left(\frac{L_{\text{dış}} + L_{\text{iç}}}{2} \right) \cdot t \cdot l = \left(\frac{20 + 12}{2} \right) \cdot 2 \cdot 50 = 16 \cdot 2 \cdot 50 = 1600$$

(g)Kubbe

Cisimlerin yüzey alanı ölçümü başlığının son konusu kubbe ölçümüne ayrılmıştır. Müellife göre içi oyuk olan bir kubbe eğer bir yarım küre şeklindeyse, dış yüzeyinin alanı tam kürenin yüzey alanının yarısıdır. İç yüzeyinin alanı ise kubbe içindeki hava boşluğunun yüzey alanıdır. Kubbenin hacmi ise, tam küre hacminin yarısından kubbe içindeki hava boşluğunun hacmi çıkarıldığında elde edilen kalandır.

Örnek: Dış yarım küre çapı 7, iç yarım küre çapı 4 tam $2/3$ olan bir kubbenin iç ve dış yüzeylerinin ve hacminin ölçümü nedir? (Kütâhî’ye göre $\pi \approx 22/7$ olarak alınır)

Yarım küre yüzey alan formülüne dayanarak dış yüzey alanı şöyledir:

$$S_1 = \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 7^2 = \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times 49 = 77$$

İç yüzey alanı ise şöyledir:

$$S_2 = \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times \left(\frac{14}{3} \right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{22}{7} \times \frac{196}{9} = \frac{308}{9} = 34\frac{2}{9}$$

Hacmine gelince, küre hacmi bahsinde verdiği iki ayrı formüle göre hesaplama yaparak en yaklaşık ve daha az yaklaşık olmak üzere iki sonuç ortaya koyar. En yaklaşık formüle göre kubbenin hacmini hesaplamak için öncelikle yukarıda verdiği küre hacim formülü hatırlanabilir.

Bu formüle göre işlem yapıp yarısı alındığında yarım küre hacmi bulunur. Dış ve iç yarım küreler için sırasıyla bu işlem uygulandıktan sonra farkları alınır.

Kubbenin dış yarım küresinin hacmi:

$$V = \frac{11}{14} \cdot \frac{17}{21} \cdot d^3 = \frac{187}{294} d^3$$

$$V = \frac{187}{294} \cdot 7^3 = \frac{1309}{6}$$

$$\frac{1309}{12} \approx 109.08$$

Kubbenin iç yarım küresinin hacmi:

$$V = \frac{187}{294} \cdot \left(\frac{14}{3}\right)^3 = \frac{5236}{81}$$

$$\frac{5236}{81} \div 2 = \frac{2618}{81} \approx 32.32$$

Bu iki sonuç arasındaki fark kubbenin hacmidir:

$$\frac{1309}{12} - \frac{2618}{81} = \frac{24871}{324}$$

$$\frac{24871}{324} = 76 \frac{247}{324}$$

Tüm işlemler ve sonuç Kütâhî'nin metinde verdikleriyle birebir uyumludur. Müellif küre hacminde verdiği ikinci ve daha az yaklaşık olan formüle göre kubbe hacim hesabını da yapar. Bu formülde ise sonucu 77 tam $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{54}$ olarak bulur. Ancak formülde verilen değerler yerine konulduğunda bundan farklı bir sonuca yani 74 tam $\frac{109}{216}$ 'ya ulaşılır.

Alternatif ve daha az doğru olan küre hacim formülü şöyle idi:

$$V_{\text{diğer}} = \frac{121}{196} \cdot d^3$$

Bu formül sonucunun yarısını alarak dış yarımküre hacmi:

$$V_{\text{dış}} = \frac{121}{196} \cdot \frac{7^3}{2} = \frac{121}{196} \cdot \frac{343}{2}$$

İç yarımküre hacmi:

$$V_{\text{iç}} = \frac{121}{196} \cdot \frac{(14/3)^3}{2} = \frac{121}{196} \cdot \frac{2744}{54}$$

Kubbenin hacmi:

$$V_{\text{kubbe}} = V_{\text{dış}} - V_{\text{iç}} = \frac{16093}{216} = 74 \frac{109}{216}$$

Burada karmaşık ve uzun işlemler ile büyük sayılar söz konusu olduğundan Kütâhî’nin yaklaşık 3 birimlik bir fazlalıkla farklı bir sonuç vermiş olması muhtemeldir.

Bu işlemle birlikte müellif mesâha bölümünü tamamlar.

3. Değerlendirme

18. asır Osmanlı alimlerinden Abdullah Kütâhî, *Ferâidu’l-funûn* adlı ansiklopedik eserinin altıncı cildinde 27 satırlık büyük boy yazma nüshasında yaklaşık 10 varağı mesâha ilmine ayırmıştır. Birinci ciltten başlayarak yaptığı bölümlmeye (ferîde) göre mesâha ilmi yüz yirmi ikinci bölüme denk gelir. Tarifi ve örneklerle ölçüm hesaplamaları yapılan hemen hemen tüm geometrik şekillerin çizimleri yazma nüshada bulunur. Ancak bunun dışında herhangi bir matematiksel gösterim bulunmaz, tümü sözel ifadeyle inşa edilmiştir.

Makalede, Kütâhî’nin metnindeki ölçüm kuralları modern matematiksel formüllerle karşılaştırılarak doğruluğu sınanmış, hem sembolik ifade biçimleri hem de hesaplama süreçleri tahlil edilmiştir. Elde edilen en temel bulgu, Kütâhî’nin takip ettiği ölçüm tekniklerinin çoğunlukla klasik İslam matematik geleneğine dayandığını, ancak zaman zaman deneysel sabitler ve yaklaşık yöntemler kullanarak pratik mühendislik ihtiyaçlarına da cevap vermeye çalıştığını gösterir.

Nüshada farklı bir kalem kullanmak veya bir ayırım yapmak suretiyle başlıklandırma yapılmamıştır. Sadece yüzeyleri ölçme işleminin o yüzeysel şeklin türüne göre kısımları bulunduğu bahsedildikten sonra bu kısımların ilkinin kare ve dikdörtgen olduğu söylenir ve bu şekillerin ölçüm yöntemleri gösterilir. Ardından ikinci kısmı üçgenlerin oluşturduğu ifade edilir ve ölçüm yöntemlerine geçilir. Bundan sonraki şekillerde bu sayı sıralaması devam etmez; her yeni şekil veya şekil grubuna geçişte “emmâ .../...ya gelince” kalıbıyla konuya başlanır. Ancak her halükârda müellifin “yüzeylerin ölçümü” ve “cisimlerin ölçümü” ifadelerinden bu ikisinin mesâha bölümünün ana başlıkları olduğu ortadadır. Bu makalede de müellifin bu tasnifine sadık kalınmıştır.

Bölüm, ölçümle ilgili temel kavramların açıklamasıyla başlar; uzunluk, alan ve hacim birimlerinin tanımları ile bu birimler arası dönüşüm kuralları açık bir şekilde ortaya konur. Ardından düzlemsel şekillerin yükseklik ve köşegen uzunluklarıyla alan ölçümleri verilir. Burada kare ve dikdörtgenin öncelenmesi ve diğer şekillere nispetle temel şekil muamelesi yapılması dikkati çeker. Bu durumu her türlü mimari ve mühendislik faaliyetlerindeki unsurlarla ilişkilendirmek mümkündür. Zira şehircilik ve planlamadan mimari yapı unsurlarına, tarım arazilerinden sulama kanallarına pek çok günlük yaşam ihtiyaçlarında en çok kullanılan iki şekil kare ve dikdörtgendir. Bu da müellifin mesâha bölümünde pratik kaygıları ön planda tuttuğunu gösterebilir. Bundan sonra üçgenlere ve diğer dörtgenlere geçilir. Ardından çokgenler, dairevi şekiller, daire ve daire elemanlarıyla düzlemsel şekiller tamamlanır. Cisimler konusu tahmin edileceği üzere küp ile başlar küre ile devam eder. Hemen ardından kare ve dikdörtgen prizmalar, koni ile silindir türleri gelir. Müstakil mesâha kitaplarında veya genel matematik kitaplarındaki mesâha bölümlerinde de sıkça rastlandığı üzere son bahis mimari yapılara ayrılmıştır. Dönemin mimarisinin en çok kullanılan üç unsuru tonoz, kemer ve küresel kubbe örnekle ayrıntılı bir şekilde ortaya konulur. Hem cisimler hem de mimari unsurlarda önce yüzey ölçüm yöntemleri ardından hacim hesaplama formülleri izah edilir. Müellifin burada özetlenen konu sıralaması yalnızca geometri bilgisine göre değil, aynı zamanda gündelik hayat, zanaat ve inşaat gibi alanlardaki kullanıma göre önceliklendirilmiş görünür. Bu da onun hedef kitlesi arasında mimarlar, mühendisler, vergi memurları ve ölçüm hesabıyla uğraşan zanaatkârları düşündüğünü gösterebilir.

Kütâhî'nin konuları işleyiş biçimi önceki dönem matematik eserlerinden ayrılan didaktik bir özellik taşır. Zira daha önceki eserlerde genellikle mukaddime bölümü ihdas edilir ve burada tüm mesâha kavramlarının tarifleri alt alta sıralanır; bir nevi sözlük vazifesi görür. Yani her bir şeklin kavramı ile açıklaması alan veya hacim ölçüm yönteminden ayrı başlıklardadır. Ancak Kütâhî'de her şekil ya da cisim, önce geometrik olarak tarif edilir, hemen ardından bu tariften hareketle hesaplama yöntemi sunulur. Bu hesaplamalar genellikle günümüz sembolik matematiği yerine, sözel formüller ve oranlar aracılığıyla verilir. Yine de bu sözel ifadelerin önemli bir kısmı, modern matematiksel dil ile karşılaştırıldığında yüksek doğruluk oranına sahiptir. Örneklemeli anlatım tercih edilerek okuyucunun zihninde şekillerin ve hesaplamaların somutlaşması sağlanmıştır. Ayrıca alan ve hacim formüllerinde yaklaşık sabitler kullanılarak teorik doğruluk ile pratik uygulama arasında bir denge kurulmuştur; bu da esere aynı anda hem öğretici hem de mesleki başvuru kaynağı niteliği kazandırır.

Bu mesâha bölümünün ansiklopedik bir eser içinde yer alması da ayrı bir anlam taşır. *Ferâidu'l-funûn*, çok sayıda bilim dalını sistematik biçimde sunmayı hedefleyen klasik İslam ansiklopedi geleneğinin bir örneği olarak, mesâha gibi uygulamalı bir alanı ihmal etmez, bilakis ona ayrıntılı yer ayırır. Bu da Kütâhî'nin, bilimlerin yalnızca teorik yönlerini değil, pratik yararlarını da gözetten bir ilim tasavvuruna sahip olduğunu gösterir. Bu yönüyle mesâha bölümü, yalnızca bir matematik alt disiplini değil, aynı zamanda günlük hayatta ve mimarî projelerde kullanılan bir bilgi alanı olarak değerlendirilmiştir.

Kütâhî'nin mesâha bölümü, bu alandaki müstakil risâle ve kitaplarla karşılaştırıldığında bazı farklar gösterir. Örnek olarak Kemâleddin Fârisî'nin *Esâsu'l-kavâid*'i, Cemşid Kâşî'nin *Miftâh*'ı, Ali Kuşçu'nun *Muhammediyye*'si ve Bircendî'nin *Şerhu's-şemsiyye*'sinin mesâha bölümlerinde daha yüksek düzeyde teorik açıklamalar ve geometrik ispatlar bulunurken, Kütâhî daha çok uygulamaya, örnek çözümlere ve sade anlatıma ağırlık vermiştir. Bu, onun ansiklopedik eseri içindeki mesâha bölümünü bir el kitabı gibi kurguladığını ve özellikle öğretici yönüyle öne çıkardığını gösterir. Bu bakımdan *Ferâidu'l-funûn*'un mesâha bölümü, hem içerdiği konuların çeşitliliği hem de sunduğu hesaplama yöntemlerinin isabetliliğiyle, klasik Osmanlı bilimi tarihinde özgün ve kıymetli bir kaynak niteliği taşır. Son olarak hem *Ferâidu'l-funûn*'un tamamı hem de mesâha bölümü, 18. asır bir Osmanlı entelektüelinin derleme bir eser seviyesinde olsa dahi sahip olduğu bilgi çeşitliliği ve derinliğini göstermesi bakımından dikkate değerdir.

Kaynakça

- Baga, E. (2021). Mesâha'nın kısa tarihi ve ilk müstakil Türkçe mesâha kitabı: Emrî Çelebî'nin Mecmau'l-Garâib fi'l-Mesâha adlı eseri. *Divan: Disiplinlerarası Çalışmalar Dergisi*, 26(51): 1-38.
- Baga, E. (2025). Hem yeryüzü hem gökyüzü: Muhammediyye'nin Mesâhası. *Nazariyat İslam Felsefe ve Bilim Tarihi Araştırmaları Dergisi*, 11(1), 93-123.
- Erkal, M. (1991). Arşın. *Türkiye Diyanet Vakfı İslâm Ansiklopedisi* içinde (C. 3, ss. 411-413). A İstanbul: TDVİAM.
- İbn Hamza el-Mağribî (1591). *Tuhfetu'l-a'dâd*. Süleymaniye Kütüphanesi, Esad Efendi Koleksiyonu 3153.
- Kallek, C. (2001). Kasaba. *Türkiye Diyanet Vakfı İslâm Ansiklopedisi* içinde (C. 24, ss. 526-527). İstanbul: TDVİAM.
- Kütâhî, Abdullah. *Ferâidu'l-funûn*. Ankara Milli Kütüphane, Milli Kütüphane Yazmalar Koleksiyonu 06 Mil Yz A 1339/3.