İKİ KARMA SIFIR-BİR YÜKLEME MODELİ

Cemal Özgüven

Giriş

Atölye tipi üretimin geçerli olduğu bir fabrikada m tane işin n tane departmanda p işgünü içinde yapılma zorunluluğunun bulunması durumunda, saat olarak işyüklerini dengeleyecek şekilde,işleri departmanlara ait işgünlerine yükleme problemi ortaya çıkar. İşleri en uygun şekilde yükleyip departmanlara ait işgünlerinin işyüklerini birbirine olabildiğince yakınlaştırarak bu probleme çözüm getirmek için iki tane karma sıfır-bir programlama modeli geliştirilmiştir .

Bir işin aynı departmanda sadece bir işgününde yapılması esasına göre kurulan ilk model ,işin parçalara ayırılıp birbirini takip eden işgünlerinde yapılmasına imkan tanımamaktadır. Bu eksikliği telafi etmek üzere , bir işin aynı departmanda bir işgününde yapılmasının yanında , peş peşe iki işgününde yapılmasına da izin veren ikinci model geliştirilmiştir .

Her iki modelin ortak tarafları

- işlerin farklı departmanlarda aynı değil , farklı işgünlerinde yapılması , ve
- işlerin departmanlara ait işgünlerine departmanlardan geçiş sıralarına uygun bir şekilde yüklenmesi

şartlarına dayanmalarıdır .

Kullanılan parametre ve değişkenlerin toplu olarak tanımlanmasından sonra,söz konusu iki model genel ifadelerle sunulmuş, amaç fonksiyonları ve sınırları açıklanmıştır. Bunun ardından, modeller iki örnek karar problemlemine uygulanmış ,Lindo paket programı ile çözülmüş ve elde edilen çözümler işyükleme şemaları biçiminde gösterilmiştir.

Parametre ve Değişkenler

Modellerde kullanılan parametre ve değişkenler şöyle tanımlanabilir :

a_{ij} = i'inci işin j'inci departmanda yapılma süresi (saat)
$a_{ij} > 0$

z = tüm işgünleri itibariyle en yoğun departmanın (saat olarak) işyükü
$z > 0$

x_{ijk} = i'inci işin j'inci departmanda k'ıncı gün yapılan oranı
$0 \leq x_{ijk} \leq 1$

$$d_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{i'inci iş j'inci departmanda k'ıncı işgününe yüklenirse} \\ 0 & \text{aksi takdirde} \end{cases}$$

$$w_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{i'inci iş j'inci departmanda sadece k'ıncı işgününde yapılırsa} \\ 0 & \text{aksi takdirde} \end{cases}$$

$$w_{ijk,k+1} = \begin{cases} 1 & \text{i'inci iş j'inci departmanda k'ıncı ve k+1'inci işgünlerinde yapılırsa} \\ 0 & \text{aksi takdirde} \end{cases}$$

İlk Model

İşlerin departmanlarda tam bir işgünü içinde yapılmaları esasına göre kurulan ve mnp+1 değişken , m(p+2n-1)+np sınırdan meydana gelen ilk model genel ifadesi ile aşağıdaki gibi yazılabilir :

min z

sınırlar

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij} d_{ijk} \leq z \qquad j=1,2,\ldots,n \; ; \; k=1,2,\ldots,p \qquad \text{(I)}$$

$$\sum_{k=1}^{p} d_{ijk} = 1 \qquad i=1,2,\ldots,m \; ; \; j=1,2,\ldots,n \qquad \text{(II)}$$

$$\sum_{j=1}^{n} d_{ijk} \leq 1 \qquad i=1,2,\ldots,m \; ; \; k=1,2,\ldots,p \qquad \text{(III)}$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{p} k\, d_{iak} &\leq \sum_{k=1}^{p} k\, d_{ibk} \\ &\cdots\cdots\cdots\cdot \qquad i=1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV)} \\ \sum_{k=1}^{p} k\, d_{irk} &\leq \sum_{k=1}^{p} k\, d_{isk} \end{aligned}$$

ve $\quad z \geq 0$

$$d_{ijk} = 0,1 \qquad i=1,2,\ldots,m \; ; \; j=1,2,\ldots,n \; ; \; k=1,2,\ldots,p$$

Amaç fonksiyonunun ilk sınırlar kümesi ile birlikte açıklanmasında yarar vardır. np tane sınırdan meydana gelen ilk sınırlar kümesindeki herbir sınırın sol tarafı j'inci departmanın k'ıncı işgünündeki(saat olarak) iş yükünü gösterir. Amaç fonksiyonunda z değişkeninin minimize edilmesi talimatı verildiğine göre, z'nin değeri azaltıldıkça ilk sınırlar kümesindeki tüm sınırların sol taraflarının alabileceği en büyük değer enaza indirilecek ve dolayısıyla söz konusu sınırların sol taraf değerleri birbirlerine olabildiğince yaklaştırılacaktır. Bunun anlamı tüm işgünleri üzerinden departmanların iş yüklerinin dengelenmesidir.

mn sınırdan oluşan ikinci sınırlar kümesi, bu modelin kuruluş esasına uygun olarak, i'inci işin j'inci departmanda p adet işgününden sadece birinde yapılmasını garantilemektedir.

mp tane sınırı bulunan üçüncü sınırlar kümesi i'inci işin k'ıncı işgününde ya hiç yapılmamasını ya da n tane departmandan sadece birinde yapılmasını sağlamakta, başka bir ifade ile, söz konusu işin aynı işgününde birden çok departmana yüklenmesini önlemektedir.

m(n-1) sınırlı dördüncü sınırlar kümesine gelince... Bu sınırlar kümesi sırasıyla a,b,...,r,s departmanlarından geçirilmesi gereken i'inci işin, önceki departmanda k'ıncı işgününde yapılmışsa, sonraki departmanda k+1'inci işgününde veya daha sonra yapılmasını sağlamaktadır.

İkinci Model

İşlerin departmanlarda tek işgününün yanında, iki parçaya ayırılarak peş peşe iki işgününde yapılabilmelerine de imkan veren, 4mnp-mn+1 değişken ve 4mn+p (m+n)+mnp-m sınırdan meydana gelen ikinci model genel ifadesi ile şöyle yazılabilir :

min z

sınırlar

$$\sum_{i=1}^{m} a_{ij}x_{ijk} \leq z \qquad j=1,2,\ldots,n\ ;\ k=1,2,\ldots,p \qquad \text{(I)}$$

$$\sum_{k=1}^{p} x_{ijk} = 1 \qquad i=1,2,\ldots,m\ ;\ j=1,2,\ldots,n \qquad \text{(II)}$$

$$x_{ijk} \leq d_{ijk} \qquad i=1,2,\ldots,m\ ;\ j=1,2,\ldots,n\ ;\ k=1,2,\ldots,p \qquad \text{(III)}$$

$$\sum_{j=1}^{n} d_{ijk} \leq 1 \qquad i=1,2,\dots,m \ ; \ k=1,2,\dots,p \qquad \text{(IV)}$$

$$\sum_{k=1}^{p} w_{ijk} + \sum_{k=1}^{p-1} w_{ijk,k+1} = 1 \qquad i=1,2,\dots,m \ ; \ j=1,2,\dots,n \qquad \text{(V)}$$

$$\sum_{k=1}^{p} 10^{k-1} d_{ijk} = \sum_{k=1}^{p} 10^{k-1} w_{ijk} + \sum_{k=1}^{p-1} (10^{k-1}+10^{k}) w_{ijk,k+1} \qquad \text{(VI)}$$

$$i=1,2,\dots,m \ ; \ j=1,2,\dots,n$$

$$\sum_{k=1}^{p} k\, w_{iak} + \sum_{k=1}^{p-1} k\, w_{iak,k+1} \leq \sum_{k=1}^{p} k\, w_{ibk} + \sum_{k=1}^{p-1} k\, w_{ibk,k+1}$$

$$\dots\dots\dots\dots \qquad i=1,2,\dots,m \qquad \text{(VII)}$$

$$\sum_{k=1}^{p} k\, w_{irk} + \sum_{k=1}^{p-1} k\, w_{irk,k+1} \leq \sum_{k=1}^{p} k\, w_{isk} + \sum_{k=1}^{p-1} k\, w_{isk,k+1}$$

ve $z \geq 0$

$$x_{ijk} = 0 \qquad i=1,2,\dots,m \ ; \ j=1,2,\dots,n \ ; \ k=1,2,\dots,p$$

$$d_{ijk} = 0,1 \qquad i=1,2,\dots,m \ ; \ j=1,2,\dots,n \ ; \ k=1,2,\dots,p$$

$$w_{ijk} = 0,1 \qquad i=1,2,\dots,m \ ; \ j=1,2,\dots,n \ ; \ k=1,2,\dots,p$$

$$w_{ijk,k+1} = 0,1 \qquad i=1,2,\dots,m \ ; \ j=1,2,\dots,n \ ; \ k=1,2,\dots,p-1$$

İkinci modelin de amaç fonksiyonu ve np sınırlı birinci sınırlar kümesi aynen ilk modeldeki gibi yorumlanacaktır . z minimize edilirken , birinci sınırlar kümesi vasıtasıyla p işgünü itibariyle n tane departmanın iş yükleri dengelenmektedir .

mn sınırlı ikinci sınırlar kümesi i'inci işin tümünün j'inci departmanda p işgünü içinde yapılmasını garantilemektedir . Takip eden dört sınırlar kümesi , bu sınırlar kümesindeki her bir sınırda ya bir tane (x_{ijk}) ya da yan yana iki tane (x_{ijk}, x_{ijk+1}) değişkenin pozitif olmasını sağlayacaktır . i'inci iş j'inci departmanda ilk durumda tek işgününde,ikinci durumda ise,peş peşe iki işgününde yapılacaktır.

mnp sınırlı üçüncü sınırlar kümesi, i'inci işin j'inci departmanda k'ıncı işgününe yüklenmesi halinde (d_{ijk}=1), aynı işin aynı departmanda aynı gün bir kısmının (x_{ijk}<1) veya tümünün (x_{ijk}=1) yapılmasına imkan tanımaktadır .

mp sınırı bulunan dördüncü sınırlar kümesi ilk modelin üçüncü sınırlar kümesinin aynısıdır ve i'inci işin k'ıncı günde birden çok departmana yüklenmesini önlemektedir .

Her ikisi de mn sınırlı olan beşinci ve altıncı sınırlar kümelerini birlikte ele almakta yarar vardır . Beşinci sınırlar kümesine göre i'inci iş j'inci departmanda ya sadece bir işgününde (w_{ijk}=1) ya da sadece birbirini izleyen iki işgününde ($w_{ijk,k+1}$=1) yapılacaktır. Buna bağlı olarak,altıncı sınırlar kümesindeki sınırların sağ taraflarında oluşacak değerler, aynı sınırların sol taraflarında ilgili d_{ijk} yükleme değişkenlerini 1 olmaya zorlayacaktır .

m(n-1) sınır taşıyan yedinci sınırlar kümesi ilk modelin dördüncü sınırlar kümesinin bir benzeridir . i'inci iş önceki departmanda k'ıncı işgününde yapılırsa , sonraki departmanda k+1'inci işgününde veya daha sonraki bir işgününde yapılacaktır .

İlk Modelin Bir Örnek Probleme Uygulanması

Bir fabrikada sipariş alınan beş işin üç departmanda dört işgünü içinde yapılması gerekmektedir . İşlerin departmanlardan geçiş sıraları ve buralardaki saat olarak süreleri şöyledir :

	Departman			Geçiş Sıraları
İş	1	2	3	
1	3	4	5	1,2,3
2	5	6	1.5	3,1,2
3	2	4	5	1,3,2
4	3.5	4.5	3	2,1,3
5	1.5	2.5	4.5	3,2,1

Bir departmanda tek işgünü içinde yapılmaları şartıyla işlerin herbiri hangi departmanın hangi işgününe yüklensin ki,işgünleri itibariyle departmanların saat olarak işyükleri olabildiğince dengelensin.

İlk model,bu karar problemi çerçevesinde, aşağıdaki biçimde yazılabilir:

min z

sınırlar

$$3d_{111}+5d_{211}+2d_{311}+3.5d_{411}+1.5d_{511} \leq z$$
$$3d_{112}+5d_{212}+2d_{312}+3.5d_{412}+1.5d_{512} \leq z$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots \qquad \text{(I)}$$
$$5d_{133}+1.5d_{233}+5d_{333}+3d_{433}+4.5d_{533} \leq z$$
$$5d_{134}+1.5d_{234}+5d_{334}+3d_{434}+4.5d_{534} \leq z$$

$$d_{111}+d_{112}+d_{113}+d_{114} = 1 \qquad d_{111}+d_{121}+d_{131} \leq 1$$
$$d_{121}+d_{122}+d_{123}+d_{124} = 1 \qquad d_{112}+d_{122}+d_{132} \leq 1$$
$$\ldots\ldots \qquad \text{(II)} \qquad \ldots\ldots \qquad \text{(III)}$$
$$d_{521}+d_{522}+d_{523}+d_{524} = 1 \qquad d_{513}+d_{523}+d_{533} \leq 1$$
$$d_{531}+d_{532}+d_{533}+d_{534} = 1 \qquad d_{514}+d_{524}+d_{534} \leq 1$$

$$d_{111}+2d_{112}+3d_{113}+4d_{114} \leq d_{121}+2d_{122}+3d_{123}+4d_{124}$$
$$d_{121}+2d_{122}+3d_{123}+4d_{124} \leq d_{131}+2d_{132}+3d_{133}+4d_{134}$$
$$\ldots\ldots \qquad \text{(IV)}$$
$$d_{531}+2d_{532}+3d_{533}+4d_{534} \leq d_{521}+2d_{522}+3d_{523}+4d_{524}$$
$$d_{521}+2d_{522}+3d_{523}+4d_{524} \leq d_{511}+2d_{512}+3d_{513}+4d_{514}$$

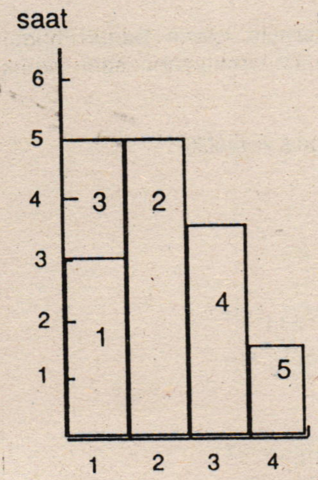
ve $z \geq 0$

$d_{ijk} = 0,1 \qquad i=1,2,3,4,5 \ ; \ j=1,2,3 \ ; \ k=1,2,3,4$

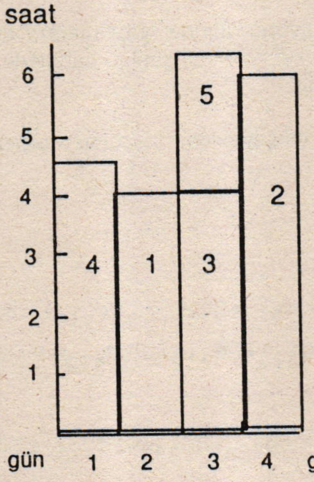
60 tanesi sıfır-bir olmak üzere 61 değişkeni ve 57 sınırı bulunan ilk karma sıfır-bir programlama modelinin 16 mhz hızındaki bir IBM uyumlu bilgisayarda 24 dakikada elde edilen çözümü,yazılmayan değişkenler sıfır olmak kaydıyla, şöyledir :

$$z = 6.5\ ,\ d_{111} = d_{122} = d_{133} = 1\ ,\ d_{212} = d_{224} = d_{231} = 1\ ,\ d_{311} = d_{323} = d_{332} = 1$$
$$d_{413} = d_{421} = d_{434} = 1\ ,\ d_{514} = d_{523} = d_{531} = 1$$

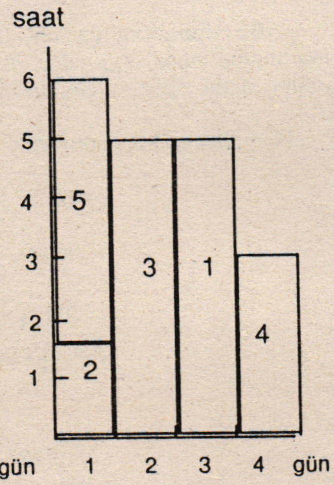
Söz konusu modelin yukarıda sunulan optimum çözümüne dayanılarak iş yükleme şemaları kurulursa, üç departmana ait işgünlerinin saat olarak iş yükleri ve hangi işin hangi departmandaki hangi işgününe yüklendiği daha açık bir biçimde ortaya çıkar :



Departman 1



Departman 2



Departman 3

İlk modelin üçüncü sınırlar kümesi işlerin farklı departmanlarda aynı işgünlerine yüklenmelerini önlemiştir . Birinci iş örnek verilirse , bu iş birinci departmanda birinci,ikinci departmanda ikinci ve üçüncü departmanda üçüncü işgününe , yani farklı departmanlarda farklı işgünlerine yüklenmiştir . Dördüncü sınırlar kümesi de işlerin departmanlara ait işgünlerine departmanlardan geçiş sıralarına göre yüklenmesini sağlamıştır. Mesela , 2 numaralı iş önce 3 , sonra 1 ve en sonunda 2 numaralı departmanda yapılmak durumundedır . Bu sıraya uygun olarak , ilk model söz konusu işi 3 numaralı departmanda birinci , 1 numaralı departmanda ikinci ve 2 numaralı departmanda dördüncü işgününe yüklemiştir .

Departmanların işgünleri itibariyle maksimum iş yükü 6.5 saattir . Daha da azaltılması mümkün olmayan bu iş yükü 2 numaralı departmanın üçüncü işgününde,üçüncü ve beşinci işlerin yüklenmesiyle $4d_{323}+2.5d_{523}= 4(1)+2.5(1) = 6.5$ olarak ortaya çıkmaktadır .

İkinci Modelin Bir Başka Örnek Probleme Uygulanması

Sipariş alınan üç işin iki departmanda üç işgünü içinde yapılması gerekmektedir [1]. İşlerin departmanlardaki saat olarak yapılma süreleri ve departmanlardan geçiş sıraları aşağıda verilmiştir :

İş	Departman 1	Departman 2	Geçiş Sıraları
1	4	6	1,2
2	9	5	2,1
3	7	8	1,2

Bir departmanda tek işgünü içinde veya peş peşe iki işgünü içinde yapılmaları şartıyla hangi iş hangi departmanın hangi işgününe yüklensin ki,işgünleri itibariyle departmanların saat olarak iş yükleri birbirine mümkün olduğunca yaklaşsın .

Bu karar problemi çerçevesinde ikinci model aşağıdaki özel ifadeye kavuşmaktadır:

min z

sınırlar

$$
\begin{array}{llll}
4x_{111}+9x_{211}+7x_{311} \le z & & x_{111}+x_{112}+x_{113} = 1 & \\
4x_{112}+9x_{212}+7x_{312} \le z & & x_{121}+x_{122}+x_{123} = 1 & \\
4x_{113}+9x_{213}+7x_{313} \le z & & x_{211}+x_{212}+x_{213} = 1 & \\
6x_{121}+5x_{221}+8x_{321} \le z & \text{(I)} & x_{221}+x_{222}+x_{223} = 1 & \text{(II)} \\
6x_{122}+5x_{222}+8x_{322} \le z & & x_{311}+x_{312}+x_{313} = 1 & \\
6x_{123}+5x_{223}+8x_{323} \le z & & x_{321}+x_{322}+x_{323} = 1 &
\end{array}
$$

(1) Elimizdeki Lindo paket programının kapasitesi yeterli olmadığı için bu örnek problemde iş ve departman sayıları azaltılmıştır.

$$
\begin{array}{ll}
x_{111} \le d_{111} & \\
x_{112} \le d_{112} & \\
x_{113} \le d_{113} & \\
\dots\dots\dots\dots & \text{(III)} \\
x_{321} \le d_{321} & \\
x_{322} \le d_{322} & \\
x_{323} \le d_{323} &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{ll}
d_{111}+d_{121} \le 1 & \\
d_{112}+d_{122} \le 1 & \\
d_{113}+d_{123} \le 1 & \\
\dots\dots & \text{(IV)} \\
d_{311}+d_{321} \le 1 & \\
d_{312}+d_{322} \le 1 & \\
d_{313}+d_{323} \le 1 &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ll}
w_{111}+w_{112}+w_{113}+w_{1112}+w_{1123} = 1 & \\
w_{121}+w_{122}+w_{123}+w_{1212}+w_{1223} = 1 & \\
w_{211}+w_{212}+w_{213}+w_{2112}+w_{2123} = 1 & \text{(V)} \\
w_{221}+w_{222}+w_{223}+w_{2212}+w_{2223} = 1 & \\
w_{311}+w_{312}+w_{313}+w_{3112}+w_{3123} = 1 & \\
w_{321}+w_{322}+w_{323}+w_{3212}+w_{3223} = 1 &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ll}
d_{111}+10d_{112}+100d_{113} = w_{111}+10w_{112}+100w_{113}+11w_{1112}+110w_{1123} & \\
d_{121}+10d_{122}+100d_{123} = w_{121}+10w_{122}+100w_{123}+11w_{1212}+110w_{1223} & \\
d_{211}+10d_{212}+100d_{213} = w_{211}+10w_{212}+100w_{213}+11w_{2112}+110w_{2123} & \text{(VI)} \\
d_{221}+10d_{222}+100d_{223} = w_{221}+10w_{222}+100w_{223}+11w_{2212}+110w_{2223} & \\
d_{311}+10d_{312}+100d_{313} = w_{311}+10w_{312}+100w_{313}+11w_{3112}+110w_{3123} & \\
d_{321}+10d_{322}+100d_{323} = w_{321}+10w_{322}+100w_{323}+11w_{3212}+110w_{3223} &
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{ll}
w_{111}+2w_{112}+3w_{113}+w_{1112}+2w_{1123} \le w_{121}+2w_{122}+3w_{123}+w_{1212}+2w_{1223} & \\
w_{221}+2w_{222}+3w_{223}+w_{2212}+2w_{2223} \le w_{211}+2w_{212}+3w_{213}+w_{2112}+2w_{2123} & \text{(VII)} \\
w_{311}+2w_{312}+3w_{313}+w_{3112}+2w_{3123} \le w_{321}+2w_{322}+3w_{323}+w_{3212}+2w^{3}{}_{223} &
\end{array}
$$

ve

$$
\begin{array}{lll}
z \ge 0 & & \\
x_{ijk} \ge 0 & & i=1,2,3 \;;\; j=1,2 \;;\; k=1,2,3 \\
d_{ijk} = 0,1 & & i=1,2,3 \;;\; j=1,2 \;;\; k=1,2,3 \\
w_{ijk} = 0,1 & & i=1,2,3 \;;\; j=1,2 \;;\; k=1,2,3 \\
w_{ijk,k+1} = 0,1 & & i=1,2,3 \;;\; j=1,2 \;;\; k=1,2
\end{array}
$$

48 tanesi sıfır-bir olmak üzere 67 değişkeni ve 54 sınırı bulunan ikinci karma tamsayılı programlama modelinin 16 mhz hızındaki IBM uyumlu bilgisayarda 14 dakikada elde edilen optimum çözümü ,yazılmayan değişkenler sıfır olmak kaydıyla, şöyledir :

$z = 7 \quad x_{112} = 1 \quad d_{112} = 1 \quad w_{112} = 1$

$x_{123} = 1 \quad d_{123} = 1 \quad w_{123} = 1$

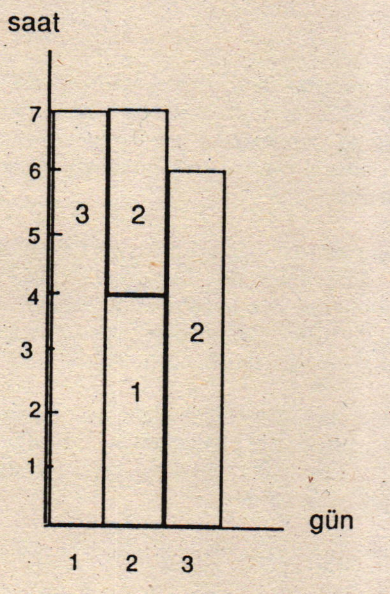
$x_{212} = 0.33333 \; , \; x_{213} = 0.66667 \quad d_{212} = d_{213} = 1 \quad w_{2123} = 1$

$x_{221} = 1 \quad d_{221} = 1 \quad w_{221} = 1$

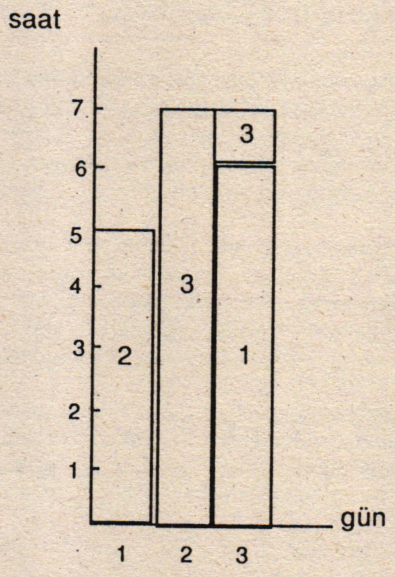
$x_{311} = 1 \quad d_{311} = 1 \quad w_{311} = 1$

$x_{322} = 0.875 \; , \; x_{323} = 0.125 \quad d_{322} = d_{323} = 1 \quad w_{3223} = 1$

Bu optimum çözüme dayanılarak kurulan iş yükleme şemaları departmanlara ait işgünlerinin saat olarak iş yüklerini ve hangi işin hangi departmndaki hangi işgününe veya işgünlerine yüklendiğini göstermektedir :



Departman 1



Departman 2

İkinci modelin dördüncü sınırlar kümesi , aynen ilk modeldeki gibi , işlerin farklı departmanlarda aynı işgünlerinde yapılmalarını önlemiştir . Yedinci sınırlar kümesi de , işleri departmanlara ait işgünlerine departmanlardan geçiş sırasına göre yüklemiştir . Mesela , ikinci iş birinci ve ikinci departmanlarda aynı değil, farklı işgünlerine geçiş sıralarına uygun olarak yüklenmiştir . Elde edilen optimum çözüme göre , bu iş ikinci departmanda birinci işgününde , birinci departmanda da ikinci ve üçüncü işgünlerinde yapılmalıdır . Beşinci ve altıncı sınır kümelerinin etkisiyle , ikinci model iki işin peş peşe iki işgününde yapılmasını öngörmektedir . İkinci iş birinci departmanda , üçüncü iş de ikinci departmanda ikinci ve üçüncü işgünlerinde yapılmalıdır .

Departmanların işgünleri itibariyle maksimum işyükü 7 saattir . Daha da azaltılması mümkün olmayan bu işyükü birinci ve ikinci departmanlara ait aşağıdaki işgünlerinde ortaya çıkmaktadır :

Departman 1 , İşgünü 1	$7x_{111} = 7(1) = 7$
Departman 1 , İşgünü 2	$4x_{112} + 9x_{212} = 4(1) + 9(0.33) = 7$
Departman 2 , İşgünü 2	$8x_{322} = 8(0.875) = 7$
Departman 2 , İşgünü 3	$6x_{123} + 8x_{323} = 6(1) + 8(0.125) = 7$

Değerlendirme ve Sonuç

Bu çalışmada geliştirilen iki karma sıfır-bir programlama modelinden ilki bir işin bir departmanda sadece bir işgününde yapılması esasına dayanmaktadır . İkinci model ise işlerin aynı departmanda peş peşe iki işgününde de yapılmasına imkan tanımaktadır . İlk modelde mnp+1 değişken ve m(p+2n-1)+np sınır varken , ikinci modelde 4mnp-mn+1 değişken 4mn+p(m+n)+mnp-m sınır bulunmaktadır .

Bilgisayar zamanı üzerinde kritik rol oynayan sıfır-bir değişken sayısı bakımından bir kıyaslama yapılırsa , ilk modelde mnp tane , ikinci modelde 3mnp-mn tane sıfır-bir değişken vardır . Sıfır-bir değişken sayısı bakımından bu avantajından dolayı , işlerin departmanlardaki yapılma sürelerinin kısa olduğu ve aynı departmanda birden çok işgününe yayılmalarının zorunlu görülmediği durumlarda , ilk model tercih edilmelidir .

Modeller sunulurken , bazı işlerin p günden önce teslim edilmelerinin şart koşulması ve yine bazı işlerin departmanlardan zorunlu geçiş sıralarının bulunmaması gibi durumların üzerinde durulmamıştır . Bu durumların dikkate alınması modelleri sınır ve değişken sayısı bakımından büyütmez , tam tersine , küçültür . Şöyle ki :

c ' inci (c=1,2,...,m) işi e gün içinde (e < p) teslim etme mecburiyeti var ise , ilk modelde

$$d_{cj,e+1} \,,\, d_{cj,e+2} \,,\, \ldots \,,\, d_{cj,p} \qquad j = 1,2,\ldots,n$$

değişkenleri , ikinci modelde ise

$$x_{cj,e+1} \,,\, x_{cj,e+2} \,,\, \ldots \,,\, x_{cj,p} \qquad j = 1,2,\ldots,n$$
$$d_{cj,e+1} \,,\, d_{cj,e+2} \,,\, \ldots \,,\, d_{cj,p} \qquad j = 1,2,\ldots,n$$
$$w_{cj,e+1} \,,\, w_{cj,e+2} \,,\, \ldots \,,\, w_{cj,p} \qquad j = 1,2,\ldots,n$$

$w_{cj,e+1,e+2}$, ... , $w_{cj,p-1,p}$ $j = 1,2,...,n$

değişkenleri elimine edilip , bütün sınırlardan çıkartılır .

f'inci iş ($f=1,2,...,m$) departmanlardan her türlü sıra içinde geçirilebilirse , ilk modelin dördüncü , ikinci modelin yedinci sınırlar kümesinden bu işle ilgili sınırlar çıkartılır .

Son olarak belirtilmesi gereken husus

$w_{ijk,k+1,k+2,..}$

değişkenlerini tanımlamak ve ilgili sınırlara gerekli katsayılarla eklemek suretiyle , bir işin bir departmanda peş peşe üç,dört,.. günde yapılabilme alternatiflerine de ikinci modelde yer vermenin mümkün olmasıdır .