İŞ SIRALAMA PROBLEMLERİ İLE İLGİLİ BİR O-I PROGRAMLAMA MODELİ

Doç. Dr. Cemal ÖZGÜVEN*

GİRİŞ

Kurmayı amaçladığımız 0-1 programlama modelinin çözüm getireceği iş sıralama probleminde n adet işin m adet tezgahtan aşağıdaki şartlara uygun bir biçimde geçirilmesi söz konusudur:

1) Tezgahlar numerik olarak sıralanmıştır. İşler tezgahlardan bu sırayı uygun olarak (önce birinci, sonra ikinci,...) geçirilir.

2) Tezgahlarda işler kesintisiz olarak yapılır. Bunun anlamı, her tezgahın bir anda yalnız bir işi yapması ve yeni bir işe başlamak için önceki işi tamamlamak zorunda olmasıdır.

3) Bir işin bir tezgahtaki başlatılma zamanı, aynı işin bir önceki tezgahtaki tamamlanma zamanından erken olamaz.

Bu esaslar çerçevesinde problemi soru biçiminde şöyle ifade edebiliriz: İşlerin tümünü en kısa sürede tamamlamak, başka bir deyişle, son tezgahtaki son işin tamamlanma zamanını en aza indirmek için işleri tezgahlara hangi sıra içinde vermek gerekir?

MODELİN KURULMASI

Modeli kurmaya i işinin j tezgahındaki işlenme süresini

$$t_{ij} \qquad i = 1,2,\ldots, n \; ; \; j = 1,2,\ldots, m$$

ile göstererek başlayalım. Zamanı bütün değişikliklerin dönem başlarında gerçekleşmesine yetecek kadar küçük dönemlere bölüyoruz. (1) Tezgahların faaliyetleri ile ilgili dönemlerin kapladığı

1. t_{ij} bu durumda i işine j tezgahında tahsis edilen dönem sayısını ifade eder.

alanın başlangıcı dönem 1, sonu dönem r'dir. Son tezgahın faaliyetinin

$$r \lessapprox v = \sum_{i}\sum_{j} t_{ij}$$

dönemine kadar sürebileceği kabulünü yapıyoruz. (2)

i işine j tezgahında kesintisiz olarak (blok halinde) t_{ij} adet dönem tahsis etmek gerekir. Bunu sağlamak için aşağıdaki 0-1 değişkenlerden yararlanıyoruz :

$$X_{ijbs} = \begin{cases} 1 & \text{i işine j tezgahında başlangıcı b dönemi, sonu s dönemi olan } t_{ij} \text{ dönemlik blok tahsis edilmişse} \\ 0 & \text{Edilmemişse} \end{cases}$$

$$i = 1,2,\ldots,n$$
$$j = 1,2,\ldots,m$$
$$b = 1,2,\ldots,r-t_{ij}+1$$
$$s = t_{ij}, t_{ij}+1, t_{ij}+2,\ldots,r$$
$$s = b+t_{ij}-1$$

Örnek ile ilgili kısımda gösterileceği gibi, bu değişkenlerden bir kısmını elimine etmek mümkündür.

i işine j tezgahında t_{ij} dönemlik sadece bir adet blok tahsis edilmesini

$$X_{ij1t_{ij}} + X_{ij2,t_{ij}+1} + X_{ij3,t_{ij}+2} + \ldots + X_{ij,r-t_{ij}+1,r} = 1 \qquad (I)$$
$$i = 1,2,\ldots,n$$
$$j = 1,2,\ldots,m$$

sınırlar kümesi garantilemektedir. i işine j tezgahında $r-t_{ij}+1$ tane blokun tahsis edilmesi mümkündür. Bunlardan sadece bir tanesi tahsis edilecektir.

2. Her tezgaha ilk iş, bir önceki tezgahta bütün işlerin tamamlandığı dönemi takip eden dönemden itibaren verilirse, son tezgahtan son iş v döneminde çıkar. Daha düşük bir üst sınır bulunamazsa, r'nin değerinin en kötü ihtimalle v kadar olduğunu kabul ediyoruz.

j tezgahına i ve k işleri verilirse, bu işlere tahsis edilen blokların çakışmaması (zaman dönemleri bakımından ayrık kümeler oluşturmaları) zorunludur. İki durum düşünülebilir :

a) j tezgahında önce i işi, sonra da k işi yapılabilir. Bu durumda k işine i işinin tamamlandığı dönemden bir sonraki dönemde (veya daha sonra) başlanmalı, yani

$$
\begin{array}{ll}
X_{ijzp} = 1 & \text{ise} \\
X_{kjat} = 0 & a \leqslant p \\
X_{kjat} \geqslant 0 & a \geqslant p+1
\end{array}
$$

olmalıdır.

b) j tezgahında önce k işi, sonra da i işi yapılabilir. Bu durumda i işine k işinin tamamlandığı dönemden bir sonraki dönemde (veya daha sonra) başlanmalı, yani

$$
\begin{array}{ll}
X_{kjat} = 1 & \text{ise} \\
X_{ijzp} = 0 & z \leqslant t \\
X_{ijzp} \geqslant 0 & z \geqslant t+1
\end{array}
$$

olmalıdır.

(a) durumda blokların çakışmasını önleyen sınır şöyle yazılabilir :

$$
\begin{aligned}
&(t_{ij}+1)X_{ij1t_{ij}} + (t_{ij}+2)X_{ij2,t_{ij}+1} + \dots + pX_{ij,z-1,p-1} + (p+1)X_{ijzp} + \\
&(p+2)X_{ij,z+1,p+1} + \dots + (r+1)X_{ij,r-t_{ij}+1,r} \leqslant X_{kj1t_{kj}} + 2X_{kj2,t_{kj}+1} + \\
&\dots + (a-1)X_{kj,a-1,t-1} + aX_{kjat} + (a+1)X_{kj,a+1,t+1} + \dots + \\
&(r-t_{kj}+1)X_{kj,r-t_{kj}+1,r}
\end{aligned}
$$

(I)'den dolayı eşitsizliğin sol tarafında ve sağ tarafında sadece birer X_{ijzp} değişkeni $+1$ olabilir. Eğer, $X_{ijzp}=1$ ise, yani işi j'inci tezgahta p'inci dönemde tamamlanmışsa, sağ tarafta $+1$ değerini alması mümkün olan ilk değişken $a=p+1$ şartıyla X_{kjat} değişkenidir. Bunun anlamı, aynı tezgahta k işine en erken $p+1$'inci dönemde başlanabilmesidir.

(b) durumunda blokların çakışmasını önleyen sınırı da aynı yaklaşımla yazıyoruz :

$$(t_{kj}+1)X_{kj1t_{kj}} + (t_{kj}+2)X_{kj2,t_{kj}+1} + \dots + tX_{kj,a-1,t-1} + (t+1)X_{kjat} +$$
$$(t+2)X_{kj,a+1,t+1} + \dots + (r+1)X_{kj,r-t_{kj}+1,r} \leqslant X_{ij1t_{ij}} + 2X_{ij2,t_{ij}+1} +$$
$$\dots + (z-1)X_{ij,z-1,p-1} + zX_{ijzp} + (z+1)X_{ij,z+1,p+1} + \dots +$$
$$(r-t_{ij}+1)X_{ij,r-t_{ij}+1,r}$$

Aynı şekilde, j tezgahında k işi t döneminde bitirilmişse, i işine aynı tezgahta en erken $z=t+1$ döneminde başlanabilir.

(a) ve (b) durumları birarada imkansız durumlar olduklarına göre, ilgili sınırlardan sadece bir tanesi bağlayıcı olmalı, diğeri sonucu etkilemeyen, gereksiz sınır haline gelmelidir. (a) durumunda yukarıdaki birinci sınır, (b) durumunda ikinci sınır bağlayıcı olmalıdır. Bunu sağlamak için $L_{ikj} = 0$ veya 1 değişkenini tanımlıyor ve söz konusu sınırları yeniden yazıyoruz.

$$(t_{ij}+1)X_{ij1t_{ij}} + (t_{ij}+2)X_{ij2,t_{ij}+1} + \dots + (r+1)X_{ij,r-t_{ij}+1,r} - X_{kj1t_{kj}}$$
$$2X_{kj2,t_{kj}+1} - \dots - (r-t_{kj}+1)X_{kj,r-t_{kj}+1,r} \leqq ML_{ikj} \qquad \text{(II)}$$

$$(t_{kj}+1)X_{kj1t_{kj}} + (t_{kj}+2)X_{kj2,t_{kj}+1} + \dots + (r+1)X_{kj,r-t_{kj}+1,r} - X_{ij1t_{ij}} -$$
$$2X_{ij2,t_{ij}+1} - \dots - (r-t_{ij}+1)X_{ij,r-t_{ij}+1,r} \leqq M(1-L_{ikj})$$

$i = 1,2,\dots\dots,n$
$k = 1,2,\dots\dots,n \qquad 1 \neq k$
$j = 1,2,\dots\dots,m$

Burada M büyük bir sayıdır. $L_{ikj}=0$ ise (a) durumu, $L_{ikj}=1$ ise (b) durumu geçerli olacak ve ilgili sınır bağlayıcı hale gelecektir.

i işine (j-1)'inci ve j'inci tezgahlarda tahsis edilen blokların da çakışmaması gerekmektedir. i işi (j-1) tezgahında hangi dönemde bitirilmişse, aynı iş j tezgahında en erken bir sonraki dönem başlatılabilir. i işi için (j-1) ve j'inci tezgahlarda bunu garantileyen sınır genel ifadesiyle aşağıdaki gibidir :

$$
\begin{aligned}
&X_{i,j-1,1,t_{i,j-1}} + 2X_{i,j-1,2,t_{i,j-1}+1} + 3X_{i,j-1,3,t_{i,j-1}+2} + \dots + \\
&(r-t_{i,j-1}+1)X_{i,j-1,r-t_{i,j-1}+1,r} \leqq eX_{ij1t_{ij}} + eX_{ij2,t_{ij}+1} + \dots + \\
&eX_{ij,t_{i,j-1},t_{i,j-1}+t_{ij}-1} + X_{ij,t_{i,j-1}+1,t_{i,j-1}+t_{ij}} + \qquad\qquad (\mathrm{II} \\
&2X_{ij,t_{i,j-1}+2,t_{i,j-1}+t_{ij}+1} + 3X_{ij,t_{i,j-1}+3,t_{i,j-1}+t_{ij}+2} + \dots + \\
&(r-t_{i,j-1}-t_{ij}+1)X_{ij,r-t_{ij}+1,r}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&e < 1 \\
&i = 1,2,\dots,n \\
&j = 2,3,\dots,m
\end{aligned}
$$

(I)'den dolayı bu sınırın sol ve sağ taraflarında sadece birer X_{ijr} değişkeni +1 olabilir. Bu sınıra göre, i işi (j-1)'inci tezgahta, söz gelimi $t_{i,j-1}$ döneminde bitirilmişse, aynı işe j'inci tezgahta en erken $t_{i,j-1}+1$ döneminde başlanabilir.

Nihayet, amaç fonksiyonu :

$$
\text{minimize edin : } C = (0.5)^0 M\Big(\sum_i X_{im,r-t_{im}+1,r}\Big) + (0.5)^1 M\Big(\sum_i X_{im,r-t_{im},r-1}\Big) + (0.5)^2 M\Big(\sum_i X_{im,r-t_{im}-1,r-2}\Big) + \dots
$$

Burada M büyük bir sayıdır. Modelin amaç fonksiyonu son tezgahta son işe ayrılan blokun son dönemini mümkün olduğunca aşağıya çekme esasına dayanılarak hazırlanmıştır. Son dönemin sayısı azaldıkça, verilen ceza da azalmaktadır. Toplam cezanın en aza indirilmesi, m'inci tezgaha verilen son işin tamamlanma zamanını (yukarıda verilen üç sınır kümesini ihlal etmeksizin) mümkün olduğunca azaltan iş sıralamasının bulunmasına yol açacaktır.

ÖRNEK PROBLEM

Genel ifadelerle sunduğumuz modeli çok basit bir iş sıralama problemine uygulayalım. Üç iş ve üç tezgah vardır. İşlerin tezgahlardaki işlenme süreleri dakika olarak şöyledir :

		TEZGAH		
		1	2	3
İŞ	1	4	2	4
	2	3	3	2
	3	2	—	—

Üç iş tezgahlara hangi sıra içinde verilmelidir ki tümünün tamamlanma süresi, başka bir ifade ile, son işin üçüncü tezgahtan çıkış zamanı en aza insin.

İLGİLİ 0-1 PROGRAMLAMA MODELİ

Örnek problem ile ilgili modelin kurulmasına geçmeden önce, bazı X_{ijb} değişkenlerini elimine edelim ve üçüncü istasyonda son işe tahsis edilebilecek blokun son dönemi olan r'yi

$$v = 4+3+2+2+3+4+2 = 20$$

nin altına indirelim. Bunu yapmak için, işlerin çeşitli tezgahlarda başlatılabilecekleri ve tamamlanabilecekleri ilk ve son dönemleri belirleyelim.

TEZGAH 1

		Başlatılabileceği İlk Dönem	Tamamlanabileceği Son Dönem
	1	1	9
İşler	2	1	9
	3	1	9

Her üç iş de birinci tezgaha ilk olarak verilirse 1. dönemde başlatılabilir; son olarak verilirse 9. dönemde tamamlanabilir. Bu durumda, birinci tezgahta işlere tahsis edilecek bloklar ile ilgili değişkenler şöyledir :

$$X_{11b}, \quad s = b + 4 - 1 \quad , \quad b = 1,2,\ldots\ldots,6$$
$$X_{21b}, \quad s = b + 3 - 1 \quad , \quad b = 1,2,\ldots\ldots,7$$
$$X_{31b}, \quad s = b + 2 - 1 \quad , \quad b = 1,2,\ldots\ldots,8$$

TEZGAH 2

		Başlatılabileceği İlk Dönem	Başlatılabileceği Son Dönem	Tamamlanabileceği İlk Dönem	Tamamlanabileceği Son Dönem
	1	5	10	6	11
İşler	2	4	10	6	12

Açıklamayı birinci satır üzerinde yapalım. Eğer, birinci iş birinci tezgaha ilk iş olarak verilmişse, 4. dönemde tamamlanır ve ikinci tezgahta en erken 5. dönemde başlatılabilir. Bu durumda, aynı iş 5. ve 6. dönemleri işgal ederek ikinci tezgahta en erken 6.

dönemde tamamlanabilir. Söz konusu iş birinci tezgaha son iş olarak verilmişse, 9. dönemde tamamlanır ve ikinci tezgahta 10. dönemde başlatılabilir. Böyle bir durumda, ikinci tezgahta en geç 10. dönemde başlatılabilen bu iş 10. ve 11. dönemleri işgal ederek en geç 11. dönemde tamamlanabilir. İkinci iş ile ilgili satır da aynı şekilde yorumlanmalıdır.

İkinci tezgaha ait X_{i2b_s} değişkenlerini aşağıdaki gibi tanımlıyoruz :

$$X_{12b_s} \qquad s = b + 2 - 1 \;, \; b = 5,6,\ldots,10$$
$$X_{22b_s} \qquad s = b + 3 - 1 \;, \; b = 4,5,\ldots,10$$

TEZGAH 3

		Başlatılabileceği İlk Dönem	Başlatılabileceği Son Dönem	Tamamlanabileceği İlk Dönem	Tamamlanabileceği Son Dönem
	1	7	12	10	15
İşler	2	7	13	8	14

İlgili değişkenler

$$X_{13b_s} \qquad s = b + 4 - 1 \;, \; b = 7,8,\ldots,12$$
$$X_{23b_s} \qquad s = b + 2 - 1 \;, \; b = 7,8,\ldots,13$$

olmaktadır.

Hepsini birarada düşünürsek, tezgahların faaliyetlerinin kapladığı alanın başlangıcı dönem 1, sonu dönem r=15'dir. Nevarki, örnek problemin yapısına uygun düşen yukarıdaki analiz sonunda gördük ki, her tezgah ile ilgili X_{ijb_s} değişkenlerinin bu alanı tamamen taramasına gerek yoktur. Söz gelimi, ilk tezgahın 9. dönemden sonra, son tezgahın 7. dönemden önce faaliyet göstermesi düşünülemez. İkinci tezgahın ise faaliyet alanının başlangıcı dönem 4, sonu dönem 12 dir. Bu belirlemeler sayesinde önemli sayıda X_{ijb_s} değişkeni elimine edilmiştir.

Değişkenleri tanımladıktan sonra, herbir işe işleneceği tezgahlarda yeterli uzunlukta sadece bir tane blok tahsis edilmesini sağlayan (I) sınırlar kümesini yazalım :

$$x_{1114}+x_{1125}+x_{1136}+x_{1147}+x_{1158}+x_{1169} = 1$$

$$x_{2113}+x_{2124}+x_{2135}+x_{2146}+x_{2157}+x_{2168}+x_{2179} = 1$$

$$x_{3112}+x_{3123}+x_{3134}+x_{3145}+x_{3156}+x_{3167}+x_{3178}+x_{3189} = 1$$

$$x_{1256}+x_{1267}+x_{1278}+x_{1289}+x_{12910}+x_{121011} = 1$$

$$x_{2246}+x_{2257}+x_{2268}+x_{2279}+x_{22810}+x_{22911}+x_{221012} = 1$$

$$x_{13710}+x_{13811}+x_{13912}+x_{131013}+x_{131114}+x_{131215} = 1$$

$$x_{2378}+x_{2389}+x_{23910}+x_{231011}+x_{231112}+x_{231213}+x_{231314} = 1$$

Bunun ardından, herbir tezgahta işlere ayrılan blokların çakışmalarını önleyen (II) sınırlar kümesini yazalım:

(i=1, k=2, j=1)

$$\begin{aligned}&5x_{1114} + 6x_{1125} + 7x_{1136} + 8x_{1147} + 9x_{1158} + 10x_{1169} - x_{2113} -\\&2x_{2124} - 3x_{2135} - 4x_{2146} - 5x_{2157} - 6x_{2168} - 7x_{2179} \leq 100L_{121}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&4x_{2113} + 5x_{2124} + 6x_{2135} + 7x_{2146} + 8x_{2157} + 9x_{2168} + 10x_{2179} -\\&x_{1114} - 2x_{1125} - 3x_{1136} - 4x_{1147} - 5x_{1158} - 6x_{1169} \leq 100(1-L_{121})\end{aligned}$$

(i=1, k=3, j=1)

$$\begin{aligned}&5x_{1114} + 6x_{1125} + 7x_{1136} + 8x_{1147} + 9x_{1158} + 10x_{1169} - x_{3112} -\\&2x_{3123} - 3x_{3134} - 4x_{3145} - 5x_{3156} - 6x_{3167} - 7x_{3178} - 8x_{3189} \leq 100L_{131}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&3x_{3112} + 4x_{3123} + 5x_{3134} + 6x_{3145} + 7x_{3156} + 8x_{3167} + 9x_{3178} + 10x_{3189} -\\&x_{1114} - 2x_{1125} - 3x_{1136} - 4x_{1147} - 5x_{1158} - 6x_{1169} \leq 100(1-L_{131})\end{aligned}$$

(i=2, k=3, j=1)

$$\begin{aligned}&4x_{2113} + 5x_{2124} + 6x_{2135} + 7x_{2146} + 8x_{2157} + 9x_{2168} + 10x_{2179} - x_{3112} -\\&2x_{3123} - 3x_{3134} - 4x_{3145} - 5x_{3156} - 6x_{3167} - 7x_{3178} - 8x_{3189} \leq 100L_{231}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&3x_{3112} + 4x_{3123} + 5x_{3134} + 6x_{3145} + 7x_{3156} + 8x_{3167} + 9x_{3178} + 10x_{3189} -\\&x_{2113} - 2x_{2124} - 3x_{2135} - 4x_{2146} - 5x_{2157} - 6x_{2168} - 7x_{2179} \leq 100(1-L_{231})\end{aligned}$$

(i=1, k=2, j=2)

$$\begin{aligned}&7x_{1256} + 8x_{1267} + 9x_{1278} + 10x_{1289} + 11x_{12910} + 12x_{121011} - 4x_{2246} -\\&5x_{2257} - 6x_{2268} - 7x_{2279} - 8x_{22810} - 9x_{22911} - 10x_{221012} \leq 100L_{122}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&7x_{2246} + 8x_{2257} + 9x_{2268} + 10x_{2279} + 11x_{22810} + 12x_{22911} + 13x_{221012} -\\&5x_{1256} - 6x_{1267} - 7x_{1278} - 8x_{1289} - 9x_{12910} - 10x_{121011} \leq 100(1-L_{122})\end{aligned}$$

(i=1, k=2, j=3)

$$\begin{aligned}&11x_{13710} + 12x_{13811} + 13x_{13912} + 14x_{131013} + 15x_{131114} + 16x_{131215} -\\&7x_{2378} - 8x_{2389} - 9x_{23910} - 10x_{231011} - 11x_{231112} - 12x_{231213} -\\&13x_{231314} \leq 100L_{123}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&9x_{2378} + 10x_{2389} + 11x_{23910} + 12x_{231011} + 13x_{231112} + 14x_{231213} +\\&15x_{231314} - 7x_{13710} - 8x_{13811} - 9x_{13912} - 10x_{131013} - 11x_{131114} -\\&12x_{131215} \leq 100(1-L_{123})\end{aligned}$$

Herbir işe birbirini izleyen tezgahlarda tahsis edilen blokların çakışmalarını önleyen (III) sınırlar kümesini de şöyle ifade ediyoruz:

$$(i=1, j-1=1, j=2) \quad X_{1114} + 2X_{1125} + 3X_{1136} + 4X_{1147} + 5X_{1158} + 6X_{1169} \leqslant X_{1256} + 2X_{1267} + 3X_{1278} + 4X_{1289} + 5X_{12910} + 6X_{121011}$$

$$(i=1, j-1=2, j=3) \quad X_{1256} + 2X_{1267} + 3X_{1278} + 4X_{1289} + 5X_{12910} + 6X_{121011} \leqslant X_{13710} + 2X_{13811} + 3X_{13912} + 4X_{131013} + 5X_{131114} + 6X_{131215}$$

$$(i=2, j-1=1, j=2) \quad X_{2113} + 2X_{2124} + 3X_{2135} + 4X_{2146} + 5X_{2157} + 6X_{2168} + 7X_{2179} \leqslant X_{2246} + 2X_{2257} + 3X_{2268} + 4X_{2279} + 5X_{22810} + 6X_{22911} + 7X_{221012}$$

$$(i=2, j-1=2, j=3) \quad X_{2246} + 2X_{2257} + 3X_{2268} + 4X_{2279} + 5X_{22810} + 6X_{22911} + 7X_{221012} \leqslant X_{2378} + 2X_{2389} + 3X_{23910} + 4X_{231011} + 5X_{231112} + 6X_{231213} + 7X_{231314}$$

Amaç fonksiyonuna gelince:

$$\text{minimize edin} : C = 480X_{131215} + 240(X_{131114}+X_{231314}) + 120(X_{131013}+X_{231213}) \; 60(X_{13912}+X_{231112}) + 30(X_{13811}+X_{231011}) + 15(X_{13710}+X_{23910}) + 7.5X_{2389} + 3.75X_{2378}$$

Örnek iş sıralama problemini yansıtan 0—1 programlama modelinin formülasyonu böylece tamamlanmıştır.

ÇÖZÜM

Değişken ve sınır sayısı sırasıyla 52 ve 21 olan yukarıdaki model, Multitech Acer 500 + bilgisayarında, dal sınır algoritmasına göre hazırlanmış Lindo isimli paket programı kullanılarak, 4 dakikada çözülmüştür (3). Açılan dal sayısı 8, yapılan iterasyon sayısı 68 olmuştur. Elde edilen optimum çözüm şöyledir :

$$\bar{X}_{1114} = 1, \; \bar{X}_{2157} = 1, \; \bar{X}_{3189} = 1$$
$$\bar{X}_{1256} = 1, \; \bar{X}_{22810} = 1$$
$$\bar{X}_{13710} = 1, \; \bar{X}_{231112} = 1$$
$$\bar{C} = 75$$

Bu çözüme göre, ilk tezgahta işler aynen numerik sıralarına göre sıralanmalıdır. Son tezgahtaki son iş olan ikinci iş bu tez-

3. Bütün değişkenleri 0-1 olan modellere uygulanan Balas algoritmasına (Balas' additive algorithm) göre hazırlanmış bir paket program kullanılabilseydi, bu süre önemli ölçüde azalırdı.

gahtan 12. dönemde çıkacak, tüm işler en erken 12 dakikada tamamlanacaktır.

DEĞERLENDİRME VE SONUÇ

İş sıralaması problemlerine çözüm getirmek için zamanın dönemlere ayrılması ve işlere tezgahlarda yeterli uzunlukta kesintisiz bloklar halinde (birbirleriyle çakışmayan) dönemler tahsis edilmesi esasına dayanan bir 0-1 programlama modelisilin kurduk.

Her işin mutlaka her tezgahta işlenmesi gerekirse, modeldeki sınırların sayıları genel ifade ile şöyle olacaktır :

I. Sınırlar Kümesi mxn
II. Sınırlar Kümesi $m(n!/2!(n-2)!)$
III. Sınırlar Kümesi $(m-1)n$

Örnek problemde 3. iş 2. ve 3. tezgahlarda işlenmediği için ilgili modelde sınırların sayısı bu genel ifadelerin gerektirdiğinden az çıkmıştır.

X_{ijb}, değişkenlerin sayısına gelince, r=v ve her tezgahtaki her işin 1. dönemde başlatılabileceği, r. dönemde tamamlanabileceği kabulleri altında bu değişkenlerin sayısı

$$\sum_i \sum_j (r - t_{ij} + 1)$$

olur. r ile yaklaşık olarak aynı oranda artan bu sayının dikkate değer ölçüde azaltılabildiğini yukarıda gördük.

Bu çalışmada ortaya koyduğumuz model özellikle X_{ijb} değişkenlerinin eliminasyonu için daha etkin yollar bulunması alanında geliştirilmeye açık, saf 0-1 programlama modeli olması bakımından Balas algoritmasının kullanılmasına yatkındır. Bu modelin aynı konudaki tam sayılı programlama modelleri ile karşılaştırılması yapılmamıştır. Bu eksikliğin giderilmesi ayrı bir çalışmanın konusu olabilir.