

# ÜRETİM HATTI DENGELMESİ PROBLEMLERİNİN ÇÖZÜMÜNE YENİ BİR YAKLAŞIM

Doç. Dr. Osman UNUTULMAZ\*  
Doç. Dr. Cemal ÖZGÜVEN\*

## ABSTRACT

In this paper, a 0-1 programming model is developed to solve line - balancing problems. The objective function is set in such a way that it simultaneously takes into account the rate of production and the labor time. The application of this model on various problems has indicated the fact that the cycle length and the number of stations to be opened depends on the level of profit contribution and the unit labor cost.

## 1 — G İ R İ Ş

Üretim hattı dengelemesi, benimsenen amaca uygun olarak, bir yandan iş istasyonu sayısının ve üretim periyodu uzunluğunun belirlenmesini, diğer yandan da işlerin istasyonlara dağıtılmasını hedef alır.

Üretim hattı dengelemesinde klâsik yaklaşım uygulandığı zaman, gereksiz kaynak kullanımını minimize etmek amaçlanır ve deneme yanılma yoluyla alternatif üretim periyodları teker teker ele alınarak her bir periyod için en uygun istasyon sayısı belirlenir ve bunlar arasından gereksiz kaynak kullanımını minimum olan periyod - istasyon bileşimi seçilir (1).

En uygun periyod - istasyon bileşimini ve bununla ilgili iş dağıtımını deneme yanılma yoluyla değil simultane olarak belirleyen bir 0 - 1 programlama modeli geliştirilmiştir (2). Bunu İlk Model olarak adlandıralım. İlk Modelde de, klâsik yaklaşımda olduğu gibi, amaç fonksiyonu gereksiz kaynak kullanımını minimize edecek şekilde düzenlenmiştir.

---

(\*) Erciyes Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Öğretim Üyesi.

(1) Adam, Everett E. Jr., Ebert, Ronald J. **Production and Operations Management**, Prentice - Hall, 1978, sh. 229 - 241.

(2) Özgüven, C. Unutulmaz, O., «Üretim Hattı Dengelemesi Problemleri İçin Bir 0-1 Programlara Modeli», İstanbul Üniv. İşl. Fak. Sarç Armağanı.

Dengeleme problemlerinde periyod - istasyon bileşimini (ve bununla ilgili iş dağıtımını) gereksiz kaynak kullanımını minimize ederek değil, esas alınan dönem zarfındaki toplam katkı payını maksimize ederek belirlemek, gerçek hayatta karşılaşılan bu tür problemlere daha gerçekçi bir çözüm sağlayacaktır. Bu düşünce doğrultusunda, ilk 0 - 1 programlama modeli yeniden ele alınmış, sınırları aynen muhafaza edilmiş, amaç fonksiyonu toplam katkı payı fonksiyonu haline getirilerek değiştirilmiştir.

## 2. Yeni 0 - 1 Programlama Modelinde Amaç Fonksiyonu (3)

İlk modelde amaç fonksiyonu, seçilen periyod zarfında, ödemeye esas olan toplam işgücü zamanını ifade etmektedir :

$$\text{Min. } Z = \sum_{t=1}^s \sum_{i=2}^{m-r+1} C_{t,i} \cdot (r \cdot Y_{t1} + Y_{ti})$$

Bu fonksiyonun minimize edilmesi, bir periyod zarfında boş kalan işgücü zamanının minimize edilmesiyle eşdeğerdir. Yeni modelde ise amaç fonksiyonu;

$$\text{Max. } P = \sum_{t=1}^s \sum_{i=2}^{m-r+1} \frac{T}{C_t} [(k-r \cdot w \cdot C_t) Y_{t1} - w C_t Y_{ti}]$$

şeklinde düzenlenmiştir. Burada T esas alınan dönemin birim zaman cinsinden uzunluğunu, k işçilik hariç, katkı payını, w birim zamandaki ücreti ve P ise esas alınan dönemdeki toplam katkı payını ifade etmektedir.

Amaç fonksiyonunun bu şekilde düzenlenmesi sonucunda, bütün veriler aynı olsa bile, k ve w'nun değerlerine bağlı olarak, yeni model ilk modelinkinden farklı bir periyod - istasyon bileşimi ve-

(3) Bu makalede, tekrara düşmemek amacıyla, yeni modelin, ilk modeldekilerle tamamen aynı olan sınırları belirtilmemiş, sadece, yeni amaç fonksiyonunun yazılmasıyla yetinilmiştir. Ayrıca, ilk modelde de bulunan değişkenler tanımlanmamış, yeni amaç fonksiyonuyla ortaya çıkan değişkenler tanımlanmıştır. Bu bakımdan, yeni modelin anlaşılabilirliği için ilk model ile ilgili makalenin okunması gerekmektedir.

rebilmektedir. Bu özelliği ilk makalede kullanılan bir örnek problem (Problem B) üzerinde açıklığa kavuşturalım.

### 3. Örnek Problem

Bir firma pazarlama araştırması yaparak üreteceği C ürünü için günlük talebin 331 adet veya daha fazla olacağı sonucuna varmıştır. Ayrıca, C ürününün üretilmesi için standart tamamlanma süreleri ve öncelik sıraları aşağıda verilen dört farklı iş yapılmasının gerektiği bilinmektedir. Bu işlerin yapılması için açılacak olan istasyonlar aynı nitelikte olup, her istasyonda bir işçinin çalıştırılması düşünülmektedir.

| İş | Tamamlanma Süresi (Saniye) | Hemen Önceki İş |
|----|----------------------------|-----------------|
| 1  | 70                         | —               |
| 2  | 80                         | 1               |
| 3  | 75                         | 1               |
| 4  | 10                         | 2,3             |

İşgücü kaybının minimize edilmesini hedef alan ilk modele göre kurulan 0-1 programlama problemi şöyledir :

Amaç fonksiyonu;

$$\text{Min } Z = 80(3 Y_{11} + Y_{12}) + 85(3 Y_{21} + Y_{22})$$

Sınırlar,

$$X_{11} = 1$$

$$X_{21} + X_{22} = 1$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} = 1$$

$$X_{41} + X_{42} + X_{43} + X_{44} = 1$$

$$70X_{11} + 80X_{21} + 75X_{31} + 10X_{41} \leq 80 Y_{11} + 85 Y_{21}$$

$$80X_{22} + 75X_{32} + 10X_{42} \leq 80 Y_{11} + 85 Y_{21}$$

$$75X_{33} + 10X_{43} \leq 80 Y_{11} + 85 Y_{21}$$

$$10X_{44} \leq 80 Y_{12} + 85 Y_{22}$$

$$Y_{11} + Y_{21} = 1$$

$$Y_{12} \leq Y_{11}$$

$$Y_{22} \leq Y_{21}$$

$$X_{42} + X_{33} \leq 1$$

$$X_{11} + X_{41} \leq Y_{11} + Y_{21}$$

Bu problemin

$$Z=255, X_{11}=1, X_{22}=1, X_{33}=1, X_{43}=1, Y_{21}=1$$

olarak bulunan çözümü periyod uzunluğu 85 saniye olan üç istasyonun açılmasını öngörmektedir.

Sekiz saatlik bir dönem zarfında toplam katkı payının maksimize edilmesini hedef alan ikinci modele göre kurulan 0-1 programlama probleminin sınırları aynı olup, sadece, amaç fonksiyonu farklıdır ve bu fonksiyon

$$\text{Max } P = \left( \frac{T}{C_1} k - \frac{T}{C_1} r.w.C_1 \right) Y_{11} - \frac{T}{C_1} w.C_1 Y_{12} + \left( \frac{T}{C_2} k - \frac{T}{C_2} r.w.C_2 \right) Y_{21} - \frac{T}{C_2} w.C_2 Y_{22}$$

şeklindedir. Gerekli kısaltmalar yapılırsa

$$\text{Max } P = \left( \frac{T}{C_1} k - T.r.w. \right) Y_{11} - T.w.Y_{12} + \left( \frac{T}{C_2} k - T.r.w. \right) Y_{21} - T.w.Y_{22}$$

ifadesi elde edilir. Burada  $T = 60 \times 60 \times 8 = 28,800$  saniye olup  $r = 3$ ,  $c_1 = 80$  saniye ve  $c_2 = 85$  saniyedir.

Yukarıdaki değerler yerine konduğunda, amaç fonksiyonu  $k$  ve  $w$  cinsinden

$$\text{Max } P = (360k - 86400 \cdot w) Y_{11} - 28800 w Y_{12} + (338.8k - 86400) Y_{21} - 28800 w Y_{22}$$

olarak yazılabilir.

Yeni 0 - 1 programlama modeline göre elde edilecek çözüm  $k$  ve  $w$  değerlerine bağlıdır. Şöyle ki,  $k = 60$  TL. ve  $w = 0.1$  TL. olursa, amaç fonksiyonu;

$$\text{Max } P = 12960 Y_{11} - 2880 Y_{12} + 11690 Y_{21} - 2880 Y_{22}$$

şeklini alır. Bu durumda elde edilen çözüm

$$Y_{21} = 1, X_{11} = 1, X_{22} = 1, X_{33} = 1, X_{43} = 1$$

olur ki, bu çözüm, ilk modelin verdiği çözümün aynısıdır, yâni, yine 85 saniye periyod uzunluğunda üç istasyonun açılmasını öngörmekte olup maksimum toplam katkı payını da 11,690 TL.'ya ulaştırmaktadır.

Eğer,  $k = 500$  TL ve yine  $w = 0.1$  TL. olursa yeni modelin amaç fonksiyonu

$$\text{Max } P = 171360 Y_{11} - 2880 Y_{12} + 160772 Y_{21} - 2880 Y_{22}$$

şeklini alacaktır. Ne var ki, bu durumda sonuç ilk modelinkinden farklı olup aşağıdaki gibidir :

$$Y_{11} = 1, Y_{21} = 1, X_{11} = 1, X_{22} = 1, X_{33} = 1, X_{44} = 1$$

$k = 500$  TL,  $w = 0.1$  TL. olduğunda yeni model periyod uzunluğu 80 saniye olan dört istasyonun açılmasının gerektiğini ortaya koymaktadır. Toplam katkı payı 168,480 TL. olacaktır.

$k = 60$  TL,  $w = 0.1$  TL. iken ilk model ve yeni modelin her ikisi birden aynı sonucu vermektedir. 85 saniye periyod uzunluğunda üç istasyon açılması hem gereksiz işgücü kullanımını minimize etmekte, hem de, sekiz saatlik dönem esas alındığında, toplam katkı payını maksimize etmektedir.

Ancak, ( $k = 500$  TL,  $w = 0.1$  TL.) kombinasyonu alındığında önemli bir fark ortaya çıkmaktadır. Bu durumda, yeni modele göre 80 saniye periyod uzunluğunda dört istasyonun açılması toplam katkı payını maksimize etmektedir.

İlk modelin öngördüğü üzere, 85 saniye periyod uzunluğunda üç istasyonun açılması halinde boş işgücü zamanı elbette daha az olacaktır. ( $k, w$ ) kombinasyonu buradaki gibi uygun olunca, yeni modele göre 80 saniyelik periyod uzunluğu benimsendiğinde, esas alınan sekiz saatlik süre içinde daha fazla üretim gerçekleştirildiği için (338.8 birim yerine 360 birim) üretim artışının amaç fonksiyonuna pozitif katkısı boş işgücünün negatif katkısını fazlasıyla telafi etmektedir. O halde, doğal olarak, yeni model 80 saniye periyod uzunluğunda dört istasyonun açılmasını zorunlu kılmaktadır.

Yukarıda açıklandığı gibi, yeni model işgücü zamanının yanında üretim miktarını da hesaba kattığı için gerçeğe daha uygun bir çözüm vermektedir.