



POLİTEKNİK DERGİSİ

JOURNAL of POLYTECHNIC

ISSN: 1302-0900 (PRINT), ISSN: 2147-9429 (ONLINE)

URL: <http://dergipark.org.tr/politeknik>



Küçük ölçekli bir gaz türbininin transonik şartlarda çalışan kompresörünün birinci kademesinde bulunan kanatçıkların tasarlanması, aerodinamik ve yapısal incelemelerinin yapılması

Designing the blades in the first stage of a small-scale gas turbine compressor operating under transonic conditions and conducting aerodynamic and structural analyses

Yazar(lar) (Author(s)): Halit KARABULUT¹, Emre YILDIRIM²

ORCID¹: 0000-0001-6211-5258

ORCID²: 0000-0002-2528-2740

To cite to this article: Karabulut H., and Yıldırım E., “Küçük Ölçekli Bir Gaz Türbininin Transonik Şartlarda Çalışan Kompresörünün Birinci Kademesinde Bulunan Kanatçıkların Tasarlanması, Aerodinamik ve Yapısal İncelemelerinin Yapılması”, *Journal of Polytechnic*, 29(4):290436:1-26 (2026).

Bu makaleye şu şekilde atıfta bulunabilirsiniz: Karabulut H. ve Yıldırım E., “Küçük Ölçekli Bir Gaz Türbininin Transonik Şartlarda Çalışan Kompresörünün Birinci Kademesinde Bulunan Kanatçıkların Tasarlanması, Aerodinamik ve Yapısal İncelemelerinin Yapılması”, *Politeknik Dergisi*, 29(4):290436:1-26 (2026).

Erişim linki (To link to this article): <http://dergipark.org.tr/politeknik/archive>

DOI: 10.2339/politeknik.1776494

Küçük Ölçekli Bir Gaz Türbininin Transonik Şartlarda Çalışan Kompresörünün Birinci Kademesinde Bulunan Kanatçıkların Tasarlanması, Aerodinamik ve Yapısal İncelemelerinin Yapılması

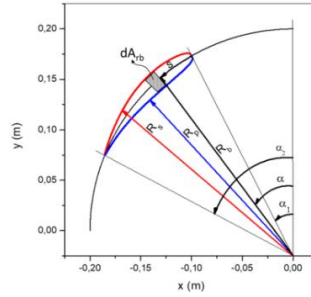
Designing the Blades in the First Stage of a Small-Scale Gas Turbine Compressor Operating Under Transonic Conditions and Conducting Aerodynamic and Structural Analyses

Önemli noktalar (Highlights)

- ❖ Eksenel bir kompresör kademesinin orta çizgi tasarımı ve kanatçık profili tasarımı yapılmıştır. (Meanline and aerofoil design of an axial compressor stage are conducted.)
- ❖ Kanatçıkların gerilme analizleri ve akış simülasyonu yapılmıştır. (Stress analysis and flow simulation of blades are performed.)

Grafik Özet (Graphical Abstract)

Kamber çizgisi bir daire yayı olan bir rotor kanatçığının aerodinamik denklemi kurulmuştur. Belirli akış şartları için bir aerofoil tasarlanmış ve aerodinamik açıdan incelenmiştir. (Aerodynamic equation of a rotor blade, with a circular arc camber line, is developed. An aerofoil is designed for certain flow conditions and examined from aerodynamic point of view.)



Şekil. Kamber çizgisi daire yayı olan bir aerofoil rotor kanatçığı. **Figure.** An aerofoil rotor blade with a camber line that is a circular arc.

Amaç (Aim)

Hedeflenen bir sıkıştırma basıncına ulaşmayı sağlayacak bir eksenel kompresör kademesinin yapısal ve aerodinamik açıdan tasarlanması. (Design of an axial compressor stage that provides the desired compression pressure, examination of it from structural and aerodynamic point of view.)

Tasarım ve Yöntem (Design & Methodology)

Teorik olarak; orta çizgideki akış parametreleri ve termodinamik parametreleri belirlenmiş, kamber eğrisi tasarlanmış, aerofoil özgün bir yaklaşım ile belirlenmiş ve akış simülasyonu HAD ile gerçekleştirilmiştir. (Flow parameters and thermodynamic parameters at mean line stations are determined, camber line is designed, aerofoil is defined by a novel method and flow simulations are conducted by CFD, theoretically.)

Özgünlük (Originality)

Aerofoilin tasarımı yeni bir polinom ile gerçekleştirilmiştir. Kanatçık boyunca termodinamik özelliklerin dağılımı özgün bir extrapolasyon yöntemi ile belirlenmiştir. (Design of aerofoil is realized by a novel polynomial. Distribution of thermodynamic properties along the camber line is defined by a novel extrapolation methodology.)

Bulgular (Findings)

Sınır tabaka ayrışması rotor kanatçığının son %35'lik kısmında meydana gelmiş, yapısal emniyet faktörü 1.66 olarak belirlenmiştir. Tasarım verileri ile literatür verilerinin uyumlu olduğu görülmüştür. (Boundary layer separation is observed at last %35 of rotor blade, structural safety factor is determined as 1.66. Design data and literature data were found to be compatible.)

Sonuç (Conclusion)

Orta çizgi analizlerinin yapılmasını ve kanatçık profillerinin belirlenmesini mümkün kılan bir matematik model sentezlenmiştir. Eksenel bir kompresör kademesi tasarlanmıştır. (For the calculation of meanline values of an axial compressor stage, a mathematical model is synthesized. An axial compressor stage is designed.)

Etik Standartların Beyanı (Declaration of Ethical Standards)

Bu makalenin yazar(lar)ı çalışmalarında kullandıkları materyal ve yöntemlerin etik kurul izni ve/veya yasal-özel bir izin gerektirmediğini beyan ederler. / The author(s) of this article declare that the materials and methods used in this study do not require ethical committee permission and/or legal-special permission.

Küçük Ölçekli Bir Gaz Türbininin Transonik Şartlarda Çalışan Kompresörünün Birinci Kademesinde Bulunan Kanatçıkların Tasarlanması, Aerodinamik ve Yapısal İncelemelerinin Yapılması

Araştırma Makalesi / Research Article

Halit KARABULUT¹, Emre YILDIRIM^{1*}

¹Fen Bilimleri Enstitüsü, Otomotiv Mühendisliği Anabilim Dalı, Gazi Üniversitesi, Türkiye

(Geliş/Received : 03.09.2025 ; Kabul/Accepted : 16.09.2025 ; Erken Görünüm/Early View : 29.09.2025)

ÖZ

Gaz türbini üretme işi hâlihazırda dünya genelinde birkaç kuruluşun uhdesinde bulunmaktadır. Gaz türbinleri havacılık ve savunma endüstrisinin en zorunlu gereksinimleri olup Türkiye de son yıllarda gaz türbini geliştirme çalışmalarına hız verilmiştir. Bu çalışmada, eksenel akışlı bir gaz türbininin kompresör kademesini oluşturan rotor ve stator kanatçıklarının tasarımı için bir matematik model sentezlenmiş ve uygulaması yapılmıştır. Bu model kamber çizgisinin geometrisinin belirlenmesi ve üzerine bir aerofoil donatılması esasına dayanmaktadır. Çalışmanın uygulama kısmında bir simülasyon programı hazırlanmış ve geliştirilen matematik modelin uygulamaları yapılmıştır. Gerçekçi girdiler kullanılarak kamber çizgisi bir daire yayı olan rotor ve stator kanatçıkları tasarlanmıştır. Tasarlanan kanatçıklara etkiyen kuvvet ve gerilmeler hesaplanarak mukavemet yönünden irdelenmiştir. Rotor kanatçıklarının kesitinin belirlenmesinde gerilmelerin ön plana çıktığı, stator kanatçıklarının kesitinin belirlenmesinde aerodinamik şartların ön plana çıktığı görülmektedir. Yapılan irdeleme rotorun yüksek hızla dönmesinden doğan santrifüj kuvvetin haricinde kalan kuvvetlerin rotor kanatçıklarındaki gerilmelere etkisinin göz ardı edilebilecek seviyede olduğunu göstermektedir. Kamber çizgisi yarıçapı 20 cm, çevresel hızı 300 m/s, jirasyon yarıçapı 25 cm, giriş açısı 30 derece, akma gerilmesi 280 MPa ve maksimum kalınlığı 3.2 mm olan bir numune kanatçığın ayrıntılı incelemesi yapılmıştır. Kütsel debi 10 kg/s olduğu zaman söz konusu kanatçığın çevresindeki akış tamamen ses altı hızlarda gerçekleşmektedir. Kanatçığın gerilme emniyet katsayısının 1.66 civarında olduğu belirlenmiştir. Çalışmanın geri kalan kısmında yukarıda bazı özellikleri verilen numune rotor kanatçığının çevresindeki sıkışır viskoz akış bir paket program kullanılarak incelenmiştir. Kanatçığın emme yüzeyinin sonundaki %35 lik bir kısımda sınır tabaka ayrışması olduğu görülmüştür

Anahtar Kelimeler: Gaz türbini; eksenel kompresör; orta çizgi analizi; kanatçık profili; sınır tabaka ayrışması.

Designing the Blades in the First Stage of a Small-Scale Gas Turbine Compressor Operating Under Transonic Conditions and Conducting Aerodynamic and Structural Analyses

ABSTRACT

The production of gas turbines is currently carried out by a few organizations worldwide. Gas turbines are among the most essential requirements of the aviation and defense industries, and Türkiye has accelerated its gas turbine development efforts in recent years. In this study, a mathematical model was synthesized and applied for the design of the rotor and stator blades that form the compressor stage of an axial flow gas turbine. This model is based on determining the geometry of the camber line and fitting an aerofoil onto it. In the application section of the study, a simulation program was prepared and the applications of the developed mathematical model were carried out. Using realistic inputs, rotor and stator blades with a camber line that is a circular arc were designed. The forces and stresses acting on the designed blades were calculated and analyzed in terms of strength. It was observed that stresses were predominant in determining the cross-section of the rotor blades, while aerodynamic conditions were predominant in determining the cross-section of the stator blades. The analysis showed that the effect of forces, other than the centrifugal force arising from the high speed rotation of the rotor, on the stresses in the rotor blades was negligible. A detailed examination was conducted on a sample blade with a camber line radius of 20 cm, a circumferential speed of 300 m/s, a gyration radius of 25 cm, an angle of attack of 30 degrees, a yield stress of 280 MPa, and a maximum thickness of 3.2 mm. When the mass flow rate is 10 kg/s, the flow around the blade occurs entirely at subsonic speeds. The stress safety factor of the blade was determined to be around 1.66. The remainder of the study examined the viscous flow around the sample rotor blade, some characteristics of which are given above, using a package program. Boundary layer separation was observed in the last 35% of the blade's suction surface.

Keywords: Gas turbine; axial compressor; meanline analysis; blade profile; boundary layer separation.

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Gaz türbinleri; kimyasal enerjinin mekanik enerjiye dönüşümünü sağlayan, bütün parçaları döngüsel hareket yapan, genellikle endüstride ve havacılıkta kullanılan motorlardır. Bu motorlar ile ilgili ilk çalışmalar 18.

yüzyıl sonlarında yapılmıştır. Ancak 20. yüzyılın başlarına kadar bu motorların faydalı iş üretmesi sağlanamamıştır. Bu motorlar belirli bir gelişmişlik seviyesine ulaştıktan sonra, ilk aşamada enerji üretimi amacıyla kullanılmış olup, 1939 yılından itibaren

*Sorumlu Yazar (Corresponding Author)
e-posta : emreyildirim@gazi.edu.tr

havacılık alanında kullanılmaya başlanmıştır [1]. Gaz türbinlerinde; sıkıştırma, yanma, iş üretimi ve egzoz işlemleri farklı bölmelerde gerçekleştiği için pistonlu motorlardan farklılık arz etmektedir. Kesintisiz olarak iş üretmeleri ve oldukça yüksek hızlarda çalışmaları nedeniyle gaz türbinlerinin özgül gücü pistonlu motorların özgül gücüne göre oldukça yüksektir. Yaklaşık olarak aynı ağırlığa haiz olan Lycoming IO-540-G pistonlu motoru ile T700-TEI-701D turboşaft motoru kıyaslandığında, aralarında 1846/216 kat güç farkı olduğu görülmektedir [2,3].

Gaz türbinleri; kompresör, yanma odası ve türbin olmak üzere üç ana kısımdan oluşmaktadır. Bu kısımlarda gerçekleşen; sıkıştırma, yanma ve genişleme işlemlerinin neticesinde tork ve itki üretilmektedir. Tork veya itki ihtiyacı, gaz türbininin kullanılacağı alana göre değişmektedir. Örneğin, gaz türbini bir uçağın güç ünitesi olarak kullanıldığında, motorun yüksek itki sağlaması hedeflenmektedir. Endüstride enerji üretimi için kullanılması halinde, itki en aza indirgenerek motorun sağlayacağı tork artırılmaktadır.

Kompresör, bir gaz türbininin temel elemanları arasında yer almaktadır. Kompresörler dış ortamdan havayı emerek sıkıştırmakta, ardından yanma odasına sevk etmektedir. Kompresörler hareketli ve sabit kanatçıkları kapsayan bileşenlerden oluşmakta olup bunlara kademe denilmektedir. Gaz türbinlerinde; eksenel, radyal ve hibrit tipte kompresörler kullanılmakta olup, kompresörler isimlendirilirken akışın ilerlediği doğrultu esas alınmaktadır [4]. Eksenel kompresörlerde akışkan kompresör miline paralel olarak akmaktadır. Radyal kompresörlerde akışkan kompresöre mil eksenine paralel doğrultuda girmekte, sonra doğrultu değiştirerek radyal istikamette çıkmaktadır. Hibrit kompresörlerde, bazı kademelerin eksenel akışlı bazı kademelerin radyal akışlı olduğu görülmektedir. Kompresör çeşitlerinin kullanım yerine göre avantaj ve dezavantajları bulunmaktadır. Bu nedenle kompresör tipi seçilirken kullanılacağı yer ön planda tutulmaktadır.

Kompresörler genellikle birden fazla kademe ihtiva etmektedir. Eksenel kompresörlerde kademe; hareketli kanatçıkları taşıyan bir döner disk (hub) ve sabit kanatçıkları taşıyan durağan bir silindirik çerçeveden (casing) oluşmaktadır. Kademe sayısı; istenilen sıkıştırma oranına, kütsel akış debisine ve makine dönüş hızına bağlı olarak değişmektedir [5].

Gaz türbinleri tasarlanırken göz önünde bulundurulması gereken birçok parametre mevcuttur. Motorun yüksek tork ve özgül güce sahip olması, zararlı gaz emisyonları ve yakıt tüketiminin minimum seviyede olması belli başlı performans kriterleridir. Motor performansını belirleyen en etkili faktörler; bileşenlerin izentropik verimi, makinenin mekanik verimi, kompresörün basınç oranı ve termodinamik çevrimin verimidir. Modern gaz türbinlerinde yanma odası çıkış sıcaklığı 1650 K, kompresör çıkış basıncı 35 bar, sıkıştırma ve genişletme modüllerinin izentropik verimleri %90 seviyesindedir [6].

Eksenel kompresörler tasarlanırken, kompresörün sıkıştırma oranının ve izentropik veriminin yüksek olması, aynı zamanda kararlı çalışma aralığının geniş olması istenmektedir. Kademe başına sıkıştırma oranı yüksek tutularak; kademe sayısı, gaz türbininin ağırlığı ve hacmi azaltılmaktadır. Özellikle hava taşıtlarında, ağırlığın önemli bir faktör olması nedeniyle, kademe sayısını olabildiğince az tutmak fayda sağlamaktadır. Ancak sıkıştırma oranındaki artış; kanatçıkların çevresindeki akışta sınır tabaka ayrılmalarına; türbülansın artmasına ve bölgesel girdapların oluşmasına neden olmaktadır. Bu olay gaz türbini terminolojisinde “stall” olarak isimlendirilmektedir. Bu durum oluştuğunda kompresörün sağladığı sıkıştırma oranı düşmekte, kayıp miktarı artarak izentropik verimin azalmasına neden olmaktadır. Eğer sıkıştırma oranı çok arttırılırsa veya kanatçık açısı ile akış geliş açısı arasındaki fark (incidence) belirli bir değeri aşarsa “surge” olarak isimlendirilen olay meydana gelmektedir. Bu durumda kompresörün tamamında geri akış meydana gelmekte ve sistem arızalarına sebep olabilmektedir [6]. Kademelerdeki sıkıştırma oranını sınırlayan diğer bir faktör de şok oluşumudur. Akışkan hızının bölgesel ses hızına ulaşması veya geçmesi halinde akış bölgesinde şok tabakaları oluşarak akış karakteristiklerinde büyük değişimlere neden olmakta, izentropik verimi ve bileşenlerin kullanım ömrünü azaltmaktadır.

Rotor ve stator kanatçıklarının radyal kesit alanının geometrisi, kanatçık çevresindeki akışın karakteristiği üzerinde etkili bir faktördür. Kanatçıkların giriş ucunun keskin olması, ilk bakışta avantajlı gibi görünse de pratikte dezavantaj sergilemektedir. Akışkanın kanatçığın giriş ucuna yaklaşma doğrultusunun her zaman aynı olması mümkün değildir. Girişte kanatçığın doğrultusu ile akışkanın geliş doğrultusunun farklılaşması girdaplar oluşturarak stall olayının başlamasına sebep olmaktadır. Bu nedenle kanatçık profilleri “aerofoil” olarak isimlendirilen geometride tasarlanarak kanatçığın farklı geliş açılarında ve akış debilerinde çalışabilmesi sağlanmaktadır. Rotor kanatçıklarında; aerofoilin kesit alanının büyüklüğü, santrifüj kuvvetlerin ve akışkan basıncının yarattığı gerilmeleri karşılayacak seviyede olmalıdır [7]. Kompresör kanatçıkları genellikle paslanmaz çelik ve titanyum alaşımı malzemelerden üretilmektedir. Ancak yanma odasına yakın kademelerde inconel malzeme kullanma ihtiyacı doğabilmektedir [8,9]. Paslanmaz çelik kanatçıkların maliyeti, titanyum alaşımı malzemelere göre düşük olup, işlenmesi de daha kolaydır. Bununla birlikte paslanmaz çeliğin yoğunluğu titanyum alaşımı malzemelerin yoğunluğundan yüksek olduğu için dezavantaj oluşturmaktadır. Ayrıca titanyum alaşımı malzemeden yapılan kanatçıklar daha yüksek çalışma sıcaklıklarına dayanabilmektedir [10].

Modern gaz türbinlerinde bulunan eksenel kompresörlerin ilk kademelerinde transonik akış oluşabilmektedir. Transonik kompresörlerde, rotor kanatçıklarının giriş bölgesinde şok tabakaları oluşarak izentropik verimi düşürmektedir. Ancak, yüksek

sıkıştırma oranlarına ulaşılabilmesi için transonik kompresörlerin kullanımı kaçınılmazdır [11-12].

Eksenel kompresörlerin tasarımı, kompresörlerdeki akışın analizi ve kompresör performansının optimizasyonu üzerine birçok deneysel ve nümerik çalışma yapılmıştır. Aşağıdaki paragraflarda mevcut araştırmaya katkı sağlayan bazı çalışmalar özetlenmiştir.

Küdeş ve çalışma ekibi, eksenel kompresörlerin kademelerindeki akışın analizi için bir yazılım geliştirmiştir. Orta çizgi akış tasarımı yaklaşımı ile kompresör kademelerinin ana boyutları, akışkanın kanatçık giriş ve çıkışlarındaki termodinamik ve aerodinamik özellikleri hesaplanmıştır. Orta çizgi tasarımından elde edilen veriler, parametrik eğriler yaklaşımında girdi olarak kullanılmış ve kontrol noktalarının konumları ile ağırlıklarının belirlenmesi sonucunda farklı aerofoil şekilleri elde edilmiştir. Bu yaklaşım; konumsal, teğetsel ve eğrisel sürekliliğin sağlanmasıyla pürüzsüz eğrilerin ve yüzeylerin oluşturulmasına olanak vermektedir [13]. TRANSFERS olarak adlandırdıkları Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (HAD) yazılımı ile Reynolds Ortalama Navier Stokes (RANS) denklemleri çözülmüş ve elde edilen aerofoillerin çevresindeki akış simüle edilmiştir. Elde edilen veriler deneysel veriler ile kıyaslanarak geliştirilen yöntemin kullanışlılığı gösterilmiştir[14].

Deng ve beraberinde çalışanlar, üç kademeden oluşan eksenel bir kompresörün sıkıştırma oranı ve veriminin artırılması amacıyla deneysel ve nümerik bir çalışma yürütmüştür. Kademelerdeki stator kanatçıklarının kamburluk miktarı artırılarak kademedeki basınç değişimi artırılmıştır. Ancak basınç değişiminin artması ile hub ve casing yüzeylerine yakın bölgelerde sınır tabaka kalınlığının hızlı artması nedeniyle verim bir miktar düşüş göstermiştir. Bu durumun bertaraf edilmesi için stator kanatçıklarının aerofoil kesitlerinin birbirine göre dizilimi optimize edilmiştir. Optimizasyon işlemi sonucunda stator kanatçığının dip ve uç kısımlarındaki sınır tabaka ayrışmaları minimize edilerek mevcut duruma göre %1.38 izentropik verim artışı ve %32.1 basınç oranı artışı sağlanmıştır [15].

Smith, orta çizgi akışı yöntemini kullanarak eksenel kompresör kademelerinin karakteristiklerinin belirlenmesi için bir analiz programı geliştirmiştir. Literatürde yer alan kayıp modellerini de [16-21] kullanarak analiz programının kapsamını genişletmiştir. Literatürde yer alan deneysel çalışmalarda mevcut veriler, geliştirilen programdan elde edilen veriler ile kıyaslanmıştır. Kademe çıkışındaki toplam basıncın %1.4 sapma, toplam sıcaklığın ise %0.6 sapma ile tahmin edilebildiği ifade edilmiştir. Ancak kanatçık boyunun jirasyon yarıçapına oranı arttıkça orta çizgi akışı yaklaşımının çok kullanışlı olmadığı belirtilmiştir [22].

Akış Çizgisi Eğrilik Metodu (Streamline Curvature Method, SLCM) eksenel kompresörlerin ön tasarım sürecinde sıklıkla uygulanan bir yaklaşımdır. Bu yaklaşımda üç boyutlu Navier-Stokes denklemlerinin çözülmesi yerine, meridyenel düzlemdeki (eksen çizgisi

ile yarıçap doğrultusunun oluşturduğu düzlem) tahminsel akış çizgileri süreklilik ve momentum denklemleri yardımıyla düzeltilerek akış parametreleri iteratif olarak belirlenmektedir. Ön tasarım aşamasında, hub yüzeyinden dışa doğru farklı radyal pozisyonlardaki akış özelliklerinin, meridyenel akış alanının ve kanatçık geometrisinin belirlenmesi için SLCM yöntemi kullanılabilmektedir. Mukhamediarov ve Genceli, SLCM yöntemini kullanarak dört kademeli eksenel bir kompresörün ön tasarımını gerçekleştirmiştir. SLCM yöntemi ile elde edilen veriler Ansys CFX ile gerçekleştirilen RANS simülasyonu verileri ile karşılaştırılarak SLCM yönteminin kapsamı ve doğruluğu araştırılmıştır. Yapılan karşılaştırmalarda SLCM yöntemi ile elde edilen değerlerin HAD sonuçlarından bir miktar saptığı belirlenmiştir. Akış istikametinde sınır tabakaların giderek kalınlaşmasından doğan blokajın doğru bir şekilde hesaplanamaması, rotor kanatçıklarının karşılaşma (incidence) açısının uygun bir şekilde seçilememesi ve kayıpların kanatçık boyunca olan dağılımının düzgün belirlenememesi gibi etkenlerin sapmalara neden olabileceği ifade edilmiştir [23].

Eftari ve arkadaşları, eksenel tip kompresör kademelerinin performans karakteristiklerinin belirlenmesine yönelik, bir boyutlu akış modelini temel alan bir metodoloji ortaya koymuşlardır. Bu çalışmada yazarlar iki kademeli eksenel bir kompresörü bir boyutlu akış yaklaşımı ile modellemiş ve kademelerde meydana gelen kayıplar literatürde yaygın olarak kullanılan; Lieblein [24], Koch-Smith [25], Aungier [26] ve Howell [27] kayıp modellerini kullanarak tahmin etmiştir. Elde edilen performans verileri, NASA'nın yayınladığı deneysel veriler ile karşılaştırılarak tahmin modeli doğrulanmıştır. Deneysel veriler ile tahmin modelinden elde edilen veriler arasındaki sapmanın %1.69 seviyesinde olduğu rapor edilmiştir. Yazılar tarafından bu yöntemin kompresörlerin ön tasarım aşaması için kullanılabilecek niteliklerde olduğu vurgulanmıştır [28].

Zhang ve ekibi, endüstriyel tip bir eksenel kompresörün tasarımını ve optimizasyonunu gerçekleştirmiştir. Kompresör kademesi optimize edilirken izentropik verimin en yüksek değere sahip olması ve çalışma aralığının oldukça geniş olması hedeflenmiştir. Beş kademeden oluşan kompresörün kademelerinin tasarımında tekrarlayan kademe tasarımı yaklaşımı uygulanmıştır. Through-flow akış analizi olarak adlandırılan yöntem ile hub ve casing arasındaki akış simüle edilerek iki boyutlu kanatçık profili tasarımı için gerekli olan sınır şartları elde edilmiştir. Bu aşamada akış çizgisi eğrilik yöntemi (SLCM) ve kayıp modellerinden faydalanılmıştır. Kanatçığın dibinden itibaren farklı radyal mesafeler için iki boyutlu kanatçık profilleri tasarlanmış ve bu profiller ardı sıra dizilerek üç boyutlu kanatçık profili elde edilmiştir. Son aşamada ise üç boyutlu akış analizi gerçekleştirilmiştir. NACA 65 kanatçık profili modifiye edilerek iki boyutlu bir kanatçık profili optimize edilmiştir. Optimizasyon süreci sonunda, orijinal tasarıma göre daha az toplam basınç düşüşü

meydana geldiği ve kompresörün çalışma aralığının oldukça genişlediği ifade edilmiştir [29].

Tournier ve Genk, nükleer reaktör güç santralinde kullanılan, kapalı Brayton çevrimi prensibine göre çalışan, aracı akışkan olarak Helyum kullanan, 20 adet eksenel kompresör kademesine ve 6 adet türbin kademesine sahip 530 MW güç kapasiteli bir gaz türbininin kompresör ve türbin kademelerinin tasarımı üzerine bir çalışma gerçekleştirmiştir. Orta çizgi akış analizi, serbest girdap (free vortex) yaklaşımı ve kayıp modelleri kullanılarak hubdan itibaren radyal doğrultuda farklı mesafelerdeki iki boyutlu kanatçık profilleri tasarlanmıştır. Kayıpları en aza indirmek üzere optimum doluluk (solidity) değerini (kord uzunluğu / kanatçık aralığı) veren ampirik bir eşitlik geliştirilmiştir. Akış katsayısı (V_y/U), kademe yükleme katsayısı ($\Delta h_0/U^2$) ve reaksiyon derecesinin ($\Delta h_r/\Delta h_{stage}$) politropik verim üzerindeki etkileri incelenmiştir. Çalışmanın sonucunda, maksimum politropik verimin %50 reaksiyon derecesinde elde edildiği ifade edilmiştir [30].

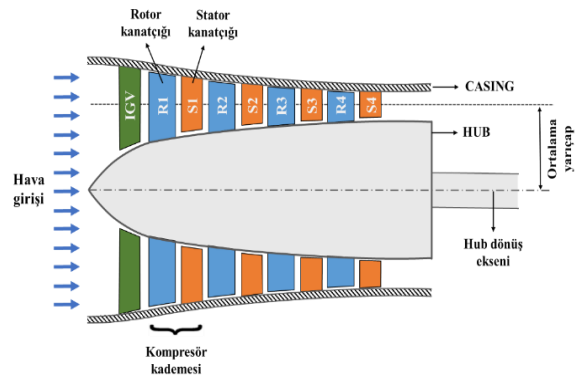
Aftab ve ekibi oldukça az sayıda tasarım parametresi ile aksel bir kompresörün tasarımının gerçekleştirilmesi üzerine bir çalışma yapmışlardır. Söz konusu tasarım parametreleri; kütleli debi, makinenin dönüş hızı, giriş kesit alanındaki daire çapı ve aksel kompresörden istenen toplam basınç artış oranıdır. NACA 65 serisi kanatçıklar kullanılarak gerçekleştirilen tasarımlarda, kompresör kademelerindeki akışkanın aerodinamik ve termodinamik özelliklerinin ve kademe geometrisinin belirlenmesi için bir MATLAB kodu geliştirilmiştir. Geliştirilen MATLAB kodunda; serbest girdap teorisi kabulü ve jirasyon yarıçapındaki kesitte bulunan hız üçgenleri kullanılarak hubdan dışa doğru radyal mesafelerdeki kanatçık profilleri elde edilmiştir. Üç boyutlu kanatçık profilleri oluşturulduktan sonra kompresörün ilk kademesinin geometrisi ANSYS kanatçık tasarım aracı ile birtakım iyileştirmelere tabii tutulmuştur. Ayrıca ilk kademedeki akış Ansys CFX ile simüle edilerek geliştirilen yöntemin doğrulaması yapılmıştır [31].

Bu çalışmada bir eksenel kompresör kademesinin fiziki ve matematik modeli oluşturularak, kompresör kademesindeki akışkanın; termodinamik ve aerodinamik özelliklerinin hesabı gerçekleştirilmiştir. Kamber eğrileri dairesel bir yay olan rotor ve stator kanatçıklarının iki boyutlu kesit profilleri elde edilmiştir. Elde edilen iki boyutlu profillerin kuvvet ve gerilme analizleri yapılmıştır. Çalışmanın son merhalesinde, bir paket program kullanılarak, tasarlanan rotor kanatçığı profilinin çevresindeki viskoz sıkıştırılabilir akışın sınır tabaka ayrılımları, şok ve girdap oluşumları incelenmiştir.

2.KOMPRESÖRDEKİ SIKIŞTIRMA İŞLEMİNİN FİZİKİ MEKANİZMASI VE MATEMATİK MODELİ (THE PHYSICAL MECHANISM AND MATHEMATICAL MODEL OF THE COMPRESSION PROCESS IN A COMPRESSOR)

Gaz türbinlerinin temel bileşenlerinden birisi kompresör olup, atmosferik havanın basıncını ve sıcaklığını arttırarak yanma odasına sevk eden birimdir. Gaz türbini kompresörleri sürekli akışlı turbo kompresörlerdir. Gaz türbinlerinde eksenel akışlı, radyal akışlı ve hem eksenel hem de radyal akışlı kompresörler kullanılmaktadır. Bu çalışmada eksenel akışlı bir kompresörün birinci kademesindeki termodinamik ve aerodinamik analizler yapılmaktadır.

Şekil 1 de eksenel akışlı bir kompresörün ana parçaları gösterilmiştir. Eksenel akışlı bir kompresörde hub adı verilen geniş çaplı bir döner mil bulunmaktadır. Hub üzerinde çevresel olarak eşit aralıklar ile bağlanmış kanatçık takımları yer almaktadır. Hub üzerindeki kanatçık takımlarının sayısı da muhtelifdir. Kanatçık takımları ve hub yekpare bir parça olup buna rotor adı verilmektedir. Rotor üzerine çevresel olarak yerleştirilmiş bir kanatçık takımından sonra eksenel doğrultuda belirli bir boşluk bırakılarak diğer bir kanatçık takımı yerleştirilmektedir. Rotor üzerindeki iki kanatçık takımının arasındaki boşlukta stator kanatçıkları adı verilen sabit kanatçıklar yer almaktadır.



Şekil 1. Eksenel akışlı bir kompresörün ana parçaları (Main components of the axial flow compressor)

Şekil 1 den de görüldüğü üzere, sabit kanatçıkların hub tarafındaki uçları serbest uç olup diğer uçları casing adı verilen bir parçanın iç yüzeyine bağlanmıştır. Casing ve sabit kanatçıkların oluşturduğu yekpare parçaya da stator adı verilmektedir. Hareketli bir kanatçık takımı ile sabit bir kanatçık takımının oluşturduğu iki bileşenli sisteme kompresörün bir kademesi denmektedir. Gaz türbinlerinin kompresörleri muhtelif sayıda kademe ihtiva etmektedir. Kademe sayısını, ulaşılması istenen sıkıştırma sonu basıncı belirlemektedir. Endüstriyel gaz türbinlerinde kompresördeki sıkıştırmanın basınç oranı 15 ile 35 arasında değişmektedir. Bir kademedeki basınç oranı 1.2 ile 1.4 arasında olmaktadır.

Kompresörün çeşidi ne olursa olsun akışkan partiküllerinin bir kompresör içerisindeki hareketi radyal, çevresel ve eksenel ötelemeleri içermektedir. Eksenel kompresörlerde radyal doğrultuda oluşan

ötelemeler, eksenel ve çevresel doğrultularda oluşan ötelemelere göre yeterince küçüktür. Bu sebeple eksenel kompresörlerdeki akış olayını, çevresel ve eksenel doğrultuda oluşan iki boyutlu bir akış olarak nitelendirmek mümkündür. Eksenel kompresör adının kullanılması da bu gerekçeye dayanmaktadır. Eksenel kompresörlerde rotor ya da statorda bulunan akışkan partiküllerinin çevresel hareketlerinin sebep olduğu merkezkaç kuvvetler moment üretmemektedir. Bu durum dikkate alınarak partiküllerin çevresel hareketinin düz bir çizgi üzerinde gerçekleştiği kabul edilmektedir. Söz konusu çizginin doğrultusu x eksenini olarak, kompresörün eksenel doğrultusu da y eksenini olarak kabul edilmek sureti ile, kompresördeki akış olayı kartezyen koordinat sistemi ile incelenebilmektedir [32].

Bir kompresör kademesinde akışkan partiküllerinin yerinin x,y koordinat sistemi ile tanımlanabilmesi için yerinin peşinen bilinmesi gerekmektedir. Bu gereksinimi karşılamak için rotor ve statorun sonsuz sayıda, sıfır kalınlıkta kanatçıktan oluştuğu kabul edilmektedir. Sonsuz sayıda sıfır kalınlıkta kanatçık kabulü yapıldığında bir partikülün rotor ya da stator üzerindeki relatif yörüngesi de çizgi kalınlığında bir kanatçık olmaktadır. Bu çizgiye kamber çizgisi denmekte ve kamber çizgisinin analitik olarak tanımlanması kanatçık modellenmenin en önemli kısmını oluşturmaktadır. Gaz türbinlerinin bir boyutlu termodinamik ve aerodinamik analizleri yapılırken akışkan partiküllerinin kamber çizgisi üzerinde hareket ettiği kabul edilmektedir. Bu şekilde yapılan analizlere de orta çizgi (meanline) analizi adı verilmektedir. Kamber çizgisi oluşturulduktan sonra, kamber çizgisini bir aerofoil ile donatarak kanatçığın kesit profilini oluşturmak en avantajlı kanatçık tasarım metodu olarak görülmektedir.

Eksenel akışlı bir kompresörde kamber çizgisinin şeklini belirleyen esas kriter, kanatçığa giren ve çıkan akışkan partiküllerinin oluşturduğu hız üçgenleridir [33]. Eksenel akışlı bir kompresörde hub a yakın bölgelerde çevresel hız düşük iken, hub dan uzaklaştıkça çevresel hız artmaktadır. Bu sebeple hub a yakın bölgelerdeki hız üçgenleri ile hub dan uzak bölgelerdeki hız üçgenleri birbirinden farklı olmaktadır. Bu durum kamber çizgilerinin kanatçık boyunca değişmesi ile neticelenmektedir. Kanatçığın farklı yerlerinde farklı kamber çizgilerinin olması kanatçığın üç boyutlu bir cisim olmasını gerektirmektedir.

Orta çizgi analizlerinde kullanılan temsili kamber çizgisinin yeri (kompresör ekseninden uzaklığı) kanatçığın çevresel hızının ortalama değerine göre belirlenebilir. Temsili kamber çizgisi yaklaşık olarak kanatçığın ortasında yer almaktadır. Şekil 1 de ortalama yarıçap olarak adlandırılan uzaklık temsili kamber çizgisinin yerini göstermektedir. Bu uzaklık jirasyon yarıçapı olarak da adlandırılmaktadır. Eksenel akışlı bir kompresörün farklı kademelerinde yer alan kanatçıkların temsili kamber çizgilerinin hub dan itibaren aynı radyal pozisyonda olmalarını sağlamak için akış kanalının kesitinin daraltılmasının Şekil 1 de görüldüğü gibi iki taraflı olması gerekmektedir. Bu düzenleme yapıldığında

kademelerde tekrarlayan hız üçgenleri oluşturulabilmekte ve bütün kademelerdeki rotor ve stator kanatçıklarının kendi aralarında benzer olması da sağlanabilmektedir.

Rotor kanatçığı olarak kullanılan bir aerofoilin şekli ve kalınlığı belirlenirken, kanatçıkta oluşan mekanik gerilmeler ve kanatçık çevresindeki viskoz akışın aerodinamik davranışları dikkate alınmalıdır. İyi bir aerofoil kullanılmadığında kanatçığın çevresindeki akış bölgesinde sınır tabaka ayrılmaları, girdaplar ve türbülanslı akış oluşacaktır. Transonik akışta oluşan şok tabakaları izentropik verimi düşürmenin yanı sıra kanatçıklarda sınır tabaka akışının ayrılmasına da sebep olmaktadır. İyi tasarlanmış aerofoil kanatçıklarının giriş ucunda oluşan durma noktası hem şok oluşumunu hem de girdap oluşumunu minimize etmektedir. Akışkanın durma noktasından sonraki hızlanması aerofoil kanatçığın şekline bağlı olduğu için, aerofoil kanatçığın şekli belirlenirken mekanik gerilmelerin yanı sıra kanatçığın çevresindeki akışın aerodinamik davranışlarının da dikkate alınması gerekmektedir.

Stator kanatçıklarının yüzeyinde oluşan sınır tabaka ayrılması ve girdapların önlenmesi veya minimize edilebilmesi için stator kanatçıklarının da aerofoil şeklinde yapılması gerekmektedir. Stator kanatçıklarının geometrik yönden modellenmesinde de rotor kanatçıklarında olduğu gibi önce bir kamber çizgisinin belirlenmesi gerekmektedir. Stator kanatçıkları sabit olduğu için merkezkaç kuvvet ve onun yarattığı gerilmeler mevcut değildir. Stator kanatçığı olarak kullanılacak olan aerofoilin şekli ve kesit genişliği belirlenirken kanatçığın yüzeyindeki sınır tabaka ayrılması ve girdap oluşumunun önlenmesi ön planda tutulmalıdır.

Aerofoil şeklindeki rotor ve stator kanatçıklarının yüzeyinde oluşan sınır tabaka akışı ayrılması ve girdap oluşumunu minimize etmenin en etkin yolu, aerofoil kanatçıkların geometrik şeklini oluşturduktan sonra onların çevresinden geçen sıkıştırılabilir viskoz akışı bir paket program kullanarak simüle etmektir. Eğer tasarlanan aerofoilin çevresinde beklenmedik yerlerde ve büyük ölçekte sınır tabaka ayrılması ve girdap oluşuyorsa modifikasyona gidilmesi gerekir.

2.1.Rotor Girişindeki Termodinamik ve Aerodinamik Değerlerin Hesabı (Calculation of Thermodynamic and Aerodynamic Values at the Rotor Inlet)

Şekil 2 de görülen 1 numaralı nokta rotor girişi olarak adlandırılan yeri göstermektedir. Bu nokta aynı zamanda birinci kademenin de girişidir. Gaz türbinlerinde çalışma akışkanı kompresörün birinci kademesine girmeden önce bir hızlanma sürecine tabi tutulur. Bu süreç büyük ölçüde izentropik ve izoenerjik bir süreç olup akışkanın basıncı ve sıcaklığı kayda değer bir ölçüde azalma sergiler. Rotor girişindeki termodinamik ve aerodinamik değerlerin belirlenmesinde ilk iş termodinamik değerlerin uzaktaki (atmosferik ortam) büyüklüğünü tayin etmektir. Termodinamik değerlerin uzaktaki büyüklüğünü tayin ederken de analizi yapılan gaz türbininin kullanılacağı

yerin dikkate alınması gerekmektedir. Bu makalede uzaktaki sıcaklık ve basınç $T_\infty = 288 \text{ K}$, $p_\infty = 101325 \text{ Pa}$ olarak kabul edilmiş, entalpi ve

yoğunluk $h_\infty = C_p T_\infty$ ve $\rho_\infty = \frac{p_\infty}{R_\infty T_\infty}$ eşitlikleri ile

hesaplanmıştır. Şekil 2 de kamber çizgisi daire parçası olan bir rotor kanatçığının girişindeki hız üçgeni görülmektedir. Akışkan zerresi 1 noktasında bulunmaktadır. $\vec{W}_1$ ile akışkan zerresinin relatif hız vektörü, $\vec{U}$ ile kanatçığın çevresel hızı, $\vec{V}_1$ ile akışkan zerresinin mutlak hız vektörü gösterilmektedir. Sözü edilen üç vektör arasında $\vec{V}_1 = \vec{U} + \vec{W}_1$ ilişkisi bulunmaktadır. Bu ilişkide kullanılacak olan $\vec{W}_1$ in hesabında kanatçık üzerine yerleştirilmiş hareketli bir koordinat sisteminin kullanılması gerekmektedir. Hareketli koordinat sisteminin eksenlerinin sabit koordinat sisteminin eksenlerine paralel olması gerekmektedir. Kamber çizgisinin girişi hareketli koordinat sisteminin merkezi kabul edilebilir. Kamber çizgisinin giriş noktasında bulunan bir akışkan zerresinin relatif hızının kompresör eksenini (y) doğrultusundaki bileşeni

$$W_{y1} = \frac{\dot{m}}{\rho_1 A_1} \quad (1)$$

eşitliği ile hesaplanabilir. Son eşitlikte bulunan A_1 ile kompresörün aksenal doğrultusu olan y eksenine dik bir akış kesiti gösterilmektedir. Relatif hızın kendisi

$$W_1 = \frac{W_{y1}}{\sin \alpha_1} \quad (2)$$

şeklinde hesaplanabilir. Giriş noktasındaki relatif hızın x eksenini doğrultusundaki bileşeni

$$W_{x1} = W_1 \cos \alpha_1 \quad (3)$$

olur. Şekil 2 ye göre son eşitlik ile hesaplanan W_{x1} pozitif bir değer olup negatif x yönündedir. Bu durum da dikkate alınarak mutlak hızın x eksenini doğrultusundaki bileşeni

$$V_{x1} = U - W_{x1} \quad (4)$$

şeklinde ifade edilebilir. Kamber çizgisinin her noktasında çevresel hız aynı olacaktır. Kamber çizgisinin kompresör ekseninden uzaklığı R_j ile, kompresör rotorunun dönme hızı ω ile gösterilirse kamber çizgisinin çevresel hızı $U = \omega R_j$ olur. Kanatçık y doğrultusunda hareket sergilemediği için kamber çizgisi üzerindeki akışkan zerresinin y doğrultusundaki relatif hızı ile mutlak hızı birbirine eşit olmak zorundadır. Bu şarttan

$$V_{y1} = W_{y1} \quad (5)$$

yazılabilir. Buraya kadar verilen eşitliklerin bileşiminden kamber çizgisinin girişindeki mutlak hız vektörü

$$\vec{V}_1 = V_{x1} \vec{i} + V_{y1} \vec{j} = \left(\omega R_j - \frac{\dot{m}}{\rho_1 A_1} \frac{\cos \alpha_1}{\sin \alpha_1} \right) \vec{i} + \frac{\dot{m}}{\rho_1 A_1} \vec{j} \quad (6)$$

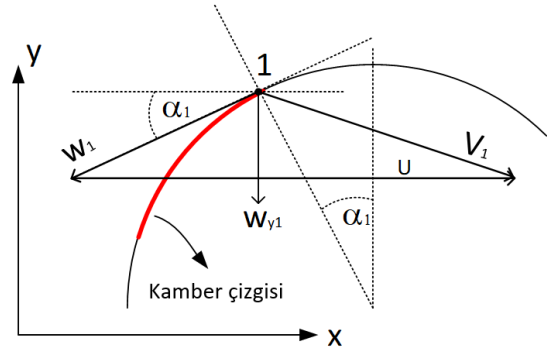
olarak belirlenir. Bu vektörün gösterdiği doğrultu akışkanın rotora giriş doğrultusu olup, bu doğrultuyu akışkana Şekil 1 de IGV ile gösterilen eleman vermektedir. Kompresörün girişinde akışkana bu doğrultunun verilmesi önemli olup, aksi halde rotor kanatçıklarının girişinde girdap oluşumu ve onun sebep olduğu sorunlar başlayacaktır. Kamber çizgisinin giriş noktasındaki akışkan zerresinin mutlak hızı $V_1 = \sqrt{V_{x1}^2 + V_{y1}^2}$ ile hesaplanır. Eşitlik (6) nın ihtiva ettiği ρ_1 parametresinin hesabında kullanılacak olan denklem müteakip satırlarda türetilmektedir. Giriş noktasındaki zerrenin özgül entalpisi

$$h_1 = T_\infty C_p - \frac{V_1^2}{2} \quad (7)$$

eşitliği ile hesaplanabilir. Söz konusu zerrelere sıcaklığı

$$T_1 = \frac{h_1}{C_p} \quad (8)$$

eşitliği ile belirlenebilir. Giriş noktasındaki basınç ve yoğunluğun hesabı için



Şekil 2. Rotor kanatçığının kamber çizgisi ve girişindeki hız üçgeni (The camber line and the velocity triangle at the inlet of the rotor blade)

$$p_1 = p_\infty \left(\frac{h_1}{h_\infty} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (9)$$

$$\rho_1 = \frac{p_1}{R_\infty T_1} \quad (10)$$

eşitlikleri kullanılabilir. Görüldüğü üzere (1)-(10) aralığındaki denklemlerin hepsi kendi aralarında bağımlı denklemlerdir. Aralarında lineer olmayan bir ilişki bulunmaktadır. Bu sebeple bunların hepsinin iteratif yöntemle eş zamanlı olarak çözülmesi gerekmektedir. Bu iteratif çözümlemede T_∞ , p_∞ , h_∞ ve ρ_∞ un yukarıda belirlenmiş olan değerleri T_1 , p_1 , h_1 ve ρ_1 için atma değeri olarak kullanılabilir. Yaklaşık 10 iterasyon yeterli olmaktadır.

2.2. Stator Çıkışındaki Termodinamik ve Aerodinamik Değerlerin Hesabı (Calculation of Thermodynamic and Aerodynamic Values at the Stator Outlet)

Şekil 3 de görülen 3 numaralı nokta stator çıkışını göstermektedir. Bu nokta aynı zamanda ikinci kademenin girişini göstermektedir. Tekrarlayan kademe tasarımı metodolojisinde birinci kademenin girişindeki hız üçgeni ile ikinci kademenin girişindeki hız üçgeni aynı olmak zorundadır. Tekrarlayan kademe tasarımı metodolojisinde birinci kademe rotorun girişindeki hesaplar tamamlandıktan sonra statorun çıkışındaki değerlerin hesabına geçilmesi gerekmektedir. Bunun sebebi, statorun çıkışındaki basıncın ve hız vektörünün tekrarlayan kademe metodolojisi sayesinde biliniyor olmasıdır. Statorun çıkışındaki basınç p_3 ile gösterilerek, kompresörün birinci kademesindeki basınç oranı $\lambda_{st} = p_3 / p_1$ şeklinde tanımlanmaktadır. Kompresörün kademe sayısını mümkün mertebe az yapmak için basınç oranını mümkün mertebe büyük yapmak gerekmektedir. Basınç oranını büyük yapmak için kompresördeki akışın hızını da arttırmak gerekmektedir. Kompresördeki akışın hızı şok oluşumu sebebi ile keyfi olarak yükseltilememektedir. Eksenel akışlı kompresörlerde basınç oranının pratikteki değeri 1.2 ile 1.4 arasında değişmektedir. Basınç oranının yukarıda verilen tanım denklemi kullanılarak stator çıkışındaki basınç

$$p_3 = \lambda_{st} p_1 \quad (11)$$

şeklinde ifade edilebilir. Statorun çıkışındaki yoğunluk, sıcaklık ve entalpi

$$\rho_3 = \rho_1 \lambda_{st}^{\frac{1}{k}} \quad (12)$$

$$T_3 = \frac{p_3}{R_\infty \rho_3} \quad (13)$$

$$h_3 = C_p T_3 \quad (14)$$

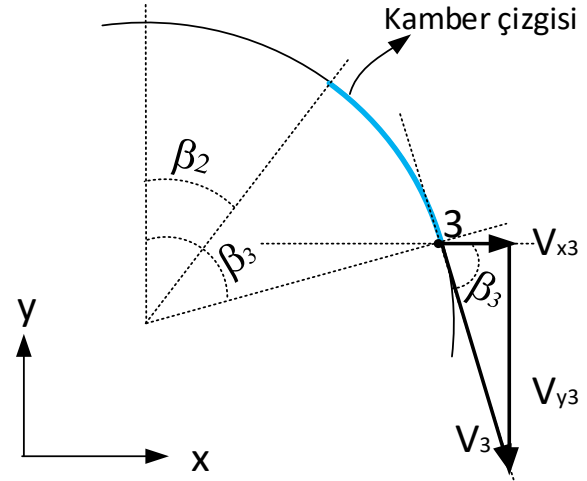
denklemleri ile hesaplanır. Kompresörün her kademesinde kanatçık kesitini aynı yapmak sureti ile gerek tasarımda gerek imalatla külfet ve maliyeti küçültme yoluna gidilmektedir [32]. Kademelerdeki kanatçık kesitlerinin benzerliği temsili kamber çizgilerinin benzer yapılmasını gerekli kılmaktadır. Kompresörün ikinci kademesindeki kanatçıkların temsili kamber çizgisinin birinci kademedeki kanatçıkların temsili kamber çizgisine benzemesi için birinci kademe statorunun çıkışındaki mutlak hız bileşenlerinin

$$V_{y3} = V_{y1} \quad (15)$$

$$V_{x3} = V_{x1} \quad (16)$$

şeklinde seçilmesi gerekmektedir. Statorun çıkışındaki mutlak hız vektörü Şekil 3 de görülmekte olup

$$V_3 = \sqrt{V_{x3}^2 + V_{y3}^2} \quad (17)$$



Şekil 3. Stator kanatçığının kamber çizgisi ve çıkışındaki hız üçgeni (The camber line and the velocity triangle at the outlet of the stator blade)

şeklinde hesaplanır. Tekrarlayan kademe şartı nedeni ile $V_3 = V_1$ olacaktır. Birinci kademedeki rotor kanatçıkları ile ikinci kademedeki rotor kanatçıklarının çevresel hızları (U) aynı olduğu için $W_3 = W_1$ olması da gerekmektedir. Şekil 3 de görülen β_3 açısı stator kanatçığının çıkışındaki mutlak hız vektörünün x eksenine yaptığı açı olup

$$\beta_3 = \arctg\left(\frac{V_{y3}}{V_{x3}}\right) \quad (18)$$

eşitliği ile belirlenebilir. Statorun çıkışında kompresör eksenine dik akış kesiti

$$A_3 = \frac{\dot{m}}{V_{y3} \rho_3} \quad (19)$$

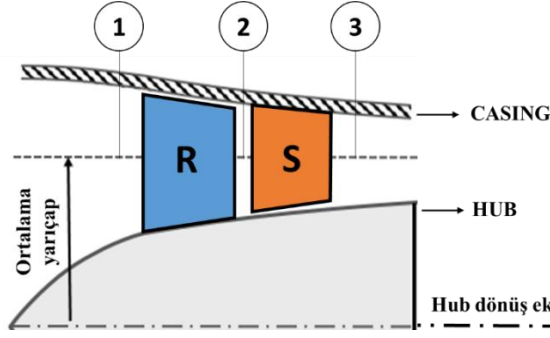
şeklinde ifade edilebilir. Stator çıkışındaki termodinamik ve aerodinamik değerlerin hesabı için verilen (11)-(19) aralığındaki denklemlerin aralarında lineer olmayan hiçbir ilişki mevcut değildir. Bu sebeple iteratif işlem gerekmemektedir. Denklemler veriliş sırasına göre kullanılarak stator çıkışındaki termodinamik ve aerodinamik değerler belirlenebilmektedir.

2.3. Rotorun Çıkışı ve Statorun Girişindeki Termodinamik ve Aerodinamik Değerlerin Hesabı (Calculation of Thermodynamic and Aerodynamic Values at the Rotor Outlet and Stator Inlet)

Şekil 4 de görülen 2 numaralı nokta rotorun çıkışı veya statorun girişi olarak adlandırılan yeri göstermektedir. Pratikte rotorun çıkışı ile statorun girişi arasında minimal seviyede bir boşluk bulunmaktadır. Orta çizgi analizlerinde bu boşluk umumiyetle yok sayılmakta ve y eksenine dik olan akış kesitinin değişmediği kabul edilmektedir. Rotorun çıkışı ile statorun girişi arasında akışkanın mutlak hız vektörünün doğrultusu ve büyüklüğü aynı kalmaktadır. Akışkan viskozitesiz kabul edildiği için rotorun çıkışı ile statorun girişi arasında

akışkanın termodinamik değerlerinde değişiklik olmamaktadır. Rotor ve statorun oluşturduğu kademenin toplam basınç değişimi $\lambda_{st} = 1.4$ olarak kabul edilmiştir.

Bu basınç değişiminin yarısı rotorda diğer yarısı statorda olacak şekilde bir paylaşım yaparak rotorun çıkışı ya da statorun girişindeki termodinamik ve aerodinamik değerler hesaplanabilir. Bu durumda rotordaki basınç oranı $\lambda_r = p_2 / p_1 = 1.2$ şeklinde tanımlanabilir. Bu eşitliğin analizlerdeki kullanımı



Şekil 4. Kompresörün birinci kademesi ve veri noktaları (First stage of the compressor and data points)

$$p_2 = \lambda_r p_1 \quad (20)$$

şeklinde olacaktır. Rotordaki akış izentropik kabul edilerek rotor çıkışındaki yoğunluk

$$\rho_2 = \rho_1 \lambda_r^{\frac{1}{k}} \quad (21)$$

şeklinde hesaplanır. Rotor çıkışındaki sıcaklık ve entalpi

$$T_2 = \frac{p_2}{R_\infty \rho_2} \quad (22)$$

$$h_2 = C_p T_2 \quad (23)$$

eşitlikleri ile hesaplanabilir.

Enerji denklemi statorun girişi ve çıkışı arasında kullanılarak statorun girişindeki ya da rotorun çıkışındaki mutlak hızın hesabı için

$$V_2 = \sqrt{V_3^2 + 2h_3 - 2h_2} \quad (24)$$

eşitliği elde edilir. Yine, enerji denklemi rotorun girişi ve çıkışı arasında kullanılarak, rotorun çıkışı ya da statorun girişindeki mutlak hız için

$$V_2 = \sqrt{V_1^2 + 2h_1 - 2h_2 - 2w_c}$$

eşitliği elde edilir. $V_3 = V_1$ olduğu da göz önünde tutularak son iki eşitlik kıyaslandığında, kompresörün birinci kademesindeki işin

$$w_c = h_1 - h_3 \quad (25)$$

olduğu görülür. Ayrıca Eulerin turbo-makineler yasası ile aynı iş $w_c = U(V_{x1} - V_{x2})$ şeklinde hesaplanmaktadır.

Bu iki eşitlik birleştirilerek rotorun çıkışındaki mutlak hızın x bileşeni için

$$V_{x2} = \frac{h_3 - h_1}{U} + V_{x1} \quad (26)$$

eşitliği elde edilir. Rotorun çıkışındaki relatif hızın x bileşeni

$$W_{x2} = U - V_{x2} \quad (27)$$

eşitliği ile hesaplanabilir. Akışkan rotordan çıkıp statora girerken ani yön değiştirme ve akış düzensizliklerinin oluşmaması için, rotordan çıkıştaki mutlak hız vektörü ile statora girişteki mutlak hız vektörünün birbirine eşit olması gerekir. Bu şart

$$(U - W_{x2})i - W_{y2}j = V_2 \cos \beta_2 i - V_2 \sin \beta_2 j$$

şeklinde ifade edilebilir. Son eşitlikte bulunan β_2 açısı Şekil 5 de görülmekte olup bu açı rotordan çıkış veya statora giriş açısıdır. Bu eşitlikteki benzer terimleri kıyaslayarak statora giriş açısı için

$$\beta_2 = \arccos\left(\frac{U - W_{x2}}{V_2}\right) \quad (28)$$

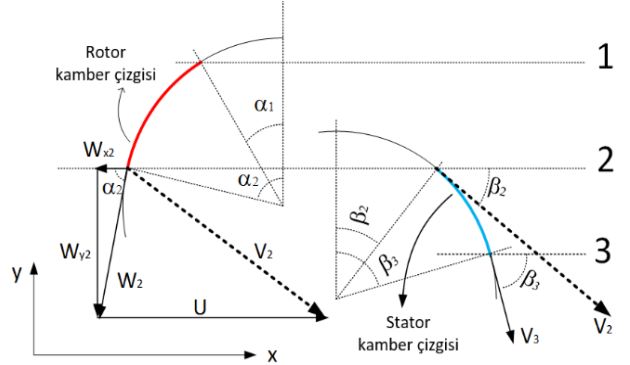
eşitliği, rotordan çıkan akışkanın y doğrultusundaki relatif hız için

$$W_{y2} = V_{y2} = V_2 \sin \beta_2 \quad (29)$$

eşitliği elde edilir. Rotorun çıkış açısı da Şekil 5 de görülmekte olup

$$\alpha_2 = \arctg\left(\frac{W_{y2}}{W_{x2}}\right) \quad (30)$$

eşitliği ile hesaplanabilir. Rotorun çıkış kesitinin hesabında süreklilik denklemi



Şekil 5. Rotor çıkışı ve stator girişindeki hız üçgenleri ve analizde kullanılan semboller (Velocity triangles at the rotor outlet and stator inlet and symbols used in analysis)

$$A_2 = \frac{\dot{m}}{W_{y2} \rho_2} \quad (31)$$

kullanılabilir. Bu kesit aynı zamanda statorun giriş kesitidir. Pratikte rotor ve stator kanatçıkları aerofoil şeklinde yapıldığı için giriş uçları kalınca olduğundan rotorun çıkışındaki akış kesiti ile statorun girişindeki akış kesitini eşit yapmak mümkün görülmemektedir. Rotorun çıkışındaki relatif hız

$$W_2 = \sqrt{W_{x2}^2 + W_{y2}^2} \quad (32)$$

eşitliği ile hesaplanabilir. Rotorun çıkışı ve statorun girişindeki termodinamik ve aerodinamik değerlerin hesabında (20)-(34) aralığındaki denklemler verilmiş sırasına göre kullanılmaktadır. Halihazırda eşitlik numarası verilmemiş olan

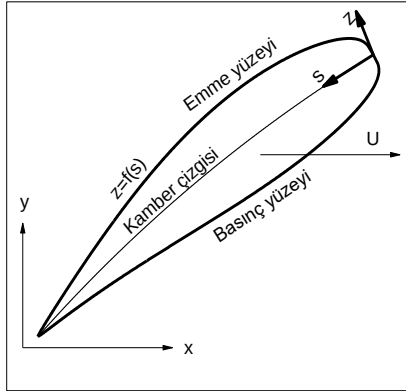
$$v_2 = \sqrt{v_1^2 + 2h_1 - 2h_2 - 2w_c} \quad (33)$$

$$w_c = U(V_{x1} - V_{x2}) \quad (34)$$

denklemleri de daha sonra teyit amacı ile simülasyon programına yazılabilir.

2.4. Rotor Kanatçığının Aerodinamik Olarak Şekillendirilmesi (Aerodynamic Design of the Rotor Blade)

Kompresörün rotor kanatçıklarının akışkan zerrelere momentum aktaran yüzeyine basınç yüzeyi diğer yüzeyine de emme yüzeyi denmektedir. Şekil 6 da kalınlığı abartılmış bir aerofoil kanatçık görülmektedir. Aerofoil kanatçıkların giriş ucu yuvarlak çıkış ucu sivri yapılmaktadır. Bununla birlikte çıkış ucunun çok sivri olması da erozyon oluşumu açısından sakıncalı görülmektedir. Bu sebeple kanatçığın çıkış ucuna da küçük çaplı bir yuvarlatma yapılması kaçınılmazdır. Giriş ucu keskin kanatçıklarda kanatçığın giriş ucunun doğrultusu ile akışkanın giriş ucuna yaklaşma doğrultusu toleransız aynı olmak zorundadır. Aksi halde giriş ucunda girdap oluşacaktır.



Şekil 6. Aerofoil kanatçık (Aerofoil blade)

Bir kanatçığın kamber çizgisi elde edildikten sonra Şekil 6 da görülen s,z koordinat sistemi kullanılarak kanatçığın aerofoil profili elde edilebilir. Şekil 6 da görülen s,z koordinat sisteminde s ile kamber çizgisi üzerinde bulunan noktaların kamber çizgisinin giriş ucundan uzaklığı gösterilmektedir. Kamber çizgisine dik yönü gösteren z koordinatı aerofoil in yarı kalınlığını göstermektedir. Bu kısımda aerofoil in yarı kalınlığı $z = f(s)$ şeklinde bir fonksiyon olarak ifade edilecektir.

Şekil 6 da örülen s nin maksimum değeri kamber çizgisinin uzunluğuna eşit olup, s_m ile gösterilebilir.

$z = f(s)$ şeklinde bir fonksiyon olması hedeflenen

aerofoil kalınlığının hem emme yüzeyi hem de basınç yüzeyi tarafında

$$s = 0, \quad z = 0, \quad \frac{dz}{ds} \rightarrow \infty \quad (35)$$

$$s = s_m, \quad z = 0, \quad \frac{dz}{ds} \rightarrow \infty \quad (36)$$

şartlarını sağlaması gerekmektedir. Aerofoilin yarı kalınlığının tanımı olarak

$$\begin{aligned} z = & B_1 \left[\left(\frac{s}{s_m} \right)^w - \left(\frac{s}{s_m} \right)^2 \right] + \\ & C_1 \left[\left(\frac{s_m - s}{s_m} \right)^w - \left(\frac{s_m - s}{s_m} \right)^2 \right] + \\ & B_2 \left[\left(\frac{s}{s_m} \right)^w - \left(\frac{s}{s_m} \right)^2 \right]^2 + \\ & C_2 \left[\left(\frac{s_m - s}{s_m} \right)^w - \left(\frac{s_m - s}{s_m} \right)^2 \right]^2 + \\ & B_3 \left[\left(\frac{s}{s_m} \right)^w - \left(\frac{s}{s_m} \right)^2 \right]^3 + \\ & C_3 \left[\left(\frac{s_m - s}{s_m} \right)^w - \left(\frac{s_m - s}{s_m} \right)^2 \right]^3 + \dots \end{aligned} \quad (37)$$

şeklinde bir polinom kullanılırsa $s = 0, z = 0$ şartının ve $s = s_m, z = 0$ şartının sağlandığı görülür. Son eşitliğin türevi

$$\begin{aligned} \frac{dz}{ds} = & B_1 \left[\frac{w}{s_m} \left(\frac{s}{s_m} \right)^{w-1} - \frac{2}{s_m} \left(\frac{s}{s_m} \right) \right] + \\ & C_1 \left[-\frac{w}{s_m} \left(\frac{s_m - s}{s_m} \right)^{w-1} + \frac{2}{s_m} \left(\frac{s_m - s}{s_m} \right) \right] + \\ & 2B_2 \left[\left(\frac{s}{s_m} \right)^w - \left(\frac{s}{s_m} \right)^2 \right] \left[\frac{w}{s_m} \left(\frac{s}{s_m} \right)^{w-1} - \frac{2}{s_m} \left(\frac{s}{s_m} \right) \right] + \\ & 2C_2 \left[\left(\frac{s_m - s}{s_m} \right)^w - \left(\frac{s_m - s}{s_m} \right)^2 \right] \times \\ & \left[-\frac{w}{s_m} \left(\frac{s_m - s}{s_m} \right)^{w-1} + \frac{2}{s_m} \left(\frac{s_m - s}{s_m} \right) \right] + \\ & 3B_3 \left[\left(\frac{s}{s_m} \right)^w - \left(\frac{s}{s_m} \right)^2 \right]^2 \left[\frac{w}{s_m} \left(\frac{s}{s_m} \right)^{w-1} - \frac{2}{s_m} \left(\frac{s}{s_m} \right) \right] + \end{aligned}$$

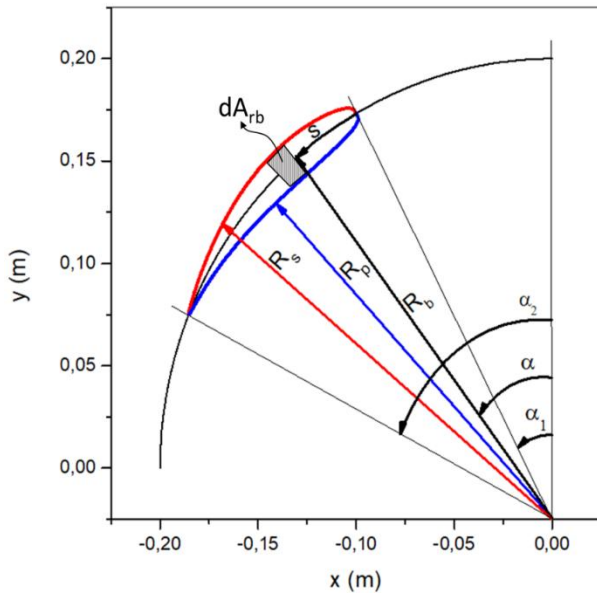
$$3C_3 \left[\left(\frac{s_m - s}{s_m} \right)^w - \left(\frac{s_m - s}{s_m} \right)^2 \right]^2 \times \left[-\frac{w}{s_m} \left(\frac{s_m - s}{s_m} \right)^{w-1} + \frac{2}{s_m} \left(\frac{s_m - s}{s_m} \right) \right] + \dots \quad (38)$$

olup, $s = 0$, $\frac{dz}{ds} \rightarrow \infty$ şartını ve $s = s_m$, $\frac{dz}{ds} \rightarrow \infty$ şartını sağladığı da görülmektedir. Bu durumda aerofoilin eşitlik (37) ile verilen yarı kalınlığı bütün şartları sağlamaktadır. Kamber çizgisinin uzunluğu ve s koordinatının dairesel koordinatlar cinsinden ifadesi

$$s_m = R_b (\alpha_2 - \alpha_1) \quad (39)$$

$$s = R_b (\alpha - \alpha_1) \quad (40)$$

olur. Bu eşitliklerde bulunan R_b (kamber çizgisinin yarıçapı) keyfi bir parametre olmakla birlikte, kanatçığın emme yüzeyinde oluşan sınır tabaka ayrışmasını mümkün mertebe çıkış ucuna yaklaştıracak şekilde optimize edilmesi gerekmektedir. Bu eşitliklerin kapsadığı semboller Şekil 7 de verilmektedir. Aerofoil in gerçek görünümünü grafiklendirmek için α açısına $\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2$ aralığında pozitif değerler verilerek s hesaplanmakta, sonra hesaplanan s değerleri eşitlik (37) kullanılarak z değerleri elde edilmektedir. Elde edilen z değerleri



Şekil 7. Kamber çizgisi daire yayı olan bir aerofoil rotor kanatçığı (An aerofoil rotor blade with a camber line that is a circular arc)

$$R_p = R_b - z \quad (41)$$

$$R_s = R_b + z \quad (42)$$

eşitliklerinde kullanılarak kanatçığın basınç ve emme yüzeylerini oluşturan eğrilerin yarıçapları belirlenmektedir. Rotor aerofoilinin Şekil 7 de olduğu gibi bir çiziminin yapılabilmesi için kamber çizgisi veya

aerofoilin üzerinde bulunan noktaların x,y koordinatlarının

$$x_b = -R_b \sin \alpha, \quad y_b = R_b \cos \alpha \quad (43)$$

$$x_p = -R_p \sin \alpha, \quad y_p = R_p \cos \alpha \quad (44)$$

$$x_s = -R_s \sin \alpha, \quad y_s = R_s \cos \alpha \quad (45)$$

şeklinde hesaplanması gerekmektedir. Rotor aerofoilinin kesit alanının diferansiyeli Şekil 7 görülmekte olup,

$$dA_{rb} = 2R_b z d\alpha \quad (46)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu eşitliğin integrali için sayısal yöntem kullanmak gerekmektedir.

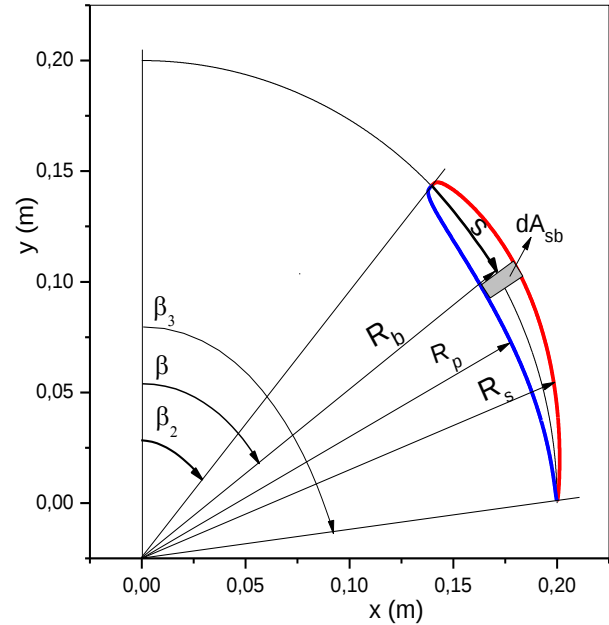
2.5.Stator Kanatçığının Aerodinamik Yönden Şekillendirilmesi (Aerodynamic Design of the Stator Blade)

Stator kanatçığı olarak kullanılacak olan aerofoilin şeklinin tanımlanmasında da Eşitlik (37) kullanılabilir. Stator aerofoilinin tanımlanmasında kullanılan semboller Şekil 8 de verilmektedir. Kamber çizgisinin uzunluğu s_m ve Şekil 8 de görülen s koordinatı sırası ile

$$s_m = R_b (\beta_3 - \beta_2) \quad (47)$$

$$s = R_b (\beta - \beta_2) \quad (48)$$

eşitlikleri ile hesaplanabilir. Bu eşitliklerde bulunan R_b yine keyfi bir parametre olmakla birlikte stator kanatçığının emme yüzeyinde oluşan sınır tabaka ayrışmasını mümkün mertebe kanatçığın kuyruk ucuna kaydıracak şekilde optimize edilmesi gerekmektedir. Rotorun R_b değeri ile statorun R_b değeri eşit veya farklı seçilebilir. Şekil 8 de görülen R_p ve R_s değerleri yine Eşitlik (41) ve (42) ile hesaplanabilir.



Şekil 8. Kamber çizgisi daire yayı olan bir aerofoil stator kanatçığı (An aerofoil stator blade with a camber line that is a circular arc)

Stator aerofoilinin Şekil 8 de olduğu gibi bir çiziminin yapılabilmesi için kamber çizgisi veya aerofoilin üzerinde bulunan noktaların x,y koordinatlarının

$$x_b = R_b \sin \beta, \quad y_b = R_b \cos \beta \quad (49)$$

$$x_p = R_p \sin \beta, \quad y_p = R_p \cos \beta \quad (50)$$

$$x_s = R_s \sin \beta, \quad y_s = R_s \cos \beta \quad (51)$$

eşitlikleri ile hesaplanması gerekmektedir. Stator aerofoilinin kesit alanının diferansiyeli Şekil 8 de görülmekte olup,

$$dA_{sb} = 2R_b z d\beta \quad (52)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu diferansiyelin integrali de sayısal olarak yapılabilir.

2.6.Rotor Kanatçıklarına Etkiyen Kuvvet ve Gerilmeler (Forces and Stresses Acting on Rotor Blades)

Rotor kanatçıklarının kesit alanının belirlenebilmesi için rotor kanatçıklarına etkiyen kuvvetlerin hesaplanması gerekmektedir. Bu kuvvetler akışkan tarafından rotor kanatçıklarına uygulanan basınç kuvvetleri ve kanatçığin dönme hızından doğan sanrifüj kuvvettir. Akışkan tarafından kanatçıklara uygulanan basınç kuvvetleri akışkanın ivmesinden doğan kuvvetler olup, bu analizde söz konusu basınç kuvvetleri akışkanın ivmesinden hesaplanmaktadır. Rotor kanatçıklarının arasından geçerken ivmeli hareket yapan akışkan zerrelere ivmesini iki bileşene ayırmak mümkündür. Bileşenlerden birisi rotor kanatçıının kamber çizgisine teğet, diğeri kamber çizgisine diktir. Bu analizde rotorun üzerinde sıfır kalınlıkta sonsuz sayıda kanatçık olduğu kabul edilmektedir. Kalınlığı sıfır olan kanatçıklar kamber çizgisinden ibaret olduğu için, akışkan zerrelere kamber çizgisi üzerinde hareket ettiği varsayılmaktadır. İvmenin kamber çizgisine teğet bileşeni kamber çizgisine teğet bir kuvvet, dik bileşeni kamber çizgisine dik bir kuvvet üretmektedir. Bu kısımda önce teğet ivme ve bunun ürettiği teğet kuvvet belirlenecektir.

Akışkan zerrelere teğet ivmesinin ürettiği atalet kuvvetinin tersi kanatçıklar tarafından akışkan zerrelere uygulanan harici teğet kuvvet olup, Newton yasası ile hesaplanan kuvvettir. Akışkan zerrelere teğet ivmesinin belirlenmesi için enerji denklemi kullanılabilir. Enerji denklemi rotorun kamber çizgisi üzerinde bulunan bir i-1 noktası ile bir i noktası arasında kullanılırsa

$$\frac{V_i^2}{2} + h_i + w_c = \frac{V_{i-1}^2}{2} + h_{i-1} \quad (53)$$

olur. Bu eşitlikte bulunan w_c 1 kg akışkanın i-1 noktasından i noktasına gidinceye kadar kanatçıktan aldığı işi göstermektedir. Euler'in kompresör işi formülü de kullanılarak son eşitlik

$$h_i + \frac{V_i^2}{2} - UV_{x(i)} = h_{i-1} + \frac{V_{i-1}^2}{2} - UV_{x(i-1)} \quad (54)$$

şeklinde düzenlenebilir. Hız vektörel bir büyüklük olduğu için $V^2 = V_x^2 + V_y^2$ tanımlaması yapılabilir. Bu tanımlama son eşitliğe yazılarak

$$h_i + \frac{1}{2}(V_{xi}^2 + V_{yi}^2) - UV_{xi} = h_{i-1} + \frac{1}{2}(V_{x(i-1)}^2 + V_{y(i-1)}^2) - UV_{x(i-1)} \quad (55)$$

elde edilir. Rotor y doğrultusunda hareket etmediği için $V_y = W_y$ yazılabilir. Ayrıca x doğrultusundaki hız bileşenleri arasında $V_x = U - W_x$ ilişkisi bulunmaktadır. Bu ilişkiler kullanılarak son eşitlik

$$h_i + \frac{1}{2}[(U - W_{xi})^2 + W_{yi}^2] - U(U - W_{xi}) = h_{i-1} + \frac{1}{2}[(U - W_{x(i-1)})^2 + W_{y(i-1)}^2] - U(U - W_{x(i-1)}) \quad (56)$$

şeklinde yazılabilir. Parantezler açılır ve gerekli sadeleştirmeler yapılırsa işlem

$$2h_i + [W_{xi}^2 + W_{yi}^2] = 2h_{i-1} + [W_{x(i-1)}^2 + W_{y(i-1)}^2] \quad (57)$$

ile neticelenir. Bu eşitlik

$$2h_i + W_i^2 = 2h_{i-1} + W_{i-1}^2 \quad (58)$$

veya

$$W_i = \sqrt{2h_{i-1} - 2h_i + W_{i-1}^2} \quad (59)$$

şeklinde yazılabilir. Son eşitlik kamber çizgisi üzerinde yer alan, aralarında diferansiyel bir mesafe bulunan noktalar arasında kullanılabildiği gibi, kamberin giriş noktası ile herhangi bir yerindeki bir noktası arasında da kullanılabilir. Kamberin giriş noktası ile herhangi bir noktası arasında kullanılacaksa, söz konusu noktadaki entalpi ve hız

$$h = h_1 \left(\frac{p_1}{p} \right)^{\frac{1-n}{n}} \quad (60)$$

$$W = \sqrt{2h_1 - 2h + W_1^2} \quad (61)$$

şeklinde hesaplanır. Son eşitlikte bulunan 1 indisi kamber çizgisinin giriş noktasını göstermektedir. Hesaplanan bu relatif hız, bir daire yayı olan, kamber çizgisi üzerinde hareket eden partiküllerin relatif hızıdır. Bu sebeple son eşitlik

$$\frac{ds}{dt} = \sqrt{2h_1 - 2h + W_1^2} \quad (62)$$

şeklinde ifade edilebilir. Son eşitlik zamana göre türetilerek

$$\dot{s} = -\frac{1}{\sqrt{2h_1 - 2h + W_1^2}} \frac{dh}{R_b d\alpha} \frac{R_b d\alpha}{dt} = -\frac{dh}{ds} \quad (63)$$

elde edilir. Bu eşitlik kamber çizgisi üzerinde hareket eden bir akışkan zerresinin ivmesinin kamber çizgisine teğet bileşenini ifade etmektedir. Bir rotor kanatçıının

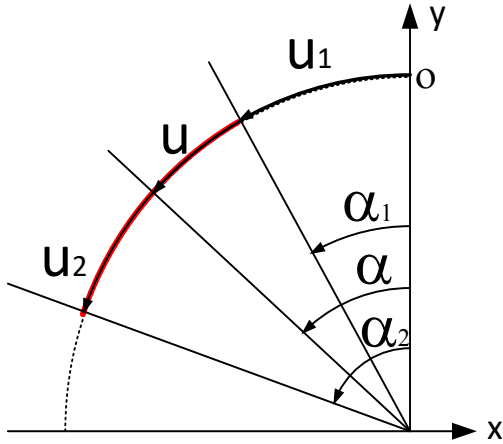
kamber çizgisi üzerinde s kordinatı artarken partiküllerin relatif hızı azalmaktadır. Bu sebeple son eşitlikte bulunan negatif işareti doğaldır. Son eşitlikteki türevin hatasız bir şekilde yapılabilmesi için entalpinin s koordinatına bağlı hatasız bir extrapolasyonunun yapılması gerekmektedir. Söz konusu extrapolasyonun yapılabilmesi için kamber çizgisi üzerinde sıfır değeri almayan yeni bir koordinat tanımlaması yapmak gerekmektedir. İhtiyaç duyulan yeni koordinat

$$u = u_1 + s \quad (64)$$

şeklinde bir ilişkidir. Bu eşitlikte bulunan u_1 Şekil 9 da görülmektedir. Şekil 9 da görülen kırmızı çizgi rotorun kamber çizgisidir. Yeni koordinat u , bir daire yayı olup yarıçapı rotorun kamber çizgisinin yarıçapına eşittir. Yeni koordinatın başlangıç noktası Şekil 9 dan görüldüğü üzere y eksenidir. Yeni koordinatın extrapolasyonda kullanılan değerleri de Şekil 9 da gösterilmiştir. Bu yeni koordinata göre entalpinin kamber çizgisi üzerindeki dağılımı

$$h = h_1 \left(\frac{u}{u_1} \right)^\gamma \quad (65)$$

şeklinde extrapole edilebilmekte ve bu extrapolasyon hata ihtiva etmemektedir. Yeni koordinatın kamber çizgisinin giriş ve çıkış uçlarındaki değerleri



Şekil 9. Korelasyonlarda kullanılan yeni koordinat (New coordinate used in correlations)

$$u_1 = R_b \alpha_1 \quad (66)$$

$$u_2 = R_b \alpha_2 \quad (67)$$

şeklinde hesaplanabilir. Extrapolasyonun kapsadığı γ sabiti

$$\gamma = \frac{\ln \left(\frac{h_2}{h_1} \right)}{\ln \left(\frac{u_2}{u_1} \right)} = \frac{\ln \left(\frac{h_2}{h_1} \right)}{\ln \left(\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \right)} \quad (68)$$

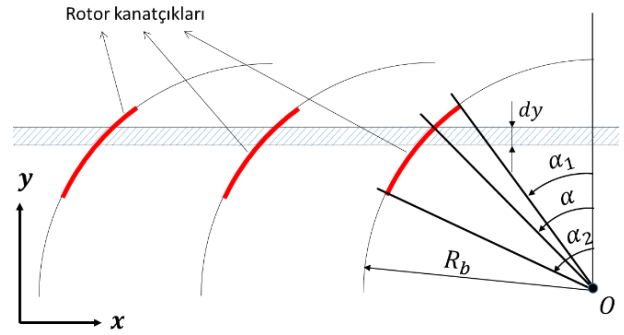
kullanılarak belirlenebilmektedir. Eşitlik (64) dikkate alındığında ivmenin eşitlik (63) ile tanımlanan formülünün

$$\ddot{s} = -\frac{dh}{du} \quad (69)$$

şeklinde yazılabileceği açıktır. Eşitlik (65) ve (69) kullanılarak kanatçık üzerinde hareket eden bir akışkan zerresinin teğet ivmesi için

$$\ddot{s} = -\gamma \frac{h_1}{u_1} \left(\frac{u}{u_1} \right)^{\gamma-1} \quad (70)$$

eşitliği elde edilir. Rotor kanatçıklarının girişi ile çıkışı arasındaki hacim Şekil 10 da görüldüğü gibi diferansiyel hacim elemanlarına ayrılırsa, diferansiyel bir hacim elemanının içerisindeki akışkan kütlesi



Şekil 10. Rotor hacminin diferansiyel elemanlara ayrılması (Division of the rotor volume into differential elements)

$$dm = \rho A |dy| \quad (71)$$

şeklinde ifade edilebilir. Söz konusu hacim elemanında rotor kanatçıkları tarafından pozitif s doğrultusunda akışkan kütlesine uygulanan teğet kuvvet

$$dF_s = \ddot{s} A \rho |dy| \quad (72)$$

şeklinde ifade edilebilir. Rotor kanatçıklarının girişi ile çıkışı arasındaki akış kesiti ve akışkan yoğunluğu

$$A = A_1 \left(\frac{u}{u_1} \right)^\phi \quad (73)$$

$$\rho = \rho_1 \left(\frac{u}{u_1} \right)^\phi \quad (74)$$

şeklinde extrapolasyonlar ile ifade edilebilir. Eşitlik (72) de bulunan $|dy|$ Şekil 10 da da görüldüğü üzere, diferansiyel bir hacim elemanının eksenel doğrultudaki kalınlığını göstermekte olup,

$$y = y_0 + R_b \cos \alpha \quad (75)$$

ilişkisinden türetilebilir. Bu eşitlikten türev alınarak

$$|dy| = R_b \sin \alpha d\alpha \quad (76)$$

elde edilir. Eşitlik (70), (72), (73) (74) ve (76) kullanılarak, rotor kanatçıklarının Şekil 10 da görülen diferansiyel hacim elemanının içindeki akışkan kütlesine

uyguladığı teğet kuvvet (harici kuvvet olarak adlandırılan kuvvet)

$$dF_s = -\gamma h_1 A_1 \rho_1 \frac{\alpha^{\gamma+\phi+\phi-1}}{\alpha_1^{\gamma+\phi+\phi}} \sin \alpha d\alpha \quad (77)$$

şeklinde belirlenir. Yukarıdaki şekillerde görülen x,y koordinat düzenlemelerine göre bu kuvvetin x ve y doğrultusundaki bileşenleri

$$dF_{sx} = -\gamma h_1 A_1 \rho_1 \frac{\alpha^{\gamma+\phi+\phi-1}}{\alpha_1^{\gamma+\phi+\phi}} \sin \alpha \cos(\pi + \alpha) d\alpha \quad (78)$$

$$dF_{sy} = -\gamma h_1 A_1 \rho_1 \frac{\alpha^{\gamma+\phi+\phi-1}}{\alpha_1^{\gamma+\phi+\phi}} \sin \alpha \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) d\alpha \quad (79)$$

olur. Son iki eşitlik $\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2$ aralığında integrallenerek rotor kanatçıklarının akışkana uyguladığı toplam teğet kuvvetin x ve y bileşenleri (F_{sx}, F_{sy}) belirlenir. İntegral işi sayısal olarak yapılabilir. Bu eşitliklerde bulunan s alt indisi ile s koordinatının doğrultusu gösterilmektedir.

Yukarıda rotor kanatçıklarının arasından geçmekte olan akışkan zerrelere ivmesinin kamber çizgisine teğet ve dik olmak üzere iki bileşene ayrılabilceği, ivmenin teğet bileşeninin kamber çizgisine teğet bir kuvvet, ivmenin dik bileşeninin kamber çizgisine dik bir kuvvet üreteceği belirtilmişti. İvmenin kamber çizgisine dik bileşeni ve bu bileşenin yarattığı kuvvetin belirlenmesi takip eden paragraflarda verilmektedir.

Önceden de belirtildiği üzere orta çizgi hesaplarında rotor kanatçıkları arasından geçmekte olan akışkan zerrelere, kamber çizgisi üzerinde ya da ona paralel çizgiler üzerinde hareket ettiği kabul edilmektedir. Akışkan zerrelere kamber çizgisi üzerinde hareket ederken sürekli kamber çizgisine dik bir ivmeye maruz kalmaktadır. Bu ivmeye merkezci ivme denmektedir. Söz konusu merkezci ivme kamber çizgisinin merkezine zıt yönde bir atalet kuvveti yaratmaktadır. Bu atalet kuvvetine merkezkaç kuvvet denmektedir. Merkezkaç kuvvetin tersi kanatçıklar tarafından akışkan zerrelere uygulanan merkeze yönelik kuvvettir. Merkeze yönelik kuvvet Newton yasası ile hesaplanan harici kuvvettir. Kamber çizgisi üzerinde hareket eden bir akışkan zerresinin x,y koordinat sistemindeki merkezci ivmesi

$$a_c = R_b \dot{\alpha}^2 \quad (80)$$

şeklinde ifade edilebilir. Açısal hız ile çizgisel hızın ilişkisi kullanılarak son eşitlik

$$a_c = R_b \left(\frac{W}{R_b} \right)^2 \quad (81)$$

şeklinde düzenlenebilir. Son eşitlik ile eşitlik (61) in bileşiminden

$$a_c = \frac{2h_1 - 2h + W_1^2}{R_b} \quad (82)$$

elde edilir. Eşitlik (65) ile tanımlanan entalpi son eşitlikte kullanılarak

$$a_c = \frac{2h_1 - 2h_1 \left(\frac{u}{u_1} \right)^\gamma + W_1^2}{R_b} \quad (83)$$

elde edilir. Bu eşitlikte bulunan u ve u_1 in yerine αR_b ve $\alpha_1 R_b$ yazarak

$$a_c = \frac{2h_1 - 2h_1 \left(\frac{\alpha}{\alpha_1} \right)^\gamma + W_1^2}{R_b} \quad (84)$$

elde edilir. Son eşitlik kamber çizgisi üzerinde hareket etmekte olan bir akışkan zerresinin merkezci ivmesini göstermektedir. Şekil 10 da görülen diferansiyel hacim elemanının içerisindeki akışkan kütle sine kanatçık tarafından uygulanan merkezci kuvvet

$$dF_c = \frac{2h_1 - 2h_1 \left(\frac{\alpha}{\alpha_1} \right)^\gamma + W_1^2}{R_b} A \rho |dy| \quad (85)$$

şeklinde ifade edilir. Bu eşitlikte bulunan A, ρ ve $|dy|$ büyüklüklerinin yerine yukarıda verilen tanımları yazılarak merkezci kuvvet

$$dF_c = \left(2h_1 - 2h_1 \left(\frac{\alpha}{\alpha_1} \right)^\gamma + W_1^2 \right) \times A_1 \rho_1 \left(\frac{\alpha}{\alpha_1} \right)^{\phi+\phi} \sin \alpha d\alpha \quad (86)$$

şeklinde belirlenir. Yukarıdaki şekillerde görülen x,y koordinat düzenlemesine göre bu kuvvetin x ve y doğrultusundaki bileşenleri

$$dF_{cx} = \left(2h_1 - 2h_1 \left(\frac{\alpha}{\alpha_1} \right)^\gamma + W_1^2 \right) A_1 \rho_1 \left(\frac{\alpha}{\alpha_1} \right)^{\phi+\phi} \times \sin \alpha \cos\left(\frac{3}{2}\pi + \alpha\right) d\alpha \quad (87)$$

$$dF_{cy} = \left(2h_1 - 2h_1 \left(\frac{\alpha}{\alpha_1} \right)^\gamma + W_1^2 \right) A_1 \rho_1 \left(\frac{\alpha}{\alpha_1} \right)^{\phi+\phi} \times \sin \alpha \cos(\pi + \alpha) d\alpha \quad (88)$$

olarak belirlenir. Bu eşitlikler $\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2$ aralığında integrallenerek kanatçıkların rotordaki akışkan kütle sine uyguladığı merkezci kuvvetin x ve y doğrultusundaki toplam değerleri hesaplanır. İntegral işlemi sayısal olarak yapılabilir.

Rotor kanatçıklarına etkiyen F_{sx}, F_{sy}, F_{cx} ve F_{cy} kuvvetleri yayılı kuvvetler olup, rotor kanatçığının dibi ile ucu arasında uniform dağıldığı kabul edilebilir. Kanatçığa etkiyen kesme kuvveti

$$F_{rr} = \sqrt{(F_{sx} + F_{cx})^2 + (F_{sy} + F_{cy})^2} \quad (89)$$

şeklinde ifade edilebilir. Kanatçığın dibindeki kesme gerilmesi $\tau_r = \frac{F_{rr}}{A_b}$ ile hesaplanabilir.

Rotor kanatçıklarının kesit alanının belirlenmesinde dikkate alınması gereken diğer bir gerilme de kanatçığa etkiyen eğme kuvvetinin kanatçıkta yarattığı çekme-basma gerilmesidir. Bu gerilme

$$\sigma_r = E \frac{\eta}{\rho_c} \quad (90)$$

şeklinde verilmektedir. Son eşitlikte bulunan E kanatçık malzemesinin elastik modülünü, η kanatçığın kesit alanı üzerindeki noktaların nötür eksenenden uzaklığını, ρ_c eğilmiş kanatçığın eğrilik yarıçapını göstermektedir. Eğilme deformasyonu görmüş bir kirişin dik kesiti üzerinde uzama ya da kısalma deformasyonu görmeyen bir doğrultu mevcut olup bu doğrultuya nötür eksen denmektedir. Çekme-basma gerilmesinin en büyük değeri η nin en büyük değerine karşılık gelmekte olup, η nin en büyük değeri η nin nötür eksenenden en uzak noktadaki değeridir. Sınırlı miktarda eğilmeye maruz kalmış elastik kirişlerin eğrilik yarıçapı

$$\rho_c = \frac{1}{\left(\frac{d^2 \zeta}{d\ell^2}\right)} \quad (91)$$

şeklinde verilmektedir. Bu eşitlikte bulunan ℓ kanatçığın dibinden ucuna kadar değişen mesafe olup, keyfi değişken olarak belirmektedir. ζ ile kanatçığın herhangi bir yerindeki sehim gösterilmektedir. Sehimin tanımı elastik eğri denklemi

$$\frac{d^2 \zeta}{d\ell^2} = \frac{M_b}{EI_r} \quad (92)$$

ile verilmektedir [34]. Yukarıda tanıtılan F_{rr} aynı zamanda kanatçığı eğmeye çalışan kuvettir. Bu kuvvet kanatçığın dibi ile ucu arasında uniform dağılmış bir kuvvet olduğu için bu kuvvetin eğme momenti

$$M_b = F_{rr} \left(\frac{L}{2} - \frac{\ell^2}{2L} \right) \quad (93)$$

olur. Eşitlik (92) nin ihtiva ettiği I_r büyüklüğü kanatçığın alan atalet momentidir. Sabit kesitli kanatçıklarda I_r sabit bir değer olup, I_r nin yaklaşık hesabı için önce nötür eksen olarak adlandırılan doğrultunun belirlenmesi gerekmektedir. Nötür eksenin doğrultusu kirişi eğmeye çalışan kuvvete dik bir

doğrultudur. Kanatçığı eğmeye çalışan kuvvetin vektör şekli

$$\vec{F}_e = (F_{sx} + F_{cx})i + (F_{sy} + F_{cy})j \quad (94)$$

olur. Nötür eksenin doğrultusu son eşitlik ile tanımlanan vektörün doğrultusuna dik olur. Bu vektörün kapsadığı ikinci terim birinci terimden çok çok küçüktür. Bu sebeple analizi kolaylaştırmak için nötür eksenin y eksenine paralel bir doğrultu olduğunu kabul etmek mantıklı görülmektedir. Bu durumda nötür eksen ile y eksenini arasındaki mesafe nötür eksenin yerini gösterecektir. Nötür ekseninin temsili yeri x_c ile gösterilirse, Şekil 11 de gösterilene benzer bir yer olacaktır. Alan momenti kavramı kullanılarak x_c nin tanımı

$$x_c = \frac{1}{A_{rb}} \sum x dA_{rb} \quad (95)$$

şeklinde verilmektedir. Bu tanımlama ile x_c nin hatasız bir hesabının yapılabilmesi için A_{rb} nin yeterince küçük ve y eksenine paralel konumlandırılmış dA_{rb} parçalarına ayrılması gerekmektedir. Bu şart sağlandığında dA_{rb} alanı üzerindeki noktaların hepsinin x değeri aynı olmaktadır. Mevcut analizde bu şart sağlanamamış ve yaklaşık hesap yoluna gidilmiştir. A_{rb} nin parçalara ayrılması Şekil 11 görüldüğü gibi yapılmış ve Eşitlik (95) deki x in yerine x_m değerleri kullanılmıştır. x_m ile dA_{rb} alanlarının ağırlık merkezlerinin y eksenine uzaklıkları gösterilmektedir. dA_{rb} alanlarının ağırlık merkezleri kamber çizgisi üzerinde olduğu için x_m lerin tanımı $x_m = R_b \sin \alpha$ şeklinde kolayca yapılabilir. Keza, dA_{rb} nin tanımı da $dA_{rb} = 2z R_b d\alpha$ şeklinde kolayca yapılabilir. Eşitlik (95) ile belirlenen x_c nin hatasının kayda değer bir büyüklük olmadığı düşünülmektedir.

Şekil 11 de görülen dA_{rb} alanının alan atalet momenti de yaklaşık olarak

$$dI_r = (x_c - x_m)^2 dA_{rb} \quad (96)$$

şeklinde hesaplanabilir. Kanatçığın kesit alanının tamamının alan atalet momenti son eşitliğin $\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2$ aralığında integrallenmesi ile elde edilir. Eşitlik (91), (92) ve (93) ün bileşiminden

$$\rho_c = \frac{EI_r}{F_{rr} \left(\frac{L}{2} - \frac{\ell^2}{2L} \right)} \quad (97)$$

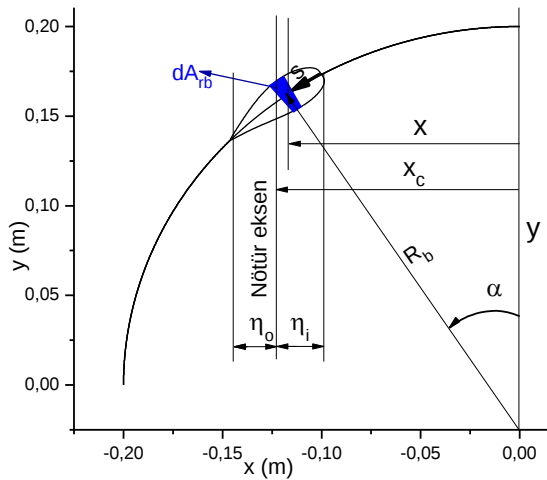
elde edilir. Eşitlik (90) ile (97) nin bileşiminden eğilmenin yarattığı çekme ya da basma gerilmesi için

$$\sigma_r = \frac{\eta}{I_r} F_{rr} \left(\frac{L}{2} - \frac{\ell^2}{2L} \right) \quad (98)$$

eşitliği elde edilir. Son eşitlik maksimum gerilmenin $\ell = 0$ da ortaya çıkacağını göstermektedir. Kanatçığın giriş ve çıkış uçları en çok gerilme oluşan noktaları olup, giriş ucundaki gerilmeyi hesaplamak için $\eta_i = x_c - R_b \sin \alpha_1$ değerini, çıkış ucundaki gerilmeyi hesaplamak için $\eta_o = R_b \sin \alpha_2 - x_c$ değerlerini kullanmak gerekmektedir.

Kanatçıkların kesit alanı belirlenirken dikkate alınması gereken en önemli kuvvet gaz türbini kompresörünün yüksek hızla dönmelerinden doğan, kanatçığın kendi kütlelerinin ürettiği, merkezkaç kuvvettir. Bu kuvvet

$$F_r = m_b R_j \omega^2 \quad (99)$$



Şekil 11. Rotor kanatçığının eğilme analizinde kullanılan nötr eksen ve diğer büyüklükler (Neutral axis and other quantities used in the bending analysis of rotor blades)

formülü ile hesaplanabilir. Bu formülde m_b kanatçık kütlelerini, R_j kanatçığın kütle merkezinin kompresörün hub merkezinden uzaklığını ya da jiraskopik yarıçapını, ω kompresörün dönme hızını göstermektedir. Son eşitlik ile verilen merkezkaç kuvvet çekme gerilmesi yaratmaktadır.

2.7. Stator Kanatçıklarına Etkiyen Kuvvet ve Gerilmeler (Forces and Stresses Acting on Stator Blades)

Stator kanatçıklarının kesit alanının belirlenebilmesi için stator kanatçıklarına etkiyen kuvvetlerin ve bunların yarattığı gerilmelerin belirlenmesi gerekmektedir. Bu kuvvetler akışkan tarafından uygulanan basınç kuvvetleridir. Akışkan tarafından stator kanatçıklarına uygulanan basınç kuvvetleri de stator kanatçıkları arasından geçmekte olan akışkan zerrelerinin ivmesinden doğmaktadır. Akışkan zerrelerinin ivmesi stator kanatçığının kamber çizgisine teğet ve dik olmak üzere iki bileşene ayrılmaktadır. İvmenin kamber çizgisine teğet bileşeni kamber çizgisine teğet bir kuvvet, ivmenin kamber çizgisine dik bileşeni kamber çizgisine dik bir kuvvet üretmektedir.

Stator kanatçıkları arasından geçmekte olan akışkan zerrelerinin ivmesinin kamber çizgisine teğet bileşenini tanımlamak için enerji denklemi kullanılabilir. Enerji

denklemini kamber çizgisinin giriş ucu ile (2 noktası), kamber çizgisinin üzerinde bulunan herhangi bir nokta arasında uygulanırsa

$$\frac{V^2}{2} + h = \frac{V_2^2}{2} + h_2 \quad (100)$$

olur. Bu eşitlik

$$V = \sqrt{2h_2 - 2h + V_2^2} \quad (101)$$

şeklinde yazılabilir. Hesaplanan bu hız Şekil 8 de s ile gösterilen koordinat çizgisi üzerinde hareket eden partiküllerin hızıdır. Bu sebeple bu eşitlik

$$\dot{s} = \sqrt{2h_2 - 2h + V_2^2} \quad (102)$$

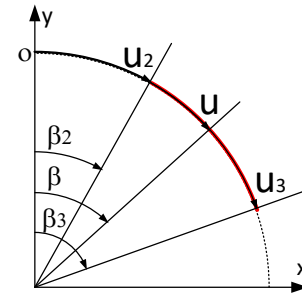
şeklinde ifade edilebilir. Son eşitlik zamana göre türetilerek gerekli kısaltmalar yapıldığında

$$\dot{s} = -\frac{dh}{ds} \quad (103)$$

elde edilir. Son eşitlikteki türev işleminin yapılabilmesi için entalpinin s üzerindeki dağılımının bir extrapolasyonla hatasız bir şekilde tanımlanması gerekmektedir. Bu extrapolasyonun yapılabilmesi için de Şekil 12 de görülen yeni koordinat düzenine geçilmesi gerekmektedir. Şekil 12 de görülen kırmızı çizgi statorun kamber çizgisi olup, β_2 ve β_3 açılarının arasını birleştirmektedir. Yeni koordinat u ile s arasındaki ilişki

$$u = u_2 + s \quad (104)$$

şeklinde bir bağıntıdır. Bu bağıntıda bulunan u_2 sabiti Şekil 12 de görülmekte olup statorun kamber çizgisinin girişini göstermektedir. Eşitlik (104) dikkate alındığında eşitlik (103) ile tanımlanan ivmenin



Şekil 12. Stator parametrelerinin extrapolasyonu için koordinat düzenlemesi (Coordinate arrangement for extrapolation of stator parameters)

$$\dot{s} = -\frac{dh}{du} \quad (105)$$

olduğu aşıkardır. Statorun giriş ve çıkış noktaları (u_2 ve u_3 noktaları) için belirlenmiş olan entalpiler kullanılarak extrapolasyon işlemi yapılabilir. Extrapolasyon eşitliği olarak

$$h = h_2 \left(\frac{u}{u_2} \right)^k = h_2 \left(\frac{\beta}{\beta_2} \right)^k \quad (106)$$

kullanılırsa, üs indis konumundaki extrapolasyon sabiti

$$\kappa = \frac{\ln\left(\frac{h_3}{h_2}\right)}{\ln\left(\frac{u_3}{u_2}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{h_3}{h_2}\right)}{\ln\left(\frac{\beta_3}{\beta_2}\right)} \quad (107)$$

eşitliği ile hesaplanabilmektedir. Entalpinin eşitlik (106) ile verilen extrapolasyonundan türev alınır ve eşitlik (105) de kullanılırsa, stator kanatçıklarının kamber çizgisi üzerinde hareket etmekte olan akışkan zerrelere teğet ivmesi

$$\ddot{s} = -\kappa h_2 \frac{\beta^{\kappa-1}}{\beta_2^\kappa} \frac{1}{R_b} \quad (108)$$

olarak belirlenir. Rotorda yapıldığı gibi, statorun hacmi y doğrultusunda diferansiyel hacim elemanlarına ayrılarak, stator kanatçıklarının hacim elemanlarının içerisindeki akışkan kütlelerine uyguladığı kuvvet tanımlanabilir. Şekil 8 de görülen pozitif s koordinatı ya da Şekil 12 de görülen pozitif u koordinatı doğrultusunda stator kanatçıklarının söz konusu akışkan kütlelerine uyguladığı teğet kuvvet

$$dF_u = \ddot{s} A \rho |dy| \quad (109)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu eşitliğin kapsadığı A , ρ ve $|dy|$ büyüklükleri

$$A = A_2 \left(\frac{\beta}{\beta_2}\right)^\mu \quad (110)$$

$$\rho = \rho_2 \left(\frac{\beta}{\beta_2}\right)^\vartheta \quad (111)$$

$$|dy| = R_b \sin \beta d\beta \quad (112)$$

şeklinde tanımlanabilir. Eşitlik (108), (110), (111) ve (112) ile ifade edilen büyüklükler eşitlik (109) a yazılarak stator kanatçıklarının diferansiyel bir hacim elemanı içerisindeki akışkan kütlelerine uyguladığı kuvvet

$$dF_u = -\lambda h_2 \frac{\beta^{\kappa+\mu+\vartheta-1}}{\beta_2^{\kappa+\mu+\vartheta}} A_2 \rho_2 \sin \beta d\beta \quad (113)$$

şeklinde ifade edilir. Şekil 12 de görülen x,y koordinat düzenlemesine göre bu kuvvetin x ve y doğrultusundaki bileşenleri

$$dF_{ux} = -\kappa h_2 \frac{\beta^{\kappa+\mu+\vartheta-1}}{\beta_2^{\kappa+\mu+\vartheta}} A_2 \rho_2 \sin \beta \cos \beta d\beta \quad (114)$$

$$dF_{uy} = -\kappa h_2 \frac{\beta^{\kappa+\mu+\vartheta-1}}{\beta_2^{\kappa+\mu+\vartheta}} A_2 \rho_2 \sin \beta \cos\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) d\beta \quad (115)$$

olarak belirlenir. Bu eşitliklerin $\beta_2 \leq \beta \leq \beta_3$ aralığındaki integrali teğet kuvvetin x ve y doğrultusundaki bileşenlerini verecektir. İntegral işlemi sayısal olarak yapılabilir.

Yukarıda belirtildiği üzere stator kanatçıklarının arasından geçmekte olan akışkan zerrelere ivmesinin kamber çizgisine dik bileşeni kamber çizgisine dik doğrultuda bir kuvvet yaratmaktadır. Bu kuvvet merkezkaç kuvvet olarak adlandırılan atalet kuvvetidir. Söz konusu atalet kuvvetini dengelemek için, stator kanatçıkları akışkan zerrelere kamber çizgisinin merkezine doğru bir kuvvet uygulamaktadır. Stator kanatçıklarının akışkan zerrelere uyguladığı bu kuvvet Newton yasası ile hesaplanan harici kuvvettir. Söz konusu harici kuvvetin birim kütle başına değeri

$$a_q = R_b (\dot{\beta})^2 = \frac{1}{R_b} (\dot{s})^2 \quad (116)$$

şeklinde ifade edilebilir. Son eşitlik ile eşitlik (102) ve (106) nın bileşiminden

$$a_q = \frac{1}{R_b} \left[2h_2 - 2h_2 \left(\frac{\beta}{\beta_2}\right)^\kappa + V_2^2 \right] \quad (117)$$

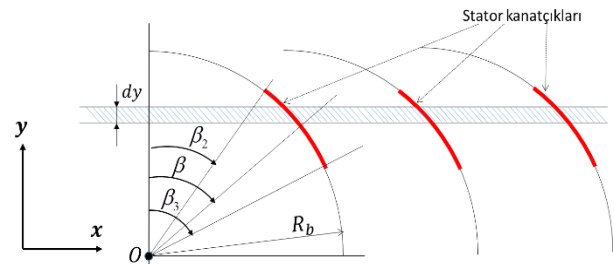
elde edilir. Stator kanatçıklarının akışkana uyguladıkları kuvvetin hesabı için, statorun hacminin eksenel doğrultuda büyüklüğü dy olan diferansiyel hacim elemanlarına ayrılması gerekir. Stator hacminin diferansiyel hacim elemanlarına ayrılması Şekil 13 de gösterilmiştir. Diferansiyel bir hacim elemanı içerisindeki akışkan kütlelerine kanatçıkların uyguladığı merkezci kuvvet $dF_q = a_q A \rho |dy|$ şeklinde ifade edilebilir. a_q , A , ρ ve $|dy|$ nin yukarıda verilen tanımları kullanılarak söz konusu merkezci kuvvet

$$dF_q = \left[2h_2 - 2h_2 \left(\frac{\beta}{\beta_2}\right)^\kappa + V_2^2 \right] \times \quad (118)$$

$$A_2 \rho_2 \left(\frac{\beta}{\beta_2}\right)^{\mu+\vartheta} \sin \beta d\beta$$

şeklinde belirlenir. Bu kuvvetin x ve y doğrultusundaki bileşenleri

$$dF_{qx} = \left[2h_2 - 2h_2 \left(\frac{\beta}{\beta_2}\right)^\kappa + V_2^2 \right] A_2 \rho_2 \left(\frac{\beta}{\beta_2}\right)^{\mu+\vartheta} \times \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \beta\right) \sin \beta d\beta \quad (119)$$



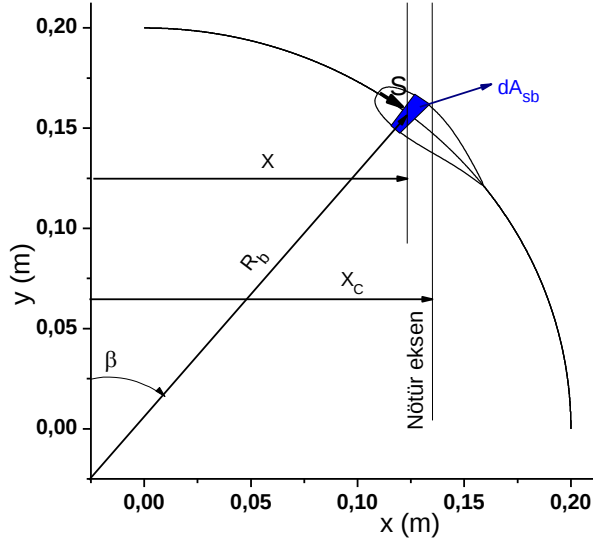
Şekil 13. Stator hacminin diferansiyel elemanlara ayrılması (Division of the stator volume into differential elements)

$$dF_{qy} = \left[2h_2 - 2h_2 \left(\frac{\beta}{\beta_2} \right)^{\kappa} + V_2^2 \right] A_2 \rho_2 \left(\frac{\beta}{\beta_2} \right)^{\mu+9} \times \cos(\pi - \beta) \sin \beta d\beta \quad (120)$$

olur. Bu eşitlikler $\beta_1 \leq \beta \leq \beta_2$ aralığında sayısal olarak integrallenerek stator kanatçıklarının statordaki akışkan kütlelerine uyguladığı merkezciil kuvvetin x ve y doğrultusundaki toplam değerleri hesaplanır. Stator kanatçıklarına etkiyen kesme kuvveti

$$F_{rs} = \sqrt{(F_{qx} + F_{ux})^2 + (F_{qy} + F_{uy})^2} \quad (121)$$

eşitliği ile hesaplanabilir. Bu kuvvet aynı zamanda kanatçıyı eğmeye çalışan kuvvettir. Stator kanatçıklarında da $(F_{qx} + F_{ux})$ ve $(F_{qy} + F_{uy})$ olduğu için, nötür eksenin doğrultusu y ekseninin doğrultusu ile aynı kabul edilebilir. Şekil 14 de bir stator kanatçığının nötür ekseninin temsili yeri ve analizde kullanılan büyüklükler görülmektedir.



Şekil 14. Stator kanatçığının eğilme analizinde kullanılan nötür eksen ve diğer büyüklükler (The neutral axis and other quantities used in the bending analysis of the stator blade)

Mavi renkle gösterilen diferansiyel alan elemanının alanı $dA_{sb} = R_b 2z d\beta$ şeklinde hesaplanabilir. Alan elemanlarının merkezinin y eksenine uzaklığı x_m ile gösterilirse, alan momenti mefhumu kullanılarak nötür eksenin yeri

$$x_c = \frac{\sum x_m dA_{sb}}{A_{rb}} \quad (122)$$

eşitliği ile ifade edilebilir. Şekil 14 de görülen dA_{sb} alanının atalet momenti

$$dI_s = (x_c - x_m)^2 dA_{sb} \quad (123)$$

olur. Bu son eşitlik $\beta_2 \leq \beta \leq \beta_3$ aralığında integrallenerek I_s nin yaklaşık değeri belirlenir. Eşitlik (90) ile verilen Hooke yasası, eşitlik (91) ile verilen eğrilik yarıçapı, eşitlik (92) ile verilen elastik kirişlerin sehim denklemi ve eşitlik (93) ile verilen yayılı yüklerin moment denklemi kullanılarak stator kanatçıklarında oluşan çekme-basma gerilmesi için

$$\sigma_s = \frac{\eta}{I_s} F_{rs} \left(\frac{L}{2} - \frac{\ell^2}{2L} \right) \quad (124)$$

eşitliği elde edilir. Son eşitlikte $\ell = 0$ yazılırsa kanatçığın dibindeki gerilmeler hesaplanır. $\eta = x_c - R_b \sin \beta_2$ şeklinde hesaplanan mesafe son eşitlikte kullanılarak kanatçığın giriş ucundaki çekme gerilmesi, $\eta = R_b \sin \beta_3 - x_c$ şeklinde hesaplanan mesafe kullanılarak çıkış ucundaki basma gerilmesi hesaplanır. Çıkış ucundaki gerilme giriş ucundaki gerilmeden daha büyük olacaktır.

2.8. Rotordaki Tork ve Güç Tüketimi (Torque and Power Consumption in the Rotor)

Rotordaki tork ve güç tüketimini rotor kanatçıklarına x doğrultusunda etkiyen kuvvetler yaratmaktadır. Torkun ve gücün hesabında

$$dM = R_j (dF_{sx} + dF_{cx}) \quad (125)$$

$$dP = R_j (dF_{sx} + dF_{cx}) \omega \quad (126)$$

eşitlikleri kullanılmaktadır. İntegral işleminin sayısal olarak yapılması gerekmektedir. Torkun ve gücün hesabında Eulerin turbo-makine teorisi olarak adlandırılan tork ve güç eşitlikler de kullanılabilmektedir.

3. SAYISAL YÖNTEM (NUMERICAL METHOD)

Matematik modeli oluşturan denklemlerin kullanımı için 10 merhaleden oluşan bir simülasyon programı geliştirilmiştir. Simülasyon programının başında Tablo 1 de verilen maddesel özellikler ve spesifik değerler tanıtılmıştır. Simülasyon programında hem rotor kanatçığının hem de stator kanatçığının kamber çizgisinin yarıçapı ($R_b = 0.2 \text{ m}$) kabul edilmiştir.

Tablo 1. Maddesel özellikler ve değişmez spesifik değerler (Material properties and constant specific values)

T_∞	P_∞	R_∞	C_p	ρ_∞	h_∞	k	$\dot{m}$	Giriş kesiti
288	101325	288	1005	$P_\infty / (R_\infty T_\infty)$	$C_p T_\infty$	1.4	10	0.07545
E	σ	ρ_b	ω	L	R_b	R_j	N_b	α_1
180×10^9	280×10^6	7750	1200	0.06	0.2	0.25	60	30

Simülasyon programının ikinci merhalesinde (1)-(10) aralığındaki denklemler kullanılarak sırası ile W_{y1} , W_1 , W_{x1} , V_{x1} , V_{y1} , V_1 , h_1 , T_1 , P_1 ve ρ_1 değerleri hesaplanmıştır. Bu büyüklüklerin hesabı için iteratif bir işlem gerekmektedir. Simülasyon programının üçüncü merhalesinde (11)-(19) aralığındaki denklemler kullanılarak P_3 , ρ_3 , T_3 , V_{y3} , V_{x3} , V_3 , β_3 , A_3 ve h_3 değerleri hesaplanmıştır. Bu hesaplar iteratif işlem gerektirmemektedir. Simülasyon programının dördüncü merhalesinde (20)-(32) aralığındaki denklemler kullanılarak P_2 , ρ_2 , T_2 , h_2 , V_2 , V_{x2} , W_{x2} , β_3 , W_{y2} , V_{y2} , α_2 , A_2 , w_c ve W_2 değerleri hesaplanmıştır. Eşitlik (24) ile hesaplanmış olan hızın eşitlik (33) kullanılarak doğruluğu teyit edilmiştir. Eşitlik (25) kullanılarak hesaplanmış olan kompresör işi bir de eşitlik (34) ile hesaplanarak doğruluğu teyit edilmiştir. Ayrıca rotor girişi ve rotor çıkışı için hesaplanan değerler enerji denkleminde yazılarak yapılan hesapların doğruluğu teyit edilmiştir. Simülasyon programının beşinci merhalesinde rotor kanatçığının aerodinamik şekillendirmesi yapılmıştır. Önce eşitlik (40) ile hesaplanan s değerleri ve eşitlik (39) ile hesaplanan s_m değeri eşitlik (37) de kullanılarak $\alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2$ aralığındaki z değerleri elde edilmektedir. Sonra bu z değerleri eşitlik (41) ve (42) de kullanılarak aerofoilin dairesel koordinat sistemindeki tanımı elde edilmektedir. İstenilen aerodinamik özellikleri taşıyan bir aerofoilin elde edilebilmesi için B_1 , B_2 , B_3 , C_1 , C_2 ve C_3 ile gösterilen sabitlerin değerlerinin deneme yanılma ile belirlenmesi gerekmektedir. B gurubu sabitlerin hepsi için 0.001 değeri, C gurubu sabitlerinin hepsi için 0.0001 değeri kullanılarak şekilsel olarak beklentilere uygun bir aerofoil elde edilebilmektedir. B ve C gurubu sabitlerin aerofoilin şekli üzerindeki etkileri bulgular ve tartışma bölümünde incelenecektir. Aerofoilin dairesel koordinat sistemindeki tanımının kartezyen koordinat sistemine transferi ve çizimlerinin yapılması eşitlik (43), (44) ve (45) yardımı ile gerçekleştirilmektedir. Simülasyon programının altıncı merhalesinde stator kanatçıklarının aerodinamik şekillendirilmesi yapılmaktadır. Stator kanatçıklarının şekillendirilmesi rotor kanatçıklarında olduğu gibi yapılmaktadır. Aerofoilin dairesel koordinattaki şekli yine eşitlik (37) ile belirlenmekte, kartezyen koordinata dönüşümü (49), (50) ve (51) eşitlikleri ile yapılmaktadır. Simülasyon programının yedinci merhalesinde rotor kanatçıklarına etkiyen kuvvetler ve oluşturduğu gerilmeler hesaplanmaktadır. Önce eşitlik (68) ve ona benzer şekilde yazılmış denklemler kullanılarak γ , ϕ ve ϕ ile gösterilen extrapolyasyon sabitleri hesaplanmıştır. Sonra (78) ve (79) numaralı denklemler kullanılarak rotor kanatçığının kamber çizgisine teğet olan ivme kuvvetinin x ve y doğrultusundaki bileşenleri, eşitlik (87) ve (88) kullanılarak merkezci ivmenin yarattığı kuvvetin x ve y

bileşenleri hesaplanmıştır. Sonra eşitlik (89) kullanılarak rotor kanatçığı üzerinde kesme ve eğme etkisi olan kuvvet belirlenmiştir. Daha sonra eşitlik (95) ile rotor kanatçığının nötür ekseninin yeri, eşitlik (96) ile alan atalet momenti, eşitlik (98) ile rotor kanatçığına etkiyen, eğilme deformasyonundan doğan çekme ve basma gerilmeleri hesaplanmıştır. Yedinci merhalenin en sonunda rotor kanatçığına etkiyen santrifüj kuvvet ve onun sebep olduğu gerilme hesaplanmıştır. Simülasyon programının sekizinci merhalesinde stator kanatçıklarına etkiyen kuvvetler ve yarattığı gerilmeler hesaplanmaktadır. Önce extrapolyasyon sabiti olarak kullanılan κ , μ ve ϑ hesaplanmıştır. Ardından (114) ve (115) eşitlikleri kullanılarak statorun kamber çizgisine teğet olan ivmenin yarattığı kuvvetin x ve y doğrultusundaki bileşenleri hesaplanmıştır. Sonra eşitlik (119) ve (120) kullanılarak merkezci ivmenin yarattığı kuvvetin x ve y doğrultusundaki bileşenleri hesaplanmış, ondan sonra da eşitlik (121) kullanılarak statorda kesme gerilmesi ve eğme momenti yaratan F_{rs} kuvveti hesaplanmıştır. Sonra eşitlik (122) ile stator kanatçığının nötür eksen, eşitlik (123) ile alan atalet momenti, eşitlik (124) ile eğilmeden doğan çekme ve basma gerilmeleri hesaplanmıştır. Simülasyon programının onuncu merhalesinde (125) ve (126) denklemleri kullanılarak rotorun tork ve gücü hesaplanmıştır.

4. SONUÇLAR VE TARTIŞMA (RESULTS AND DISCUSSION)

Tablo 2 de orta çizgi hesaplarından elde edilen veriler görülmektedir. Bu verilerin elde edilmesinde yarıçapı 20 cm olan dairesel kamber çizgileri kullanılmıştır. Rotor kanatçıklarının kamber çizgisinin girişte x doğrultusu ile yaptığı açı 30° , jirasyon yarıçapı olarak adlandırılan noktanın çevresel dönüş hızı 300 m/s, rotorun girişindeki akış kesiti 0.07545 m^2 , kütleli debi 10 kg/s olarak seçilmiştir. Diğer girdiler Tablo 1 de görülmektedir. Rotor kanatçıkları aerofoil olan bir kompresörde rotor kanatçıklarının giriş ucunun çok az ilerisinde akış kesiti %20 kadar daralabilmektedir. Transonik akış ihtimalini yok etmek için bu daralmayı dikkate almak gerekir. Kademenin girişinde casing yarıçapı 0.28 m, hub yarıçapı 0.22 m olarak seçilirse casing ile hub arasındaki akış kesitinin brüt değeri 0.09425 m^2 olarak hesaplanır. Bu alanın %20 sini kanatçıkların işgal ettiği varsayılırsa Tablo 2 de 0.07545 m^2 olarak verilen net akış kesiti hesaplanır. Bununla birlikte orta çizgi hesaplarında girişteki akış kesitinin kanatçıklardan muaf sayılması da mümkündür.

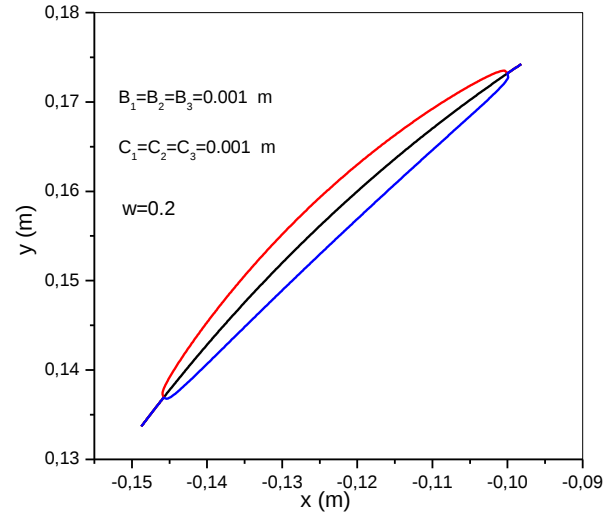
Seçilen 10 kg/s lik kütleli debiye karşılık olarak, rotor girişindeki relatif hız 240 m/s olarak hesaplanmaktadır. Aynı yer için ses hızı 335 m/s olarak, Mach sayısı 0.71 olarak hesaplanmaktadır. Bu sonuçlar rotorda şok oluşumu ihtimalini ortadan kaldırmaktadır. Stator içerisindeki akışta da şok oluşumu ihtimal dahilinde görülmemektedir. Tablo 2 de verilen değerlere göre rotor çıkışında akışkanın mutlak hızı 222 m/s e ulaşmakta, stator çıkışında tekrar rotor girişindeki değere

düşmektedir. Bu sonuç beklenen bir sonuç olup müteakip kademenin tasarımında kolaylık olması için bu yola başvurulmaktadır. Tablo 2 deki veriler rotor kanatçığının akışkana hem entalpi artışı hem de kinetik enerji artışı kazandırdığını göstermektedir.

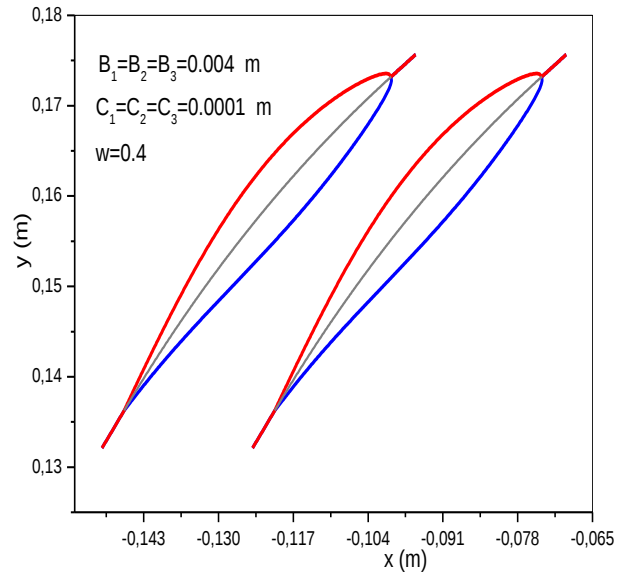
Eşitlik (37) de bulunan katsayılara farklı değerler vererek elde edilmiş olan üç kanatçık profili Şekil 15, 16 ve 17 de görülmektedir. Şekil 15 de görülen kanatçık için $B_1 = B_2 = B_3 = 0.001 \text{ m}$, $C_1 = C_2 = C_3 = 0.001 \text{ m}$ ve $w = 0.2$ değerleri kullanılmıştır. Şekil 16 da görülen kanatçık için $B_1 = B_2 = B_3 = 0.004 \text{ m}$, $C_1 = C_2 = C_3 = 0.0001 \text{ m}$ ve $w = 0.4$ değerleri kullanılmıştır. Şekil 17 de görülen kanatçık için $B_1 = B_2 = B_3 = 0.001 \text{ m}$, $C_1 = C_2 = C_3 = 0.0001 \text{ m}$ ve $w = 0.2$ değerleri kullanılmıştır. Şekil 17 de görülen aerofoil kanatçığının çıkış ucu da küt olmakla birlikte şekilde belirgin görülmemektedir. Eşitlik (37) nin katsayıları değiştirilerek farklı kanatçık profilleri üretilebilmektedir. B gurubu sabitler kanatçığının giriş ucunun kalınlığını, C gurubu sabitler çıkış ucunun kalınlığını ayarlamak için kullanılmaktadır. Ayrıca eşitlik (37) de bulunan w parametresi ile de kanatçığının orta kesiminin kalınlığını isteye göre ayarlamak mümkün olmaktadır. Eşitlik (37) ye yeni terimler ekleyerek de kanatçık profilinin karakteristiğini değiştirmek mümkün olmaktadır.

Mevcut çalışmada safi Şekil 17 de görülen kanatçığının ayrıntılı incelemesi yapılmaktadır. Şekil 17 de görülen aerofoil kanatçığının maksimum radyal genişliği (kalınlık) 3.2 mm olarak ölçülmektedir. Tablo 3 de Şekil 17 de görülen rotor kanatçığının geometrik değerleri ve gerilmeleri verilmektedir. En büyük gerilme kanatçığının kendisinin yüksek hızla dönmelerinden doğan santrifüj kuvvetin yarattığı σ_θ olup 167 MPa olarak hesaplanmıştır. Eğilme deformasyonu kanatçığının giriş ucunda çekme gerilmesi yaratmakta olup 649 kPa seviyesindedir. Eğilme deformasyonu kanatçığının çıkış ucunda 865 kPa seviyesinde bir basma gerilmesi yaratmaktadır. Bu gerilmenin santrifüj kuvvetten doğan gerilmeye oranı 0.0052 seviyesinde kalmaktadır. Kanatçığa etkiyen kesme gerilmesi 290 kPa seviyesinde olup santrifüj kuvvetin yarattığı gerilmeye oranı 0.0017 mertebesinde. Bu inceleme santrifüj kuvvetin yarattığı

gerilmenin haricinde kalan gerilmelerin tamamen göz ardı edilerek kanatçık kesitinin belirlenebileceğini göstermektedir.



Şekil 15. İki ucu küt simetrik kanatçık (Blunt symmetrical blade on both ends)



Şekil 16. Süpersonik hız sağlayan kanatçık (Blade which supply supersonic speed)

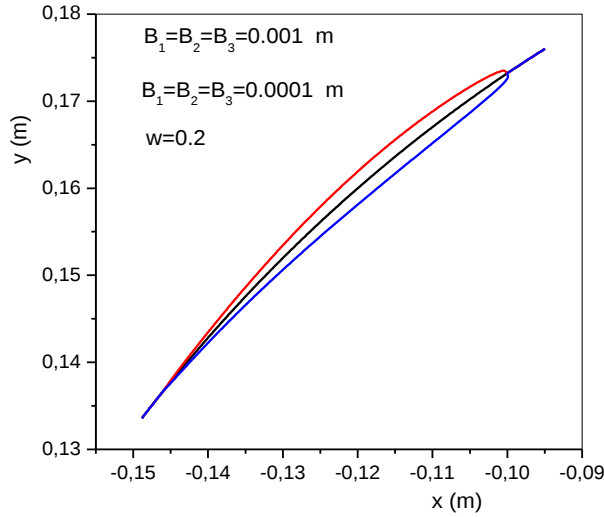
Tablo 2. Orta çizgi hesaplarından elde edilen termodinamik ve aerodinamik değerler (Thermodynamic and aerodynamic values obtained from meanline calculations)

Yer	W_x	W_y	V_x	V_y	T	p	ρ	A	h	α	β
1	207.85	120	92.15	120	276.6	87980	1.1044	0.07545	277994	30	-
2	114.35	121.6	185.6	121.6	291.4	105576	1.258	0.06535	292859	46.77	33.23
3	-	-	92.15	120	304.5	123172	1.4044	0.05933	306045	-	52.48

Tablo 3. Şekil 17 de görülen kanatçığın geometrik değerleri ve gerilmeleri (The geometric values and stresses of the blade shown in Figure 17)

η_i	η_o	A_{rb}	I_r	τ_r	σ_{ri}	σ_{ro}	σ_θ	S_{mr}
0.01961	0.02611	1.2437×10^{-4}	1.4539×10^{-8}	290048	649467	864900	167×10^6	0.0585

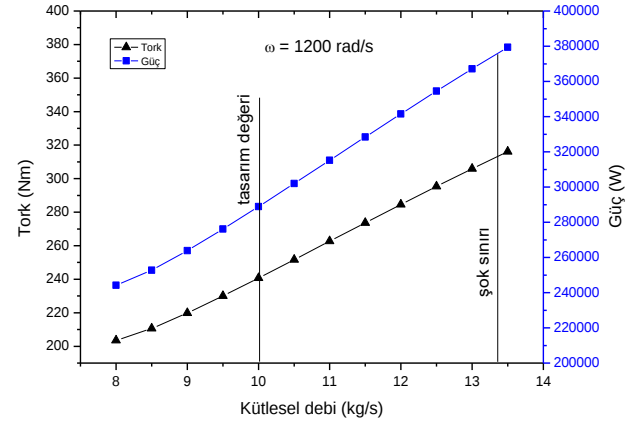
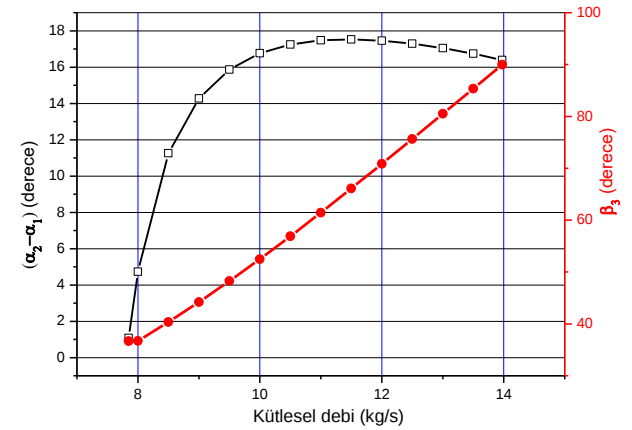
Tablo 1 de de görüldüğü üzere kanatçık yapımında kullanılan özel çeliklerin emniyetli kesme gerilmesi en az 280 MPa seviyesindedir. Bu değer Tablo 3 de verilen σ_θ ile kıyaslandığında kanatçığın emniyet katsayısının 1.666 seviyesinde olduğu görülmektedir. Bu değer mantıklı bir değer olmakla birlikte kanatçığın kesitinin yetersiz olma ihtimali de mevcuttur. Çünkü literatürde 2 den daha büyük emniyet faktörü değerleri görülmektedir [9]. Şekil 17 de görülen kanatçıklardan oluşan bir rotorun 1200 rad/s hızla dönerken tüketeceği tork ve güç 240.7 Nm 288.9 kW seviyesinde olmaktadır.

**Şekil 17.** Küt burunlu aerofoil kanatçık (Aerofoil blade with blunt nose)

Şekil 18 de farklı kütleli debiler ile çalışan fakat hepsi $\omega = 1200 \text{ rad/s}$ hızla dönen rotorlarda tork ve gücün kütleli debi ile değişimi görülmektedir. Kütleli debi 8 kg/s ile 13.9 kg/s arasında değişmektedir. Kütleli debi 8 kg'ın altına düştüğünde $(\alpha_2 - \alpha_1)$ sıfıra doğru yaklaşmakta, bunun neticesinde rotor kanatçığının kamber uzunluğu sıfıra doğru yaklaşmakta ve simülasyon programı gerçekçi olmayan sonuçlar vermektedir. Kütleli debi 8.5 kg iken kanatçığın boyu 39 mm olmakta ve bu değer mantıklı görülmektedir. Kütleli debi 14 kg/s ye yaklaşırken de β_3 açısı $\pi/2$ yi geçmekte ve bunun neticesinde simülasyon programı başarısızlık hatası göstermektedir. Her ne kadar 13.9 kg/s debide 80 mm lik bir stator kanatçığı mevcut olsa da bu değerın pratikte kullanılabilirliği mevcut görülmemektedir. Ayrıca, kütleli debi 13.5 kg/s ye yaklaştığında relatif hızın ses hızına yaklaştığı ve şok oluşumu için uygun şartların ortaya çıktığı görülmektedir. Kütleli debi 13 kg/s kabul edilirse stator boyu 77 mm civarında ve güvenilir bir sayı olmaktadır. Netice olarak kütleli debinin 8.5 kg/s ile 13 kg/s

aralığında olması uygun görülmektedir. Rotorun $(\alpha_2 - \alpha_1)$ değeri ve statorun β_3 değerinin kütleli debi ile değişimi Şekil 19 da verilmiştir.

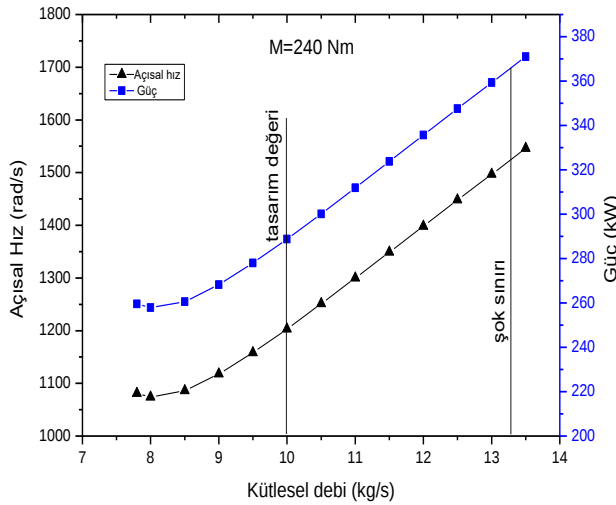
Şekil 20 de değişik kütleli debiler için tasarlanmış fakat hepsi 240 Nm lik tork ile dönen rotorların güç ve hızlarının debi ile değişimi görülmektedir. Şekil 20 nin oluşturulmasında kullanılan veriler 30 derece rotor giriş açısı, 0.07545 m² giriş kesiti ve 0.2 m kamber yarıçapı için elde edilmiş olan değerlerdir. Yine kütleli debinin 8.5 kg/s ile 13 kg/s arasında değişebileceği görülmektedir. Hızın ve gücün değişim aralıkları pistonlu motorlara göre az olmakla birlikte yine de gaz türbinlerinin değişken hız gerektiren alanlarda kullanılabileceğini göstermektedir.

**Şekil 18.** Tork ve gücün sabit hızda değişimi (Change in torque and power at constant speed)**Şekil 19.** $(\alpha_2 - \alpha_1)$ ve β_3 ün kütleli debi ile değişimi (Change in mass flow rate of $(\alpha_2 - \alpha_1)$ and β_3)

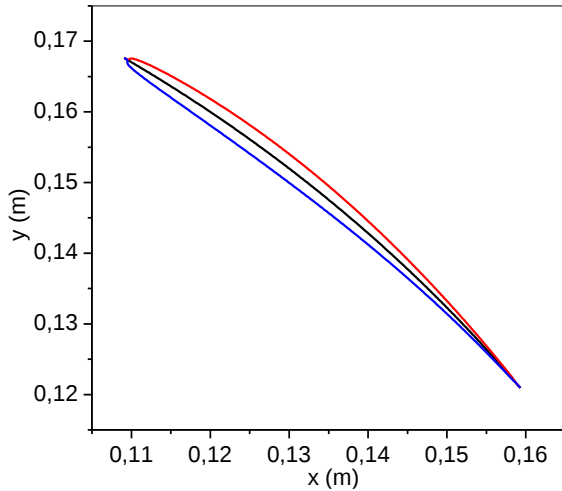
Şekil 21 de kesiti aerofoil olan bir stator kanatçığı görülmektedir. Bu kanatçığın şekillendirilmesinde Tablo 1 deki değerler kullanılmıştır. Kanatçığın azami kalınlığı 3.2 mm olarak ölçülmüştür. Bu değer rotor kanatçığının kalınlığına eşittir. Tablo 4 de kanatçığın geometrik değerleri ve gerilmeleri verilmektedir. Doğal olarak

stator kanatçığında santrifüj kuvvet ve onun yarattığı gerilmeler mevcut değildir.

Kanatçığın burnunda oluşan eğilmeden doğan çekme gerilmesinin emniyetli çekme gerilmesine oranı 0.0019 büyüklüğünde, kanatçığın kuyruğunda oluşan basma gerilmesinin emniyetli basma gerilmesine oranı 0.00246 büyüklüğünde sayılar olmaktadır. Kanatçıkta oluşan kesme gerilmesinin emniyetli kesme gerilmesine oranı ise bu oranlar ile kıyaslanamayacak kadar küçük olmaktadır. Netice olarak stator kanatçıklarının kalınlığının belirlenmesinde gerilmelerin önem arz etmediği, aerodinamik gereksinimlerin ve üretimle ilgili zorlukların ön plana çıktığı görülmektedir.



Şekil 20 Farklı debilerde 240 Nm tork ile dönen rotorların açısal hızları (Angular speeds of rotors with different flow rates and 240 Nm torque)



Şekil 21. Stator kanatçığının kesiti (Cross-section of the stator blade)

Kanatçığın burnunda oluşan durma noktasının genişliğinin akışı laminarize ettiği, sınır tabaka ayrılmasını önlediği, girdap ve türbülans oluşumunu geciktirdiği bilinmektedir [35]. Bu sebeple bu araştırmada stator kanatçıklarının kalınlığının rotor

kanatçıklarının kalınlığına denk seçilmesi uygun görülmüştür.

Mevcut çalışmada tasarlanan kademenin basınç oranı 1.4 olarak seçilmiştir. Referans [15] te datum kompresör olarak adlandırılan kompresörün ilk kademesinin ölçülen basınç oranı 1.3-1.4 aralığına düşmektedir. Tablo 5 de Datum kompresörün ilk kademesi ile mevcut çalışmada tasarlanan kademenin spesifik değerleri verilmektedir. Tablo 5 den görüldüğü üzere datum kompresörün ilk kademesinin spesifik değerleri ile mevcut çalışmada tasarlanan kademenin spesifik değerleri arasında yeterli seviyede bir benzeşim bulunmaktadır. Bu sebeple mevcut çalışmada tasarlanan kademenin 1.4 seviyesinde bir basınç oranı sağlaması mümkün görülmektedir.

Şekil 22 de iki farklı kalınlıktaki rotor kanatçığının çevresindeki sınır tabaka ayrılmaları ve girdap oluşumları görülmektedir. Kanatçıkların elde edilmesi için eşitlik (37) de kullanılan girdiler şekil üzerinde verilmiştir. Kanatçıklardan birisinin (a ve c) maksimum kalınlığı 3.18 mm, diğerinin maksimum kalınlığı ise (b ve d) 4.77 mm olarak belirlenmiştir. Şekil 22 (a) ve (b) aynı rotor çıkış basıncı için (105.5 kPa) elde edilmiştir. Bu basınç değeri ANSYS Fluent yazılımında sınır şartı olarak kullanılmaktadır. Şekil 22 (a) ve (b) kıyaslandığında, sınır tabaka ayrılmasından dolayı emme yüzeyinde oluşan girdabın, ince kanatçıkta daha büyükçe olduğu görülmektedir. Ancak Şekil 22 (c) ve (d) kıyaslandığında kalın kanatçığın emme yüzeyinde oluşan girdapların hem daha büyük hem de sayı olarak fazla olduğu görülmektedir. Kalın kanatçıktaki bu olumsuzluğun geliş açısının değişmesinden kaynaklandığı tahmin edilmektedir. Çünkü Şekil 22 (c) ve (d) incelendiğinde kanatçığın giriş ucunda akışın geliş doğrultusu ile kanatçığın kamber çizgisinin doğrultusunun farklılaştığı anlaşılmaktadır. Netice olarak Şekil 17'de verilen kanatçığın kalınlığının Tablo 1 ve Tablo 5 de tanıtılan spesifik değerler için oldukça uygun bir kalınlık olduğu düşünülmektedir.

Tablo 6 da orta çizgi hesaplarından elde edilen sonuçlar ile HAD analizinden elde edilen sonuçlar kıyaslanmaktadır. Görüldüğü üzere rotor girişindeki relatif hızdaki (W_1) hesaplama farkı %1.25, rotor çıkışındaki relatif hızdaki (W_2) hesaplama farkı %8.43, rotor girişindeki statik sıcaklıktaki (T_1) hesaplama farkı %2.9, rotor çıkışındaki statik sıcaklıktaki (T_2) hesaplama farkı %1.75, rotor girişindeki statik basınçtaki (P_1) hesaplama farkı %2.86 ve rotor çıkışındaki statik basınçtaki (P_2) hesaplama farkı %0.004 seviyesindedir.

Bu bulgular, orta çizgi yaklaşımının kompresör tasarımında efektif biçimde kullanılabileceğini göstermektedir. Ayrıca bu çalışmada geliştirilen orta çizgi analizinin son derece doğru sonuçlar veren bir yaklaşım olduğunu da teyit etmektedir. Tasarlanan kademenin spesifik değerleri ise Tablo 7 de verilmiştir.

Tablo 4. Şekil 21 de görülen stator kanatçığının geometrik değerleri ve gerilmeleri (Geometric values and stresses of the stator blade shown in Figure 21)

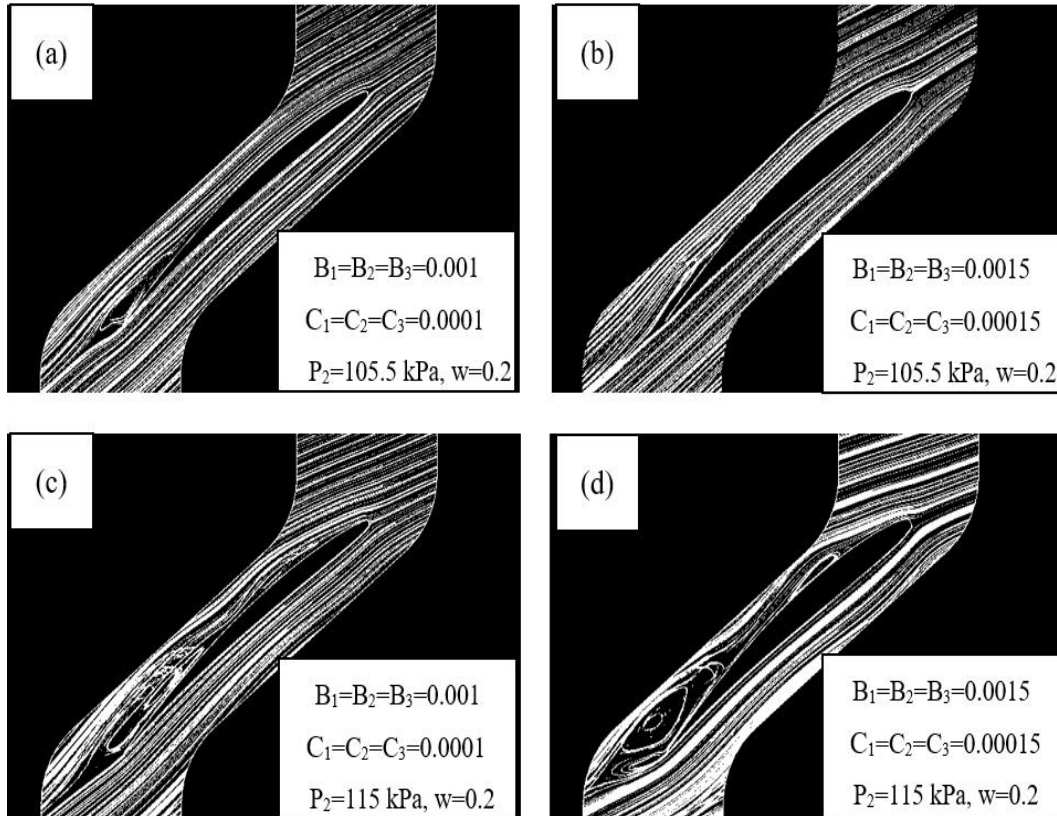
η_i	η_o	A_{sb}	I_s	τ_s	σ_{si}	σ_{so}	S_{ms}
0.02137	0.02764	1.428×10^{-4}	1.94×10^{-8}	112887	532638	688791	0.0672

Tablo 5. Tasarlanan kanatçığın spesifik değerlerinin literatür ile kıyaslanması (Comparison of the specific values of the designed blade with the literature)

Parametre	Rotor [15]	Stator [15]	Rotor (mevcut)	Stator (mevcut)
Akış katsayısı (V_y / U)	0.352	-	0.4	-
Kademe yükleme katsayısı ($\Delta h_0 / U^2$)	0.283	-	0.312	-
Reaksiyon derecesi $[(h_2 - h_1) / (h_3 - h_1)]$	0.612	-	0.523	-
Difüzyon faktörü $\left[1 - \frac{W_2}{W_1} + \frac{\Delta W_x}{2 \cdot \varepsilon \cdot W_1}\right]$	0.498	0.394	0.3901	0.4

Tablo 6. Orta çizgi hesapları ile HAD sonuçlarının kıyaslanması (Comparison of mean line calculations with CFD results)

Yaklaşım Modeli	W1 (m/s)	W2 (m/s)	T1 (K)	T2 (K)	P1 (Pa)	P2 (Pa)
Orta Çizgi Analizi	240	166	276	286	87980	105576
HAD	243	152	268	291	90492	105580
Fark (%)	1.25	8.43	2.90	1.75	2.86	0.004

**Şekil 22.** Rotor kanatçığı çevresindeki sınır tabaka ayrılması (Boundary layer separation around the rotor blade)

Tablo 7. Tasarlanan kademenin spesifik değerleri (Specific values of designed stage)

Parametre	Rotor	Stator
Kord uzunluğu	58.3 mm	66.9 mm
Kanatçık sayısı	60	60
Kanatçık boyu	60 mm	41.6 mm
Kamber açısı	16.77°	19.25°
Jiraskopik yarıçapta kanatçıklar arası mesafe	26 mm	26 mm
Doluluk oranı	2.22	2.55
Maksimum kalınlık	3.18 mm	3.18 mm
Hub/casing oranı	0.79	0.84
Hub yarıçapı	0.22 m	0.229 m
Basınç oranı	1.2	1.17
Giriş açısı	30°	33.23°
Çıkış açısı	46.77°	52.48°

5. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

- 1) Orta çizgi analizlerinin yapılmasını ve kanatçık profillerinin belirlenmesini mümkün kılan bir matematik model sentezlenmiştir.
- 2) Kamber çizgisi daire yayı olan bir rotor ve statordan oluşan bir kademenin orta çizgi analizleri yapılmıştır.
- 3) Kompresör kanatçıklarına aerofoil şeklini verebilmek için bir polinom geliştirilmiştir.
- 4) Subsonik ve transonik şartlarda çalışan bir kompresör kademesinin rotoru ve statoru için aerofoil kanatçık profilleri elde edilmiştir.
- 5) Kanatçıklara etkiyen kuvvetler ve gerilmeler incelenmiştir. Rotor kanatçıklarının kesit alanının belirlenmesinde santrifüj kuvvetten doğan gerilmenin ön plana çıktığı belirlenmiştir.
- 6) Stator kanatçığının kesitinin belirlenmesinde aerodinamik şartların dikkate alınması gerektiği belirlenmiştir.
- 7) 30 derece rotor giriş açısı, 0.07545 m² giriş kesiti için tasarlanan kompresör kademesinin 8.5 kg/s ile 13 kg/s debi aralığında çalışabileceği hesaplanmıştır. Giriş açısı ve kesiti değiştiğinde mekanizmanın çalışma sınırları da değişmektedir.
- 8) Kütleli debi 10 kg/s, hız 1200 rad/s (300 m/s çevresel hız) iken rotorun torku 240 Nm, güç tüketimi 288 kW olarak hesaplanmıştır.
- 9) Spesifik değerleri ve çalışma şartları Tablo 1, 2 ve 3 de verilen, kesiti Şekil 17 de görülen tasarlanmış rotor kanatçığının gerilme emniyet katsayısı 1.66 olarak hesaplanmıştır.
- 10) Yapılan HAD simülasyonlarında Şekil 17 deki rotor kanatçığının kalınlığının Tablo 1 ve Tablo 5 deki spesifik değerler için aerodinamik açıdan uygun olduğu düşünülmektedir.
- 11) Tasarlanan kademenin spesifik değerleri Tablo 7 de verilmiştir.

SEMBOLLER VE KISALTMALAR (NOMENCLEATURE)

Simge	Açıklama	Birimi
a_c	Kamber çizgisi üzerinde hareket eden bir akışkan zerresinin x,y koordinat sistemindeki merkezci ivmesi	m/s ²
a_q	Stator kanatçığına etkiyen merkezci ivme	m/s ²
A_1, A_2, A_3	Kompresör eksenine dik kesit alanı	m ²
A_{rb}	Rotor kanatçığının kesit alanı	m ²
A_{sb}	Stator kanatçığının kesit alanı	m ²
B_1, B_2, B_3	Kalınlık dağılımı fonksiyonuna ait birinci sabit grubu	
C_1, C_2, C_3	Kalınlık dağılımı fonksiyonuna ait ikinci sabit grubu	
C_p	Sabit basınçta özgül ısı	J/kg K
E	Kanatçık malzemesinin elastik modülü	Pa
F_c	Akışkan kütleline rotor kanatçığının uyguladığı merkezci kuvvet	N
F_{cx}	Akışkan kütleline rotor kanatçığının uyguladığı merkezci kuvvetin x bileşeni	N
F_{cy}	Akışkan kütleline rotor kanatçığının uyguladığı merkezci kuvvetin y bileşeni	N
F_q	Akışkan kütleline stator kanatçığının uyguladığı merkezci kuvvet	N
F_{qx}	Akışkan kütleline stator kanatçığının uyguladığı merkezci kuvvetin x bileşeni	N
F_{qy}	Akışkan kütleline stator kanatçığının uyguladığı merkezci kuvvetin y bileşeni	N
F_s	Rotor kanatçıklarının akışkana uyguladığı teğet kuvvet	N
F_{sx}	Rotor kanatçıklarının akışkana uyguladığı teğet kuvvetin x bileşeni	N

Simge	Açıklama	Birimi
F_{sy}	Rotor kanatçıklarının akışkana uyguladığı teğet kuvvetin y bileşeni	N
F_u	Stator kanatçıklarının akışkana uyguladığı teğet kuvvet	N
F_{ux}	Stator kanatçıklarının akışkana uyguladığı teğet kuvvetin x bileşeni	N
F_{uy}	Stator kanatçıklarının akışkana uyguladığı teğet kuvvetin y bileşeni	N
$F_{\tau r}$	Rotor kanatçığına etkiyen kesme kuvveti	N
$F_{\tau s}$	Stator kanatçığına etkiyen kesme kuvveti	N
h_1, h_2, h_3	Statik entalpi	J/kg
h_{∞}	Kompresöre girmezden önceki durgun havanın entalpisi	J/kg
I_r	Rotor kanatçığının alan atalet momenti	m ⁴
I_s	Stator kanatçığının alan atalet momenti	m ⁴
k	Adyabatik üs	
ℓ	Kanatçığın dibinden ucuna kadar değişen mesafe	m
L	Kanatçık boyu	m
$\dot{m}$	Kütleli akış debisi	kg/s
m_b	Kanatçık kütlesi	kg
M	Tork	Nm
M_b	Eğme momenti	Nm
N_b	Rotor kanatçıklarının sayısı	
p_1, p_2, p_3	Statik basınç	Pa
P	Güç	W
p_{∞}	Kompresöre girmezden önceki durgun havanın basıncı	Pa
R_b	Kamber eğrisinin yarıçapı	m
R_j	Kanatçıkların jirasyon yarıçapı	m
R_p	Kanatçık basınç yüzeyini oluşturan eğrinin yarıçapı	m
R_s	Kanatçık emme yüzeyini oluşturan eğrinin yarıçapı	m
R_{∞}	Havanın gaz sabiti	J/kg K
s	Kamber çizgisi üzerindeki eğrisel koordinat	
S_m	Kamber çizgisi uzunluğu	m
S_{mr}	Rotor kanatçığının kamber çizgisi uzunluğu	m
S_{ms}	Stator kanatçığının kamber çizgisi uzunluğu	m
t	Zaman	s
T_1, T_2, T_3	Statik sıcaklık	K
T_{∞}	Kompresöre girmezden önceki durgun havanın sıcaklığı	K
u	Yardımcı koordinat	m
$\vec{U}$	Kanatçıkların jirasyon yarıçapındaki çizgisel hızı	m/s
$\vec{V}$	Mutlak hız vektörü	m/s

Simge	Açıklama	Birimi
V_{x1}, V_{x2}, V_{x3}	Mutlak hızların x eksenindeki bileşenleri	m/s
V_{y1}, V_{y2}, V_{y3}	Mutlak hızların y eksenindeki bileşenleri	m/s
w	Aerofoil tasarlamada kullanılan polinomun sabitlerinden birisi	
w_c	Kompresör kademesinin yaptığı iş	J/kg
$\vec{W}$	Relatif hız vektörü	m/s
W_{x1}, W_{x2}, W_{x3}	Relatif hızların x eksenindeki bileşenleri	m/s
W_{y1}, W_{y2}, W_{y3}	Relatif hızların y eksenindeki bileşenleri	m/s
x_b	Kamber çizgisi üzerindeki noktaların x koordinatı	m
x_c	Nötr eksenin temsili yeri	m
x_m	Diferansiyel alanların ağırlık merkezlerinin y eksenine uzaklıkları	m
x_p	Basınç kenarı üzerindeki noktaların x koordinatı	m
x_s	Emme kenarı üzerindeki noktaların x koordinatı	m
y_b	Kamber çizgisi üzerindeki noktaların y koordinatı	m
y_o	Kamber çizgisinin daire merkezinin y koordinatı	m
y_p	Basınç kenarı üzerindeki noktaların y koordinatı	m
y_s	Emme kenarı üzerindeki noktaların y koordinatı	m
z	Kamber eğrisi üzerinde herhangi bir yerdeki kalınlık değeri	m
$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$	Rotorda relatif hız açıları	derece (°)
$\beta_1, \beta_2, \beta_3$	Statorda mutlak hız açıları	derece (°)
ε	Doluluk oranı (kord uzunluğu/kanatçık aralığı)	
η	Kanatçığın kesit alanı üzerindeki noktaların nötr eksenin uzaklığı	m
η_i	Şekil 11	
η_o	Şekil 11	
K	Extrapolasyon sabiti	
ρ_1, ρ_2, ρ_3	Statik yoğunluklar	kg/m ³
ρ_c	Kanatçığın eğrilik yarıçapı	m
ρ_{∞}	Kompresöre girmeden önceki durgun havanın yoğunluğu	kg/m ³
γ	Extrapolasyon sabiti	
σ_r	Kanatçığa etkiyen eğme kuvvetinin kanatçıkta yarattığı çekme-basma gerilmesi	Pa
σ_{ri}	Rotor kanatçığının uzama tarafındaki gerilme	Pa
σ_{ro}	Rotor kanatçığının kısılma tarafındaki gerilme	Pa
σ_{θ}	Santrifüj kuvvetinin yarattığı gerilme	Pa
σ_s	Stator kanatçığına etkiyen eğme kuvvetinin kanatçıkta yarattığı çekme-basma gerilmesi	Pa

Simge	Açıklama	Birimi
σ_s	Stator kanatçığına etkiyen eğme kuvvetinin kanatçıkta yarattığı çekme-basma gerilmesi	Pa
σ_{si}	Stator kanatçığının uzama tarafındaki gerilme	Pa
σ_{so}	Stator kanatçığının kısılma tarafındaki gerilme	Pa
ζ	Kanatçığın herhangi bir yerindeki sehim	m
τ_s	Stator kanatçığının dibindeki kesme gerilmesi	Pa
τ_r	Rotor kanatçığının dibindeki kesme gerilmesi	Pa
λ_r	Rotordaki basınç oranı	
λ_{st}	Kademedeki basınç oranı	
μ	Ekstrapolasyon sabiti	
φ	Ekstrapolasyon sabiti	
ϕ	Ekstrapolasyon sabiti	
ω	Rotorun dönme hızı	rad/s
$\mathcal{G}$	Ekstrapolasyon sabiti	

ETİK STANDARTLARIN BEYANI (DECLARATION OF ETHICAL STANDARDS)

Bu makalenin yazarları çalışmalarında kullandıkları materyal ve yöntemlerin etik kurul izni ve/veya yasal-özel bir izin gerektirmediğini beyan ederler.

YAZARLARIN KATKILARI (AUTHORS' CONTRIBUTIONS)

Halit KARABULUT: Tasarım, kavram, analiz, yorum, makalenin yazımı.

Emre YILDIRIM: Veri toplama, tasarım, analiz, kaynak taraması.

ÇIKAR ÇATIŞMASI (CONFLICT OF INTEREST)

Bu çalışmada herhangi bir çıkar çatışması yoktur.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

- [1] Meher-Homji C.B., "The historical evolution of turbomachinery", *Proceedings of 29th Turbomachinery Symposium*, Texas, USA, 281–321, (2000).
- [2] <https://www.lycoming.com>, "Lycoming. O & IO-540 Operation Manual", (2025).
- [3] <https://www.tei.com.tr>, "TUSAŞ Engine Industries (TEI), T700-TEI-701D", (2025).
- [4] Yahya S.M., "Turbines Compressors and Fans", 4th ed., *McGraw Hill*, New Delhi, (2011).
- [5] Mattingly J.D., "Elements of Gas Turbine Propulsion", *McGraw Hill*, New Delhi, (1996).
- [6] Saravanamuttoo H.I., Rogers G.F.C. and Cohen H., "Gas Turbine Theory", 5th ed., *Pearson Education*, (2001).
- [7] Lewis W.J., Brew J.S., Bryanston-Cross P. and Nawasra J., "Form-finding as a modelling tool for shaping mechanical components: A feasibility case study of an axial-flow compressor blade", *Engineering Structures*, 33(9): 2612–2620, (2011).
- [8] Boyce M.P., "Gas Turbine Engineering Handbook", 2nd ed., *Gulf Professional Publishing*, (2011).
- [9] Pavlenko D., Dvirnyk Y. and Przysowa R., "Advanced materials and technologies for compressor blades of small turbofan engines", *Aerospace*, 8(1): 1, (2020).
- [10] Boyer R.R., "An overview on the use of titanium in the aerospace industry", *Materials Science and Engineering*, 213(1-2):103–114, (1996).
- [11] Biollo R. and Benini E., "Recent advances in transonic axial compressor aerodynamics", *Progress in Aerospace Sciences*, 56: 1-18, (2013).
- [12] Srinivas G., Raghunandana K. and Satish, S. B., "Axial-flow compressor analysis under distorted phenomena at transonic flow conditions" *Cogent Engineering*, 5(1): 1526458, (2018).
- [13] Piegel L. and Tiller W., "The NURBS Book", 2nd ed., *Springer Science & Business Media*, (2012).
- [14] Kündes N.A.K., Aksel M. and Baran Ö., "Development of an automatic design and analysis tool for axial flow compressors", *Isı Bilimi ve Tekniği Dergisi*, 39(2): 179–190, (2019).
- [15] Deng H., Luo L., Yan H., Zhou X., Du W. and Luo Q., "Experimental and numerical study on a three-stage high-load axial compressor with 3D blade design", *Energy*, 316: 134399, (2025).
- [16] Carter A.D.S. and Hughes H.P., "A theoretical investigation into the effects of profile shape on the performance of aerofoils in cascades", *British A.R.C.*, R&M No. 2384, (1946).
- [17] Hearsey R.M., "Program HT0300 NASA 1994 Volume 2", *The Boeing Company*, (1994).
- [18] Horlock J.H., "Axial Flow Compressors", *Butterworth Publications Limited*, (1958).
- [19] Lieblein S., "Chapter VI: Experimental Flow in Two-Dimensional Cascades", *Aerodynamic Design of Axial-Flow Compressors*, NASA-SP-36: 183–226, (1965).
- [20] Miller G.R., Lewis Jr. G.W. and Hartman M.J., "Shock losses in transonic compressor blade rows", *ASME. J. Eng. Power*, 83(3): 235–241, (1961).
- [21] Robbins W.H., Jackson R.J. and Lieblein S., "Chapter VII: Blade-Element Flow in Annular Cascades", *Aerodynamic Design of Axial-Flow Compressors*, NASA-SP-36: 227–254, (1965).
- [22] Smith S.L., "One-dimensional mean line code technique to calculate stage-by-stage compressor characteristics", *Master Thesis*, University of Tennessee – Knoxville, Master of Science, (1999).
- [23] Mukhamediarov R. and Genceli H., "Implementing the streamline curvature method for preliminary design of multi-stage axial compressors", *International Journal of New Findings in Engineering, Science and Technology*, 2(2): 106–120, (2024).
- [24] Lieblein S., "Loss and stall analysis of compressor cascades", *Journal of Basic Engineering*, 81(3): 387–397, (1959).
- [25] Koch C.C. and Smith L.H., "Loss sources and magnitude in axial-flow compressors", *Journal of Engineering for Power*, 98(4): 411–424, (1976).
- [26] Aungier R.H., "Centrifugal Compressors: A Strategy for Aerodynamic Design and Analysis", *ASME Press*, (2000).
- [27] Howell A.R., "Fluid dynamics of axial compressors", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 153(1): 441–452, (1945).
- [28] Eftari M., Javaniyan J.H., Shahhoseini M.R., Ghadak F. and Rad M., "Performance prediction modeling of axial-

- flow compressor by flow equations”, **Journal of Mechanical Research and Application**, 3(1): 49-55, (2011).
- [29] Zhang J., Zhou Z., Cao H. and Li Q., “Aerodynamic design of a multi-stage industrial axial compressor”, **Advances in Engineering Software**, 116: 9–22, (2018).
- [30] Tournier J.M. and El-Genk M.S., “Axial flow, multi-stage turbine and compressor models”, **Energy Conversion and Management**, 51(1): 16–29, (2010).
- [31] Aftab M.S., Khan M.A., Ali F. and Parvez K., “Design and analysis of a five stage axial flow compressor”, **Proceedings of 2017 Fifth International Conference on Aerospace Science & Engineering (ICASE)**, Islamabad, Pakistan, 1–9, (2017).
- [32] Dixon S.L. and Hall C., “Fluid Mechanics and Thermodynamics of Turbomachinery”, **Butterworth-Heinemann**, (2013).
- [33] Perrotti D., “Two dimensional design of axial compressor – An enhanced version of LUAX-C”, **Master Thesis**, Lund University, Department of Energy Sciences, (2013).
- [34] Popov E.P., “Engineering Mechanics of Solids”, **Pearson Education**, New York, (1998).
- [35] Gudmundsson S., “General Aviation Aircraft Design”, **Butterworth-Heinemann**, (2013).