



Askı Maddesi Boyutunun Askı Maddesi Konsantrasyonu Üzerindeki Etkisinin Doğrusal Karma Regresyon Modeli ile Analizi

Analysis of the Effect of Suspended Sediment Particle Size on Suspended Sediment Concentration Using Linear Mixed-Effects Regression Model

Eyyup Ensar Başakın^{1*}

¹ İstanbul Teknik Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, basakin@itu.edu.tr
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9045-5302>

MAKALE BİLGİLERİ

Makale Geçmişi:

Geliş 3 Eylül 2025
Revizyon 16 Ekim 2025
Kabul 19 Ekim 2025
Online 30 Aralık 2025

Anahtar Kelimeler:

*Askı Maddesi, Karma Etki Modeli,
Dane Çapı, Hidrolik*

ÖZ

Açık kanal akımlarında askı maddesi miktarının artması hidrolik ve inşaat mühendisliği açısından önemli bir problemdir. Bu artış, rezervuar kapasitelerinin azalmasına, su yapılarının zamanla aşınmasına, su kalitesinin giderek bozulmasına ve sucul yaşam alanlarının zarara uğramasına yol açabilir. Bu nedenle, askı maddesi konsantrasyonunun doğru bir şekilde tahmin edilmesi, etkili sediment yönetimi, erozyon kontrolü ve su kaynakları sistemlerinin sürdürülebilirliği için kritik öneme sahiptir. Bu çalışmada, birden fazla laboratuvar deneyinden derlenmiş bir veri kümesi kullanarak, dane çapının askı maddesi konsantrasyonu üzerindeki etkisi araştırılmıştır. Geleneksel doğrusal regresyon (LM) temel tahminler sağlarken, deneysel gruplardaki farklılıklardan kaynaklanan değişkenliği yakalamada başarısız olur. Bunu ele almak için, dane çapı için rastgele etkilere sahip doğrusal karma etkili modeller (LMM) kullanıldı ve diğer hidrolik ve geometrik parametreleri (örneğin, debi, genişlik, derinlik, sıcaklık, eğim) sabit etkiler olarak ele alındı. LMM, LM modeli için 0.24 olan koşullu R^2 değeriyle karşılaştırıldığında yaklaşık 0.74'lük bir değer elde etmiş ve önemli ölçüde daha düşük Akaike bilgi kriteri ve Bayesçi bilgi kriteri değerleri göstererek üstün bir model uyumu göstermiştir. Sonuçlar, debi, eğim, derinlik ve dane çapının askı maddesi konsantrasyonunu önemli ölçüde etkilediğini, ancak yatak genişliği ve sıcaklığın etkilemediğini ortaya koymaktadır. Bu bulgular, birden fazla deneysel kaynaktan gelen sediment konsantrasyonu veri kümelerini analiz ederken grup düzeyinde rastgele etkilerin dahil edilmesinin gerekliliğini vurgulamaktadır.

ARTICLE INFO

Article history:

Received 3 September 2025
Received in revised form 16 October 2025
Accepted 19 October 2025
Available online 30 December 2025

Keywords:

*Suspended Sediment, Mixed Model,
Particle Size, Hydraulics*

Doi: 10.24012/dumf.1776879

* Sorumlu Yazar

ABSTRACT

The increase in suspended sediment concentration (SSC) in open channel flows poses significant challenges in hydraulic and environmental engineering. Such increases can lead to reduced reservoir capacities, gradual abrasion of hydraulic structures, deterioration of water quality, and damage to aquatic habitats. Therefore, accurately predicting SSC is critical for effective sediment management, erosion control, and the sustainability of water resource systems. In this study, a dataset compiled from multiple laboratory experiments was utilized to investigate the effect of grain size on SSC. While traditional linear regression (LM) provided baseline estimates, it failed to account for the variability arising from differences among experimental groups. To address this, linear mixed-effects models (LMM) with random effects for grain size and fixed effects for other hydraulic and geometric parameters (e.g., discharge, width, depth, temperature, slope) were applied. The LMM achieved a conditional R^2 of approximately 0.74, compared to 0.24 for the LM model, and exhibited substantially lower Akaike and Bayesian information criterion values, indicating superior model performance. The results revealed that discharge, slope, depth, and grain size significantly influence SSC, whereas channel width and temperature showed no significant effects. These findings highlight the necessity of incorporating group-level random effects when analyzing sediment concentration datasets derived from multiple experimental sources.

Giriş

Nehirlerde veya yapay kanallarda meydana gelen katı madde birikimi önemli mühendislik problemlerine sebep olabilmektedir [1]. Rüzgâr veya yüzeysel akış aşındırmaları sonrası, yer değiştiren, nehirlerle dahil olan

ve zamanla su kütlelerinin içinde veya dibinde biriken, farklı dane boyutuna sahip partiküller sediment olarak adlandırılmaktadır. Nehir sedimentleri, amorf veya zayıf kristalli mineral parçacıkları, organik madde ve biyolojik maddelerden (biyofilmler, bakteriler, virüsler ve biyomakromoleküller) oluşan heterojen agregalar ve

bileşik yapılardır [2]. Nehirlerdeki akış hızlarının yükselmesi ile birlikte dibe çökmeyen ve su içinde taşınan, genellikle silt ve kil boyutundaki sedimentler ise askı maddesi olarak tanımlanmaktadır [3]. Yağış, kar erimesi, buzul erimesi ve yeraltı suyu akışının birleşimi, nehrin debisini kontrol eder ve bu da nehrin taşıma kapasitesini belirler. Yüksek akışlar, sedimenti askıda tutarak taşınmasına olanak tanır ve kanal erozyonu [4] yoluyla ek sediment girişlerine ve nehir yatağında depolanmış parçacıkların yeniden askıda kalmasına yol açabilir [5]. Bu parçacıkların, kum ve çakıl gibi kohezyonsuz malzemelerin veya çamur veya kil gibi kohezyonlu malzemelerin, doğal veya insan yapımı bir kanalda, bir akışkan içinde hareketi ise sediment taşınımı olarak tanımlanmaktadır [6]. Askı maddelerinin zamanla nehirlerde ve akabinde rezervuarlarda birikmesi sonucunda, doğal ekosistem ve mühendislik yapıları olumsuz şekilde etkilenebilmektedir. Aşırı konsantrasyonlar, su kalitesinde düşüşe, şeffaflığın ve güneş ışığının nüfuz etmesinde azalmaya ve balıkların ve diğer su canlılarının solungaçlarının tıkanmasına yol açtığı için nehir ekosistemleri ve su canlıları üzerinde olumsuz etkilere neden olabilir [7]. Bu parçacıklar suyun bulanıklığını artırmakla kalmaz, aynı zamanda arıtma süreçlerini zorlaştırarak maliyetleri de yükseltir [8]. Hidrolik ve su kaynakları mühendisliğinde, barajlar ve rezervuarlar gibi hidrolik yapıların kurulumundan önce, taşınan sediment hacminin tahmini önemli bir konudur. Bir rezervuarın ekonomik ömrü, sedimentlerin ölü hacmi doldurmasıyla ters orantılıdır. Sediment hacminin yanlış veya eksik tahmin edilmesi, yetersiz baraj kapasitesine neden olur ve bu da tarama gibi bakım ve temizlik prosedürleri gerektirir.

Nehir ekolojisi ve su kaynakları mühendisliği açısından, akarsu sistemi içindeki askı madde miktarı ve hareketini karakterize etmek ve bu hareketi yönlendiren doğal ve beşerî güçleri belirlemek önemlidir. Bu sebeple, farklı bağımsız değişken kombinasyonlarını kullanarak nehirlerdeki askı maddesi konsantrasyonunu tahmin etmeye yönelik birçok ampirik denklem geliştirilmiştir. Yang [9], geliştirdiği denklem sayesinde birim akım gücü, kayma hızı, suyun kinematik viskozitesi, katı madde çökme hızı ve katı madde parçacık dane çapı değerlerini kullanarak askı maddesi konsantrasyonunu tahmin etmeye çalışırken, Molinas ve Wu [10], ise evrensel akım gücü tabirini kullanarak, geniş ve derin akarsulardaki sediment konsantrasyonunu tahmin etmek için ortalama akım hızı, akım derinliği, dane çapı, dane çökme hızı, dane yoğunluğu ve yerçekimi ivmesi değişkenleri ile bir eşitlik elde etmişlerdir. Shu-Qing Yang [11] ise bu denklemleri geliştirerek katı madde konsantrasyonunu tahmin etmek için, ortalama akım hızı, derinlik, enerji eğimi, akışkan ve dane yoğunluğu, kinematik viskozite, dane çökme hızı, dane çapı, kanal genişliği ve dane boyu derecesi değerlerini kullanmıştır. Bu denklemlerin yanı sıra doğrusal regresyon (DR) yöntemi ile askı maddesi konsantrasyonunun tahmin edilmesi de mümkündür. Ancak DR yönteminin bazı katı önkoşullara sahip olması (normal dağılım, çoklu doğrusal bağıntı vb.) kullanımını kısıtlamaktadır.

Askı maddesi konsantrasyonunu tahmin etmek için son yıllarda makine öğrenmesi yöntemleri de sıklıkla tercih edilmeye başlanmıştır. Türkiye’de askı maddesi konsantrasyonu çalışmalarında başı çeken araştırmacılardan olan Doğan [12], çalışmasında, laboratuvar deneyleri sonrasında elde ettiği veri setindeki askı maddesi konsantrasyonunu yapay sinir ağları (YSA) ve modifiye edilmiş Einstein yöntemini kullanarak tahmin etmiştir. Doğan [13], bir diğer çalışmasında ise, Aşağı Sakarya nehrinden elde edilen askı maddesi miktarını YSA ve bulanık mantık yöntemlerini kullanarak tahmin etmiştir. Çalışma sonunda, askı maddesi miktarını 0.781 R^2 değeri ile yüksek doğrulukta tahmin ettiğini raporlamıştır. Yine benzer şekilde literatürde birçok ML yöntemini kullanarak askı maddesi konsantrasyonunun tahmin eden çalışma mevcuttur [14,15,16]. Bu çalışmaların çoğu askı maddesi miktarını ya da konsantrasyonunu yüksek doğrulukta tahmin etmiş olsa da bağımsız girdilerin bağımlı değişkeni ne düzeyde etkilediğini araştırmada yetersiz kalabilmektedir.

Bağımsız girdilerin, bağımlı değişken üzerindeki etkileri istatistiksel olarak yorumlamak için önerilen bazı regresyon modelleri mevcuttur. Bu modeller doğrusal karma modeller (LMM) olarak adlandırılır ve modele sabit ve rasgele etkileri ekleyerek bir takım bağımsız değişkenlerin faktör olarak ele alınmasını mümkün kılar. Veri üretim süreci tasarımıyla belirlenen hiyerarşi ve bağımlılıkları içerdiğinde, LMM, sabit ve rassal etkileri aynı çatı altında ele alarak grup-İçi ve gruplar-arası varyansı açıkça ayırması, parametre yorumlanabilirliğini koruması ve eksik veriyi MAR varsayımı altında maksimum olabilirlik ile doğrudan ele alabilmesi nedeniyle hem sağlam bir kıyas çizgisi hem de pratik bir yaklaşım olmayı sürdürmektedir [17,18]. Nitekim LMM’ler için marjinal ve koşullu R^2 tanımlarının alan yazında standartlaşması da, uygunluk ve açıklayıcılık ölçütleri açısından bu modellerin süregelen önemini vurgulamaktadır [19]. Bu sayede grup İçi etkileşimler modele daha doğru yansıtılır ve daha yüksek koşullu R^2 değerlerinin elde edilmesine olanak sağlanır.

Hava kirleticilerinin zamansal ve mekânsal olarak modellendiği bir çalışmada, LMM, rastgele orman (RF), XGBoost, LightGBM ve YSA modelleri kullanılmıştır. Farklı birçok bağımsız değişken kullanılan ve günlük/aylık/yıllık ölçekte tahmin yapılan çalışmada günlük ölçekte boosting modelleri en yüksek doğruluğa ulaşırken LMM hem rastgele hem mekânsal çapraz doğrulamada üçüncü olup RF ve YSA’yı geride bırakmıştır [20]. Hidrolojik bağlantılılık ve su kalitesi arasındaki ilişkinin incelendiği bir çalışmada, XGBoost ile LMM yöntemleri karşılaştırmalı olarak kullanılmıştır. XGBoost’un doğrusal olmayan etkileri yakalamada esnek olduğu; fakat veri hiperparametrelere karşı duyarlı olduğu, LMM’nin ise mekânsal farklılıkları rastgele etkiler ile iyi yakalayıp ilişkiyi izole ettiğini raporlamışlardır [21].

Gili vd. çok kademeli toprak örneklemesinde, saha/parsel/transekt/nokta düzeylerinde LMM kurularak rastgele etkiler birlikte modellenmiştir. Düzeltilmiş olasılık oran testleri ile daha zengin rastgele etki yapısının

gerekli olduğunu, böylece vejetasyon yamaları arasındaki farkların klasik ANOVA'nın kaçıracağı durumlarda yakalanıp sabit etki kestirimlerinin daha hassaslaştığını göstermiştir [22]. Sydney'de bulunan iki alt havzada toplam fosfor ve toplam azotun aylık ölçümlerini, zamansal otokorelasyon içeren doğrusal karma modeller ile tahmin edildiği bir diğer çalışmada, türbiditenin tek başına akımdan daha güçlü bir yordayıcı olduğu ve türbiditeye akıma dayalı türev değişkenler eklendiğinde hatanın belirgin biçimde azaldığı raporlanmıştır. LMM'ler klasik en küçük kareler regresyona göre hem daha düşük hata hem de belirsizliği önyargısız tahmin etme açısından üstün performans verdiği sonucuna varmışlardır [23]. Ayrıca LMM'ler, yağış tahmini [24], toprak su içeriği tahmini [25] ve içme suyundaki zararlı maddelerin tespiti [26] gibi alanlarda güncel olarak kullanılmıştır.

Bu çalışmada, Government of West Bengal [27], Daves [28], Ho [29] ve Mavis vd. [30] tarafından farklı zamanlarda yapılan deney örnekleri kullanılarak askı maddesi konsantrasyonunun LMM ile tahmin edilmesi amaçlanmıştır. Ayrıca klasik doğrusal regresyon modelleri ile mukayese yapılarak, LMM yönteminin üstün yönleri vurgulanmıştır. Çalışmada askı maddesi konsantrasyonun, dane çapı tarafından nasıl kontrol edildiği analiz edilmiş, bu değişkenler için sabit etki ve rasgele etki modelleri kurulmuştur. Bu modeller ışığında askı maddesi konsantrasyonunun fiziksel doğası daha anlaşılır hale gelmiştir.

Materyal ve Metot

Kullanılan veri seti Compilation of Alluvial Channel Data: Laboratory and Field adlı raporda bulunan deney setleri arasında yer almaktadır. Rapor William R. Brownlie tarafından 1981 yılında yazılmıştır [31]. Bu raporda 5263 adeti laboratuvar deneyi, 1764 adeti ise nehirlerden alınan ölçümlerden meydana gelen toplam 7027 veri mevcuttur. Veri setleri 9 adet bağımsız değişken ve bir adet bağımlı değişkenden meydana gelmektedir (Tablo 1).

Tablo 1. Veri setlerinde bulunan değişkenler ve birimleri

Değişkenler	Açıklama	Birim
Su Debisi	Birim alandan geçen, saniyedeki su hacmi	l/s
Kanal Genişliği	Akışın olduğu kanalın genişliği	m
Su Derinliği	Akış sırasında meydana gelen su derinliği	m
Enerji Eğimi	Birim ağırlıktaki suyun enerji kaybının akış yönündeki mesafeye oranı	%
Dane Boyutu (medyan)	Sediment tane boyu dağılımında, kütlelerin %50'sinin daha küçük, %50'sinin daha büyük olduğu tane çapıdır. Sediment boyut dağılımının ortanca değeri	mm
Dane Boyutu Geometrik Standart Sapması	Sediment tane boyunun geometrik standart sapması	mm
Katı Madde Özgül Yoğunluğu	Sediment yoğunluğunun, referans sıvının yoğunluğuna (genellikle 4 °C'deki saf su) oranı.	-
Askı Maddesi Konsantrasyonu	Sediment yükünün kütlesinin, su-sediment karışımının toplam kütlesine	ppm

Sıcaklık	orandır. Kütle esasına göre ppm (parts per million) olarak ifade edilir.	°C
Yatak Şekli	Su sıcaklığı	
	Akarsu yatağı yüzeyinde akım ve sediment etkileşimi sonucunda oluşan morfolojik şekillerin genel adıdır. 0 ile 8 arasında değerler almakta.	-

Bu çalışmada, laboratuvar deney setleri kullanılmış ve askı maddesini konsantrasyonunu tahmin etmeye yönelik geliştirilen modellerde girdi olarak su debisi (debi), kanal genişliği (genişlik), su derinliği (derinlik), enerji eğimi (eğim), dane boyutu ve sıcaklığın kullanılması tercih edilmiştir. Kullanılan veri setlerinde yatak şekli aynı olan veriler tercih edilmiştir ve yatak şekli bağımsız değişken olarak modele dahil edilmemiştir. Ayrıca dane boyutu geometrik standart sapması ve katı madde özgül yoğunluğu da modellemede kullanılmamıştır. Çalışmada kullanılan bağımsız değişkenlerin seçimi için literatürde daha önce yapılan çalışmalardan faydalanılmıştır. Doğan [12] yaptığı çalışmada debi, eğim ve dane çapı değişkenlerini model dahil etmiştir. Bu çalışmada da benzer etkilerin araştırılması hedeflenmiştir. Ek olarak genişlik, derinlik ve sıcaklık değişkenleri de modellere dahil edilmiştir. Her ne kadar genişlik ve derinlik değerleri benzer etki yaratacağı belirtilse de [32] karma modellerin çoklu doğrusal bağıntıya karşı dayanıklı yapısı nedeniyle modele dahil edilmesi kararlaştırılmıştır. Modellemede kullanılan bağımsız değişkenlere ve bağımlı değişkene ait tanımlayıcı istatistikler Tablo 2 de paylaşılmıştır.

Tablo 2. Kullanılan veri setine ait tanımlayıcı istatistik bilgileri

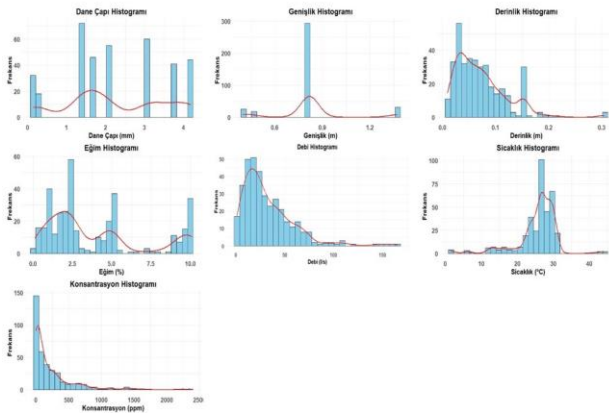
Değişken	Mak	Min	Ortalama	Std. Sap.	Çarpıklık	Değişim Katsayısı (%)
Su Debisi (l/s)	165.6	0.87	32.41	26.4	1.88	81.46
Kanal Genişliği (m)	1.37	0.39	0.82	0.21	0.74	25.83
Su Derinliği	0.3	0.00	0.071	0.04	1.49	66.38
Enerji Eğimi	10.1	0.11	3.93	3.12	0.89	79.42
Dane Boyutu	4.18	0.15	2.24	1.25	0.03	55.84
Sıcaklık	44.4	1.5	25.5	5.57	-1.41	21.78
Konsantrasyon	2361	0.2	220.5	333	2.8	151.08

En yüksek değişim katsayısına sahip değişken askı maddesi konsantrasyonu onu takiben su debisi ve eğim olmuştur. Ayrıca çarpıklık değerleri incelendiğinde dane boyutu hariç diğer tüm değişkenlerin normal dağılımdan uzak olduğu yorumu yapılabilir. Analiz öncesi farklı birimlere sahip değişkenlerin analiz edilmesini kolaylaştırmak ve laboratuvar arası farklılardan kaynaklanan deneysel heterojenliğin azaltılması için tüm veriler standartlaştırılmıştır. Standartlaştırma işlemi Denklem (1) yardımıyla gerçekleştirilmiştir.

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (1)$$

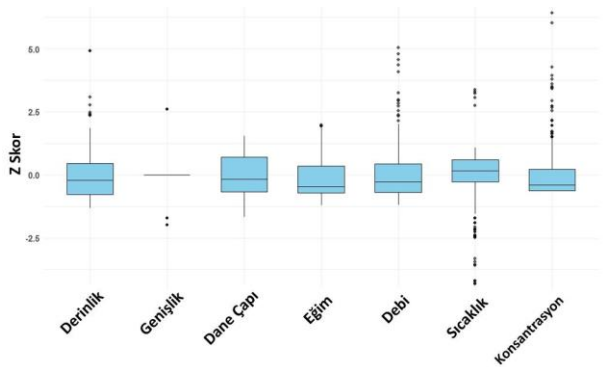
Burada: x standartlaştırılacak değer, μ değişkenin aritmetik ortalaması, σ değişkenin standart sapması z standartlaştırılmış değerdir. Tüm değişkenlere ait dağılımlar Şekil 1'de paylaşılmıştır. Grafikler

incelendiğinde neredeyse hiçbir değişkenin normal dağılmadığı teyit edilmiştir.



Şekil 1. Değişkenlere ait dağılımlar

Değişkenlerin standartlaştırılması sonrası kutu grafikleri elde edilerek, farklı birimlerdeki değişkenlerin daha kolay şekilde karşılaştırılması sağlanmıştır. Şekil 2’de verilen standartlaştırılmış kutu grafikleri, değişkenlerin göreceli dağılım özelliklerini karşılaştırmalı olarak ortaya koymaktadır. Gözlemler, medyanların çoğunun 0 civarında kümelenmesiyle standardizasyonun tutarlı biçimde uygulandığını göstermektedir. Konsantrasyon değişkeni belirgin pozitif çarpıklık ve ağır üst kuyruk sergilemekte, çok sayıda yüksek aykırı değer içermektedir. Bu durum olası olay temelli piklere ve ağır kuyruk davranışına işaret eder. Benzer biçimde debi değişkeni de üst uçta yoğunlaşan aykırılarla pozitif çarpıklık göstermektedir. Sıcaklık ise alt uçta güçlü aykırılarla negatif çarpık bir yapı sergilemekte; bu örüntü, mevsimsel rejimler, sensör farklılıkları veya veri bütünleştirme kaynaklı sistematik etkilerin varlığını ima eder. Derinlikte orta düzey yayılım ve hafif pozitif çarpıklık gözlenirken, eğim dağılımı nispeten simetrik ve dar yayımlıdır. Dane ise en dengeli dağılıma sahip olup aşırı uçlar sınırlıdır.

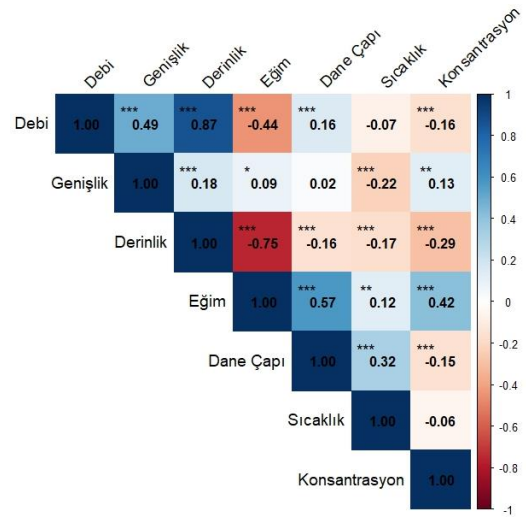


Şekil 2. Standartlaştırılmış verilere ait kutu diyagramları

Değişkenler arasındaki doğrusal ilişkilerin belirlenmesi için korelasyon matrisinden yararlanılmıştır (Şekil 3). Korelasyon katsayılarının hesaplanması için Spearman Korelasyon katsayısı kullanılmıştır. Çünkü Pearson korelasyon katsayısı verinin normal dağıldığı durumda kullanılabilir. Ancak Spearman korelasyon katsayısı sıralı korelasyon hesabı yaptığı için parametrik

olmayan bir testtir ve bu çalışmadaki veriler için daha uygundur.

Konsantrasyon ile dane çapı, derinlik ve debi arasında negatif anlamlı korelasyon mevcut iken sıcaklık ile anlamlı olmayan bir ilişki söz konusudur. Genişlik ve eğim ile ise pozitif anlamlı bir ilişki tespit edilmiştir. Korelasyon analizinde hidrolik değişkenler (debi, derinlik, eğim ve dane çapı) arasında yüksek düzeyde çoklu doğrusal bağlantı (eş doğrusallık) tespit edilmiştir. Özellikle debi-derinlik ($\rho = 0.87$), derinlik-eğim ($\rho = 0.75$) ve eğim-dane çapı ($\rho = 0.57$) ilişkileri, bu değişkenlerin birlikte kullanılması durumunda sabit etkilerin tahmininde belirsizlik yaratabileceğini göstermektedir. Ayrıca, farklı deney kurulumları ve araştırmacı grupları arasında sistematik varyasyonların bulunma olasılığı, yalnızca sabit etkilerle kurulan klasik regresyon modellerinin yetersiz kalabileceğini düşündürmektedir. Bu nedenle, grup düzeyindeki heterojenliği hesaba katan LMM tercih edilmesi uygun görülmüştür.



Şekil 3. Korelasyon tablosu ($p < 0.1^*$, $p < 0.05^{**}$, $p < 0.01^{***}$)

Çoklu Doğrusal Regresyon

Regresyon analizi, bir hedef değişkeni (bağımlı değişken) ile bir dizi açıklayıcı değişken (bağımsız değişkenler) arasındaki ilişkiyi araştırmak için kullanılan istatistiksel bir yöntemdir. Değişkenler arasında fonksiyonel bir ilişki kurmak için basit yöntemler sağladığı için en sık kullanılan istatistiksel yöntemlerden biridir. Doğrusal regresyon, bir veya daha fazla bağımsız değişkene dayanarak bağımlı değişkeni tahmin eden bir modelleme tekniğidir ve bu tür modeller bilinmeyen parametrelerine doğrusal olarak bağlı olduğundan pratik uygulamalarda en çok kullanılan istatistiksel modeldir. Doğrusal regresyon modeli, basit doğrusal regresyon ve çoklu doğrusal regresyon modeli olmak üzere iki formdan oluşur. Özüde, çoklu doğrusal regresyonlar, birden fazla açıklayıcı değişken içeren sıradan en küçük kareler regresyonunun bir uzantısıdır. Basit regresyon analizi Denklem (2)’de tanımlandığı gibidir.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \varepsilon \quad (2)$$

Y bağımlı değişken, X_1 bağımsız değişken, β_0 sabit terim ya da kesişim parametresi, β_1 eğim katsayısı ve ε ise hata terimi ya da artık olarak adlandırılır. Hata terimi, modelin açıklayamadığı kısmı yani tesadüfi hatayı gösterir. Hata teriminin çoğunlukla normal dağılıma sahip olduğu varsayılır, yani ortalaması sıfır ve varyansı sabittir. Çoklu doğrusal regresyona ait genel form Denklem (3)'te verilmiştir.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_n X_n + \varepsilon, \quad i = 1, 2, 3 \dots n \quad (3)$$

Çoklu doğrusal regresyon analizi, sonuçlarının geçerliliğini ve güvenilirliğini sağlayan çeşitli temel varsayımlara dayanır. Bu varsayımların anlaşılması ve doğrulanması, doğru model yorumlama ve tahmin için çok önemlidir. Çoklu doğrusal regresyonun temel varsayımı, bağımlı değişken ile bağımsız değişkenler arasında doğrusal bir ilişkinin varlığıdır. Analiz, kalıntıların (gözlemlenen ve tahmin edilen değerler arasındaki farklar) normal dağılım gösterdiğini varsayar. Bağımsız değişkenlerin birbirleriyle çok yüksek oranda ilişkili olmaması esastır; bu duruma çoklu doğrusallık denir. Hata terimlerinin (kalıntıların) varyansı, bağımsız değişkenlerin tüm seviyelerinde tutarlı olmalıdır. Kalıntıların öngörülen değerlere göre dağılım grafiği, koni biçimli bir dağılım gibi, heteroskedastisiteye işaret edebilecek herhangi bir belirgin örüntü göstermemelidir. Hataların bağımsızlığı, doğrusal regresyon modelleri için bir diğer kritik varsayımdır. Artıkların (gözlemlenen ve tahmin edilen değerler arasındaki farklar) birbirleriyle ilişkili olmamasını sağlar. Bu, bir gözlemle ilişkili hatanın başka bir gözlemin hatasını etkilememesi gerektiği anlamına gelir. Hataların ilişkili olması, verilerdeki temel bir örüntünün veya eğilimin model tarafından gözden kaçırıldığına işaret edebilir.

Doğrusal Karma Model

Laird ve Ware [33] tarafından geliştirilen model, yalnızca sabit etkileri ve ilişkisiz hata varsayımını içeren klasik doğrusal regresyon modellerinin aksine, LMM, ilişkili ve bağımlı veriler için rastgele ve sabit etkilerin dahil edilmesiyle oluşturulabilir. Genellikle boylamsal ve gruplanmış veri kümeleri için uygulanırlar. Daha açık bir ifadeyle, LMM'ye iç içe geçmiş/hiyerarşik yapılar dahil edilebilir ve denek veya koşullara ait sonuçlar, rastgele terimler yardımıyla popülasyona genelleştirilebilir. LMM, yanıt değişkenini rastgele ve sabit etkilerle ilişkilendirir ve Denklem (4) ile ifade edilebilir.

$$Y_i = X_i \beta + Z_i u_i + \varepsilon_i \quad (4)$$

$$u_i \sim N(0, D)$$

$$\varepsilon_i \sim N(0, R_i)$$

Y_i i. birime ait gözlemlenen yanıt (bağımlı değişken) değerlerinin vektörü, X_i sabit etkiler tasarım matrisi, β sabit etkilerin katsayıları, Z_i rassal etkiler tasarım matrisi, u_i rassal etkiler vektörü, ε_i hata terimi (modelin açıklayamadığı varyans).

Öncelikle, hata terimleri (ε_i) ortalaması sıfır olan ve varyansı R_i ile ifade edilen normal bir dağılıma sahiptir. Yani modelin açıklayamadığı sapmalar rastgele dağılım gösterir ve farklı gözlemler arasında bu hataların kovaryans yapısı R_i matrisi ile tanımlanabilir. Bu matris simetrik ve pozitif tanımlıdır; böylece farklı varsayımlar veya yapılar için esneklik sağlar. Diğer yandan, rassal etkiler (u_i) sabit etkilerden farklı olarak bireyler arasındaki değişkenliği yansıtır ve istatistiksel bir dağılımdan geldiği kabul edilir. Bu etkiler de ortalaması sıfır ve varyans-kovaryans matrisi D olan normal bir dağılıma sahiptir. Bu D matrisi de simetrik ve pozitif tanımlıdır ve boyutu modele dâhil edilen rassal etki terimlerinin sayısına bağlıdır. Özetle, bu varsayımlar sayesinde model hem gözlemlerdeki rastgele hataları hem de bireyler arası farklılıkları istatistiksel olarak tanımlayarak daha esnek ve gerçekçi bir yapı sunar.

Model Seçim Kriterleri

En uygun regresyon modelinin belirlenmesi için literatürde bazı bilgi kriterleri kullanılmaktadır. Bu kriterlerin ana amacı model karmaşıklığı ile uyum kalitesini dengeleyen en uygun modelin belirlenmesini sağlamaktır. Başlıca kullanılan iki bilgi kriteri Akaike Bilgi Kriteri (AIC) ve Bayesian Bilgi Kriteridir (BIC). Bu kriterler Denklem (5) ve (6)'da tanımlanmıştır.

$$AIC = 2k - 2 \ln(L) \quad (5)$$

$$BIC = k(\ln(n) - 2 \ln(L)) \quad (6)$$

Denklem (4) ve (5)'te verilen n gözlem sayısını, k parametre sayısını ve L ise maksimum olasılık değerini belirtmektedir. Daha düşük AIC değeri, modelin hem iyi uyum sağladığını hem de gereksiz parametre eklenmediğini gösterir. AIC, tahmin odaklı çalışmalar için uygun bir kriterdir ancak küçük örneklemelerde fazla parametre ekleme eğilimi gösterir. Bu durumda düzeltilmiş AIC (AICc) tercih edilir. BIC, AIC'den farklı olarak parametre sayısını daha ağır bir şekilde cezalandırır. Bu nedenle, büyük veri setlerinde daha sade modelleri tercih etme eğilimindedir. Daha düşük BIC değeri, veriye uygun ve gereksiz parametrelerden arındırılmış bir modeli işaret eder [34]. Her iki kriter de maksimum olabilirlik temelli çalışır, ancak odak noktaları farklıdır. AIC, genellikle tahmin doğruluğunu maksimize etmeye çalışırken, BIC model açıklayıcılığını ve sadeliğini ön plana çıkarır [35].

AIC ve BIC kriterleri iki veya daha fazla modelin karşılaştırılmasına olanak verirken, modellerin yeterliliğini/başarısını tek başına ölçen yöntemlerde mevcuttur. Bu yöntemlerden en sık kullanılanlardan ikisi Nash-Sutcliffe (NSE) [36] ve Kling-Gupta (KGE) [37] verimlilik katsayılarıdır. Bu iki katsayı eksi sonsuz ile bir arasında değerler almaktadır. Bir değerine yakın katsayılar modelin iyi tahminler yaptığını işaret ederken, 1 değerinden uzaklaşan (eksi negatife doğru) değerlerin ise kötüleşen modele işaret etmektedir. NSE ve KGE ye ait eşitlikler Denklem (8) ve (9)'da paylaşılmıştır.

Son olarak hataların ne kadar küçük olduğunun tespit edilmesi içinde ortalama karekök hatası (RMSE) metriği

kullanılmıştır. Bu metrik bir modeli tek başına değerlendirmede zayıf kalırken iki modelin karşılaştırmasında güçlü bilgiler sunabilmektedir. RMSE değerinin sıfıra yaklaşması modelin hatasız tahmin yapma eğiliminde olduğunu belirtir.

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (K_i^{tahmin} - K_i^{gözlem})^2}{n}} \quad (7)$$

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (K_i^{tahmin} - K_i^{gözlem})^2}{\sum_{i=1}^n (K_i^{gözlem} - \bar{K}^{gözlem})^2} \quad (8)$$

$$KGE = 1 - \sqrt{(r-1)^2 + (\alpha-1)^2 + (\beta-1)^2} \quad (9)$$

$$r = kor(K_{tahmin}, K_{gözlem}), \alpha = \frac{\sigma^{gözlem}}{\sigma_{tahmin}}, \beta = \frac{\mu^{gözlem}}{\mu_{tahmin}}$$

Denklem (7), (8) ve (9)'da bulunan K_i^{tahmin} ve $K_i^{gözlem}$ i anındaki tahmin edilen ve gözlenen konsantrasyon değerini, $\bar{K}^{gözlem}$ gözlenen konsantrasyon değerlerinin ortalamasını, r gözlenen ve tahmin edilen konsantrasyonlar arasındaki korelasyon değerini, α değişkenliği, β ortalamadaki önyargıyı ve n toplam gözlem sayısını temsil etmektedir.

Bulgular ve Tartışma

Karma ve normal doğrusal modeller birlikte değerlendirildiğinde, bağımlı değişkeni açıklamada karma modelin çok daha güçlü ve güvenilir bir performans sergilediği görülmektedir. Sabit etkiler incelendiğinde, her iki modelde de debi ve eğim değişkenleri pozitif ve anlamlı etkiler göstermektedir. Tablo 6'da görüldüğü üzere LM modelinde debi katsayısı +171.21 ($p<0.001$) iken, Tablo 3'te sunulan LMM sonuçlarında bu değer +366.09'a ($p<0.001$) yükselmiştir. Benzer şekilde, eğim katsayısı LM modelinde +143.8 ($p<0.001$) iken, LMM modelinde +284.68 ($p<0.001$) olarak hesaplanmıştır. Bu bulgular, karma modelin sabit etkileri daha güçlü bir şekilde yakaladığını ve grup düzeyindeki rastgele farklılıkları hesaba katarak daha kararlı tahminler sunduğunu göstermektedir.

Derinlik değişkeni her iki modelde de anlamlı bir negatif etki sergilemektedir. LM modelinde katsayı -103.37 ($p<0.001$) iken, LMM modelinde bu değer -139.41 ($p<0.001$) olarak bulunmuştur. Bu durum, derinlik arttıkça bağımlı değişkenin azaldığını ortaya koymaktadır. Genişlik değişkeni LM modelinde anlamsız bir katsayıya sahipken ($p=0.344$), LMM modelinde negatif bir eğilim göstermiş ancak istatistiksel anlamlılık sınırında kalmıştır ($p=0.072$). Sıcaklık değişkeni ise LM modelinde anlamlı bir negatif etki gösterirken (-43.84; $p=0.008$), LMM modelinde anlamsız bulunmuştur ($p=0.380$). Bu fark, karma modelin rastgele etkileri hesaba katarak sıcaklığın etkisini daha gerçekçi şekilde değerlendirdiğini düşündürmektedir.

Tablo 3. Karma model (LMM, (1|dane)) sonuçları

Sabit Etkiler	Katsayı	Std. Hata	t değeri	p değeri
Sabit	253.08	80.83	3.13	0.012*
Debi	+366.09	27.06	13.53	<0.001***
Genişlik	-136.33	67.52	-2.02	0.072
Derinlik	-139.41	25.41	-5.49	<0.001***
Eğim	+284.68	18.65	15.27	<0.001***
Sıcaklık	13.58	15.47	0.88	0.380

Tablo 4. Karma modelde rastgele etkiler için varyans ve standart sapma değerleri

Rastgele Etkiler	Varyans	Std. Sapma
Dane Çapı	56.741	238.2
Artık	48.562	220.4

Modelin rastgele etkileri Tablo 4'te verilmiştir. Dane çapı bazlı rastgele kesişimlerin varyansı 56.741 ve standart sapması 238.2 olarak hesaplanmış, artık varyansı ise 48.562 ve standart sapması 220.4 olarak belirlenmiştir. Bu sonuçlar, dane çapı grupları arasında bağımlı değişken düzeyinde önemli farklılıklar olduğunu ve grup bazlı değişkenliğin modele dahil edilmesinin modelin açıklayıcılığını artırdığını göstermektedir.

Model performansı karşılaştırıldığında Tablo 7'de verilen LM sonuçlarına göre $R^2=0.25$ ve düzeltilmiş $R^2=0.24$ iken, Tablo 5'teki LMM sonuçlarında marjinal $R^2=0.43$ ve koşullu $R^2=0.74$ olarak hesaplanmıştır. Bu bulgular, sabit etkilerin varyansın %43'ünü, sabit ve rastgele etkilerin birlikte ise toplam varyansın %74'ünü açıkladığını göstermektedir. Ayrıca, AIC ve BIC kriterleri LMM modelinde (AIC=5065.7; BIC=5097) LM modeline (AIC=5228.95; BIC=5256.31) kıyasla daha düşük değerler almıştır, bu da karma modelin veri ile daha uyumlu olduğunu ortaya koymaktadır. RMSE değerleri incelendiğinde ise karma modelin LM'den daha düşük hata değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Son olarak, karma modelin 0.646 NSE ve 0.787 KGE ile orta üstü tahminler ürettiği, LM'ninde benzer paternde olduğu ancak 0.586 NSE ve 0.686 KGE ile daha düşük performans sergilediği sonucuna ulaşılmıştır.

Genel olarak, bu sonuçlar karma modelin grup düzeyindeki rastgele etkileri hesaba katarak daha güçlü, kararlı ve gerçekçi tahminler sunduğunu göstermektedir. Debi ve eğim değişkenlerinin bağımlı değişken üzerinde en baskın pozitif etkiler olduğu, derinliğin ise anlamlı ve güçlü bir negatif etki gösterdiği her iki modelde de tutarlıdır. Ancak, karma modelin daha yüksek R^2 değerleri, daha düşük AIC/BIC kriterleri ve grup farklılıklarını yansıtan rastgele etkileri, bu yaklaşımın karmaşık veri yapılarında tercih edilmesi gerektiğini açıkça ortaya koymaktadır.

Tablo 5. Karma modele (LMM) ait performans metrikleri

Model Performansı	Değer
Marjinal R ²	0.43
Koşullu R ²	0.74
AIC	5065.7
BIC	5097.0
KGE	0.787
NSE	0.646
RMSE	96.28

Tablo 6. Normal doğrusal model (LM) sonuçları

Sabit Etkiler	Katsayı	Std. Hata	t değeri	p değeri
Sabit	220	15.19	14.52	0.001***
Debi	+171.21	31.82	5.38	<0.001***
Genişlik	-20.78	21.29	-0.95	0.344
Derinlik	-103.37	30.39	-3.4	<0.001***
Eğim	+143.8	21.31	6.75	<0.001***
Sıcaklık	-43.84	16.41	-2.67	0.008**

Tablo 7. Normal (LM) modele ait performans metrikleri

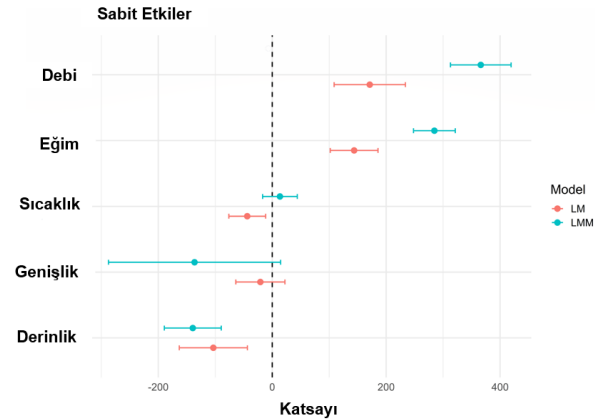
Model Performansı	Değer
R ²	0.25
Adj. R ²	0.24
AIC	5228.95
BIC	5256.31
KGE	0.686
NSE	0.586
RMSE	104

Şekil 4'te paylaşılan grafikte, sabit etkilerin hem klasik doğrusal model hem de karma doğrusal model kapsamında elde edilen katsayıları ve %95 güven aralıkları gösterilmektedir. Dikey kesikli çizgi sıfır noktasını işaret ederken, bu çizginin sağında kalan değerler pozitif, solunda kalanlar ise negatif etkileri ifade etmektedir. Elde edilen sonuçlar, değişkenlerin bağımlı değişken üzerindeki etkilerinin hem yönünü hem de büyüklüğünü açık bir şekilde ortaya koymaktadır.

Debi değişkeni, her iki modelde de güçlü ve pozitif bir etki göstermektedir. Özellikle LMM modelinde yaklaşık +400 civarında tahmin edilen katsayı, debideki artışın bağımlı değişken üzerinde oldukça belirgin bir artışa yol açtığını ortaya koymaktadır. LM modelinde bu değer yaklaşık +200 seviyesinde kalmakla birlikte yön açısından benzerlik göstermekte, ancak güven aralıklarının genişliği daha yüksek belirsizlik işaret etmektedir. Benzer şekilde, eğim değişkeni de her iki modelde pozitif etki sergilemiş, ancak LMM modeli daha yüksek (~+300) ve daha dar güven aralıklarıyla daha kararlı sonuçlar vermiştir. Bu durum, eğimin sistem dinamikleri üzerinde anlamlı bir pozitif etkiye sahip olduğunu güçlü bir şekilde desteklemektedir.

Sıcaklık değişkeni incelendiğinde hem LM hem de LMM modellerinde pozitif ama düşük katsayılarla temsil edilen bir etki gözlenmektedir (+10 civarı). Ancak güven aralıklarının sıfır çizgisine yakın olması, bu etkinin istatistiksel olarak anlamsız olduğunu göstermektedir. Diğer yandan genişlik değişkeni, LMM modelinde yaklaşık -200 civarında anlamlı bir negatif etki göstermekte, LM modelinde ise bu ilişki daha zayıf ve daha belirsiz bir şekilde gözlenmektedir. Bu bulgu, rastgele etkilerin dikkate alınmasının modelin hassasiyetini artırdığını ve değişkenin gerçek etkisini daha doğru yakaladığını ortaya koymaktadır. Derinlik değişkeni ise her iki modelde de negatif katsayılarla temsil edilmiş (-100 civarı) ve güven aralıkları sıfır çizgisinin dışında kalarak istatistiksel anlamlılığı desteklemiştir. Bu sonuç, derinlik arttıkça bağımlı değişkenin azalabileceğine işaret etmektedir.

Genel olarak, LMM modelinin özellikle debi, eğim ve genişlik değişkenlerinde daha dar güven aralıkları ve daha belirgin katsayılar sunması, karma veri yapılarında bu modelin daha güvenilir tahminler sağladığını göstermektedir. Bulgular, hidrodinamik değişkenlerin (özellikle debi ve eğim) bağımlı değişken üzerindeki kritik rolünü güçlü biçimde vurgulamakta; genişlik ve derinlik gibi morfometrik faktörlerin ise ters yönde etkiler oluşturabileceğini düşündürmektedir. Sıcaklığın etkisi ise nispeten sınırlı kalmıştır. Bu kapsamda, rastgele etkilerin dikkate alındığı karma modelleme yaklaşımının, sistemin karmaşık yapısını daha doğru yansıtarak daha kararlı ve güvenilir sonuçlar ürettiği söylenebilir.



Şekil 4. Karma ve klasik doğrusal modellerde sabit etkilerin katsayı dağılımları ve güven aralıkları

Şekil 5'te paylaşılan grafik ise, karma modelde dane değişkenine ait rastgele kesim (intercept) tahminlerini ve bunların %95 güven aralıklarını göstermektedir. Yatay ekseninde rastgele kesim değerleri, dikey ekseninde ise dane grupları yer almaktadır. Sıfır noktasındaki kesikli çizgi, rastgele kesimlerin ortalama etkisini referans almaktadır.

Bazı dane gruplarının rastgele kesim değerleri pozitif tarafta, bazıları ise negatif tarafta yer almaktadır. Pozitif tarafta yer alan gruplar (örneğin 0.15, 1.41, 1.4 gibi dane değerleri), bağımlı değişken üzerinde ortalamanın üzerinde bir kesim etkisine sahiptir. Bu gruplar, modelde beklenen değeri yukarı yönlü kaydırmakta, yani daha yüksek bir tahmin değeri ile ilişkilendirilmektedir.

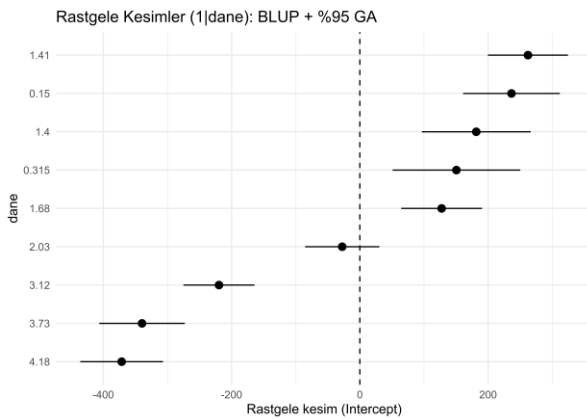
Negatif tarafta yer alan gruplar (örneğin 3.73 ve 4.18 dane değerleri), bağımlı değişken üzerinde ortalamanın altında bir kesim etkisine sahiptir; bu da bu grupların bağımlı değişken için daha düşük tahminlere neden olduğunu göstermektedir.

Güven aralıklarının genişliği, gruplar arasındaki tahmin belirsizliğini göstermektedir. Bazı gruplarda güven aralıkları oldukça dar olup tahminlerin daha kararlı olduğunu (örneğin dane=1.4), bazı gruplarda ise daha geniş aralıkların daha fazla belirsizliğe işaret ettiğini (örneğin dane=3.12) göstermektedir.

Genel olarak, bu sonuçlar dane gruplarının bağımlı değişken üzerindeki etkilerinde belirgin farklılıklar bulunduğunu ortaya koymaktadır. Özellikle negatif tarafta yer alan gruplar, bağımlı değişken düzeyinin ortalamanın altında kaldığı durumları açıklarken, pozitif tarafta yer alan gruplar ortalamanın üzerinde sonuçlar üreten grupları temsil etmektedir. Bu bulgu, rastgele etkilerin modele dahil edilmesinin neden gerekli olduğunu ve dane bazı farklılıkların bağımlı değişken üzerindeki etkilerinin güçlü olduğunu göstermektedir.

Hidrolik açıdan değerlendirildiğinde, pozitif tarafta yer alan dane grupları (örneğin dane = 0.15, 1.4, 1.41) akış koşullarında daha yüksek enerjiye veya daha fazla askıda madde taşınımına uygun ortamları temsil ediyor olabilir. Bu gruplar, daha küçük dane çaplarıyla ilişkili olup akım içinde daha kolay süspansiyon sağlayabilir, dolayısıyla sistemde ölçülen değişken üzerinde daha yüksek tahminlere yol açabilir.

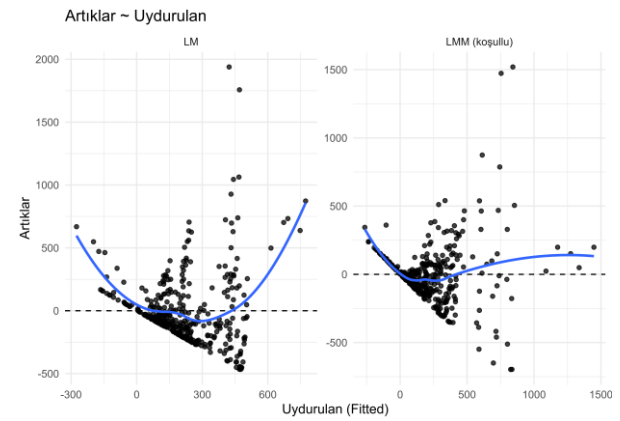
Buna karşılık, negatif tarafta kalan gruplar (örneğin dane = 3.12, 3.73, 4.18), daha iri dane çaplarıyla ilişkili olup akışta daha hızlı çöken veya daha düşük mobilitateye sahip taneleri ifade etmektedir. Bu durum, akımın bu gruplar üzerinde daha sınırlı bir etki yarattığını ve bağımlı değişkenin ortalamanın altında kalmasına neden olduğunu göstermektedir.



Şekil 5. Dane gruplarına ait rastgele kesim (intercept) tahminleri ve %95 güven aralıkları

Artıklar ile uydurulan değerlerin ilişkisini gösteren grafikler, normal doğrusal model ile karma modelin tahmin performanslarını karşılaştırmalı olarak ortaya koymaktadır (Şekil 6). LM modeline ait dağılım incelendiğinde artıkların belirgin bir U şeklinde dağıldığı görülmektedir. Bu durum, sabit varyans varsayımının

ihlal edildiğini, yani modelde heteroskedastisite bulunduğunu ve hataların sistematik bir desen izlediğini göstermektedir. Ayrıca, bazı gözlemlerde artık değerlerinin oldukça yüksek seviyelere ulaşması, modelin uç noktaları yeterince temsil edemediğini ortaya koymaktadır. LMM modelinde ise artıkların dağılımı sıfır etrafında daha dengeli bir şekilde toplanmış ve sistematik sapmalar belirgin ölçüde azalmıştır. Eğrinin daha yatay bir seyir izlemesi, karma modelin veri yapısındaki karmaşık ilişkileri daha iyi yakalayabildiğini göstermektedir. Bununla birlikte, bazı uç gözlemlerin varlığı modelin tam uyumunu sınırlasa da LMM modelinin hataları önemli ölçüde azalttığı ve daha güvenilir tahminler sunduğu anlaşılmaktadır. Bu sonuçlar, karma modelin grup düzeyindeki rastgele etkileri hesaba katarak doğrusal modele kıyasla daha iyi bir uyum sağladığını ve daha kararlı bir performans sergilediğini açıkça ortaya koymaktadır.



Şekil 6. LM ve LMM artıkları ile model tahminleri grafikleri

Karma modeller, grup düzeyinde değişkenlerin bulunduğu veri yapılarında klasik doğrusal modellere göre daha esnek, güvenilir ve genellenebilir bir yaklaşım sunar. Bu modellerin en önemli avantajlarından biri, kısmi havuzlama (partial pooling) ve shrinkage özelliğidir. Her grup için ayrı sabit katsayılar tahmin etmek yerine grup etkilerini genel ortalama doğru çeker ve özellikle gözlem sayıları az veya dengesiz olan seviyelerde aşırı uyumu önler. Bu yaklaşım, tahminlerin daha sağlam ve kararlı olmasını sağlar [38]. Ayrıca, rastgele kesimler ve rastgele eğimler sayesinde, örneğin “debi” gibi bir yordayıcının etkisinin grup seviyesine göre değişmesi modellenilebilir. Bu sayede etkileşim terimleriyle karmaşık modeller kurmaya gerek kalmadan grup içi heterojenlikler yakalanabilir [39].

Karma modellerin bir diğer güçlü yönü, toplam varyansı grup içi ve grup arası bileşenlerine ayırarak, sınıf içi korelasyon katsayısı (ICC) hesaplamaya imkân tanımasıdır. ICC, bağımlı değişkendeki değişimin ne kadarının grup etkilerinden kaynaklandığını nicel olarak gösterir ve böylece grup yapısının açıklayıcılığı daha somut bir şekilde yorumlanabilir [40]. Bunun yanı sıra, karma modeller sabit etkilerin yalnızca mevcut gruplar için değil, benzer ancak gözlemlenmemiş yeni gruplar için de tahminler yapabilmesine olanak tanır; bu da sonuçların genellenebilirliğini artırır.

Bu modeller, dengesiz veri tasarımlarında da avantajlıdır. Bazı gruplarda çok az, bazılarında ise çok fazla gözlem bulunması klasik ANOVA veya OLS modellerinde ciddi sapmalara yol açarken, karma modeller bu dengesizliklere karşı daha dayanıklı çalışır [41]. Ayrıca, mevcut gruplar için en iyi doğrusal yansız tahmin ediciler (BLUP) tahminleri yaparak hem sabit hem de grup düzeyindeki rastgele sapmaları birlikte kullanır; böylece grup bazlı daha doğru ve hassas tahminler üretir [42].

Elde edilen sonuçların önemli kısmı literatürdeki çalışmalar ile desteklenmektedir. Lamb vd. [43], çok sayıda kanal verisini derleyerek kritik Shields gerilmesinin eğim arttıkça yükseldiğini göstermiştir. Bunun nedeni, eğim büyüdükçe bağıl pürüzlülüğün artması ve buna bağlı olarak yatak hız ile türbülans yapısının değişmesidir. Bu sonuç, modelimizde eğimin pozitif katsayıyla konsantrasyonu artırmasıyla tutarlıdır. Khosravi vd. [44] deneyleri, akım hızıyla (dolaylı olarak debi ve kayma gerilmesiyle) sediman taşınımı arasında güçlü bir ilişki olduğunu gösterir. Bu bulgu, çok kaynaklı veride LMM ile elde ettiğimiz debi ve eğimin pozitif ve baskın etkileriyle uyumludur.

Pratik Kullanım Alanları

LMM sonuçlarının gösterdiği desenler doğrudan uygulanabilir kararlara çevrilebilir ve pratikte önemli kullanım alanlarına hizmet edebilecektir. Debinin güçlü ve pozitif etkisi ile eğimin artırıcı rolü, yağışlı dönemlerde ve yüksek akım olaylarında su alma yapılarında ön-çöktürme hacminin ve modüler havuz sayısının artırılmasını, giriş yapılarına pik akımlar için yönlendirmeli ızgara ve by-pass hatlarının eklenmesini gerektirebilir. Bu hatların açma-kapama eşikleri istasyonlara özgü rastgele etkiler ışığında yerleştirilebilir. Derinliğin negatif etkisi, çok seviyeli çekim yapılarında bulanıklık ve askı madde yükseldiğinde üst kotlardan kontrollü çekim senaryolarına öncelik verilmesini destekler. Rastgele etkilerin anlamlı bulunması, yukarı havzadaki tane gruplarına bağlı heterojenliğin işletmeye yansıtılmasını, örneğin ince dane baskın alt havzalar için daha sık numune alma, olay sırasında taşınabilir sensörlerin devreye alınması ve sediment havuzu bakımlarının bu pencerelere göre zamanlanmasını sağlar. Artık yapısının LMM’de daha sağlıklı olması, olay yüklerinin belirsizlik bantlarıyla izlenmesine ve taşkın kontrolünde yıl içi yük bütçesine göre şev koruma, tampon şerit ve geçici tutma yapılarının önceliklendirilmesine imkân verebilmektedir.

Sonuç

Bu çalışmada elde edilen sonuçlar, doğrusal karma etkili modellerin askı maddesi konsantrasyonunu tahmin etmede güçlü ve güvenilir bir yaklaşım sunduğunu açıkça ortaya koymuştur. Grup düzeyindeki rastgele etkilerin modele dahil edilmesi, özellikle dane çapına bağlı değişkenliği daha gerçekçi şekilde yansıtmayı sağlamış ve modelin açıklayıcılığını önemli ölçüde artırmıştır. Debi ve eğimin en belirgin pozitif etkiler, derinliğin ise negatif etki göstermesi, akarsu sistemlerindeki askı maddesi taşınım süreçlerinin hidrolik dinamiklerle sıkı ilişkisini vurgulamaktadır. Buna karşılık genişlik ve sıcaklık gibi

değişkenlerin etkisinin sınırlı düzeyde kalması, bu parametrelerin sistem dinamiklerinde ikincil rol oynadığını göstermektedir.

Modelin rastgele etkiler kısmı, dane grupları arasındaki farklılıkların askı maddesi konsantrasyonunda önemli rol oynadığını göstermiştir. Özellikle küçük dane çapına sahip gruplarda daha yüksek konsantrasyon değerlerinin gözlenmesi, bu partiküllerin akımda daha uzun süre askıda kalabilme potansiyeli ile uyumludur. Bu bulgu, sediment yönetimi ve mühendislik tasarımlarında dane boyutunun dikkate alınmasının önemini ortaya koymaktadır.

Elde edilen bulgular, grup düzeyindeki heterojenliklerin modellenmesiyle elde edilen doğruluk artışını açıkça gösterse de ilerleyen çalışmalarda doğrusal olmayan karma modellerin (nonlinear mixed models) veya makine öğrenmesi tabanlı hibrit yaklaşımların kullanılması, askı maddesi konsantrasyonunun tahmin performansını daha da iyileştirebilir. Özellikle değişkenler arasındaki karmaşık ve doğrusal olmayan ilişkilerin modellenmesi, mevcut lineer yaklaşımların açıklamakta zorlandığı dinamik süreçlerin daha net anlaşılmasına katkı sağlayacaktır. Buna ek olarak, önsel bilgiyi ve grup düzeyi belirsizliği açıkça temsil ederek öngörü belirsizliğini bütüncül biçimde yayabilmek için Bayesyen hiyerarşik modellerin uygulanmasını gelecekteki çalışmalar için öneriyoruz. Bu tür gelişmiş modeller, su yapılarının tasarımı, sediment yönetimi, taşkın kontrolü ve ekosistem koruma stratejilerinde karar alma süreçlerine önemli katkılar sağlayacaktır.

Etik kurul onayı ve çıkar çatışması beyanı

Hazırlanan makalede etik kurul izni alınmasına gerek yoktur.

Hazırlanan makalede herhangi bir kişi/kurum ile çıkar çatışması bulunmamaktadır.

Kaynakça

- [1] E. Shamaei and M. Kaedi, “Suspended sediment concentration estimation by stacking the genetic programming and neuro-fuzzy predictions,” *Appl Soft Comput*, vol. 45, pp. 187–196, Aug. 2016, doi: 10.1016/j.asoc.2016.03.009.
- [2] J. Lepesqueur, R. Hostache, N. Martínez-Carreras, E. Montargès-Pelletier, and C. Hissler, “Sediment transport modelling in riverine environments: on the importance of grain-size distribution, sediment density, and suspended sediment concentrations at the upstream boundary,” *Hydrol Earth Syst Sci*, vol. 23, no. 9, pp. 3901–3915, Sep. 2019, doi: 10.5194/hess-23-3901-2019.
- [3] M. Cieřla and R. Gruca-Rokosz, “Implications of suspended sediment in the migration of nutrients at the water-sediment interface in retention reservoirs,” *Sci Rep*, vol. 14, no. 1, p. 24924, Oct. 2024, doi: 10.1038/s41598-024-76556-x.
- [4] J. Park and J. R. Hunt, “Coupling fine particle and bedload transport in gravel-bedded streams,” *J Hydrol (Amst)*, vol. 552, pp. 532–543, Sep. 2017, doi: 10.1016/j.jhydrol.2017.07.023.

- [5] J. Deng, B. Camenen, C. Legout, and G. Nord, "Estimation of fine sediment stocks in gravel bed rivers including the sand fraction," *Sedimentology*, vol. 71, no. 1, pp. 152–172, Jan. 2024, doi: 10.1111/sed.13132.
- [6] A. Kumar, S. Hossain, S. Sen, S. Mohan, and K. Ghoshal, "Grain-size distribution in suspension under non-equilibrium conditions," *International Journal of Sediment Research*, vol. 39, no. 5, pp. 774–794, Oct. 2024, doi: 10.1016/j.ijsrc.2024.06.003.
- [7] A. van Hamel, P. Molnar, J. Janzing, and M. I. Brunner, "Suspended sediment concentrations in Alpine rivers: from annual regimes to sub-daily extreme events," *Hydrol Earth Syst Sci*, vol. 29, no. 13, pp. 2975–2995, Jul. 2025, doi: 10.5194/hess-29-2975-2025.
- [8] Š. Zezulka, B. Maršálek, E. Maršálková, K. Odehnalová, M. Pavlíková, and A. Lamaczová, "Suspended Particles in Water and Energetically Sustainable Solutions of Their Removal—A Review," *Processes*, vol. 12, no. 12, p. 2627, Nov. 2024, doi: 10.3390/pr12122627.
- [9] C. T. Yang and J. B. Stall, "Unit Stream Power for Sediment Transport in Natural Rivers," *Illinois State Water Survey, University of Illinois Water Resources Center, Research Report No. 88*, July 1974. [Online]. Available: https://www.researchgate.net/publication/237395916_Unit_Stream_Power_for_Sediment_Transport_in_Alluvial_Rivers
- [10] A. Molinas and B. Wu, "Transport of sediment in large sand-bed rivers," *Journal of Hydraulic Research*, vol. 39, no. 2, pp. 135–146, 2001, doi: 10.1080/00221680109499814.
- [11] S.Q. Yang, "Sediment transport capacity in rivers," *Journal of Hydraulic Research*, vol. 43, no. 2, pp. 131–138, Jan. 2005, doi: 10.1080/00221686.2005.9641229.
- [12] E. Doğan, "Katı Madde Konsantrasyonunun Yapay Sinir Ağlarını Kullanarak Tahmin Edilmesi," *Teknik Dergi*, vol. 20, no. 96, pp. 4567–4582, 2009.
- [13] E. Dogan, "Suspended Sediment Load Estimation in Lower Sakarya River By Using Artificial Neural Networks, Fuzzy Logic and Neuro-Fuzzy Models," 2005,
- [14] G. Çeribaşı and E. Doğan, "Aşağı Sakarya Nehrindeki Askı Maddesi Miktarının Esnek Yöntemler ile Tahmini," *Karaelmas Fen ve Mühendislik Dergisi*, vol. 6, no. 2, pp. 351–358, 2016
- [15] Ö. Terzi and T. Baykal, "Dalgacık- GEP Modeli ile Akarsularda Askıda Katı Madde Miktarı Tahmini," *Süleyman Demirel Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, vol. 19, no. 2, pp. 39–45, 2015, doi: 10.19113/sdufbed.89396.
- [16] A. Ülke, S. Özkul, and G. Tayfur, "Ampirik Yöntemlerle Gediz Nehri İçin Askıda Katı Madde Yüğü Tahmini," *Teknik Dergi*, vol. 22, no. 107, pp. 5387–5407, 2011,
- [17] J. G. Ibrahim and G. Molenberghs, "Missing data methods in longitudinal studies: a review," *TEST*, vol. 18, no. 1, pp. 1–43, May. 2009, doi.org/10.1007/s11749-009-0138-x
- [18] A. J. Carnoli, P. oude Lohuis, Lutgarde M.C. Buydens, G. H. Tinnevelt, and J. J. Jansen, "Linear Mixed-Effects models in chemistry: A tutorial," *Analytica Chimica Acta*, vol. 1304, pp. 342444–342444, Mar. 2024, doi: <https://doi.org/10.1016/j.aca.2024.342444>.
- [19] S. Nakagawa and H. Schielzeth, "A General and Simple Method for Obtaining R² from Generalized Linear Mixed-Effects Models," *Methods in Ecology and Evolution*, vol. 4, no. 2, pp. 133–142, Dec. 2012, doi: <https://doi.org/10.1111/j.2041-210x.2012.00261.x>.
- [20] T.-L. Liu, B. Flückiger, and K. de Hoogh, "A comparison of statistical and machine-learning approaches for spatiotemporal modeling of nitrogen dioxide across Switzerland," *Atmospheric Pollution Research*, vol. 13, no. 12, p. 101611, Dec. 2022, doi: <https://doi.org/10.1016/j.apr.2022.101611>.
- [21] S. Yang, G. Yang, B. Li, and R. Wan, "Water quality improves with increased spatially surface hydrological connectivity in plain river network areas," *Journal of Environmental Management*, vol. 377, p. 124703, Mar. 2025, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2025.124703>.
- [22] A. A. Gili, E. J. Noellemyer, and M. Balzarini, "Hierarchical linear mixed models in multi-stage sampling soil studies," *Environmental and Ecological Statistics*, vol. 20, no. 2, pp. 237–252, Aug. 2012, doi: <https://doi.org/10.1007/s10651-012-0217-0>.
- [23] J. S. Lessels and T. F. A. Bishop, "Estimating water quality using linear mixed models with stream discharge and turbidity," *Journal of Hydrology*, vol. 498, pp. 13–22, Aug. 2013, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2013.06.006>.
- [24] F. Belhaj et al., "Predicting precipitation and NDVI utilization of the multi-level linear mixed-effects model and the CA-markov simulation model," *Clim Serv*, vol. 38, p. 100554, Apr. 2025, doi: 10.1016/j.cliser.2025.100554.
- [25] E. Barca, D. De Benedetto, and A. M. Stellacci, "Contribution of EMI and GPR proximal sensing data in soil water content assessment by using linear mixed effects models and geostatistical approaches," *Geoderma*, vol. 343, pp. 280–293, Jun. 2019, doi: 10.1016/j.geoderma.2019.01.030.
- [26] K. RK. Dilrukshi et al., "Determining bad actors: A linear mixed effects model approach to elucidate behavioral toxicity of metal mixtures in drinking water," *Ecotoxicol Environ Saf*, vol. 287, p. 117296, Nov. 2024, doi: 10.1016/j.ecoenv.2024.117296.
- [27] Government of West Bengal, "Study on the Critical Tractive Force Various Grades of Sand," *Annual Report of the River Research Institute, West Bengal, Publication No. 26, Part I*, 1965. [Online]. Available: https://www.aloki.hu/pdf/1704_98379863.pdf
- [28] T. R. Daves, "Summary of experimental data for flume tests over fine sand," *Department of Civil Engineering, University of Southampton*, 1971. [Online]. Available: <https://conservancy.umn.edu/bitstreams/a279845d-26e8-4409-ab42-d3b7b17be30f/download>

- [29] P.- Y. Ho, "Abhängigkeit der Geschiebebewegung von der Kornform und der Temperatur," Preussische Versuchsanstalt für Wasser-, Erd- und Schiffbau, Berlin, Mitt., Heft 37 (43 pp.), 1939. [Online]. Available: https://public.ucrlib.aspace.cdlib.org/repositories/5/archival_objects/607416
- [30] F. T. Mavis, T.-Y. Liu, and E. Soucek, "The transportation of detritus by flowing water—II," University of Iowa Studies in Engineering, Bulletin 11 (New Series No. 341), University of Iowa, Iowa City, IA, 1937. [Online]. Available: https://iro.uiowa.edu/view/pdfCoverPage?download=true&filePid=13811796880002771&instCode=01IOWA_INST
- [31] W. R. Brownlie, "Compilation of alluvial channel data: Laboratory and field," W. M. Keck Laboratory of Hydraulics and Water Resources, California Institute of Technology, Pasadena, CA, Report No. KH-R-43B, November 1981. [Online]. Available: <https://authors.library.caltech.edu/records/deqcg-g7748/latest>
- [32] E. Doğan, "Akarsularda Taşınan Toplam Katı Madde Miktarının Yapay Zekâ Metotları ile Tahmin Edilmesi," Doktora Tezi, Sakarya Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 2008.
- [33] N. M. Laird and J. H. Ware, "Random-Effects Models for Longitudinal Data," *Biometrics*, vol. 38, no. 4, p. 963, Dec. 1982, doi: 10.2307/2529876.
- [34] J. Zhang, Y. Yang, and J. Ding, "Information criteria for model selection," *WIREs Computational Statistics*, vol. 15, no. 5, Sep. 2023, doi: 10.1002/wics.1607.
- [35] Q. Liu, M. A. Charleston, S. A. Richards, and B. R. Holland, "Performance of Akaike Information Criterion and Bayesian Information Criterion in Selecting Partition Models and Mixture Models," *Syst Biol*, vol. 72, no. 1, pp. 92–105, May 2023, doi: 10.1093/sysbio/syac081.
- [36] J. E. Nash and J. V. Sutcliffe, "River flow forecasting through conceptual models part I — A discussion of principles," *Journal of Hydrology*, vol. 10, no. 3, pp. 282–290, Apr. 1970, doi: [https://doi.org/10.1016/0022-1694\(70\)90255-6](https://doi.org/10.1016/0022-1694(70)90255-6).
- [37] H. V. Gupta, H. Kling, K. K. Yilmaz, and G. F. Martinez, "Decomposition of the mean squared error and NSE performance criteria: Implications for improving hydrological modelling," *Journal of Hydrology*, vol. 377, no. 1–2, pp. 80–91, Oct. 2009, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2009.08.003>.
- [38] A. Gelman and J. Hill, *Data Analysis Using Regression and Multilevel/Hierarchical Models*. Cambridge: Cambridge University Press, 2006. doi: 10.1017/CBO9780511790942.
- [39] D. J. Barr, R. Levy, C. Scheepers, and H. J. Tily, "Random effects structure for confirmatory hypothesis testing: Keep it maximal," *J Mem Lang*, vol. 68, no. 3, pp. 255–278, Apr. 2013, doi: 10.1016/j.jml.2012.11.001.
- [40] S. Nakagawa and H. Schielzeth, "Repeatability for Gaussian and non-Gaussian data: a practical guide for biologists," *Biological Reviews*, vol. 85, no. 4, pp. 935–956, Nov. 2010, doi: 10.1111/j.1469-185X.2010.00141.x.
- [41] José C. Pinheiro and Douglas M. Bates, *Mixed-Effects Models in S and S-PLUS*. in *Statistics and Computing*. New York: Springer-Verlag, 2000. doi: 10.1007/b98882.
- [42] C. R. Henderson, "Best Linear Unbiased Estimation and Prediction under a Selection Model," *Biometrics*, vol. 31, no. 2, p. 423, Jun. 1975, doi: 10.2307/2529430.
- [43] M. P. Lamb, W. E. Dietrich, and J. G. Venditti, "Is the critical Shields stress for incipient sediment motion dependent on channel-bed slope?," *Journal of Geophysical Research*, vol. 113, no. F2, May 2008, doi: <https://doi.org/10.1029/2007jf000831>.
- [44] K. Khosravi, Amir, L. Mao, J. F. Rodriguez, P. M. Saco, and A. D. Binns, "Experimental Analysis of Incipient Motion for Uniform and Graded Sediments," *Water*, vol. 13, no. 13, pp. 1874–1874, Jul. 2021, doi: <https://doi.org/10.3390/w13131874>.