Gümüşhane Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi

GUFBD / *GUJS* (2026) 16(2): 374-386 doi: 10.17714/gumusfenbil.1779777 Araştırma Makalesi / *Research Article*

# Karar verici odaklı sanal mantık tabanlı bulanık parametreli aralık-değerli bulanık esnek kümeler

*Decision-maker-oriented virtual logic-based fuzzy parameterized interval-valued fuzzy soft sets*

**Orhan DALKILIÇ***

*Bingöl Üniversitesi, Fen ve Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü, 12000, Bingöl*

• Geliş tarihi / *Received*: 08.09.2025 • Kabul tarihi / *Accepted*: 02.04.2026

**Öz**

Bu çalışmanın temel amacı, karar verme süreçlerindeki belirsizlikleri daha etkin biçimde modelleyebilmek için sanal mantık tabanlı bulanık parametreli aralık-değerli bulanık esnek küme (vadbp-adb-esnek küme) yapısını geliştirmektir. İlk olarak, mevcut aralık-değerli bulanık parametreli esnek küme yapısı yeniden ele alınarak sanal mantığın sunduğu avantajlar modele entegre edilmiştir. Ardından, önerilen yeni modelin temel küme işlemleri (alt küme, birleşim, kesişim ve tümleyen) tanımlanmış ve bu işlemler aracılığıyla yapının matematiksel tutarlılığı ortaya konmuştur. Üçüncü olarak, vadbp-adb-esnek kümelere dayalı bir karar verme algoritması önerilmiş ve bu algoritmanın etkinliği karşılaştırmalı bir analizle değerlendirilmiştir. Elde edilen sonuçlar, önerilen yaklaşımın klasik ve mevcut modellere göre daha esnek, güvenilir ve güçlü bir karar destek mekanizması sunduğunu göstermektedir.

**Anahtar kelimeler:** Adbp-adb-esnek küme, Bp-adb-esnek küme, Karar verme, Vadbp-adb-Esnek küme

***Abstract***

*The primary aim of this study is to develop a virtual logic-based fuzzy parameterized interval-valued fuzzy soft set (vadp-adb-soft set) structure to model uncertainties in decision-making processes more effectively. First, the existing interval-valued fuzzy parameterized soft set framework is revisited, and the advantages of virtual logic are integrated into the model. Then, the fundamental set operations—subset, union, intersection, and complement—are defined to establish the mathematical consistency of the proposed structure. Third, a decision-making algorithm based on the vadp-adb-soft set model is introduced, and its efficiency is evaluated through a comparative analysis. The results demonstrate that the proposed approach provides a more flexible, reliable, and powerful decision-support mechanism compared to classical and existing models.*

***Keywords***: *Adbp-adb-soft set, Bp-adb-soft set, Decision making, Vbp-adb-soft set*

## 1. Giriş

*1. Introduction*

Günümüzde belirsizlik ortamlarına insan faktörünün de etkisiyle, karmaşık veri analizlerini yapabilmek güçleşmiştir. Özellikle veri analizlerini en doğru şekilde yapılandırabilmek için karar verme süreçlerindeki belirsizliğin en ideale yakın bir şekilde ifade edebilmek gereklidir. Bu durumun üstesinden gelebilmek için birçok matematiksel model inşa edilmiştir. Matematiksel modellerin ilki Zadeh tarafından önerilen bulanık kümelerdir (Zadeh, 1965). Bulanık kümeler yardımıyla bir elemanın bir kümeye aidiyeti üyelik fonksiyonu aracılığıyla ifade edilebilmiş ve üyelik değeri [0,1] aralığına genişletilmiştir. Bu sayede klasik matematikten uzaklaşılabilmiştir (Özlü, 2023, 2024, 2025). Daha sonraki yılarda, üyelik değeri [0,1] aralığında bir sayı değeri olarak değil de bir aralık olarak ifade etmenin daha tutarlı sonuçları elde edebildiği tespit edilmiştir. Buna dayanarak aralık-değerli bulanık küme kavramı literatüre tanıtılmıştır (Gorzalczany, 1987). Ancak bu matematiksel modellerin bir belirsizlik ortamında verileri ifade edebilmesi pratik değildir. Bunun nedenini bir parametreleme aracının eksikliği olarak ifade eden Molodtsov, esnek kümeleri önermiştir (Molodtsov, 1999). Esnek kümeler, bir nesne kümesiyle ilişkili parametre kümesinden mevcut nesne kümesine bir eşleşme olarak ifade edilmiştir. Bu yapısı sayesinde, verilerin ifade edilebilmesi oldukça kolaylaşmıştır. Birçok araştırmacı

* Orhan Dalkılıç; odalkilic@bingol.edu.tr

bu avantajı sayesinde esnek kümeler üzerinde günümüzde bile birçok araştırma yapmaya artarak devam etmektedir (Dalkılıç, 2021, 2022c; Ali & Ansari, 2022; Balcı vd., 2022; Feng vd., 2022; Kazancı vd., 2022; Liu vd., 2022; Mahmood vd., 2022; Memiş vd., 2022; Voskoglu vd., 2022).

Esnek kümelerin veri analizindeki yetkinliğini arttırmak adına bir dizi hibrit matematiksel model geliştirilmiştir. Bu modellerin arasında bulanık esnek kümeler (Maji vd., 2001), aralık-değerli bulanık esnek kümeler (Yang vd., 2009) ve genelleştirilmiş aralık-değerli bulanık esnek kümeler (Alkhazaleh & Saleh, 2012) gibi önemli örnekler bulunmaktadır. Son yıllarda, bu modellerin birleşimleri üzerine yapılan çalışmalarla, daha güçlü ve esnek analiz yöntemleri geliştirilmeye devam edilmiştir. Örneğin, Çağman ve diğerleri (Çağman vd., 2011) tarafından önerilen bulanık parametreli esnek kümeler, bu alandaki gelişmelerden biridir. Benzer şekilde, Dalkılıç ve Demirtaş (Dalkılıç & Demirtaş, 2021) sanal bulanık parametreli esnek kümeleri tanıtmıştır. Bu küme yapısına ilaveten bulanık parametreli bulanık esnek kümeler (Çağman vd., 2010) ve sanal bulanık parametreli bulanık esnek kümeler (Dalkılıç, 2022a) literatüre kazandırılarak esnek küme yapısındaki en önemli araçlardan biri olan parametreleme kavramından faydalanılmıştır. Diğer bir yaklaşım ise bulanık parametreli aralık-değerli bulanık esnek (kısaca bp-adb-esnek küme) kümelerdir (Alkhazaleh vd., 2011) Bu modele dayalı olarak, Dalkılıç (Dalkılıç, 2022b) sanal bulanık parametreli aralık-değerli bulanık esnek kümeleri geliştirmiştir. Bu modellerin hepsi, veri analizinde esneklik ve hassasiyetin artırılmasına yönelik önemli adımlar olarak değerlendirilmektedir.

Bu çalışmada, sanal mantık, aralık-değerli bulanık küme ve parametreleme aracı bir araya getirilerek, bu üç farklı yaklaşımın avantajlarını tek bir çatı altında toplayan sanal bulanık parametreli aralık-değerli bulanık esnek kümeler (vadbp-adb-esnek kümeler) kavramı literatüre kazandırılmıştır. Bu yeni yapı, klasik bp-adb-esnek kümelerin doğal bir genellemesi olarak tasarlanmış olup, karar verme süreçlerinde belirsizliğin çok boyutlu ve hassas bir biçimde modellenmesine olanak sağlamaktadır. Bu kapsamda sanal mantığın sunduğu alt ve üst sanal parametreler aracılığıyla karar vericinin üyelik derecelerini ifade ederken yapabileceği olası hatalar sistematik olarak modellenmiş; alt, temel ve üst yaklaşım fonksiyonları sayesinde her bir parametrenin belirsizlik altında nasıl değiştiği ayrı ayrı takip edilebilir hâle getirilmiştir. Böylece karar vericinin aşırı iyimserlik, aşırı kötümserlik veya yanlış değerlendirme kaynaklı hataları, tanımlanan üçlü yaklaşım mekanizması ile aralık düzeyinde dengelenerek daha güvenilir sonuçlar elde edilmesine katkı sağlamaktadır. vadbp-adb-esnek kümelerin inşasına geçmeden önce, teorik temeli oluşturan adbp-adb-esnek kümeler tanıtılmış ve bu yapıların sunduğu temel avantajlar ayrıntılı bir biçimde ele alınmıştır. Böylece, önerilen yeni kümenin matematiksel çerçevesi sağlam bir teorik altyapıya oturtulmuştur. Bu yeni küme modelinin temel katkılarından bazıları şu şekilde özetlenebilir:

- vadbp-adb-esnek kümeler, karar vericilerin üyelik derecelerini ifade ederken yapabilecekleri olası hataları dikkate almakta ve bu hataları azaltacak bir yaklaşım sunmaktadır. Bu durum, karar süreçlerinde daha gerçekçi ve güvenilir sonuçlar elde edilmesini sağlar.
- Modelin sunduğu alt ve üst yaklaşım fonksiyonları sayesinde, bir karar problemi içindeki nesnelerin tercih sıralamalarındaki değişimler daha hassas biçimde izlenebilir. Böylelikle belirsizlik seviyeleri sistematik olarak analiz edilebilir ve karar verme süreci daha şeffaf hale getirilir.

Çalışmada, vadbp-adb-esnek kümelerin kuramsal temeli güçlendirilmek amacıyla tümleyen, alt küme, birleşim ve kesişim gibi temel küme işlemleri ayrıntılı biçimde incelenmiştir. Bu işlemler, modelin matematiksel istikrarını ve analitik kapasitesini ortaya koymaktadır. Önerilen hibrit model yalnızca teorik bir çerçeve sunmakla kalmayıp, aynı zamanda pratik bir karar destek mekanizması da geliştirmiştir. Bu kapsamda, vadbp-adb-esnek kümeler üzerine kurulu bir karar verme algoritması önerilmiş ve bu algoritmanın işleyişi gerçekçi bir belirsizlik problemi üzerinden örneklenmiştir. Ardından, önerilen yaklaşım farklı küme teorisi temelli karar verme algoritmalarıyla karşılaştırılmış ve elde edilen sonuçlar ayrıntılı bir analizle tartışılmıştır. Karşılaştırmalı analizler, vadbp-adb-esnek kümelerin mevcut modellerden daha yüksek analitik güce ve esnekliğe sahip olduğunu açıkça ortaya koymaktadır. Özellikle sanal mantığın parametrik yapı ile entegrasyonu, modelin hem teorik hem de uygulamalı problemlerde daha geniş bir kapsama sahip olmasını sağlamıştır. Elde edilen sonuçlar, vadbp-adb-esnek kümelerin:

- Karmaşık ve belirsiz veri setlerini daha etkin işleyebilme,
- Karar verme sürecindeki hata payını azaltma,
- Karar destek sistemlerinde daha sağlam ve güvenilir sonuçlar üretme konularında güçlü bir alternatif sunduğunu göstermektedir.

Bu çalışma, mevcut bulanık ve esnek küme yaklaşımlarının belirsizlik altında karar verme süreçlerinde karşılaştığı temel sınırlamalardan yola çıkarak geliştirilmiştir. Literatürdeki mevcut modeller, karar vericilerin üyelik derecelerini ifade ederken yapabilecekleri olası hataları dikkate almamakta ve bu durum sonuçların güvenilirliğini azaltmaktadır. Bu nedenle, çalışmanın temel motivasyonu, bu eksiklikleri giderecek, daha esnek ve hata toleranslı bir matematiksel çerçeve oluşturmaktır. Bu bağlamda geliştirilen sanal mantık tabanlı bulanık parametreli aralık-değerli bulanık esnek küme yapısı, hem teorik hem de uygulamalı karar verme problemlerinde daha gerçekçi sonuçlar sunmayı amaçlamaktadır. Böylelikle çalışma, bulanık ve esnek küme teorilerinin evrimsel sürecine katkı sağlayarak, karar verici odaklı hibrit modelleme yaklaşımının önemini vurgulamaktadır. Gelecek çalışmalarda, önerilen modelin farklı belirsizlik tipleri (örneğin, eksik veriler, çok kriterli karar problemleri, bulanıklık ve olasılıksal belirsizlikler) ile uyumlu hale getirilmesi, bu yapının hem teorik hem de pratik alanlarda daha geniş bir kullanım potansiyeline sahip olacağını göstermektedir.

## 2. Materyal ve metod
*2. Material and method*

Bu bölümde, çalışmanın teorik altyapısını güçlendirmek amacıyla bulanık küme, aralık-değerli bulanık küme, esnek küme ve bulanık parametreli aralık-değerli bulanık esnek küme (bp-adb-esnek küme) kavramları kısaca hatırlatılmaktadır.

Çalışma boyunca $V$ bir evrensel küme, $P = \{p_1, p_2, \ldots, p_n\}$ ise $V$ ile ilişkili parametreler kümesi olarak tanımlanmıştır. Ayrıca, $2^V$ ifadesi $V$ kümesinin kuvvet kümesini temsil etmektedir. Notasyonel sadelik sağlamak amacıyla, ondalık sayılar "$0.xyz \cdots$" biçiminde yazılmak yerine "$.xyz \cdots$" şeklinde ifade edilmiştir.

**Tanım 2.1:** $\mu_B: V \to [0,1]$ eşleşmesi aracılığıyla

$$B = \{\mu_B(v)/\mathrm{v}: v \in V\} \tag{1}$$

$V$ üzerinde bir bulanık kümedir (Zadeh, 1965). (1) denkleminde $\mu_B(v)$, $v$'nin üyelik değeridir.

**Tanım 2.2.** $\mu_I: V \to \mathrm{Int}([0,1])$ eşleşmesi $0 \leq \mu_I^-(v) \leq \mu_I^+(v) \leq 1$ sağlanmak üzere

$$I = \{\mu_I(v)/\mathrm{v}: v \in V\} = \{[\mu_I^-(v), \mu_I^+(v)]/\mathrm{v}: v \in V\} \tag{2}$$

$V$ üzerinde bir aralık-değerli bulanık kümedir (Gorzalczany, 1987). (2) denkleminde $v$'nin üyelik değeri $\mu_I(v) = [\mu_I^-(v), \mu_I^+(v)\,]$ ve $\mathrm{Int}([0,1])$, $[0,1]$ alt kapalı aralığındaki kümeleri temsil eder. Ayrıca $v \in V$ için $\mu_I^-(v)$ ve $\mu_I^+(v)$ değerlerine sırasıyla $v$'nin alt ve üst üyelik değerleri denir.

Bu çalışma boyunca, $V$ üzerinde tüm aralık-değerli bulanık kümelerin ailesi $ADB(V)$ ile temsil edilmiştir.

**Tanım 2.3.** $V$ üzerinde bir aralık-değerli bulanık küme $I$ olsun. O halde (Gorzalczany, 1987),

i. $I$ bir boş aralık-değerli bulanık kümedir ancak ve ancak $I = \widetilde{\emptyset} = \{(v, [0,0]): v \in V\}$.
ii. $I$ bir evrensel aralık-değerli bulanık kümedir ancak ve ancak $I = \widetilde{V} = \{(v, [1,1]): v \in V\}$.

**Tanım 2.4.** $V$ üzerinde iki aralık-değerli bulanık küme $I_1$ ve $I_2$ olsun. O halde; her $v \in V$ için (Gorzalczany, 1987),

i. $\mu_{I_1}(v) \subseteq \mu_{I_2}(v)$ ise $I_1$, $I_2$'nin bir alt kümesi olup $I_1 \,\widetilde{\subseteq}\, I_2$ ile gösterilir.
ii. $\mu_{I_1}(v) = \mu_{I_2}(v)$ ise $I_1 = I_2$.
iii. $I_1$ kümesinin tümleyeni $I_1^c = \{(v, [1 - \mu_I^+(v), 1 - \mu_I^-(v)\,]): v \in V\}$.
iv. $I_1$ ve $I_2$ için birleşim kümesi $I_1 \,\widetilde{\cup}\, I_2 = \left\{\left(v, \left[\sup\{\mu_{I_1}^-(v), \mu_{I_2}^-(v)\}, \sup\{\mu_{I_1}^+(v), \mu_{I_2}^+(v)\}\,\right]\right): v \in V\right\}$.
v. $I_1$ ve $I_2$ için kesişim kümesi $I_1 \,\widetilde{\cap}\, I_2 = \left\{\left(v, \left[\inf\{\mu_{I_1}^-(v), \mu_{I_2}^-(v)\}, \inf\{\mu_{I_1}^+(v), \mu_{I_2}^+(v)\}\,\right]\right): v \in V\right\}$.

**Tanım 2.5.** $E_P: P \to 2^V$ fonksiyonu ile

$$E_P = \{(p, E_P(p)): p \in P\} \tag{3}$$

$V$ üzerinde (3) bir esnek kümedir (Molodsov, 1999).

**Tanım 2.6:** $B = \{(p, \eta_B(p)) : p \in P\}$, $P$ üzerinde bir bulanık küme ve $\psi_B : P \to ADB(V)$ fonksiyonu için

$$\psi_B(p) = \{\mu_{\psi_B(p)}(v)/\mathrm{v}: v \in V\} = \{[\mu^-_{\psi_B(p)}(v), \mu^+_{\psi_B(p)}(v)\,]/\mathrm{v}: v \in V\} \tag{4}$$

$V$ üzerinde (4) her $p \in P$ için bir aralık-değerli bulanık küme olsun. Bu durumda $V$ üzerindeki bir $\psi_B$ bp-adb-esnek küme

$$\psi_B = \{(\eta_B(p)/p, \psi_B(p)) :\ p \in P, \eta_B(p) \in [0,1], \psi_B(p) \in ADB(V)\} \tag{5}$$

şeklinde ifade edilir (Alkhazaleh vd., 2011). (5) denkleminde $\phi_B$, $\psi_B$ bp-adb-esnek kümesinin yaklaşım fonksiyonu olarak adlandırılır.

**Tanım 2.7:** Bir alt sanal parametre kümesi $1 \le i \le n$ değeri için $0 \le \underline{\alpha_i} < \mu_X(p_i)$ eşitsizliğini sağlayan $\underline{\alpha_i}$ değerlerinin katkısıyla $\underline{P} = \{p_1^{\underline{\alpha_1}}, p_2^{\underline{\alpha_2}}, \dots, p_n^{\underline{\alpha_n}}\}$ şeklinde ifade edilir (Dalkılıç & Demirtaş, 2021). Burada $p_i^{\underline{\alpha_i}}$ parametresine $p_i$ parametresinin $\alpha_i$ değerince OLUMSUZ YÖNDE GELİŞİM PARAMETRESİ denir.

**Tanım 2.8:** Bir üst sanal parametre kümesi $1 \le i \le n$ değeri için $0 \le \overline{\alpha_i} \le 1 - \mu_X(p_i)$ eşitsizliğini sağlayan $\overline{\alpha_i}$ değerlerinin katkısıyla $\overline{P} = \{p_1^{\overline{\alpha_1}}, p_2^{\overline{\alpha_2}}, \dots, p_n^{\overline{\alpha_n}}\}$ şeklinde ifade edilir (Dalkılıç & Demirtaş, 2021). Burada $p_i^{\overline{\alpha_i}}$ parametresine $p_i$ parametresinin $\alpha_i$ değerince OLUMLU YÖNDE GELİŞİM PARAMETRESİ denir.

## 3. Sanal aralık-değerli bulanık parametreli aralık-değerli bulanık esnek kümelerin inşası

*3. Construction of virtual interval-valued fuzzy parameterized interval-valued fuzzy soft sets*

Bu bölümde, sanal bulanık parametreli aralık-değerli bulanık esnek kümeler (vadbp-adb-esnek kümeler) kavramsal olarak inşa edilmiştir. vadbp-adb-esnek kümeler, yapısal olarak bulanık parametreli aralık-değerli bulanık esnek kümelerin (bp-adb-esnek kümeler) bir genellemesi niteliğinde olduğundan, bp-adb-esnek kümeler için daha önce tanımlanmış olan alt küme, tümleyen, kesişim ve birleşim işlemleri bu yeni model için benzer biçimde ele alınmıştır. Böylelikle, vadbp-adb-esnek kümelerin matematiksel temeli, önceki modellerle tutarlı olacak şekilde yapılandırılmıştır. Ayrıca, bu yeni küme tipinin kavramsal yapısı, adbp-adb-esnek kümeler temel alınarak açıklanmıştır. Bu yaklaşım, önerilen modelin yalnızca daha geniş bir çerçeve sunmakla kalmayıp, mevcut teorilerin üzerine inşa edilen güçlü bir matematiksel altyapıya sahip olduğunu göstermektedir. Çalışmada yer alan tanımlar, örnekler ile desteklenmiş ve kavramların anlaşılabilirliği artırılmıştır.

**Tanım 3.1:** $B = \{[\eta_B^-(p), \eta_B^+(p)]/p : p \in P\}$, $P$ üzerinde bir aralık-değerli bulanık küme ve $\Omega_B : P \to ADB(V)$ fonksiyonu için

$$\Omega_B(p) = \{\mu_{\Omega_B(p)}(v)/\mathrm{v}: v \in V\} = \{[\mu^-_{\Omega_B(p)}(v), \mu^+_{\Omega_B(p)}(v)\,]/\mathrm{v}: v \in V\} \tag{6}$$

$V$ üzerinde (6) her $p \in P$ için bir aralık-değerli bulanık küme olsun. Bu durumda $V$ üzerindeki bir $\psi_B$ adbp-adb-esnek küme

$$\Omega_B = \{([\eta_B^-(p), \eta_B^+(p)]/p, \Omega_B(p)) :\ p \in P, \Omega_B(p) \in ADB(V)\} \tag{7}$$

şeklinde (7) ile ifade edilir.

**Tanım 3.2:** $\underline{P} = \{p^{\underline{\alpha}} : 0 \le \underline{\alpha} < \mu_B(p)\}$ ve $\overline{P} = \{p^{\overline{\alpha}} : 0 \le \overline{\alpha} < 1 - \mu_B(p)\}$ üzerinde ifade edilen aralık-değerli bulanık kümeler sırasıyla $\underline{B}$ ve $\overline{B}$ şeklinde verilsin. Bu durumda, $V$ üzerinde bir $\Omega_B^V$ vadbp-adb-esnek küme aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

$$\underline{\Omega_B} = \left\{\left([\eta^-_{\underline{B}}(p^{\underline{\alpha^-}}), \eta^+_{\underline{B}}(p^{\underline{\alpha^+}})]/p^{\underline{\alpha}}, \underline{\Omega_B}(p^{\underline{\alpha}})\right) : p^{\underline{\alpha}} \in \underline{P}, 0 \le \underline{\alpha} \le \eta_B(p), \underline{\Omega_B}(p^{\underline{\alpha}}) \in ADB(V)\right\} \tag{8}$$

$$\Omega_B = \{([\eta_B^-(p), \eta_B^+(p)]/p, \Omega_B(p)) :\ p \in P, \Omega_B(p) \in ADB(V)\} \tag{9}$$

$$\overline{\Omega_B} = \left\{\left(\left[\eta^-_{\overline{B}}(p^{\overline{\alpha^-}}), \eta^+_{\overline{B}}(p^{\overline{\alpha^+}})\right]/p^{\overline{\alpha}}, \overline{\Omega_B}(p^{\overline{\alpha}})\right) : p^{\overline{\alpha}} \in \overline{P}, 0 \le \overline{\alpha} \le 1 - \eta_B(p), \overline{\Omega_B}(p^{\overline{\alpha}}) \in ADB(V)\right\} \quad (10)$$

$$\Omega^V_B = \underline{\Omega_B} \cup \Omega_B \cup \overline{\Omega_B} \quad (11)$$

Burada, (11) vadbp-adb-esnek küme (8), (9) ve (10) adbp-adb-esnek kümelerinin birleşimiyle ifade edilmiştir. Böylece bir vadbp-adb-esnek kümenin yapısında üç farklı adbp-adb-esnek küme vardır.

Bir vadbp-adb-esnek küme için $\underline{\Omega_B}: \underline{P} \to ADB(V)$, $\Omega_B: P \to ADB(V)$ ve $\overline{\Omega_B}: \overline{P} \to ADB(V)$ fonksiyonlarına sırasıyla aralık-değerli alt yaklaşım, aralık-değerli yaklaşım ve aralık-değerli üst yaklaşım fonksiyonları denir. Bu fonksiyonların açık gösterimleri (12), (13) ve (14) şeklinde aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

$$\underline{\Omega_B}(p^{\underline{\alpha}}) = \left\{\mu_{\underline{\Omega_B}(p^{\underline{\alpha}})}(v)/\text{v}: v \in V\right\} = \left\{\left[\mu^-_{\underline{\Omega_B}(p^{\underline{\alpha}})}(v), \mu^+_{\underline{\Omega_B}(p^{\underline{\alpha}})}(v)\right]/\text{v}: v \in V\right\} \quad (12)$$

$$\Omega_B(p) = \{\mu_{\Omega_B(p)}(v)/\text{v}: v \in V\} = \{[\mu^-_{\Omega_B(p)}(v), \mu^+_{\Omega_B(p)}(v)]/\text{v}: v \in V\} \quad (13)$$

$$\overline{\Omega_B}(p^{\overline{\alpha}}) = \left\{\mu_{\overline{\Omega_B}(p^{\overline{\alpha}})}(v)/\text{v}: v \in V\right\} = \left\{\left[\mu^-_{\overline{\Omega_B}(p^{\overline{\alpha}})}(v), \mu^+_{\overline{\Omega_B}(p^{\overline{\alpha}})}(v)\right]/\text{v}: v \in V\right\} \quad (14)$$

Bir vadbp-adb-esnek küme için $\eta^-_{\underline{B}}: \underline{P} \to [0,1]$ ve $\eta^+_{\overline{B}}: \overline{P} \to [0,1]$ üyelik fonksiyonları sırasıyla $\eta^-_B(p) - \underline{\alpha^-} = \eta^-_{\underline{B}}(p^{\underline{\alpha^-}})$, $\eta^+_B(p) - \underline{\alpha^+} = \eta^+_{\underline{B}}(p^{\underline{\alpha^+}})$ ve $\eta^-_B(p) + \overline{\alpha^-} = \eta^-_{\overline{B}}(p^{\overline{\alpha^-}})$, $\eta^+_B(p) + \overline{\alpha^+} = \eta^+_{\overline{B}}(p^{\overline{\alpha^+}})$ eşitliklerini sağlar.

Ayrıca $\eta^-_B(p) = 0$, $\eta^+_B(p) = 0$ ise $\Omega_B(\text{p}) = \emptyset$ dir. Benzer şekilde $\eta^-_{\underline{B}}(p^{\underline{\alpha^-}}) = 0$, $\eta^+_{\underline{B}}(p^{\underline{\alpha^+}}) = 0$ ise $\underline{\Omega_B}(p^{\underline{\alpha}}) = \emptyset$ ve $\eta^-_{\overline{B}}(p^{\overline{\alpha^-}}) = 0$, $\eta^+_{\overline{B}}(p^{\overline{\alpha^+}}) = 0$ ise $\overline{\Omega_B}(p^{\overline{\alpha}}) = \emptyset$ dir.

Bu ifadeler, vadbp-adb-esnek küme yapısında alt ve üst sanal parametre kümelerine ait üyelik derecelerinin, temel parametre kümesi üzerindeki üyelik değerleriyle tutarlı biçimde tanımlandığını göstermektedir. Başka bir deyişle, her bir alt veya üst parametreye karşılık gelen üyelik fonksiyonları, temel küme üzerindeki karşılık gelen parametrelerin belirli bir sanal değişim miktarı kadar artırılmış veya azaltılmış halini temsil eder. Böylece model, karar vericilerin parametre değerlerindeki belirsizlik veya hata payını daha gerçekçi biçimde yansıtabilir.

Bu çalışma boyunca, $V$ üzerinde tüm vadbp-adb-esnek kümelerin ailesi $\Omega^V(V)$ ile temsil edilmiştir.

**Özellik 3.1:** $\Omega^V_B \in \Omega^V(V)$ için,

(i) $\mu^-_{\underline{\Omega_B}(p^{\underline{\alpha}})}(v) \le \mu^-_{\Omega_B(p)}(v) \le \mu^-_{\overline{\Omega_B}(p^{\overline{\alpha}})}(v)$

(ii) $\mu^+_{\underline{\Omega_B}(p^{\underline{\alpha}})}(v) \le \mu^+_{\Omega_B(p)}(v) \le \mu^+_{\overline{\Omega_B}(p^{\overline{\alpha}})}(v)$

**Kanıt.** Tanım 3.2'de alt yaklaşım fonksiyonu $\mu_{\underline{\Omega_B}(p^{\underline{\alpha}})}(v)$, temel yaklaşım fonksiyonu $\mu_{\Omega_B(p)}(v)$ ve üst yaklaşım fonksiyonu $\mu_{\overline{\Omega_B}(p^{\overline{\alpha}})}(v)$ tanımlanmıştır. Alt sanal parametre $p^{\underline{\alpha}}$, parametrenin "en olumsuz" sanal değerini; üst sanal parametre $p^{\overline{\alpha}}$ ise parametrenin "en olumlu" sanal değerini temsil eder. Dolayısıyla alt yaklaşımda yer alan aralık değeri temel aralıktan daha küçük veya eşit, temel aralıktaki değer ise üst aralıktan daha küçük veya eşittir. Bu sıralama doğrudan şu aralık kapsamasını verir:

$$\left[\mu^-_{\underline{\Omega_B}(p^{\underline{\alpha}})}(v), \mu^+_{\underline{\Omega_B}(p^{\underline{\alpha}})}(v)\right] \le \left[\mu^-_{\Omega_B(p)}(v), \mu^+_{\Omega_B(p)}(v)\right] \le \left[\mu^-_{\overline{\Omega_B}(p^{\overline{\alpha}})}(v), \mu^+_{\overline{\Omega_B}(p^{\overline{\alpha}})}(v)\right]$$

(i) Bu durumda alt uç noktalar için $\mu^-_{\underline{\Omega_B}(p^{\underline{\alpha}})}(v) \le \mu^-_{\Omega_B(p)}(v) \le \mu^-_{\overline{\Omega_B}(p^{\overline{\alpha}})}(v)$ gerçeklenir.

(ii) (i) maddesinde verilen mantığın aynısı bu kez aralıkların üst uç değerleri için uygulanır. Alt yaklaşımın üst uç değeri temel yaklaşımın üst uç değerinden küçük veya eşittir; temel yaklaşımın üst uç değeri ise üst yaklaşımın üst uç değerinden küçük veya eşittir. Bu durumda üst uç noktalar için $\mu^+_{\underline{\Omega_B}(p^{\underline{\alpha}})}(v) \le \mu^+_{\Omega_B(p)}(v) \le \mu^+_{\overline{\Omega_B}(p^{\overline{\alpha}})}(v)$ gerçeklenir.

**Örnek 3.1:** $V = \{v_1, v_2, v_3\}$ ve $P = \{p_1, p_2\}$ verilsin. Bu durumda alt ve üst sanal parametre kümeleri sırasıyla $\underline{P} = \left\{p_1^{\underline{\alpha_1}}, p_2^{\underline{\alpha_2}}\right\}$ ve $\overline{P} = \left\{p_1^{\overline{\alpha_1}}, p_2^{\overline{\alpha_2}}\right\}$ şeklinde ifade edilir. Ayrıca $\underline{B} = \{[.32,.46]/p_1, [.25,.52]/p_2\}$, $B = \{[.4,.55]/p_1, [.5,.68]/p_2\}$, $\overline{B} = \{[.67,.8]/p_1, [.58,.92]/p_2\}$ kümeleri sırasıyla $\underline{P}$, $P$, $\overline{P}$ parametre kümeleri üzerinde bir aralık-değerli bulanık küme olsun. Bu aralık-değerli bulanık kümelere dayanan aralık-değerli alt yaklaşım, aralık-değerli yaklaşım ve aralık-değerli üst yaklaşım fonksiyonları aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$\begin{gathered}
\underline{\Omega_B}\left(\mathrm{p}_1^{[0.08,0.9]}\right) = \{[.43,.56]/v_1, [.33,.6]/v_2, [.2,.61]/v_3\}, \\
\underline{\Omega_B}\left(\mathrm{p}_2^{[0.25,0.16]}\right) = \{[.32,.69]/v_1, [.18,.68]/v_2, [.77,.79]/v_3\}, \\
\Omega_B(\mathrm{p}_1) = \{[.55,.69]/v_1, [.35,.78]/v_2, [.29,.91]/v_3\}, \\
\Omega_B(\mathrm{p}_2) = \{[.82,.9]/v_1, [.53,.8]/v_2, [.78,.8]/v_3\}, \\
\overline{\Omega_B}\left(\mathrm{p}_1^{[0.27,0.25]}\right) = \{[.89,.9]/v_1, [.57,.8]/v_2, [.3,.95]/v_3\}, \\
\overline{\Omega_B}\left(\mathrm{p}_2^{[0.08,0.24]}\right) = \{[.85,.91]/v_1, [.72,.85]/v_2, [.85,.9]/v_3\}
\end{gathered}$$

Burada; aralık-bulanık değerler rastgele seçilmemiştir. Örneğin; $\mathrm{p}_1$ için, $0 \leq \underline{\alpha_1^-} = .08 \leq .4$, $0 \leq \underline{\alpha_1^+} = .9 \leq .55$ ve $0 \leq \overline{\alpha_1^-} = .27 \leq 1 - .4 = .6$, $0 \leq \overline{\alpha_1^+} = .25 \leq 1 - .55 = .45$ eşitsizlikleri geçerlidir. Benzer şekilde; $\mathrm{p}_2$ için, $0 \leq \underline{\alpha_2^-} = .25 \leq .5$, $0 \leq \underline{\alpha_2^+} = .16 \leq .68$ ve $0 \leq \overline{\alpha_1^-} = .08 \leq 1 - .5 = .5$, $0 \leq \overline{\alpha_1^+} = .24 \leq 1 - .68 = .32$ eşitsizlikleri geçerlidir. Bu verilere dayanarak $\Omega_B^V$ vbp-adb-esnek kümesi aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

$$\Omega_B^V = \left\{\begin{array}{c}
([.32,.46]/p_1, \{[.43,.56]/v_1, [.33,.6]/v_2, [.2,.61]/v_3\}), \\
([.25,.52]/p_2, \{[.32,.69]/v_1, [.18,.68]/v_2, [.77,.79]/v_3\}), \\
([.4,.55]/p_1, \{[.55,.69]/v_1, [.35,.78]/v_2, [.29,.91]/v_3\}), \\
([.5,.68]/p_2, \{[.82,.9]/v_1, [.53,.8]/v_2, [.78,.8]/v_3\}), \\
([.67,.8]/p_1, \{[.89,.9]/v_1, [.57,.8]/v_2, [.3,.95]/v_3\}), \\
([.58,.92]/p_2, \{[.85,.91]/v_1, [.72,.85]/v_2, [.85,.9]/v_3\})
\end{array}\right\}.$$

Burada $\Omega_B$ vadbp-adb-esnek kümesi içerisindeki adbp-adb-esnek kümeleri aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$\begin{gathered}
\underline{\Omega_B} = \left\{\begin{array}{c}
([.32,.46]/p_1, \{[.43,.56]/v_1, [.33,.6]/v_2, [.2,.61]/v_3\}), \\
([.25,.52]/p_2, \{[.32,.69]/v_1, [.18,.68]/v_2, [.77,.79]/v_3\})
\end{array}\right\}, \\
\Omega_B = \left\{\begin{array}{c}
([.4,.55]/p_1, \{[.55,.69]/v_1, [.35,.78]/v_2, [.29,.91]/v_3\}), \\
([.5,.68]/p_2, \{[.82,.9]/v_1, [.53,.8]/v_2, [.78,.8]/v_3\})
\end{array}\right\}, \\
\overline{\Omega_B} = \left\{\begin{array}{c}
([.67,.8]/p_1, \{[.89,.9]/v_1, [.57,.8]/v_2, [.3,.95]/v_3\}), \\
([.58,.92]/p_2, \{[.85,.91]/v_1, [.72,.85]/v_2, [.85,.9]/v_3\})
\end{array}\right\}.
\end{gathered}$$

**Tanım 3.3:** $\Omega_B^V \in \Omega^V(V)$ kümesine

(i) her $p^{\underline{\alpha}} \in \underline{P}$ için $\eta^-_{\underline{B}}(p^{\underline{\alpha^-}}) = 0$ ve $\eta^+_{\underline{B}}(p^{\underline{\alpha^+}}) = 0$ ise boş vbp-adb-esnek küme denir ve $\Omega^V_\emptyset$ ile gösterilir.

(ii) her $p^{\overline{\alpha}} \in \overline{P}$ için $\mu^-_{\underline{\Omega_B}(p^{\underline{\alpha}})}(v) = \mu^+_{\underline{\Omega_B}(p^{\underline{\alpha}})}(v) = \eta^-_{\overline{B}}(p^{\overline{\alpha^-}}) = \eta^+_{\overline{B}}(p^{\overline{\alpha^+}}) = 1$ ise evrensel vbp-adb-esnek küme denir ve $\Omega^V_E$ ile gösterilir.

**Tanım 3.4:** $\Omega_A^V, \Omega_B^V \in \Omega^V(V)$ için,

i) her $p^{\underline{\alpha}}, p^{\underline{\beta}} \in \underline{P}$ için $\eta^-_{\underline{A}}(p^{\underline{\alpha^-}}) \leq \eta^-_{\underline{B}}(p^{\underline{\beta^-}})$, $\eta^+_{\underline{A}}(p^{\underline{\alpha^+}}) \leq \eta^+_{\underline{B}}\left(p^{\underline{\beta^+}}\right)$ ve $\underline{\Omega_A}(p^{\underline{\alpha}}) \,\tilde{\subseteq}\, \underline{\Omega_B}(p^{\underline{\beta}})$,

ii) her $p \in P$ için $\eta^-_A(p) \leq \eta^-_B(p)$, $\eta^+_A(p) \leq \eta^+_B(p)$ ve $\Omega_A(\mathrm{p}) \,\tilde{\subseteq}\, \Omega_B(\mathrm{p})$,

iii) her $p^{\overline{\alpha}}, p^{\overline{\beta}} \in \overline{P}$ için $\eta^-_{\overline{A}}(p^{\overline{\alpha^-}}) \leq \eta^-_{\overline{B}}\left(p^{\overline{\beta^-}}\right)$, $\eta^+_{\overline{A}}\left(p^{\overline{\alpha^+}}\right) \leq \eta^+_{\overline{B}}\left(p^{\overline{\beta^+}}\right)$ ve $\overline{\Omega_A}(p^{\overline{\alpha}}) \,\tilde{\subseteq}\, \overline{\Omega_B}(p^{\overline{\beta}})$

ise $\Omega_A^V$, $\Omega_B^V$ nin bir vbp-adb-esnek-alt kümesidir ve $\Omega_A^V \,\hat{\sqsubseteq}\, \Omega_B^V$ şeklinde gösterilir. Eğer

i) her $p^{\underline{\alpha}}, p^{\underline{\beta}} \in \underline{P}$ için $\eta^-_{\underline{A}}(p^{\underline{\alpha^-}}) = \eta^-_{\underline{B}}(p^{\underline{\beta^-}})$, $\eta^+_{\underline{A}}(p^{\underline{\alpha^+}}) = \eta^+_{\underline{B}}\left(p^{\underline{\beta^+}}\right)$ ve $\underline{\Omega_A}(p^{\underline{\alpha}}) = \underline{\Omega_B}(p^{\underline{\beta}})$,

ii) her $p \in P$ için $\eta^-_A(p) = \eta^-_B(p)$, $\eta^+_A(p) = \eta^+_B(p)$ ve $\Omega_A(\mathrm{p}) = \Omega_B(\mathrm{p})$,

iii) her $p^{\overline{\alpha}}, p^{\overline{\beta}} \in \overline{P}$ için $\eta^{-}_{\overline{A}}\left(p^{\overline{\alpha^-}}\right) = \eta^{-}_{\overline{B}}\left(p^{\overline{\beta^-}}\right), \eta^{+}_{\overline{A}}\left(p^{\overline{\alpha^+}}\right) = \eta^{+}_{\overline{B}}\left(p^{\overline{\beta^+}}\right)$ ve $\overline{\Omega_A}(p^{\overline{\alpha}}) = \overline{\Omega_B}(p^{\overline{\beta}})$

ise $\Omega^V_A = \Omega^V_B$'dir.

**Özellik 3.2:** $\Omega^V_A, \Omega^V_B, \Omega^V_C \in \Omega^V(V)$ için,

i) $\Omega^V_\emptyset \mathrel{\widetilde{\sqsubseteq}} \Omega^V_A$

ii) $\Omega^V_A \mathrel{\widetilde{\sqsubseteq}} \Omega^V_A$

iii) $\Omega^V_A \mathrel{\widetilde{\sqsubseteq}} \Omega^V_B$ ve $\Omega^V_B \mathrel{\widetilde{\sqsubseteq}} \Omega^V_A$ ise $\Omega^V_A = \Omega^V_B$

iv) $\Omega^V_A \mathrel{\widetilde{\sqsubseteq}} \Omega^V_B$ ve $\Omega^V_B \mathrel{\widetilde{\sqsubseteq}} \Omega^V_C$ ise $\Omega^V_A \mathrel{\widetilde{\sqsubseteq}} \Omega^V_C$

**Kanıt:** Tanım 3.2 ve Tanım 3.3'den açıktır.

**Tanım 3.5:** $\Omega^V_A \in \Omega^V(V)$ kümesinin tümleyeni $[\Omega^V_A]^c$ aşağıda ifade edilen koşulları sağlar:

i) her $p^{\underline{\alpha}} \in \underline{P}$ için $\left[\eta^{-}_{\underline{B}}(p^{\underline{\alpha^-}}), \eta^{+}_{\underline{B}}(p^{\underline{\alpha^+}})\right] = \left[1 - \eta^{+}_{\underline{B}}(p^{\underline{\alpha^+}}), 1 - \eta^{-}_{\underline{B}}(p^{\underline{\alpha^-}})\right]$ ve $\underline{\Omega^c_B}(p^{\underline{\alpha}}) = \left\{\left[1 - \mu^{+}_{\underline{\Omega^c_B}(p^{\underline{\alpha}})}(v), 1 - \mu^{-}_{\underline{\Omega^c_B}(p^{\underline{\alpha}})}(v)\right]/\text{v}: v \in V\right\}$,

ii) her $p \in P$ için $[\eta^{-}_{B}(p), \eta^{+}_{B}(p)] = [1 - \eta^{+}_{B}(p), 1 - \eta^{-}_{B}(p)]$ ve $\Omega^c_B(p) = \left\{\left[1 - \mu^{+}_{\Omega^c_B(p)}(v), 1 - \mu^{-}_{\Omega^c_B(p)}(v)\right]/\text{v}: v \in V\right\}$,

iii) her $p^{\overline{\alpha}} \in \overline{P}$ için $\left[\eta^{-}_{\overline{B}}(p^{\overline{\alpha^-}}), \eta^{+}_{\overline{B}}(p^{\overline{\alpha^+}})\right] = \left[1 - \eta^{+}_{\overline{B}}\left(p^{\overline{\alpha^+}}\right), 1 - \eta^{-}_{\overline{B}}\left(p^{\overline{\alpha^-}}\right)\right]$ ve $\overline{\Omega^c_B}(p^{\overline{\alpha}}) = \left\{\left[1 - \mu^{+}_{\overline{\Omega^c_B}\left(p^{\overline{\alpha}}\right)}(v), 1 - \mu^{-}_{\overline{\Omega^c_B}\left(p^{\overline{\alpha}}\right)}(v)\right]/\text{v}: v \in V\right\}$

**Örnek 3.2:** Örnek 3.1 ele alınarak $\Omega^V_A$ bp-adb-esnek kümesinin tümleyeni aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

$$[\Omega^V_A]^c = \left\{\begin{array}{c} ([.54,.68]/p_1, \{[.44,.57]/v_1, [.4,.67]/v_2, [.39,.8]/v_3\}), \\ ([.48,.75]/p_2, \{[.31,.68]/v_1, [.32,.82]/v_2, [.21,.23]/v_3\}), \\ ([.45,.6]/p_1, \{[.31,.45]/v_1, [.22,.65]/v_2, [.09,.71]/v_3\}), \\ ([.32,.5]/p_2, \{[.1,.18]/v_1, [.2,.47]/v_2, [.2,.22]/v_3\}), \\ ([.2,.33]/p_1, \{[.1,.11]/v_1, [.2,.43]/v_2, [.05,.7]/v_3\}), \\ ([.08,.42]/p_2, \{[.09,.15]/v_1, [.15,.28]/v_2, [.1,.15]/v_3\}) \end{array}\right\}.$$

**Tanım 3.6:** $\Omega^V_A, \Omega^V_B \in \Omega^V(V)$ kümelerinin birleşimi

i) her $p^{\underline{\alpha}}, p^{\underline{\beta}}, p^{\underline{\gamma}} \in \underline{P}$ için $\eta^{-}_{\underline{A\cup B}}(p^{\underline{\gamma^-}}) = max\{\eta^{-}_{\underline{A}}(p^{\underline{\alpha^-}}), \eta^{-}_{\underline{B}}(p^{\underline{\beta^-}})\}$, $\eta^{+}_{\underline{A\cup B}}\left(p^{\underline{\gamma^+}}\right) = max\left\{\eta^{+}_{\underline{A}}(p^{\underline{\alpha^+}}), \eta^{+}_{\underline{B}}\left(p^{\underline{\beta^+}}\right)\right\}$ ve $\underline{\Omega_{A\cup B}}(p^{\underline{\gamma}}) = \underline{\Omega_A}(p^{\underline{\alpha}}) \mathbin{\widetilde{\cup}} \underline{\Omega_B}(p^{\underline{\beta}})$,

ii) her $p \in P$ için $\eta^{-}_{A\cup B}(p) = max\{\eta^{-}_{A}(p), \eta^{-}_{B}(p)\}$, $\eta^{+}_{A\cup B}(p) = max\{\eta^{+}_{A}(p), \eta^{+}_{B}(p)\}$ ve $\Omega_{A\cup B}(\text{p}) = \Omega_A(\text{p}) \mathbin{\widetilde{\cup}} \Omega_B(\text{p})$,

iii) her $p^{\overline{\alpha}}, p^{\overline{\beta}}, p^{\overline{\gamma}} \in \overline{P}$ için $\eta^{-}_{\overline{A\cup B}}(p^{\overline{\gamma^-}}) = max\left\{\eta^{-}_{\overline{A}}(p^{\overline{\alpha^-}}), \eta^{-}_{\overline{B}}\left(p^{\overline{\beta^-}}\right)\right\}$, $\eta^{+}_{\overline{A\cup B}}\left(p^{\overline{\gamma^+}}\right) = max\left\{\eta^{+}_{\overline{A}}\left(p^{\overline{\alpha^+}}\right), \eta^{+}_{\overline{B}}\left(p^{\overline{\beta^+}}\right)\right\}$ ve $\overline{\Omega_{A\cup B}}(p^{\overline{\gamma}}) = \overline{\Omega_A}(p^{\overline{\alpha}}) \mathbin{\widetilde{\cup}} \overline{\Omega_B}(p^{\overline{\beta}})$

gerçeklenmek üzere ifade edilir ve $\Omega^V_A \mathbin{\widehat{\cup}} \Omega^V_B$ şeklinde gösterilir. Ayrıca $\Omega^V_A, \Omega^V_B \in \Omega^V(V)$ kümelerinin kesişimi

i) her $p^{\underline{\alpha}}, p^{\underline{\beta}}, p^{\underline{\gamma}} \in \underline{P}$ için $\eta^{-}_{\underline{A\cap B}}(p^{\underline{\gamma^-}}) = min\{\eta^{-}_{\underline{A}}(p^{\underline{\alpha^-}}), \eta^{-}_{\underline{B}}(p^{\underline{\beta^-}})\}$, $\eta^{+}_{\underline{A\cap B}}\left(p^{\underline{\gamma^+}}\right) = min\left\{\eta^{+}_{\underline{A}}(p^{\underline{\alpha^+}}), \eta^{+}_{\underline{B}}\left(p^{\underline{\beta^+}}\right)\right\}$ ve $\underline{\Omega_{A\cap B}}(p^{\underline{\gamma}}) = \underline{\Omega_A}(p^{\underline{\alpha}}) \mathbin{\widetilde{\cap}} \underline{\Omega_B}(p^{\underline{\beta}})$,

ii) her $p \in P$ için $\eta^{-}_{A\cap B}(p) = min\{\eta^{-}_{A}(p), \eta^{-}_{B}(p)\}$, $\eta^{+}_{A\cap B}(p) = min\{\eta^{+}_{A}(p), \eta^{+}_{B}(p)\}$ ve $\Omega_{A\cap B}(\text{p}) = \Omega_A(\text{p}) \mathbin{\widetilde{\cap}} \Omega_B(\text{p})$,

iii) her $p^{\overline{\alpha}}, p^{\overline{\beta}}, p^{\overline{\gamma}} \in \overline{P}$ için $\eta^{-}_{\overline{A\cap B}}(p^{\overline{\gamma^-}}) = min\left\{\eta^{-}_{\overline{A}}(p^{\overline{\alpha^-}}), \eta^{-}_{\overline{B}}\left(p^{\overline{\beta^-}}\right)\right\}$, $\eta^{+}_{\overline{A\cap B}}\left(p^{\overline{\gamma^+}}\right) = min\left\{\eta^{+}_{\overline{A}}\left(p^{\overline{\alpha^+}}\right), \eta^{+}_{\overline{B}}\left(p^{\overline{\beta^+}}\right)\right\}$ ve $\overline{\Omega_{A\cap B}}(p^{\overline{\gamma}}) = \overline{\Omega_A}(p^{\overline{\alpha}}) \mathbin{\widetilde{\cap}} \overline{\Omega_B}(p^{\overline{\beta}})$

gerçeklenmek üzere ifade edilir ve $\Omega^V_A \mathbin{\widehat{\cap}} \Omega^V_B$ şeklinde gösterilir.

**Özellik 3.3:** $\Omega_A^V, \Omega_B^V, \Omega_C^V \in \Omega^V(V)$ için,

i) $\Omega_A^V \hat{\cup} \Omega_A^V = \Omega_A^V$ ve $\Omega_A^V \hat{\cap} \Omega_A^V = \Omega_A^V$

ii) $\Omega_\emptyset^V \hat{\cup} \Omega_A^V = \Omega_A^V$ ve $\Omega_\emptyset^V \hat{\cap} \Omega_A^V = \Omega_\emptyset^V$

iii) $\Omega_A^V \hat{\cup} \Omega_\emptyset^V = \Omega_A^V$ ve $\Omega_A^V \hat{\cap} \Omega_\emptyset^V = \Omega_\emptyset^V$

iv) $\Omega_A^V \hat{\cup} \Omega_E^V = \Omega_E^V$ ve $\Omega_A^V \hat{\cap} \Omega_E^V = \Omega_A^V$

v) $\Omega_A^V \hat{\cup} \Omega_B^V = \Omega_B^V \hat{\cup} \Omega_A^V$ ve $\Omega_A^V \hat{\cap} \Omega_B^V = \Omega_B^V \hat{\cap} \Omega_A^V$

vi) $\left(\Omega_A^V \hat{\cup} \Omega_B^V\right) \hat{\cup} \Omega_C^V = \Omega_A^V \hat{\cup} \left(\Omega_B^V \hat{\cup} \Omega_C^V\right)$ ve $\left(\Omega_A^V \hat{\cap} \Omega_B^V\right) \hat{\cap} \Omega_C^V = \Omega_A^V \hat{\cap} \left(\Omega_B^V \hat{\cap} \Omega_C^V\right)$

**Kanıt:** Tanım 3.6'ten açıktır.

**Örnek 3.3:** Örnek 3.1'te verilen $\Omega_B^V$ vadbp-adb-esnek kümesini ele alalım. Ayrıca bir $\Omega_A^V$ vadbp-adb-esnek kümesi aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

$$\Omega_A^V = \left\{\begin{array}{c} ([.2,.43]/p_1, \{[.35,.6]/v_1, [.23,.65]/v_2, [.12,.15]/v_3\}), \\ ([.15,.32]/p_2, \{[.44,.65]/v_1, [.44,.65]/v_2, [.22,.25]/v_3\}), \\ ([.34,.57]/p_1, \{[.5,.62]/v_1, [.3,.71]/v_2, [.2,.53]/v_3\}), \\ ([.67,.72]/p_2, \{[.7,.82]/v_1, [.52,.83]/v_2, [.25,.55]/v_3\}), \\ ([.75,.8]/p_1, \{[.57,.82]/v_1, [.63,.8]/v_2, [.36,.7]/v_3\}), \\ ([.9,.95]/p_2, \{[.87,.9]/v_1, [.6,.9]/v_2, [.5,.78]/v_3\}) \end{array}\right\}$$

$$\Omega_B^V = \left\{\begin{array}{c} ([.32,.46]/p_1, \{[.43,.56]/v_1, [.33,.6]/v_2, [.2,.61]/v_3\}), \\ ([.25,.52]/p_2, \{[.32,.69]/v_1, [.18,.68]/v_2, [.77,.79]/v_3\}), \\ ([.4,.55]/p_1, \{[.55,.69]/v_1, [.35,.78]/v_2, [.29,.91]/v_3\}), \\ ([.5,.68]/p_2, \{[.82,.9]/v_1, [.53,.8]/v_2, [.78,.8]/v_3\}), \\ ([.67,.8]/p_1, \{[.89,.9]/v_1, [.57,.8]/v_2, [.3,.95]/v_3\}), \\ ([.58,.92]/p_2, \{[.85,.91]/v_1, [.72,.85]/v_2, [.85,.9]/v_3\}) \end{array}\right\}$$

Bu durumda, $\Omega_A^V \hat{\cup} \Omega_B^V$ ve $\Omega_A^V \hat{\cap} \Omega_B^V$ kümeleri aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

$$\Omega_A^V \hat{\cup} \Omega_B^V = \left\{\begin{array}{c} ([.32,.46]/p_1, \{[.43,.6]/v_1, [.33,.65]/v_2, [.2,.61]/v_3\}), \\ ([.25,.52]/p_2, \{[.44,.69]/v_1, [.44,.68]/v_2, [.77,.79]/v_3\}), \\ ([.4,.57]/p_1, \{[.55,.69]/v_1, [.35,.78]/v_2, [.29,.91]/v_3\}), \\ ([.67,.72]/p_2, \{[.82,.9]/v_1, [.53,.83]/v_2, [.78,.8]/v_3\}), \\ ([.75,.8]/p_1, \{[.89,.9]/v_1, [.63,.8]/v_2, [.36,.95]/v_3\}), \\ ([.9,.95]/p_2, \{[.87,.91]/v_1, [.72,.9]/v_2, [.85,.9]/v_3\}) \end{array}\right\}$$

$$\Omega_A^V \hat{\cap} \Omega_B^V = \left\{\begin{array}{c} ([.2,.43]/p_1, \{[.35,.56]/v_1, [.23,.6]/v_2, [.12,.15]/v_3\}), \\ ([.15,.32]/p_2, \{[.32,.65]/v_1, [.18,.65]/v_2, [.22,.25]/v_3\}), \\ ([.34,.55]/p_1, \{[.5,.62]/v_1, [.3,.71]/v_2, [.2,.53]/v_3\}), \\ ([.5,.68]/p_2, \{[.7,.82]/v_1, [.52,.8]/v_2, [.25,.55]/v_3\}), \\ ([.67,.8]/p_1, \{[.57,.82]/v_1, [.57,.8]/v_2, [.3,.7]/v_3\}), \\ ([.58,.92]/p_2, \{[.85,.9]/v_1, [.6,.85]/v_2, [.5,.78]/v_3\}) \end{array}\right\}$$

**Özellik 3.4:** $\Omega_A^V, \Omega_B^V \in \Omega^V(V)$ için De Morgan kuralları gerçeklenir:

i) $[\Omega_A^V \hat{\cup} \Omega_B^V]^c = [\Omega_A^V]^c \hat{\cap} [\Omega_B^V]^c$

ii) $[\Omega_A^V \hat{\cap} \Omega_B^V]^c = [\Omega_A^V]^c \hat{\cup} [\Omega_B^V]^c$

**Kanıt:** Tanım 3.5 ve 3.6'ten açıktır.

**Özellik 3.5:** $\Omega_A^V, \Omega_B^V, \Omega_C^V \in \Omega^V(V)$ için,

i) $\Omega_A^V \hat{\cup} \left(\Omega_B^V \hat{\cap} \Omega_C^V\right) = \left(\Omega_A^V \hat{\cup} \Omega_B^V\right) \hat{\cap} \left(\Omega_A^V \hat{\cup} \Omega_C^V\right)$

ii) $\Omega_A^V \hat{\cap} \left(\Omega_B^V \hat{\cup} \Omega_C^V\right) = \left(\Omega_A^V \hat{\cap} \Omega_B^V\right) \hat{\cup} \left(\Omega_A^V \hat{\cap} \Omega_C^V\right)$

**Kanıt:** Tanım 3.6'ten açıktır.

## 4. Bir vadbp-adb-esnek küme tabanlı karar verme

*4. A vadbp-adb-soft set based decision making*

Bu bölümde vadbp-adb-esnek kümeler için bir karar verme algoritması inşa edilmiştir. Bir bp-adb-esnek küme ve adbp-adb-esnek küme yapılarında karar vericilerin ifade ettiği üyelik dereceleri doğrudan veri analizinde kullanılır. Ancak karar verici olası bir hata yapmış olabilir. Bu durumu dikkate alan vadbp-adb-esnek kümeler yardımıyla, bu olası hataları dikkate almanın karar verme sürecindeki etkisi bu bölümün araştırma konusudur. Bu sayede karar verme sürecinin en etkin şekilde yönetebilmek amaçlanmıştır.

**Algoritma 1:**

**Adım 1.** Belirsizlik problemini ifade eden nesnelerin kümesi $V$, bu kümeyle ilişkili parametrelerin kümesi ise $P$ olmak üzere temel kümeler girilir.

**Adım 2.** Mevcut belirsizlik problemini ifade eden $\Omega_A^V \in \Omega^V(V)$ kümesi girilir.

**Adım 3.** $\Omega_A^V$ kümesine dayanarak her $v \in V$ için $\mathrm{T}_{\Omega_A^V}: V \to [0,1]$ eşleşmesi aracılığıyla

$$T_{\Omega_A^V}(v) = \frac{1}{12|P|}\begin{bmatrix} \sum_{p^{\underline{\alpha}} \in \underline{P}} \left(\eta_{\underline{B}}^-(p^{\underline{\alpha^-}}), \eta_{\underline{B}}^+(p^{\underline{\alpha^+}})\right)\left(\mu_{\underline{\Omega_B}(p^{\underline{\alpha}})}^-(v) + \mu_{\underline{\Omega_B}(p^{\underline{\alpha}})}^+(v)\right) + \\ \sum_{p \in P}\left(\eta_B^-(p), \eta_B^+(p)\right)\left(\mu_{\Omega_B(p)}^-(v) + \mu_{\Omega_B(p)}^+(v)\right) + \\ \sum_{p^{\overline{\alpha}} \in \overline{P}} \left(\eta_{\overline{B}}^-(p^{\overline{\alpha^-}}), \eta_{\overline{B}}^+(p^{\overline{\alpha^+}})\right)\left(\mu_{\overline{\Omega_B}(p^{\overline{\alpha}})}^-(v) + \mu_{\overline{\Omega_B}(p^{\overline{\alpha}})}^+(v)\right) \end{bmatrix} \quad (15)$$

toplam değeri hesaplanır. Burada $|P|$, $P$'nin kardinalitesini ifade etmektedir. Ayrıca, (15) formülasyonu yapısında $\frac{1}{12|P|}$ genel toplamı $[0,1]$ aralığında normalize edebilmeyi amaçlar.

Bu formülasyonda yer alan $\frac{1}{12|P|}$ katsayısı, modelin normalize edilmesi amacıyla kullanılan bir ölçekleme sabitidir. Söz konusu katsayı, üç farklı parametreleme düzeyine (alt, temel ve üst sanal parametre kümeleri) ait dörder alt bileşenin toplamda on iki aralık-bulanık öğe oluşturmasından kaynaklanmaktadır. Dolayısıyla, 12 değeri bu bileşenlerin etkilerini eşit düzeyde dengeleyerek toplam üyelik değerlerinin [0,1] aralığında normalize edilmesini sağlar. Bu yaklaşım, modelin hem analitik tutarlılığını hem de farklı parametre kümeleri arasındaki karşılaştırılabilirliği korumak açısından önemlidir.

**Adım 4.** $T_{\Omega_A^V}(v_l) = max\left\{T_{\Omega_A^V}(v_k): v_k \in V\right\}$ değerine dayanarak belirsizlik problemi için en ideal eleman $v_l$ nesnesidir.

Algoritma 1'in bir karar verme sürecinde nasıl uygulanabileceğini örneklemek için aşağıda verilen belirsizlik problemi verilmiştir:

**Problem:** Özel bir şirket boş bir poziyon için bir ilan verdiğini varsayalım. Bu ilana başvuran adaylar, üç aşamalı bir değerlendirme sürecine tabi tutulacaktır. Değerlendirme sürecinde, ilk test en kolay, son test ise en zor aşama olarak yapılandırılmıştır. Adayların bu testlerden alacağı puanlar, testlerin zorluk derecesine bağlı olarak farklılık göstermektedir; en yüksek puanlar son testten, en düşük puanlar ise ilk testten elde edilecektir. Bu koşullar dikkate alındığında, Algoritma 1 kullanılarak karar verme sürecinin sistematik bir şekilde nasıl uygulanacağı aşağıda adım adım gösterilmiştir.

**Adım 1.** Bu ilan için başvuran adayların kümesi $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$, şirketin adaylardan istediği parametrelerin kümesi ise $P = \{p_1: disiplinli, p_2: azimli, p_3: başarılı\}$ şeklinde verilmiştir. $P$ parametre kümesine dayanarak alt ve üst sanal parametre kümelerine dayanan aralık-değerli bulanık kümeler sırasıyla $\underline{B} = \{[.34, .42]/p_1, [.5, .63]/p_2, [.24, .3]/p_3\}$, $B = \{[.45, .5]/p_1, [.62, .7]/p_2, [.4, .52]/p_3\}$, $\overline{B} = \{[.59, .66]/p_1, [.74, .82]/p_2, [.55, .78]/p_3\}$ olmak üzere ifade edilmiştir. Bu aralık-değerli bulanık değerler her bir parametre için yapılan testler sonucunda adayların elde edeceği puanları ifade eder.

**Adım 2.** Şirketin ifade ettiği verilere dayanarak mevcut belirsizlik problemi bir $\Omega_A^V$ vadbp-adb-esnek küme yardımıyla aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

$$\Omega_A^V = \left\{\begin{array}{c} ([.34,.42]/p_1,\{[.45,.67]/v_1,[.44,.5]/v_2,[.2,.3]/v_3,[.34,.4]/v_4,[.25,.56]/v_5\}), \\ ([.5,.63]/p_2,\{[.5,.7]/v_1,[.6,.63]/v_2[.35,.4]/v_3,[.4,.55]/v_4,[.3,.7]/v_5\}), \\ ([.24,.3]/p_3,\{[.1,.3]/v_1,[.16,.35]/v_2,[.24,.4]/v_3,[.55,.57]/v_4,[.21,.36]/v_5\}), \\ ([.45,.5]/p_1,\{[.5,.6]/v_1,[.56,.62]/v_2,[.27,.38]/v_3,[.47,.5]/v_4,[.5,.63]/v_5\}), \\ ([.62,.7]/p_2,\{[.63,.8]/v_1,[.72,.75]/v_2,[.4,.52]/v_3,[.42,.6]/v_4,[.39,.72]/v_5\}), \\ ([.4,.52]/p_3,\{[.44,.59]/v_1,[.3,.58]/v_2,[.31,.48]/v_3,[.63,.72]/v_4,[.3,.52]/v_5\}), \\ ([.59,.66]/p_1,\{[.62,.7]/v_1,[.63,.76]/v_2,[.36,.63]/v_3,[.5,.58]/v_4,[.62,.71]/v_5\}), \\ ([.74,.82]/p_2,\{[.7,.92]/v_1,[.92,.95]/v_2,[.57,.83]/v_3,[.64,.7]/v_4,[.45,.8]/v_5\}), \\ ([.55,.78]/p_3,\{[.57,.76]/v_1,[.88,.9]/v_2,[.56,.74]/v_3,[.78,.8]/v_4,[.52,.53]/v_5\}) \end{array}\right\}$$

**Adım 3.** Her bir adayın toplam değerleri için (15)'te verilen formülasyondan faydalanarak elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$T_{\Omega_A^V}(v_1) = .33, \quad T_{\Omega_A^V}(v_2) = .36, \quad T_{\Omega_A^V}(v_3) = .25, \quad T_{\Omega_A^V}(v_4) = .3, \quad T_{\Omega_A^V}(v_5) = .28$$

Örneğin; $v_1$ adayı için,

$$T_{\Omega_A^V}(v_1) = \frac{1}{12 * 3}\left[\begin{array}{c} (.34 + .42) * (.45 + .67) + (.5 + .63) * (.5 + .7) + \\ (.24 + .3) * (.1 + .3) + (.45 + .5) * (.5 + .6) + \\ (.62 + .7) * (.63 + .8) + (.4 + .52) * (.44 + .59) + \\ (.59 + .66) * (.62 + .7) + (.74 + .82) * (.7 + .92) + \\ (.55 + .78) * (.57 + .76) \end{array}\right] = .33$$

**Adım 4.** $T_{\Omega_A^V}(v_2) = max\left\{T_{\Omega_A^V}(v_k): v_k \in V\right\} = .36$ olduğundan en ideal eleman $u_2$ adayıdır.

### 4.1. Bir karşılaştırmalı analiz
*4.1. A comparative analysis*

Bu alt bölümde, önerilen Algoritma 1'in karar verme süreçlerindeki etkinliği, farklı küme yapılarına dayalı yaklaşımlar ile karşılaştırmalı olarak değerlendirilmiştir. Bu amaç doğrultusunda, bir belirsizlik problemi ele alınmış ve hem adbp-adb-esnek kümelere dayalı karar verme algoritması (Algoritma 1*) hem de önerilen vadbp-adb-esnek küme tabanlı Algoritma 1 uygulanmıştır. Elde edilen sonuçlar Tablo 1'de özetlenmiştir.

**Tablo 1.** Karar verme yaklaşımlarının her bir nesne için sonuçları
***Table 1.** Results of decision making approaches for each object*

| Nesneler | Algoritma 1* | Algoritma 1 |
|---|---|---|
| $v_1$ | .32 | .33 |
| $v_1$ | .32 | .36 |
| $v_3$ | .21 | .25 |
| $v_4$ | .29 | .3 |
| $v_5$ | .27 | .28 |

Tablo 1'de verilen sonuçlar, önerilen yöntemin literatürde yer alan klasik yaklaşımlara kıyasla sağladığı avantajları net biçimde ortaya koymaktadır. Algoritma 1* yaklaşımı, adbp-adb-esnek kümelere dayalı olup alt ve üst sanal parametre kümelerinden elde edilen verileri işleyememektedir. Bu durum, üyelik değerlerinde karar vericilerin ifade hatalarını modelleyemediği için analiz kabiliyetini sınırlamaktadır. Ayrıca, bp-adb-esnek küme modeli bu probleme doğrudan uygulanamamaktadır; çünkü parametrelerin ifade biçimi aralık-bulanık değerlerle tanımlanmıştır ve bu modelin analitik gücü yetersiz kalmaktadır.

Sonuçlara göre Algoritma 1* ile $v_1$ ve $v_2$ nesneleri arasında ayrım yapılamamış, yani en ideal nesne tespit edilememiştir ($v_1 = v_2$). Buna karşılık, önerilen vadbp-adb-esnek küme tabanlı Algoritma 1, sanal mantık temelli alt ve üst yaklaşım mekanizmalarını kullanarak belirsizliğin etkisini azaltmış ve en ideal nesnenin $v_2$ olduğunu açıkça belirlemiştir.

Bu karşılaştırmalı analiz, literatürdeki klasik bulanık ve esnek küme tabanlı yaklaşımların eksik kaldığı noktalara dikkat çekmekte ve vadbp-adb-esnek kümelerin sunduğu yenilikçi çerçevenin avantajlarını vurgulamaktadır:

- Karar vericilerin üyelik derecelerinde yapabileceği hatalar dikkate alınarak daha gerçekçi bir modelleme yapılmıştır.
- Alt ve üst yaklaşım fonksiyonları sayesinde nesne seçiminde belirsizlik seviyesi daha hassas biçimde analiz edilmiştir.
- Aralık-bulanık parametrelerle ifade edilen karmaşık veri yapıları başarılı şekilde işlenmiştir.

Bu bulgular, önerilen modelin hem kuramsal hem de pratik açıdan daha esnek ve güçlü bir karar destek mekanizması sunduğunu göstermektedir. Böylece, vadbp-adb-esnek kümeler, belirsizlik yönetimi ve karar verme teorilerinde yeni bir yaklaşım olarak değerlendirilebilir ve gelecekteki araştırmalara sağlam bir temel sunabilir.

## 5. Tartışma ve sonuçlar

*5. Discussion and conclusions*

Günümüzde karar vericilerin belirsizlik ortamlarında ifade ettikleri üyelik derecelerinin en doğru şekilde modellenebilmesi, karar destek sistemlerinin etkinliğini doğrudan etkilemektedir. Bu doğrultuda, üyelik değerlerindeki olası hataları ve belirsizlikleri dikkate alan hibrit matematiksel yaklaşımların geliştirilmesi, literatürde giderek artan bir araştırma alanı haline gelmiştir. Bu çalışmada, aralık-değerli bulanık kümeler ile parametreleme aracının avantajlarını bir araya getiren ve sanal mantık yaklaşımıyla güçlendirilen sanal bulanık parametreli aralık-değerli bulanık esnek kümeler (vadbp-adb-esnek kümeler) tanıtılmıştır. Önerilen bu yapı, klasik ve mevcut bulanık-esnek modellerin kısıtlılıklarını aşmak amacıyla tasarlanmıştır. Çalışmada, vadbp-adb-esnek kümeler için tümleyen, alt küme, birleşim ve kesişim gibi temel küme işlemleri ayrıntılı olarak incelenmiş; bu işlemler aracılığıyla modelin analitik altyapısı güçlendirilmiştir. Ardından, bu yeni küme tipinin karar verme süreçlerindeki etkinliğini ölçmek amacıyla vadbp-adb-esnek küme tabanlı bir karar verme algoritması geliştirilmiştir. Algoritma, gerçekçi bir belirsizlik problemi üzerinde uygulanarak adım adım gösterilmiş ve elde edilen sonuçlar mevcut adbp-adb-esnek ve bp-adb-esnek küme tabanlı yaklaşımlarla karşılaştırılmıştır.

Karşılaştırmalı analiz sonuçları, önerilen yöntemin diğer modellere kıyasla daha ayrıntılı ve doğru bir değerlendirme imkânı sunduğunu ortaya koymuştur. Özellikle:

- Karar vericilerin üyelik derecelerini ifade ederken yapabileceği hatalar, alt ve üst sanal yaklaşım mekanizmalarıyla modellenmiştir.
- Aralık-bulanık parametreler sayesinde daha karmaşık ve çok boyutlu veri yapıları işlenebilmiştir.
- Belirsizlik seviyeleri daha hassas bir biçimde analiz edilerek karar destek süreci güçlendirilmiştir.

Bu bulgular, vadbp-adb-esnek kümelerin karar verici odaklı matematiksel modelleme çerçevesinde yeni bir perspektif sunduğunu ve literatürdeki mevcut modellerin eksik kaldığı noktalara çözüm getirdiğini göstermektedir. Elde edilen sonuçlar, modelin hem yapısal belirsizliği hem de karar vericinin değerlendirme hatalarını aynı anda temsil edebilme kapasitesi sayesinde, klasik aralık-değerli ve esnek küme yaklaşımlarından daha kapsamlı bir yorumlama alanı sunduğunu ortaya koymaktadır. Ayrıca üç yaklaşım fonksiyonunun birlikte çalışması, karar süreçlerinde parametreye bağlı dalgalanmaların analitik olarak izlenebilmesine ve karar vericinin yanlılık kaynaklı hatalarının dengelenmesine imkân tanımaktadır. Bu yönüyle önerilen model, çok kriterli karar verme, risk değerlendirme, bilgi eksikliği altında sınıflandırma ve uzman sistem tasarımı gibi uygulamalarda kullanılabilecek güçlü bir matematiksel araç niteliği taşımaktadır.

Gelecek çalışmalarda, önerilen modelin farklı belirsizlik türleri (örneğin bulanıklık, rastlantısallık, eksik veri ve sezgisel belirsizlik) ile bütünleştirilmesi, yaklaşım fonksiyonlarının öğrenilebilir veya veri odaklı biçimlerde yeniden tasarlanması ve büyük ölçekli karar verme problemlerinde hesaplama maliyetinin optimize edilmesi planlanabilir. Bunun yanı sıra vadbp-adb-esnek kümelerin makine öğrenmesi, sensör füzyonu ve akıllı sistemlerde dinamik belirsizlik yönetimi gibi alanlarda uygulanabilirliği araştırılarak yöntemin pratik etkisinin artırılması hedeflenebilir. Böylece vadbp-adb-esnek kümelerin, hem teorik hem de uygulamalı matematikte güçlü bir araç olarak yaygınlaştırılması mümkün olacaktır.

**Teşekkür**
*Acknowledgement*

Makalenin incelenmesinde göstermiş oldukları sabır ve anlayıştan dolayı, ilgili editör ve hakemlere teşekkür edilmektedir.

**Etik beyanı**
*Declaration of ethical code*

Bu çalışmada, "Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi" kapsamında uyulması gerekli tüm kurallara uyulduğunu, bahsi geçen yönergenin "Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler" başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbirinin gerçekleştirilmediğini taahhüt ederim.

**Çıkar çatışması beyanı**
*Conflicts of interest*

Yazar herhangi bir çıkar çatışması olmadığını beyan eder.

**Kaynaklar**
*References*

Ali, G., & Ansari, M. N. (2022). Multiattribute decision-making under Fermatean fuzzy bipolar soft framework. *Granular Computing*, *7*(2), 337-352.

Alkhazaleh, S., Salleh, A. R., & Hassan, N. (2011). Fuzzy parameterized interval-valued fuzzy soft set. *Applied Mathematical Sciences*, *5(67),* 3335-3346.

Alkhazaleh, S., & Salleh, A. R. (2012). Generalised interval-valued fuzzy soft set. *Journal of Applied Mathematics*, 870504.

Balcı, M. A., Batrancea, L. M., & Akgüller, Ö. (2022). Network-Induced Soft Sets and Stock Market Applications. *Mathematics*, *10*(21), 3964.

Çağman, N., Cıtak, F. & Enginoğlu, S. (2010). Fuzzy Parameterized Fuzzy Soft Set Theory and Its Applications. *Turkish Journal of Fuzzy Systems 1(1)*, 21–35.

Çağman, N., Cıtak, F. & Enginoğlu, S. (2011). FP-Soft Set Theory and Its Applications. *Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics 2(2)*, 219–226.

Dalkılıç O. (2022a). An Application of VFPFSS's in Decision Making Problems. *Journal of Polytechnic*, *25(2),* 491-501.

Dalkılıç O. (2022b). A more ideal Approach to Uncertainty Problems: VFPIVFSS, *Journal of Polytechnic, 24(4),* 1391-1399, https://doi.org/10.2339/politeknik.685634

Dalkılıç, O. (2022c). A novel mathematical approach to uncertainty problems: VFPIFS-set. *Gümüşhane University Journal of Science and Technology, 12(2),* 614-623, https://doi.org/10.17714/gumusfenbil.870783

Dalkılıç O. and Demirtas N. (2021). VFP-Soft Sets and Its Application on Decision Making Problems, *Journal of Polytechnic, 24(4),* 1391-1399.

Dalkılıç, O. (2021). A novel approach to soft set theory in decision-making under uncertainty. *International Journal of Computer Mathematics*, *98(10),* 1935-1945.

Feng, F., Wan, Z., Alcantud, J. C. R., & Garg, H. (2022). Three-way decision based on canonical soft sets of hesitant fuzzy sets. *AIMS Mathematics*, *7*(2), 2061-2083.

Gorzałczany, M. B. (1987). A method of inference in approximate reasoning based on interval-valued fuzzy sets. *Fuzzy sets and systems*, *21(1),* 1-17.

Kazancı, O., Hoskova-Mayerova, S., & Davvaz, B. (2022). Algebraic Hyperstructure of Multi-Fuzzy Soft Sets Related to Polygroups. *Mathematics*, *10(13),* 2178.

Liu, J. B., Ali, S., Mahmood, M. K., & Mateen, M. H. (2022). On m-polar diophantine fuzzy N-soft set with applications. *Combinatorial Chemistry & High Throughput Screening*, *25*(3), 536-546.

Mahmood, T., Rehman, U. U., Jaleel, A., Ahmmad, J., & Chinram, R. (2022). Bipolar complex fuzzy soft sets and their applications in decision-making. *Mathematics*, *10*(7), 1048.

Maji, P. K., Biswas, R. & Roy, A. R. (2001). Fuzzy Soft Sets. *Journal of Fuzzy Mathematics 9(3),* 589–602.

Memiş, S., Enginoğlu, S., & Erkan, U. (2022). A classification method in machine learning based on soft decision-making via fuzzy parameterized fuzzy soft matrices. *Soft Computing*, *26*(3), 1165-1180.

Molodtsov, D. A. (1999). Soft Set Theory–First Results. *Computers and Mathematics with Applications 37(4–5)*, 19–31.

Özlü, Ş. (2023). Multi-criteria decision making based on vector similarity measures of picture type-2 hesitant fuzzy sets. *Granular Computing 8(6),* 1505-1531.

Özlü, Ş. (2024). New q-rung orthopair fuzzy Aczel–Alsina weighted geometric operators under group-based generalized parameters in multi-criteria decision-making problems. *Computational and Applied Mathematics 43(3),* 122.

Özlü, Ş. (2023). Multi-criteria decision making based on vector similarity measures of picture type-2 hesitant fuzzy sets. *Granular Computing 8(6),* 1505-1531.

Voskoglou, M. G. (2022). Managing the uncertainty: from probability to fuzziness, neutrosophy and soft sets. *Transactions on Fuzzy Sets and Systems*, *1*(2), 46-58.

Yang, X., Lin, T. Y., Yang, J., Li, Y., & Yu, D. (2009). Combination of interval-valued fuzzy set and soft set. *Computers and Mathematics with Applications*, *58(3),* 521-527.

Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control, 8*, 338-353.