

## Esnek dereceli türev tabanlı çoklu kararlı memristör ve HR nöron modeli uygulaması

### *Conformable order derivative based multi-stable memristor and HR neuron model application*

İbrahim Ethem SAÇU\*<sup>1,2</sup> 

<sup>1</sup>Erciyes Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik-Elektronik Müh. Bölümü, 38039, Kayseri, Türkiye

<sup>2</sup>Erciyes Üniversitesi, Klinik Müh. Uyg. Ve Arş. Mrk. (ERKAM), 38030, Kayseri, Türkiye

• Geliş tarihi / Received: 10.09.2025

• Kabul tarihi / Accepted: 02.04.2026

#### Öz

Bu çalışmada bir esnek dereceli türev tabanlı çoklu kararlı memristör ve onun Hindmarsh-Rose nöron modeli uygulaması ortaya konulmuştur. Memristörlerin biyolojik sinapslara benzer özellikler sergilemesi bunların nöral sistemlere dahil edilebilmesine imkân vermektedir. Önerilen esnek dereceli memristör çoklu yerel aktif bölgelere ve çoklu histeresiz döngülerine sahiptir. Esnek dereceli memristör Hindmarsh-Rose nöron modeline bir autapse olarak dahil edilmiş ve genişletilmiş bir model elde edilmiştir. Bu modelin dinamik davranışlarına kuplaj kuvveti ve esnek derecenin etkisi faz diyagramları, zaman serileri ve bifurkasyon diyagramları ile irdelenmiştir. Son olarak, elde edilen nümerik benzetim sonuçlarının donanımsal doğrulaması da gerçekleştirilmiştir.

**Anahtar kelimeler:** Esnek dereceli türev, Memristör, Hindmarsh-Rose, Nöron modeli

#### Abstract

*In this study, a conformable order derivative based multistable memristor and its implementation in the Hindmarsh-Rose neuron model are presented. Memristors exhibit properties similar to biological synapses, enabling their incorporation into neural systems. The proposed conformable order memristor has multiple local active regions and multiple hysteresis loops. The conformable order memristor is included as an autapse into the Hindmarsh-Rose neuron model, resulting in an extended model. The effects of coupling strength and conformable order on the dynamic behavior of this model are investigated using phase diagrams, time series, and bifurcation diagrams. Finally, experimental validation of the numerical simulation results is also performed.*

**Keywords:** Conformable order derivative, Memristor, Hindmarsh-Rose, Neuron model

## 1. Giriş

### 1. Introduction

Beyin milyonlarca nöronun bir araya gelerek oluşturduğu karmaşık bir yapıdır. Beyin bilişsel aktivitelerin yanı sıra vücudumuzdaki kontrol mekanizmasının da ana bileşenlerinden birisidir. Bu çok fonksiyonlu yapıyı çözebilmek oldukça zahmetli olduğundan öncelikle barındırdığı yapıtaşları nöronları incelemek birincil yaklaşımdır. Bu açıdan nöron dinamikleri, bunların analizi ve matematiksel modellenmesi hayati öneme sahip olmaktadır (Dayan & Abbott, 2005).

Zengin nöral yanıtları elde edebilmek adına literatürde farklı nöron modelleri ortaya konulmuştur. Bunlardan en kapsamlı olanı Hodgkin-Huxley nöron modeli iken bu modeli donanımsal olarak gerçeklemek oldukça maliyetli olmaktadır (Hodgkin & Huxley, 1952). Öte yandan bu modelin basitleştirilmiş hali Hindmarsh-Rose (HR) nöron modelidir (Hindmarsh & Rose, 1984). Ayrıca bir nöronun eşik seviyesinin üzerinde uyarılması ile ateşlenebildiğini gösteren tipik model Fitzhugh-Nagumo (FHN) nöron modelidir (Fitzhugh, 1961). Bu sürekli zamanlı modellere ek olarak zamanlı modellerde literatürde bulunmaktadır (Chialvo, 1995).

\*İbrahim Ethem SAÇU; iesacu@erciyes.edu.tr

Sinapslar nöronlar arası bilgi transferini sağlayan etkili bağlantılardır. Ayrıca özel bir sinaps türü olan autapse de söz konusudur. Autapse bir nöronun kendi aksonu ile kendi dentrit veya hücre gövdesinin bağlantısıyla oluşmaktadır. Dolayısı ile nöron dinamiklerine autapse etkisi incelenebilmektedir (Wang vd., 2017).

Memristor 1971 yılında Chua tarafından pasif bir devre elemanı olarak ortaya konulmuştur. Elektriksel bir devrede gerilim ve yük arasında memristans ilişki kuran bir elemandır. Memristör bir önceki akım geçişine göre iç durumunu değiştirebilmekte ve bunu koruyabilmektedir. Bu özellik onların hafızaya sahip bir eleman olarak düşünülmesine imkan verir. Böylece nöromorfik uygulamalardaki nöron-sinaps etkileşiminde önemli rol oynayabilir. Memristörler sergiledikleri karakteristikler nedeniyle biyolojik sinapslar gibi ele alınabilmektedir (Chua, 2019). Literatürde memristörün dahil edildiği birçok nöron modeli söz konusudur. HR nöron modelinin dinamik davranışlarına ve ateşleme türüne autapse etkisi incelenmiş ve kuplaj kuvveti değerinin ateşleme türünü değiştirebildiği ortaya konmuştur (Wang vd., 2014). HR nöronlarından oluşan bir nöral ağ yapısında autapse bireysel ve kollektif davranışa etkisi incelenmiş olup uygun kuplaj kuvvetinde ağı oluşturan nöronların aynı yanıtı sergilediği belirtilmiştir (Ma vd., 2015). Kuplajlı FHN – Morris-Lecar nöral ağına autapse etkisi de incelenmiş olup autapsin sistem yanıtı etkilediği rapor edilmiştir (Qu vd., 2019).

2014 yılında Chua yerel aktif memristörü tanıtmıştır (Chua, 2014). İdeal memristörle karşılaştırıldığında yerel aktif memristör daha kompleks lineer olmayan dinamik karakteristiğe sahiptir. Özellikle çoklu kararlılık özelliği nöronların ateşleme davranışlarını incelemede fayda sağlayabilmektedir. Yerel aktif memristör tabanlı nöron modellerinin ve nöral ağların incelendiği birçok çalışma bulunmaktadır. Yerel aktif memristör tabanlı bir nöral ağda ateşleme davranışları irdelenmiştir (Li vd., 2021). Üç noktada kararlı yerel aktif memristör tabanlı HR nöral ağda dört farklı ateşleme örüntüsünün sergilenebildiği bildirilmiştir (Lin vd., 2020). Bir başka çalışmada dört noktada kararlı yerel aktif memristör tabanlı HR nöron modelinde uygun başlangıç koşullarının seçimine bağlı olarak dört kararlı ateşleme örüntüsü elde edilebildiği bildirilmiştir (Li & Zhou 2021). Yeni bir yerel aktif memristörün sunulduğu bir çalışmada memristör yapısı FHN ve HR nöron modellerinin kuplajlanmasında kullanılmış olup ilgili ağ yapısında farklı dinamik davranışlar elde edilmiştir (Mou vd., 2024). İki ayrı nöron modelinin yerel aktif bir memristörle kuplaj edildiği nöral ağda senkronizasyon durumu irdelenmiştir (Hu vd., 2024). Yerel aktif memristör tabanlı nöromorfik devrede zengin ateşleme örüntülerinin elde edilebildiği bildirilmiştir (Xu vd., 2023). İki boyutlu HR nöron modeli ile bir boyutlu Hopfield nöronun bir yerel aktif memristörle kuplajlandığı küçük boyutlu nöral ağda zengin dinamikler elde edilmiştir (Huang vd., 2024). İkinci derecen yerel aktif memristor tabanlı nöral devrede beyindekine benzeri dinamik yanıtlar elde edilmiştir (Mao vd., 2025). Yerel aktif memristör tabanlı kaotik nöron modelinde zengin periyodik ve kaotik nöral dinamikler elde edilmiştir (Dong vd., 2025). Bir memristif Hopfield nöral ağına autapse olarak dahil edilen yerel olarak aktif memristörün analiz edildiği bir çalışmada periyodik ve kaotik yanıtlar elde edilmiştir (Wan vd., 2025). Ancak bu çalışmalarda modelleri tanımlayan diferansiyel eşitlikler genelde tam sayı derecelidir. Ancak tam sayı dereceden farklı olarak kesirsel(fraksiyonel) hesaplamadan faydalanan çalışmalar da söz konusudur. Kesirsel (fraksiyonel) hesaplamadaki temel motivasyon tam sayılı hesaplamaların getirdiği sınırlamalardan kurtulmak suretiyle daha genel ve doğru modelleme sağlanabileceğidir. Öte yandan kesirsel hesaplamaların bir başka çeşidi esnek kesirsel hesaplamadır (conformable fractional calculus). Kesirsel hesaplamaların en yaygın iki tanımı Caputo ve Riemann-Liouville türev tanımlarıdır. Her iki tanımda yerel değildir ve bu türev tanımlara göre bir fonksiyonun bir noktadaki değeri sadece o andaki değere değil geçmişteki tüm değerlere de bağlıdır. Öte yandan esnek kesirsel hesaplama yerel özellik sergiler ve geçmişteki tüm değerlere ihtiyaç duymaz dolayısı ile büyük bellek gereksinimi olmadan daha kolay hesaplanabilir. Öte yandan bir sabitin türevi Riemann-Liouville türev tanımına göre sıfır değilken, esnek kesirsel türev tanımına göre ise sıfır olup fiziksel yorumlanmasını daha kolay kılar (Abdeljawad, 2015). Bu yeni yaklaşımla ilgili hem nöron modelleri tabanlı hem de memristör tabanlı çalışmalar sınırlı kalmıştır. Ayrıca esnek kesirsel türevin, klasik kesirsel türevin geçmişteki tüm değerlere bağlı olma özelliğini ortadan kaldırarak donanımsal avantaj sunmasından faydalanılabilir. Ek olarak bu yeni türev tanımıyla gelen esnek derece parametresi, dinamik sistemler açısından ek bir kontrol argümanı olarak kullanılabilir. Sadece bu parametrenin değişmesiyle dinamik sistemlerin yanıtlarının nasıl etkileyeceğinin belirlenmesi önemli olmaktadır. Bu kapsamda, bu çalışmada esnek(conformable) türev tanımlı yerel aktif memristör modeli ortaya konulacak ve önerilen yapının bir nöron modelinin dinamik davranışına etkisi incelenecektir.

Bu çalışmanın 2. bölümünde esnek (conformable) dereceli memristör ele alınırken, 3. bölümde ilgili memristörün bir nöron modeli uygulaması ve benzetim sonuçları sunulmaktadır. 4. bölümde ise ortaya konulan

yapıların deneysel doğrulaması gösterilmektedir. Son bölümde ise çalışmaya ait genel çerçeve sonuç olarak verilmektedir.

## 2. Esnek dereceli türev tabanlı memristör ve özellikleri

### 2. Conformable order derivative based memristor and its properties

#### 2.1. Esnek türev ve özellikleri

##### 2.1. Conformable derivative and its properties

$g_f$  fonksiyonu  $g_f: [t_0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  şeklinde olmak üzere,  $\lambda$  dereceden sol taraflı esnek türev şu şekilde tanımlanmaktadır (Abdeljawad, 2015):

$$T_{\lambda}^{t_0} g_f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g_f(t + h(t - t_0)^{1-\lambda}) - g_f(t)}{h} \quad (1)$$

Burada  $\lambda$  esnek derece olup  $\lambda \in (0, 1)$ 'dir. Esnek türev ile tam sayılı türev arasındaki ilişki aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir.

$$T_{\lambda}^{t_0} g_f(t) = (t - t_0)^{1-\lambda} \frac{dg_f(t)}{dt} \quad (2)$$

$\lambda$  dereceden esnek türev tanımlı sistem Euler metoduna göre aşağıdaki şekilde çözülebilmektedir (Xin vd. 2019).

$$\begin{aligned} T_{\lambda} y_x(t) &= g(y_x(t)), \quad 0 \leq t \leq T, \quad y_x(0) = y_{x0} \\ y_{x(n+1)} &\approx y_{x(n)} + \frac{h^{\lambda}}{\lambda} g(y_{x(n)}) \end{aligned} \quad (3)$$

Burada adım büyüklüğü  $h = T/N$ ,  $t_n = nh$  ve  $n = 0, 1, \dots, N$  dir.

#### 2.2. Esnek dereceli çoklu kararlı memristör

##### 2.2. Conformable order multi-stable memristor

Yerel aktif çoklu kararlı esnek dereceli memristör ve durum değişkeni aşağıdaki şekilde tanımlanabilmektedir. Burada  $i_e$  ve  $v_e$  sırasıyla giriş akımı ve giriş voltajına karşılık gelmektedir.  $\varphi$  iç durum değişkeni iken  $G(\varphi) = n\varphi$  memkondüktans fonksiyonudur.  $\beta_e$  ise memristif parametredir. Denklem (4) ile verilen yerel aktif memristörün avantajı devre gerçekleştirmelerinde maliyeti azaltmasıdır. Çünkü literatürde önerilen diğer memristör yapılarında polinomsal ifadeler olup bu ifadeleri devrede gerçekleştirmek için çarpıcılara ihtiyaç duyulmaktadır bu ise yer, maliyet ve ekstra güç gereksinimlerini oluşturur.

$$\begin{aligned} i_e &= G(\varphi)v_e \\ T_{\lambda} \varphi &= \text{sgn}(\varphi + 2) + \text{sgn}(\varphi - 2) - 0.5\varphi + \beta_e v_e \end{aligned} \quad (4)$$

Denklem (3)'deki yaklaşım denklem (4)'e uygulandığında aşağıdaki çözüm elde edilmektedir.

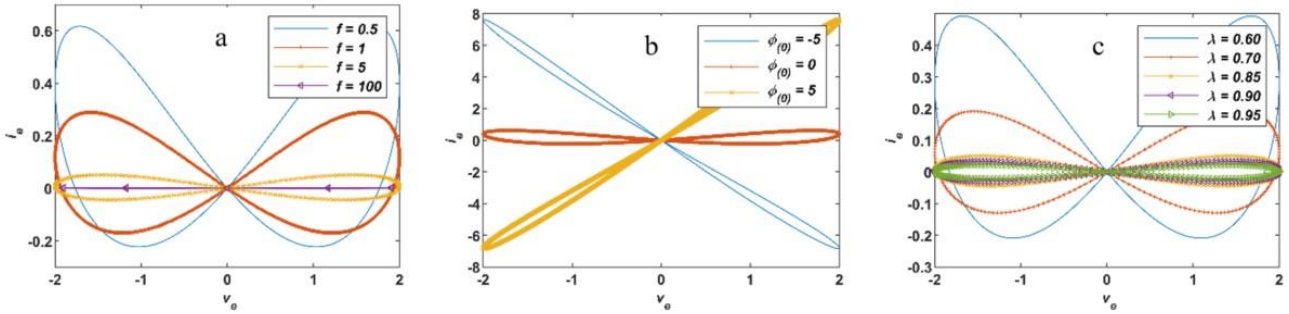
$$\varphi_{(n+1)} = \varphi_{(n)} + \frac{h^{\lambda}}{\lambda} \left[ \text{sgn}(\varphi_{(n)} + 2) + \text{sgn}(\varphi_{(n)} - 2) - 0.5\varphi_{(n)} + \beta_e v_{e(n)} \right] \quad (5)$$

#### 2.3. Sıkışmış histeresiz döngüsü

##### 2.3. Pinched hysteresis loop

Memristörün önemli özelliklerinden biri sıkışmış histeresiz döngüsü karakteristiğidir. Model parametreleri  $\beta_e = 0,25$ ,  $n = 0,8$ ,  $h = 0,001$ ,  $\varphi(0) = 0$  ve  $\lambda = 0,85$ 'de sabit tutulurken genliği  $V_g = 2V$  olan sinüs voltajı  $v_e = V_g \sin(2\pi ft)$  memristöre uygulanmakta ve frekans  $f$  değiştirilmektedir. Bu durumda elde edilen sıkışmış

histeresiz döngüleri Şekil 1a'daki gibidir. İlgili şekilden frekans arttıkça lob alanın daraldığı hatta düz çizgi haline geldiği görülmektedir ki buda memristörün sabit dirence ulaştığı anlamına gelmektedir. Öte yandan, parametreler  $\beta_e = 0,25$ ,  $n = 0,8$ ,  $h = 0,001$ ,  $f = 5$ ,  $V_g = 2V$  ve  $\lambda = 0,85$ 'de sabit tutulurken başlangıç şartı  $\varphi(0)$  sırasıyla  $-5$ ,  $0$  ve  $5$  değerlerini almaktadır. Elde edilen sonuçlar Şekil 1b'de verilmektedir. Ayrıca esnek derecenin etkisini değerlendirmek için parametreler  $\beta_e = 0,25$ ,  $n = 0,8$ ,  $h = 0,001$ ,  $f = 5$ ,  $V_g = 2V$  ve  $\varphi(0) = 0$ ' da sabit tutulurken esnek derece  $\lambda$  değiştirilmekte ve elde edilen sonuçlar Şekil 1c' de görülmektedir. İlgili sonuçlardan esnek derece küçüldükçe histeresiz döngüsünün lop alanı büyümektedir ki buda daha iyi hafıza özelliğine karşılık gelebilmektedir.



**Şekil 1.** Sıkışmış histeresiz döngüleri (a) farklı frekanslara karşı histeresiz döngüsü (b) başlangıç koşullarına göre histeresiz döngüsü (c) esnek dereceye bağlı histeresiz döngüsü

**Figure 1.** The pinched hysteresis loops (a) hysteresis loop against different frequencies (b) hysteresis loop versus initial conditions (c) hysteresis loop depending on conformable order

#### 2.4. Uçucu olmayan hafıza özelliği ve yerel aktif karakter

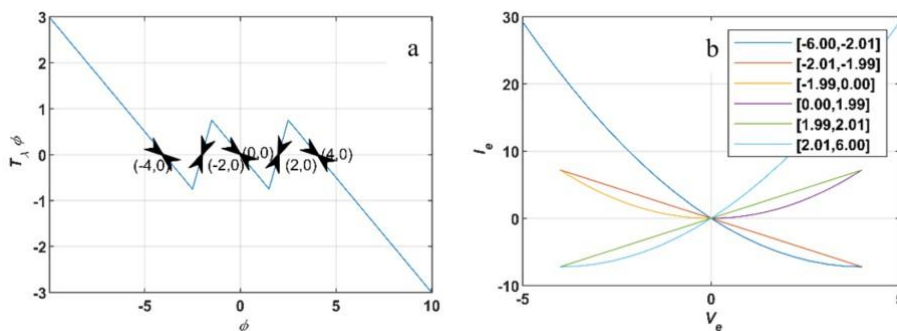
##### 2.4. Nonvolatile memory property and locally active character

Uçucu olmama memristörün bir başka öne çıkan özelliğidir ki memristöre uygulanan güç kesilse bile son memkondüktans değerini sürdürebilmesine karşılık gelir. Genelde, güç kesilme eğrisi (GKE) bir elektronik elemanın uçucu olmama özelliğini göstermede kullanılır. Denklem (5)'de  $v_e = 0$  olursa denklem (6) elde edilir.

$$T_x \varphi = \text{sgn}(\varphi + 2) + \text{sgn}(\varphi - 2) - 0.5\varphi \quad (6)$$

Esnek derece  $\lambda = 0,85$  için GKE eğrisi Şekil 2a'daki gibi elde edilmiştir. İlgili şekilden görüleceği üzere GKE eğrisi 5 noktada  $x$  eksenini kesmektedir. Bu kesişim noktalarından üçü negatif eğimli iken kalan ikisi pozitif eğimlidir. Buradan üç negatif eğime sahip nokta kararlı denge noktalarına karşılık gelirken, pozitif eğimli noktalar kararsız denge noktalarına karşılık gelmektedir. Dolayısı ile önerilen memristör başlangıç şartına bağlı olarak üç kararlı noktada bulunabilir ki bu durum denklem (7) ile verilmektedir. Denklem (7) dikkate alındığında ortaya konulan memristörün ayrık hafıza elemanı gibi davranıp uçucu olmama özelliği sergilediği söylenebilir.

$$\begin{cases} \varphi = -4 \rightarrow G(\varphi) = -4n, & \varphi_{(0)} < -2 \\ \varphi = 0 \rightarrow G(\varphi) = 0, & -2 < \varphi_{(0)} < 2 \\ \varphi = 4 \rightarrow G(\varphi) = 4n, & 2 < \varphi_{(0)} \end{cases} \quad (7)$$



**Şekil 2.** Yerel olarak aktif memristör için (a) GKE eğrisi (b) DC  $V_e$ - $I_e$  eğrisi

**Figure 2.** (a) POP curve and (b) DC  $V_e$ - $I_e$  curve for locally active memristor

DC  $V_e$ - $I_e$  eğrisi memristörün yerel aktivitesi ile ilgili bilgi vermektedir. Eğer ilgili eğri negatif eğime sahipse bu yerel olarak aktif olmaya karşılık gelmektedir.  $T_i\varphi = 0$  için denklem (4), denkleme (8)'deki gibi şöyle yeniden yazılabilir:

$$\begin{aligned} V_e &= \text{sgn}(\theta - 2) - \text{sgn}(\theta + 2) - 0.5\theta \\ I_e &= V_e\theta = \theta(\text{sgn}(\theta - 2) - \text{sgn}(\theta + 2) - 0.5\theta) \end{aligned} \quad (8)$$

Burada  $V_e$  ile  $I_e$  DC voltaj ve akıma karşılık gelirken,  $\theta$  ise denge durumu değişkeni olup  $T_i\varphi = (\varphi = \theta) = 0$ . Denklem (8)'den DC  $V_e$ - $I_e$  eğrisi Şekil 2b'deki gibi elde edilmektedir. İlgili şekle göre koyu mavi, turuncu ve sarı renkli eğriler üç negatif eğime sahip eğrilerdir ki bunlar sırasıyla memristansın üç yerel aktif bölgeye sahip olduğunu göstermektedir. Böylece esnek dereceli memristör yerel aktif olup elektronik sinapslar için uygun olabilir.

### 3. Esnek dereceli memristörün HR nöron uygulaması

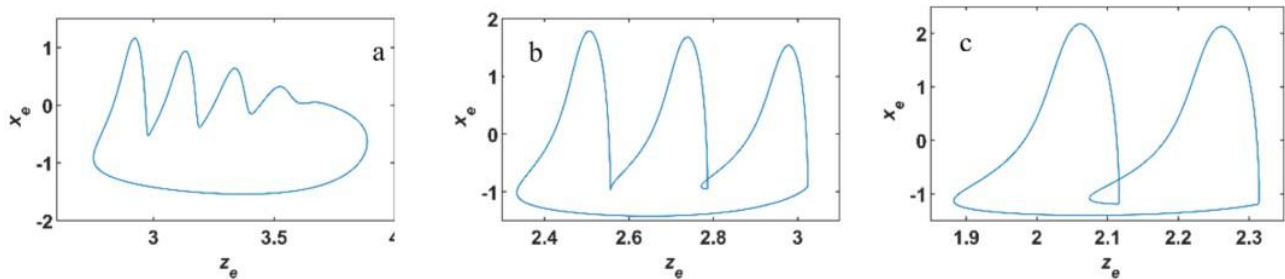
#### 3. HR neuron implementation of conformable order memristor

HR nöron modeli literatürde yaygın olarak kullanılan nöron modellerinden birisidir. Bu kısımda yukarıda tanıtılan esnek dereceli memristörün autapse olarak nöron modeline uygulamasını ele alacağız. Aşağıda esnek dereceli memristif HR nöron modeli tanımlanmaktadır. Burada  $k_e$  kuplaj kuvveti,  $I_e$  harici uyarı akımı,  $\lambda$  esnek derece iken diğer parametreler  $a_e = 1$ ,  $b_e = 3$ ,  $c_e = 1$ ,  $d_e = 5$ ,  $r_e = 0,009$ ,  $s_e = 4$  ve  $\beta_e = 0,25$  şeklindedir. Bu değerler literatürdeki çalışmalardan faydalanılarak belirlenmiş olup ilgili nöron modelinin ateşlemesini sağlamayı hedeflemektedir (Li & Zhou 2021). Burada kuplaj kuvveti ve esnek derecenin nöron dinamiklerine etkisi incelenecektir.

$$\begin{aligned} T_\lambda x_e &= y_e - a_e x_e^3 + b_e x_e^2 - z_e + I_e + k_e \varphi_e x_e \\ T_\lambda y_e &= c_e - d_e x_e^2 - y_e \\ T_\lambda z_e &= r_e \{s_e (x_e + 1.6) - z_e\} \\ T_\lambda \varphi_e &= \text{sgn}(\varphi_e + 2) + \text{sgn}(\varphi_e - 2) - 0.5\varphi_e + \beta_e x_e \end{aligned} \quad (9)$$

Denklem (9)'a denklem (3)'deki çözüm metodu uygulanarak benzetim çalışmaları için kullanılacak denklem takımı elde edilebilir.

İlk olarak farklı başlangıç koşulları için nöron modelinin dinamik davranışı ele alınacaktır. Bunun için başlangıç koşulları  $(x_e(0), y_e(0), z_e(0), \varphi_e(0))$  sırasıyla  $(1, 0, 0, -5)$ ,  $(1, 0, 0, 0)$  ve  $(1, 0, 0, 5)$  değerlerine set edilmiştir. Yukarıdaki sabit parametrelere ek olarak diğer parametreler  $h = 0,001$ ,  $n = 0,9$ ,  $I_e = 2,7$  ve  $\lambda = 0,85$  olarak ayarlanmıştır. Bu durumda elde edilen faz uzayı yanıtları Şekil 3'deki gibi olmaktadır. İlgili şekilden başlangıç koşullarına bağlı olarak üç farklı yanıtın elde edildiği görülmektedir.

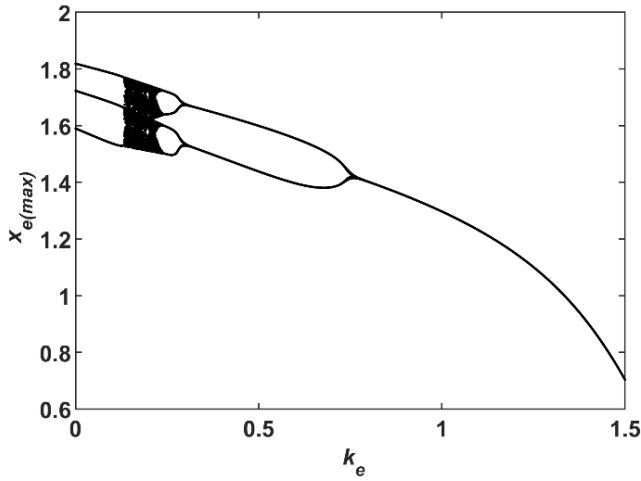


**Şekil 3.** Farklı başlangıç koşulları için faz yanıtları (a)  $(1, 0, 0, -5)$ , (b)  $(1, 0, 0, 0)$ , (c)  $(1, 0, 0, 5)$

**Figure 3.** Phase space responses for different initial conditions (a)  $(1, 0, 0, -5)$ , (b)  $(1, 0, 0, 0)$ , (c)  $(1, 0, 0, 5)$

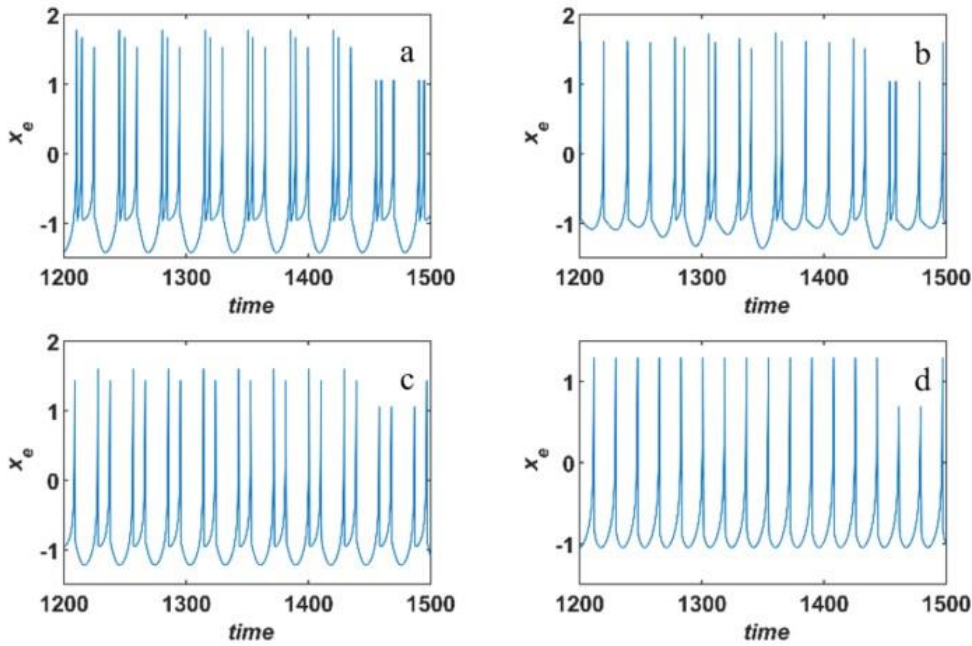
İkinci olarak kuplaj kuvveti  $k_e$ 'nin etkisi incelenecektir. Bunun için başlangıç koşulları  $(0,01, 0, 0, 0)$  ve diğer parametreler  $h = 0,001$ ,  $n = 0,9$ ,  $I_e = 2,7$  ve  $\lambda = 0,85$  olarak set edilirken kuplaj kuvveti  $k_e$ 'nin değeri 0 dan 1,5'a değiştirilmiştir. Bu durumda elde bifurkasyon yanıtı Şekil 4'te verilmektedir. İlgili şekilden görülebileceği üzere  $k_e$ 'nin küçük değerlerinde üç spikeli periyodik bursiting yanıtı söz konusu iken kuplaj kuvveti arttıkça

önce kaotik, sonra periyodik dört spikeli bursting, periyodik iki spikeli bursting ve düzenli spiking yanıtı elde edilmektedir. Bu farklı yanıtları daha iyi görebilmek adına farklı  $k_e$  değerlerine karşılık elde edilen zaman domeni yanıtları Şekil 5’de görülmektedir.



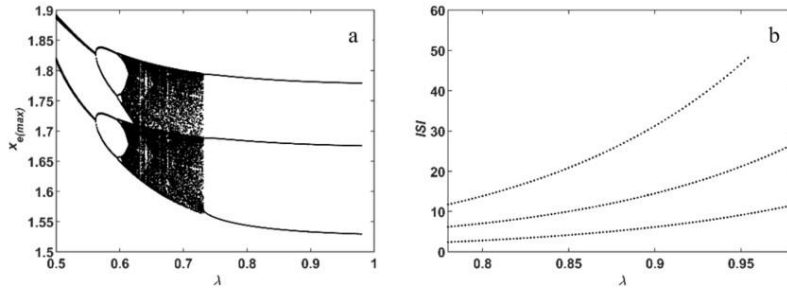
**Şekil 4.** Kuplaj kuvveti  $k_e$ 'ye karşılık  $x_{e(max)}$  yanıtı  
**Figure 4.** Response of  $x_{e(max)}$  to coupling strength  $k_e$

Üçüncü olarak esnek derece  $\lambda$ 'nın nöral dinamiklere etkisi bifurkasyon diyagramı ile incelenecektir. Bunun için başlangıç koşulları (0,01, 0, 0, 5) ve diğer parametreler  $h = 0,001$ ,  $n = 0,9$ ,  $I_e = 2,7$  ve  $k_e = 0,1$  olarak set edilirken esnek derece  $\lambda$ 'nın değeri 0,5 den 0,98'e değiştirilmiştir. Bu durumda elde bifurkasyon yanıtı Şekil 6'da verilmektedir. İlgili şekle göre esnek derece  $\lambda$ 'nın küçük değerlerinde iki spikeli periyodik bursting yanıtı söz konusu iken esnek derece arttıkça önce dört spikeli bursting, sonra kaotik ve yeniden periyodik üç spikeli bursting yanıtı elde edilmektedir. Bu farklı yanıtları daha iyi görebilmek adına farklı  $\lambda$  değerlerine karşılık elde edilen faz domeni yanıtları Şekil 7'de verilmektedir. Ayrıca esnek derece arttıkça periyodik yanıtın frekansı da değişmektedir bunu gözlemlemek için spikelar arası aralık (inter-spike-interval, ISI) eğrisinden faydalanılabilir. Esnek derece  $\lambda$ 'ya karşılık ISI eğrisi Şekil 6b'de verilmektedir. İlgili şekle göre esnek derece arttıkça yanıtlar arası ISI süresi uzamakta dolayısı ile frekans azalmaktadır. Bu durum Şekil 8'de verilen zaman domeni yanıtlarından da görülebilmektedir. İlgili şekil incelendiğinde aynı zaman aralığı için  $\lambda = 0,80$ 'de 6 atım söz konusu iken  $\lambda = 0,85$ 'de yaklaşık 4 atım,  $\lambda = 0,95$ 'de ise 3 atım söz konusudur dolayısı ile atım sıklığı (frekans) azalmaktadır.



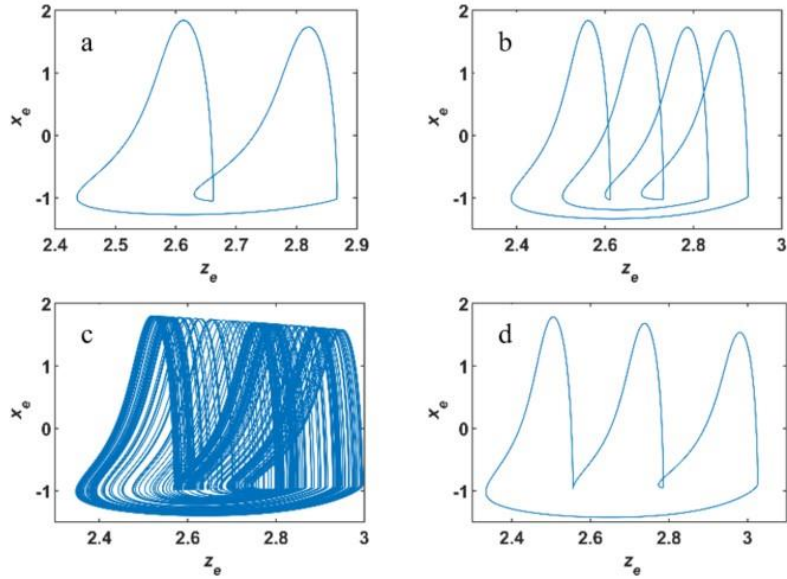
**Şekil 5.** Farklı kuplaj kuvveti değerleri için zaman domeni yanıtları (a)  $k_e = 0,1$ , (b)  $k_e = 0,2$ , (c)  $k_e = 0,5$ , (d)  $k_e = 1$

**Figure 5.** Time domain responses for different coupling strength values (a)  $k_e = 0,1$ , (b)  $k_e = 0,2$ , (c)  $k_e = 0,5$ , (d)  $k_e = 1$



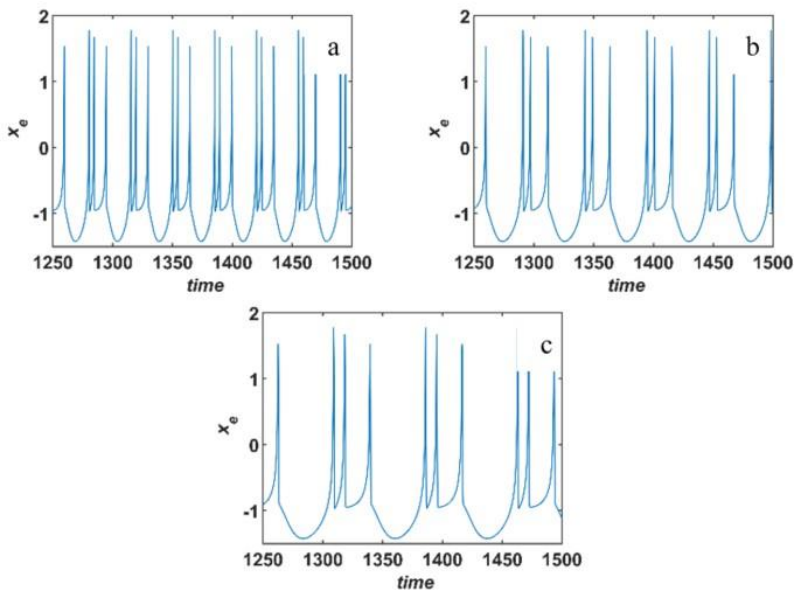
Şekil 6. Esnek derece  $\lambda$ 'ya karşılık (a)  $x_{e(max)}$  bifurkasyon eğrisi (b) ISI eğrisi

Figure 6. (a)  $x_{e(max)}$  bifurcation curve versus conformable order  $\lambda$  (b) ISI curve against conformable order  $\lambda$



Şekil 7. Farklı esnek derece  $\lambda$  değerleri için faz domeni yanıtları (a)  $\lambda = 0,55$ , (b)  $\lambda = 0,58$ , (c)  $\lambda = 0,70$ , (d)  $\lambda = 0,90$

Figure 7. Phase domain responses for different values of conformable order  $\lambda$  (a)  $\lambda = 0,55$ , (b)  $\lambda = 0,58$ , (c)  $\lambda = 0,70$ , (d)  $\lambda = 0,90$



Şekil 8. Farklı esnek derece  $\lambda$  değerleri için zaman domeni yanıtları (a)  $\lambda = 0,85$ , (b)  $\lambda = 0,9$ , (c)  $\lambda = 0,95$

Figure 8. Time domain responses for different values of conformable order  $\lambda$  (a)  $\lambda = 0,85$ , (b)  $\lambda = 0,9$ , (c)  $\lambda = 0,95$

Sonuç olarak: (i) kuplaj kuvveti  $k_e$ 'nin nöral dinamikleri değiştirebildiği, (ii) esnek derece  $\lambda$ 'nın hem nöral yanıtları hem de yanıtların frekansını değiştirebildiği gözlemlenmiştir. Dolayısı ile iki parametrede zengin dinamiklerin elde edilmesine katkı sağlayabilmektedir.

#### 4. Deneysel doğrulama

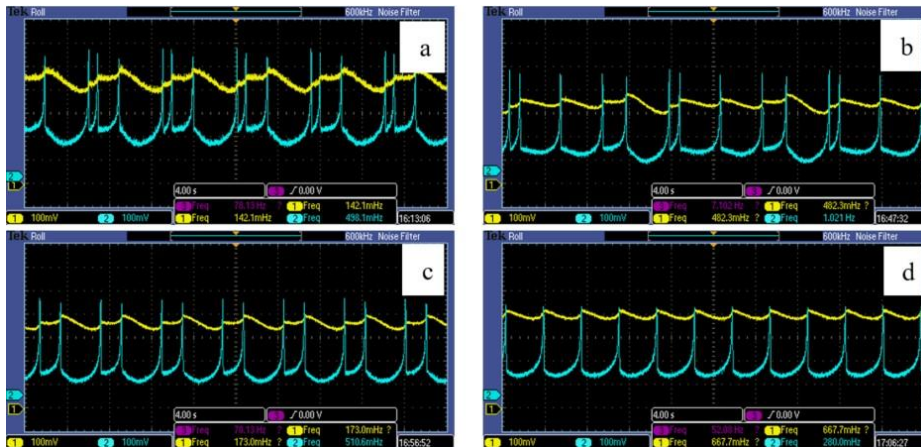
##### 4. The experimental verification

Yukarıda benzetimlerle elde edilen sonuçların deneysel olarak doğrulanması ortaya konulan yapıların ve teorinin doğruluğunu kanıtlaması açısından oldukça önemlidir. Bu kapsamda deneysel doğrulama için platform olarak Texas firmasına ait 28F335 Delfino DSP kartı ve kart çıkışlarının osiloskop ekranında gözlemlenmesi için iki adet 16 bit AD5693R model DAC ünitesi kullanılmıştır. Görüntüleme için Tektronix DPO 2014 modeli osiloskoptan faydalanılmıştır. Deneysel doğrulamada dikkat edilecek hususlardan birisi DAC ünitelerinin negatif değerler gösteremeyeceğidir. Diğer bir husus ise DAC birimlerinin maksimum çıkışının besleme voltajı civarında olmasıdır. Bu iki kritik sınırlamayı çözmek adına ilgili dinamik değişkenler DAC çıkışlarına gönderilmeden önce DSP içinde hem seviye kaydırma hem de genlik ölçekleme işlemlerine tabi tutulmalıdır. Böylece dinamik değişkenlerin değerlerinin pozitif eksene ötelenmesi sağlandığı gibi DAC çıkışlarının saturasyona gitmesi de engellenmiş olmaktadır. İlgili deneysel düzenek Şekil 9'da görülmektedir.



Şekil 9. Deneysel düzenek  
Figure 9. The experimental setup

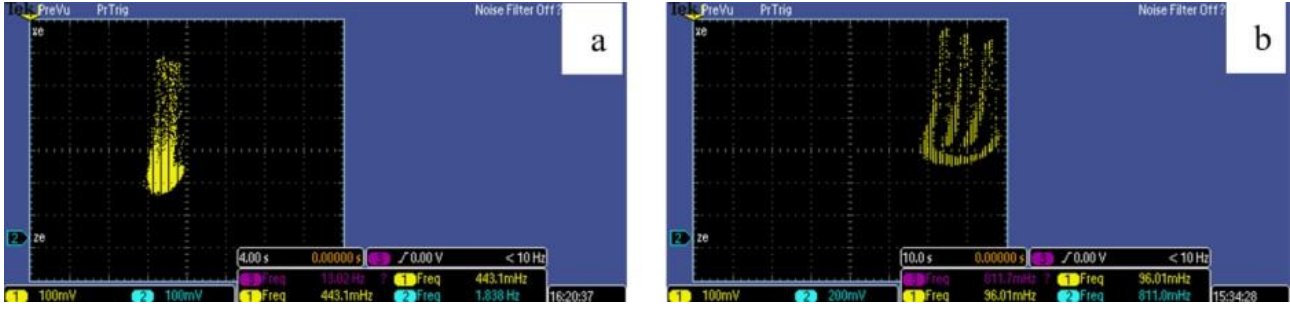
HR nöron modeline autapse olarak memristörün dahil edilmesiyle oluşan denklem (9)'a denklem (5)'deki metot uygulanarak elde edilen denklem takımı DSP kartına C dili kullanılarak aktarılmıştır. Değişkenler float olarak tanımlanıp ondalıklı işlemlerde hassasiyet artırılmaya çalışılmıştır. Buna göre başlangıç koşulları (0,01, 0, 0, 0) ve diğer parametreler  $h = 0,001$ ,  $n = 0,9$ ,  $I_e = 2,7$  ve  $\lambda = 0,85$  olarak set edilmiştir. Bu durumda kuplaj kuvveti  $k_e$ 'nin 0,1, 0,2, 0,5 ve 1 değerlerine karşılık elde edilen  $x_e$  ve  $z_e$  dinamik değişkenlerine ait osiloskop çıktıları Şekil 10'da sunulmaktadır. İlgili şekilden kuplaj kuvvetinin dinamik yanıtları değiştirebildiği gözlemlenmiştir.



Şekil 10. Farklı kuplaj kuvveti değerleri için elde edilen zaman domaini osiloskop ekran görüntüleri (a)  $k_e = 0,1$ , (b)  $k_e = 0,2$ , (c)  $k_e = 0,5$ , (d)  $k_e = 1$  (mavi:  $x_e$ , sarı:  $z_e$ )

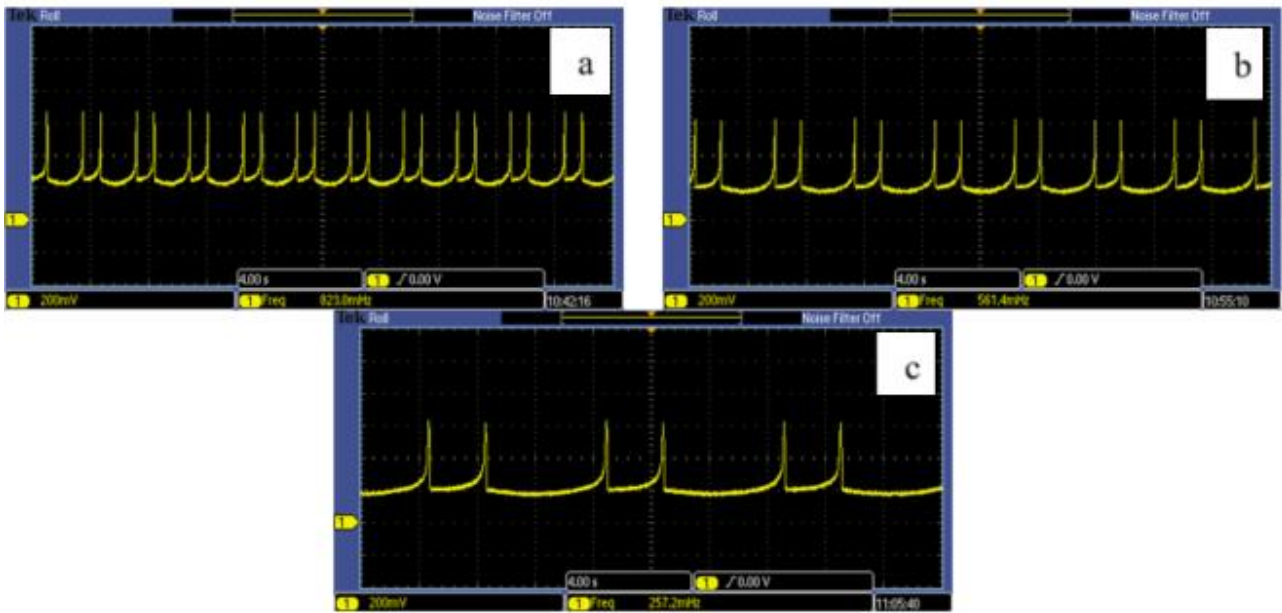
Figure 10. Time domain oscilloscope screenshots obtained for different coupling strength values (a)  $k_e = 0,1$ , (b)  $k_e = 0,2$ , (c)  $k_e = 0,5$ , (d)  $k_e = 1$  (blue:  $x_e$ , yellow:  $z_e$ )

Öte yandan, başlangıç koşulları (0,01, 0, 0, 0) ve diğer parametreler  $h = 0,001$ ,  $n = 0,9$ ,  $I_e = 2,7$  ve  $k_e = 0,1$  olarak ayarlandığında esnek derece  $\lambda$ 'nın 0,7 ve 0,9 değerleri için faz uzayı ölçüm sonuçları Şekil 11'de verilmektedir.



**Şekil 11.** Esnek derece  $\lambda$ 'nın iki değeri için faz uzayı osiloskop ekran görüntüleri (a)  $\lambda = 0,70$ , (b)  $\lambda = 0,90$   
**Figure 11.** Phase space oscilloscope screenshots for two values of the conformable order  $\lambda$  (a)  $\lambda = 0,70$ , (b)  $\lambda = 0,90$

Son olarak, başlangıç koşulları (0,01, 0, 0, 0, 5) ve diğer parametreler  $h = 0,001$ ,  $n = 0,9$ ,  $I_e = 2,7$  ve  $k_e = 0,1$  olarak ayarlandığında esnek derece  $\lambda$ 'nın 0,8, 0,85 ve 0,9 değerleri için  $x_e$  dinamik değişkenine ait osiloskop ekran çıktıları Şekil 12'de gösterilmektedir. İlgili şekilden esnek derece arttıkça frekansın azaldığı açıkça gözlemlenebilmektedir. Bu durum yukarıdaki benzetim çalışmalarında da tespit edilmiştir.



**Şekil 12.** Farklı esnek derece değerleri için frekans değişimini gösteren osiloskop ekran görüntüleri (a)  $\lambda = 0,8$ , (b)  $\lambda = 0,85$ , (c)  $\lambda = 0,95$  (sarı:  $x_e$ )

**Figure 12.** Time domain oscilloscope screenshots obtained for the different conformable order values (a)  $\lambda = 0,8$ , (b)  $\lambda = 0,85$ , (c)  $\lambda = 0,95$  (yellow:  $x_e$ )

Sonuç olarak Şekil 5 ve 10, Şekil 7 ve 11 ile Şekil 8 ve 12 karşılaştırıldığında deneysel ölçüm sonuçlarının benzetim sonuçlarıyla uyumlu olup birbirini doğruladığı görülmektedir. Böylece ortaya konulan çoklu kararlı memristörün uygulanabilirliği bir nöron modeli üzerinde gösterilmiştir. İlgili memristör yapısı farklı nöron ve osilatör sistemleri gibi dinamik yapılarda da uygulama alanı bulabilir. Ayrıca ilgili ölçüm sonuçları benzetim sonuçları ile karşılaştırıldığında nicel olarak genlik değerlerinin bağıl hata oranının %2'den küçük olduğu hesaplanmıştır. Hatanın kaynağının, genlik ölçekleme ve seviye kaydırma işlemleri, yuvarlama hataları ve değişkenlerin tanımlarında virgülden sonraki çözünürlüklerin farklı olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir.

## 5. Tartışma ve sonuçlar

### 5. Discussion and conclusions

Önerilen esnek dereceli literatürdeki diğer yapılarla karşılaştırıldığında; (Li & Zhou, 2021) tarafından önerilen dört noktada kararlı yerel aktif memristör yapısı HR nöronuna dahil edilerek benzetim çalışmaları yapılmış ancak herhangi bir pratik doğrulama yapılmamıştır. (Li vd., 2021) tarafından önerilen iki noktada kararlı yerel aktif memristör yapısı HR ve FHN nöronlarını kuplajlamada kullanılmış olup ilgili nöral ağ nümerik ve devre benzetim çalışmaları ile analiz edilmiş ancak herhangi bir deneysel doğrulama yapılmamıştır. (Lin vd., 2020) tarafından önerilen üç noktada kararlı yerel aktif memristör yapısı iki boyutlu HR nöron modeline dahil edilerek benzetim çalışmalarına ek olarak deneysel doğrulama yapılmış ancak yapıda analog devre elemanlarında faydalanılmıştır bu ise yeniden ayarlanabilirlik özelliği sergileyemez. (Mou vd., 2024) tarafından önerilen üç noktada kararlı yerel aktif memristör yapısı HR ve FHN nöronlarını kuplajlamada kullanılmış olup ilgili nöral ağ benzetim çalışmaları ile analiz edilmiş ek olarak deneysel doğrulaması yapılmıştır. Ancak önerilen yerel aktif memristör yapısında karesel ifadeler olup bunların donanımsal gerçeklemeleri maliyetli olmaktadır. (Huang vd., 2024) tarafından önerilen yerel aktif memristör yapısı HR ve Hopfield nöronlarını kuplajlamada kullanılmış olup ilgili nöral ağ benzetim çalışmaları ile analiz edilmiş ancak herhangi bir deneysel doğrulama yapılmamıştır. Tüm bu çalışmalarda klasik matematikten faydalanılmış olup ek bir değişen söz konusu değildir. Öte yandan önerilen yapıda esnek derece teriminden ek bir parametre olarak faydalanılabilmektedir. Bu kapsamda, bu çalışmada esnek dereceli bir memristör modeli ortaya konulmuştur. Esnek dereceli memristörün çoklu kararlılık, histeresiz döngüleri ve uçucu olmayan hafıza özellikleri incelenmiştir. Daha sonra sunulan memristör yapısı autapse sinaptik bağlantı olarak düşünülüp HR nöron modeline dahil edilmiştir. Nöral dinamiklerinin kuplaj kuvveti ve esnek derece ile değiştirilebildiği nümerik benzetim sonuçları ile gösterilmiştir. Periyodik yanıtların yanında kaotik yanıtlar da elde edilebilmiştir. Ayrıca esnek derecenin periyodik yanıtların frekansını da değiştirebildiği belirlenmiştir. Bu durum bilgi alışverişi ve enerji dağılımı süreçlerini etkileyebilmektedir. Benzer şekilde esnek derecenin spike-frekans adaptasyonuna etkisi de değerlendirmeye açıktır. Nümerik benzetim sonuçlarının donanımsal olarak gerçekleştirilebilir olması nöro-hesaplama alanı için kritik bir eşiktir. Çünkü nihai hedef biyolojik nöron özelliklerini karşılayacak yapay nöronların elde edilmesi ve böylece çeşitli nöral hastalıklara çözümler üretilmesidir. Bu kapsamda benzetim sonuçları deneysel olarak doğrulanarak ortaya konulan yapıların uygulanabilirliği kanıtlanmıştır. Benzetim sonuçlarının ve deneysel sonuçların oldukça uyumlu olması dikkate alındığında, sunulan esnek dereceli memristör sinaptik bağlantılarda kullanılabilir ve zengin nöral dinamikler elde edilmesine katkı sağlayabilir. Ayrıca birden fazla nöron modelinin bir araya gelerek oluşturacakları nöral ağ yapılarında da sinaptik bağlantı elemanı olarak yer alabilir.

### Teşekkür

#### Acknowledgement

Makalenin inceleme ve değerlendirme aşamasında yapmış oldukları katkılardan dolayı sayın editör ve değerli hakemlere teşekkürlerimizi sunarız.

### Etik beyanı

#### Declaration of ethical code

Bu makalenin yazarı, çalışmada kullanılan materyal ve yöntemlerin etik kurul izni ve/veya yasal-özel izin gerektirmediğini beyan etmektedir.

### Çıkar çatışması beyanı

#### Conflicts of interest

Yazar herhangi bir çıkar çatışması olmadığını beyan eder.

### Kaynaklar

#### References

Abdeljawad, T. (2015). On conformable fractional calculus. *Journal of computational and Applied Mathematics*, 279, 57-66. <https://doi.org/10.1016/j.cam.2014.10.016>

- Chialvo, D. R. (1995). Generic excitable dynamics on a two-dimensional map. *Chaos, Solitons & Fractals*, 5(3-4), 461-479. [https://doi.org/10.1016/0960-0779\(93\)E0056-H](https://doi.org/10.1016/0960-0779(93)E0056-H)
- Chua, L. (2014). If it's pinched it's a memristor. *Semiconductor Science and Technology*, 29(10), 104001.
- Chua, L. (2019). Everything you wish to know about memristors but are afraid to ask. In *Handbook of Memristor Networks* (pp. 89-157). Cham: Springer International Publishing.
- Dayan, P., & Abbott, L. F. (2005). *Theoretical neuroscience: computational and mathematical modeling of neural systems*. MIT press.
- Dong, Y., Guo, R., Liang, Y., Dong, Z., Wang, X., Wang, G., Yuan, F. & Mei, X. (2025). Twinned Locally Active Memristor-Based Chaotic Neuron. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 35(12), 2530027. <https://doi.org/10.1142/S0218127425300277>
- FitzHugh, R. (1961). Impulses and physiological states in theoretical models of nerve membrane. *Biophysical journal*, 1(6), 445-466. [https://doi.org/10.1016/S0006-3495\(61\)86902-6](https://doi.org/10.1016/S0006-3495(61)86902-6).
- Hindmarsh, J. L., & Rose, R. M. (1984). A model of neuronal bursting using three coupled first order differential equations. *Proceedings of the Royal society of London. Series B. Biological sciences*, 221(1222), 87-102. <https://doi.org/10.1098/rspb.1984.0024>
- Hodgkin, A. L., & Huxley, A. F. (1952). A quantitative description of membrane current and its application to conduction and excitation in nerve. *The Journal of physiology*, 117(4), 500-544. <https://doi.org/10.1113/jphysiol.1952.sp004764>
- Hu, J., Bao, H., Xu, Q., Chen, M., & Bao, B. (2024). Synchronization generations and transitions in two map-based neurons coupled with locally active memristor. *Chaos, Solitons & Fractals*, 184, 114993.
- Huang, L., Wang, S., Lei, T., Huang, K., & Li, C. (2024). Coupled HR–HNN neuron with a locally active memristor. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 34(02), 2450022. <https://doi.org/10.1142/S0218127424500226>
- Li, Z., & Zhou, H. (2021). Regulation of firing rhythms in a four-stable memristor-based Hindmarsh–Rose neuron. *Electronics Letters*, 57(19), 715-717. <https://doi.org/10.1049/ell2.12235>
- Li, Z., Zhou, H., Wang, M., & Ma, M. (2021). Coexisting firing patterns and phase synchronization in locally active memristor coupled neurons with HR and FN models. *Nonlinear Dynamics*, 104(2), 1455-1473. <https://doi.org/10.1007/s11071-021-06315-4>
- Lin, H., Wang, C., Sun, Y., & Yao, W. (2020). Firing multistability in a locally active memristive neuron model. *Nonlinear Dynamics*, 100(4), 3667-3683. <https://doi.org/10.1007/s11071-020-05687-3>
- Ma, J., Song, X., Jin, W., & Wang, C. (2015). Autapse-induced synchronization in a coupled neuronal network. *Chaos, Solitons & Fractals*, 80, 31-38. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2015.02.005>
- Mao, Y., Dong, Y., Lu, Z., Xiang, C., Wang, J., & Liang, Y. (2025). Second-order locally active memristor based neuronal circuit. *Chaos, Solitons & Fractals*, 195, 116279. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2025.116279>
- Mou, J., Cao, H., Zhou, N., & Cao, Y. (2024). An FHN-HR neuron network coupled with a novel locally active memristor and its DSP implementation. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 54(12). <https://doi.org/10.1109/TCYB.2024.3471644>
- Qu, L., Du, L., Zhang, H., Cao, Z., & Deng, Z. (2019). Regulation of chemical autapse on an FHN-ML neuronal system. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 29(14), 1950202. <https://doi.org/10.1142/S021812741950202X>
- Wan, Q., Chen, S., Liu, T., Lan, H., & Shen, K. (2025). A novel locally active memristive autapse-coupled Hopfield neural network under electromagnetic radiation. *Integration*, 103, 102410. <https://doi.org/10.1016/j.vlsi.2025.102410>
- Wang, C., Guo, S., Xu, Y., Ma, J., Tang, J., Alzahrani, F., & Hobiny, A. (2017). Formation of autapse connected to neuron and its biological function. *Complexity*, 2017(1), 5436737. <https://doi.org/10.1155/2017/5436737>

- Wang, H., Ma, J., Chen, Y., & Chen, Y. (2014). Effect of an autapse on the firing pattern transition in a bursting neuron. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 19(9), 3242-3254. <https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2014.02.018>
- Xin, B., Peng, W., Kwon, Y., & Liu, Y. (2019). Modeling, discretization, and hyperchaos detection of conformable derivative approach to a financial system with market confidence and ethics risk. *Advances in Difference Equations*, 2019(1), 138. <https://doi.org/10.1186/s13662-019-2074-8>
- Xu, Q., Wang, Y., Iu, H. H. C., Wang, N., & Bao, H. (2023). Locally active memristor-based neuromorphic circuit: Firing pattern and hardware experiment. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 70(8), 3130-3141. <https://doi.org/10.1109/TCSI.2023.3276983>