



SIRA BAĞIMLI HAZIRLIK SÜRELİ VE İŞÇİ BAĞIMLI İŞLEM SÜRELİ MONTAJ HATTI Dengeleme Problemi İçin Çok Seçenekli Konik Hedef Programlama Modeli

Dilara MENKİS^{1*}, Tuğba SARAÇ²

¹Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Müh. Mim. Fak. Meşelik Yerleşkesi
Endüstri Mühendisliği Bölümü ESKİŞEHİR

ORCID No : <https://orcid.org/0009-0003-0081-3730>

²Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Müh. Mim. Fak. Meşelik Yerleşkesi
Endüstri Mühendisliği Bölümü ESKİŞEHİR

ORCID No : <https://orcid.org/0000-0002-8115-3206>

Anahtar Kelimeler	Öz
Montaj hattı dengeleme, Çok seçenekli konik hedef programlama, Sıra bağımlı hazırlık süreleri, İşçi atama, Çok amaçlı programlama	<i>Bu çalışma, düz hat düzeni ve tek modelin üretildiği bir montaj hattı dengeleme probleminin iki amaçlı optimizasyonunu ele almaktadır. Bu amaçlar çevrim süresinin ve tamamlanma zamanının enküçüklenmesidir. Ele alınan problemde, işçiler farklı performansa sahip olduklarından işlem süreleri, o işe atanan işçiye bağlı olarak değişebilmektedir ve hazırlık süreleri sıra bağımlıdır. Ele alınan problem için bir matematiksel model geliştirilmiştir. Önerilen iki amaçlı modelin çözümü için çok seçenekli konik hedef programlama yöntemi kullanılmıştır. Önerilen çözüm yaklaşımının performansını gösterebilmek için literatürden alınan test problemleri kullanılmış ve elde edilen sonuçlar, klasik hedef programlama yöntemi ile kıyaslanmıştır. Çok seçenekli konik hedef programlama yöntemiyle, klasik hedef programlama ile ulaşılamayan baskın noktalar elde edilmiştir. Toplam tamamlanma zamanının enküçüklenmesiyle, örnek problemde hazırlık süreleri toplamında %6 oranında iyileşme sağlanmıştır. Ayrıca, işçi atamalarının dikkate alınmasıyla toplam tamamlanma zamanında ise %28 iyileşme elde edilmiştir. Bu sayede istasyonlardaki işlem ve</i>

*Sorumlu yazar; e-posta : dmenkis@gmail.com

doi : <https://doi.org/10.46465/endustrimuhendisligi.1782444>

hazırlık sürelerinin daha dengeli bir şekilde planlanması mümkün olmuş, işçilere malzeme tedarığını gerçekleştirebilmeleri, gerekli ekipman hazırlıklarını yapabilmeleri ve işlem süreci sırasında ortaya çıkabilecek olası aksaklıklara müdahale edebilmeleri için ek zaman kazandırılmıştır.

MULTI-CHOICE CONIC GOAL PROGRAMMING MODEL FOR ASSEMBLY LINE BALANCING PROBLEM WITH SEQUENCE DEPENDENT SETUP TIME AND WORKER DEPENDENT PROCESSING TIME

Keywords	Abstract
<i>Assembly line balancing, Multi-choice conic goal programming, Sequence dependent setup times, Worker assignment, Multi-objective programming</i>	<i>This study deals with bi-objective optimization of an assembly line balancing problem where straight-line layout and single model are produced. Objective functions are minimization of cycle time and completion time. In this problem, since workers have different performances, processing times may vary depending on the worker assigned to that job and setup times are sequence dependent. A mathematical model is developed for the considered problem. Multi-choice conic goal programming method is used to solve the proposed bi-objective model. Test problems taken from the literature are used to demonstrate the performance of the proposed solution approach. The obtained results are compared with the results of the classical goal programming method. Non-dominated solutions that cannot be obtained with classical goal programming are reached. By minimizing the total completion time, a 6% improvement was achieved in total setup times for the sample problem. Furthermore, incorporating worker assignments resulted in a 28% reduction in completion time. Consequently, this facilitated a more balanced scheduling of processing and setup times across stations, providing workers with additional time for material supply, equipment preparation, and intervention in potential operational disruptions.</i>
Araştırma Makalesi	Research Article
Başvuru Tarihi : 11.09.2025	Submission Date : 11.09.2025
Kabul Tarihi : 02.05.2026	Accepted Date : 02.05.2026

1. Giriş

Montaj hatları, karmaşık homojen ürün ailelerinin seri üretimini gerçekleştiren birçok endüstri için tercih edilen üretim sistemlerinden birisidir. Bu sistemlerde, iş istasyonları, konveyör veya hareketli bant gibi bir taşıma sistemi aracılığıyla birbirine bağlanmaktadır ve bir ürünün montajı için gereken işlemler, görevlerin küçük bir alt kümesi için uzmanlaşmış iş istasyonları arasında bölünmektedir.

Bu akış odaklı süreç, iş yükü, iş istasyonları arasında iyi dağıtıldığında çok verimli olabilmektedir (Li, Sikora ve Kucukkoc, 2024). Montaj hattı dengeleme problemi (MHDP), belirli bir çevrim süresi için iş istasyonu sayısının en aza indirilmesi (Tip I), belirli bir iş istasyonu sayısı için çevrim süresinin en aza indirilmesi (Tip II) veya hattın verimliliğinin en üst düzeye çıkarılması (Tip E) gibi belirli hedeflere göre görevlerin iş istasyonlarına en uygun şekilde atanmasını içeren bir karar problemidir (Özcan, 2019).

Bir montaj hattında bir ürünün üretilebilmesi için öncelikle gerekli işlemlerin bir dizi temel operasyona bölünmesi gerekmektedir. Bir j işlemini gerçekleştirmek, t_j işlem süresini alır ve belirli makine ekipmanlarını ve/veya işçi becerilerini gerektirir. Teknolojik ve organizasyonel koşullar nedeniyle işlemler arasındaki öncelik kısıtlamalarına uyulmalıdır (Becker ve Scholl, 2006). Basit montaj hattı dengeleme probleminin orijinal versiyonunda, işlemlerin her istasyonda sıralanması gerekmez, çünkü kümülatif istasyon süreleri iş sırasından etkilenmez. Ancak, işlemler arasında ihmal edilemeyecek uzunlukta hazırlık süreleri mevcutsa ve bu süreler sıra bağımlı ise, istasyonlar içinde işlem sıralaması gerekli hale gelir (Battaia ve Dolgui, 2022). MHDP’de sıra bağımlı hazırlık sürelerini dikkate alan ilk çalışma Andrés, Miralles ve Pastor (2008), tarafından gerçekleştirilmiştir. Sıra Bağımlı Hazırlık Süreli Montaj Hattı Dengeleme Problemi (HMHDP), Andrés ve diğ. (2008) tarafından şu şekilde tanımlanmıştır; aynı iş istasyonunda ardışık atanan işlemler hazırlık süresi gerektirmektedir ve bu hazırlık süresi her işlemten diğerine geçişte farklı olduğundan sıradan etkilenmektedir. Böyle bir problemde başarısız bir işlem sıralaması çevrim sürelerinin gereksiz yere çok uzamasına yol açabilirken, etkin bir çözümleme ile çevrim süresinde kritik bir azalma sağlanabilir.

İş istasyonlarına atanacak işçilerin işlemleri farklı hızlarda yapması durumunda, işçilerin istasyonlara atanması da bir karar problemidir. İşçilerin farklı işlem hızına sahip olduğu durumun (işçi bağımlı işlem sürelerinin) ele alındığı problem, Montaj Hattı İşçi Atama ve Dengeleme Problemi olarak adlandırılır (Boysen, Schulze ve Scholl, 2022). HMHDP çalışmalarında genellikle işçilerin tüm özellikleri bakımından aynı olduğu, her işlemi aynı sürede yapabildiği varsayılmıştır (Andrés ve diğ., (2008); Seyed-Alagheband, Ghomi ve Zandieh, 2011; Scholl, Boysen ve Fliedner, 2013; Diri, Mete, Çil ve Ağpak, 2015). Ancak gerçek hayatta çalışanlar her işlemi yapamayabileceği gibi aynı işlemi gerçekleştirme süreleri de değişkenlik gösterebilmektedir. Bu yüzden montaj hatları dengelenirken işçilerin performanslarının da dikkate alınması önemlidir.

Tek modellenli deterministik düz tip MHDP’nin çözümü için, farklı yazarlar tarafından 0-1 tamsayılı programlama modeli, hedef programlama modeli, bulanık hedef programlama modeli, basit sezgisel yöntemler, genetik algoritmalar, küresel arama sezgisel yöntemi, yasaklı arama, melez yasaklı arama, karınca kolonisi optimizasyon algoritması, petri ağı algoritması, tavlama benzetimi, en kısa yol algoritması, memetik algoritma ve yapay arı kolonisi algoritmaları önerilmiştir (Sivasankaran ve Shahabudeen, 2014). Hazırlık

sürelerinin dikkate alındığı çalışmalarda çok amaçlı modeller genellikle sezgisel ve metasezgisel yöntemler kullanılarak çözülmüştür (Yoosefelahe, Aminnayeri, Mosadegh ve Ardakani, 2012; Rabbani, Siadatian, Farrokhi-Asl ve Manavizadeh, 2016b; Rabbani, Mousavi ve Farrokhi-Asl, 2016a; Babazadeh ve Javadian 2019; Li, Janardhanan ve Ponnambalam, 2021; Khorram, Eghtesadifard ve Niroomand, 2022; Huang, Sheng, Fu, Luo ve Lu, 2024). Lee, Kang ve Chen (2021), çok amaçlı problem çözümünde bulanık hedef programlama yöntemini kullanmıştır.

Hedef programlama (HP), tüm nitelikler için hedef değerlerin belirlendiği ve karar vericinin, bu hedeflere ulaşamama düzeyini en aza indirmeyi amaçladığı karar verme problemlerini ele almak üzere geliştirilmiş analitik bir yaklaşımdır. Öte yandan, klasik hedef programlamanın en önemli zayıflığı, etkin (Pareto optimal) noktaları garanti etmemesidir. Hedef programlama modellerinin etkin olmayan çözümler üretebilmesinin temel nedeni, karar vericinin aşırı iyimser, başka bir ifadeyle kısıtlar (sınırlamalar ve çelişen amaçlar) dikkate alındığında kolaylıkla sağlanabilir hedef değerleri belirleyebilmesidir. Bu durumda, belirlenen hedefler karar uzayında bağlayıcı olmamakta ve model, etkin olmayan çözüm noktalarına yönlenebilmektedir (Ustun, 2012).

Çok Seçenekli Konik Hedef Programlama (ÇSKHP), çok amaçlı karar verme problemlerinde hedeflerin birden fazla gerçekleşme düzeyine veya alternatif hedef değerine sahip olduğu durumları ele almak amacıyla geliştirilmiş bir yöntemdir. Bu yaklaşımda, her bir hedef için tanımlanan sapmalar konik bir yapı ile modellenerek büyük sapmaların daha ağır şekilde cezalandırılması sağlanır. Böylece, çözümler hedeflerden dengeli biçimde sapmaya zorlanır ve aşırı sapmaların ortaya çıkması engellenir.

Klasik hedef programlamaya kıyasla ÇSKHP'nin en önemli avantajı, hedef belirsizliği ve esnekliğini daha gerçekçi biçimde temsil edebilmesidir. Klasik hedef programlama tek bir hedef seviyesine odaklanırken, çok seçenekli yapı karar verici tercihlerini alternatif hedefler aracılığıyla modele dâhil eder. Konik sapma fonksiyonları ise doğrusal ceza yapısına göre daha güçlü bir ayırıştırma sağlayarak çözüm kalitesini artırır. Bu yönleriyle ÇSKHP, karmaşık ve çelişen hedeflerin bulunduğu problemlerde daha tutarlı ve karar verici odaklı çözümler sunmaktadır.

Bu çalışmada ele alınan montaj hattı dengeleme probleminde, işçiler farklı performansa sahip olduklarından işlem süreleri, o işe atanan işçiye bağlı olarak değişebilmektedir ve hazırlık süreleri sıra bağımlıdır. Ele alınan problem için iki amaçlı bir matematiksel model geliştirilmiştir. Amaçlar, çevrim süresinin ve tamamlanma zamanının enküçüklenmesidir. Problemin çözümünde, karar verici tercihlerinin modele daha esnek ve gerçekçi bir biçimde yansıtılabilmesini sağlamak amacıyla çok seçenekli konik hedef programlama yöntemi kullanılmıştır.

Çalışmanın izleyen bölümünde bilimsel yazın taramasına yer verilmiştir. Üçüncü bölümde problem tanımı ve geliştirilen matematiksel model verilmiştir.

Dördüncü bölümde çok seçenekli konik hedef programlama yöntemi, beşinci bölümde deneysel sonuçlar ve son bölümde de sonuç ve öneriler tartışılmıştır.

2. Bilimsel Yazın Taraması

Montaj hatlarında, bir işlemten diğerine geçiş sırasında gerekli olan takım değiştirme, ekipman ayarlama veya malzeme hazırlama gibi faaliyetler, gerçekleştirilen işlemlerin sırasına bağlı olarak değişkenlik gösterebilmekte ve bu durum istasyonların tamamlanma zamanlarını doğrudan etkilemektedir. Bu nedenle, sıra bağımlı hazırlık sürelerini ele almak, üretim sistemlerinin gerçekçi biçimde modellenmesi açısından kritik bir öneme sahiptir. Öte yandan sıra bağımlılığın dikkate alınmaması, istasyon yüklerinin olduğundan daha düşük tahmin edilmesine, dolayısıyla çevrim süresi, hat verimliliği ve denge kaybı gibi performans ölçütlerinin gerçekte elde edilemeyecek iyimser değerlendirilmesine neden olabilmektedir. Bu nedenle, özellikle yüksek ürün çeşitliliğine sahip, esnek üretim sistemlerinin yaygın olduğu üretim ortamlarında, sıra bağımlı hazırlık sürelerinin montaj hattı dengeleme modellerine entegre edilmesi, uygulanabilir ve güvenilir çözümler elde edilmesi açısından zorunlu hale gelmiştir.

Montaj hattı dengeleme problemi literatürde uzun yıllardır kapsamlı biçimde ele alınmış olmasına rağmen, çalışmaların önemli bir bölümü hazırlık sürelerini ihmal etmiştir. Bununla birlikte, sıra bağımlı hazırlık sürelerini dikkate alan çalışmaların sayısı sınırlı olup, bu çalışmaların büyük çoğunluğu işlemlerin istasyonlara atanması ve istasyon dengeleme kararlarına odaklanmış, işçi atama kararlarını ise genellikle ihmal etmiştir. Oysa işçi beceri düzeyleri, öğrenme etkisi ve işçi-işlem uyumu gibi faktörler hem işlem sürelerini hem de hazırlık sürelerini etkileyebilmekte ve dolayısıyla hat performansı üzerinde belirleyici bir rol oynamaktadır. Bu bağlamda, sıra bağımlı hazırlık süreleri ile işçi atama kararlarının birlikte ele alınması, montaj hattı dengeleme probleminin daha gerçekçi ve uygulanabilir bir çerçevede modellenmesine katkı sağlamaktadır. Ancak literatür incelendiğinde, sıra bağımlı hazırlık süreleri ile işçi atama kararlarını birlikte ele alan çalışmaların oldukça sınırlı olduğu görülmektedir. Bu durum, söz konusu problemin literatürde henüz yeterince araştırılmamış önemli bir çalışma alanı olduğunu göstermektedir.

Bu çalışmada, öncelikle montaj hattı dengeleme problemleri, montaj hattı tipleri (tek modelli, çok modelli ve karışık modelli) ve hat yerleşim düzenleri (düz, U-tipi, paralel vb.) dikkate alınarak sınıflandırılmış ve sıra bağımlı hazırlık sürelerini ele alan çalışmalar bu yapı çerçevesinde sistematik olarak incelenmiştir. Ardından, çok amaçlı montaj hattı dengeleme problemlerini ele alan bazı güncel çalışmalar tanıtılmış ve bu çalışmalar kullanılan çözüm yöntemleri açısından değerlendirilmiştir.

Düz tip montaj hattı dengeleme probleminde, sıra bağımlı hazırlık sürelerini ilk defa ele alan çalışma Andrés ve diğ. (2008) tarafından yapılmıştır. Yazarlar

çalışmalarında, istasyon sayısını enküçükmek amacıyla 0-1 tamsayılı programlama modeli ve ağızlı rassallaştırılmış uyarlamalı arama yordamı (GRASP) sunmuşlardır. Martino ve Pastor (2010), Andres ve diğ. (2008) tarafından tanımlanan problemi çözmek için öncelik kurallarına dayalı farklı sezgisel yöntemler sunmuşlardır. Seyed-Alagheband ve diğ. (2011) çevrim süresini enküçükmek amacıyla matematiksel model geliştirmişlerdir ve ele aldıkları problemin çözümü için tavlama benzetimi kullanmışlardır. Yolmeh ve Kianfar (2012), ise aynı problem için bir genetik algoritma önermişlerdir. Scholl ve diğ. (2013), Andrés ve diğ. (2008) tarafından tanımlanan problemi, hazırlık sürelerini ileri ve geri hazırlık süreleri olmak üzere ek bir ayırım yaparak genişletmişlerdir. Problem için karma 0-1 tamsayılı programlama modeli ve GRASP algoritması sunulmuştur. Hamta, Ghomi, Jolai ve Shirazi (2013), öğrenme etkisini dikkate alarak, çevrim süresi, ekipman maliyeti ve düzgünlük indeksini enküçükmek için çok amaçlı bir model geliştirmişlerdir. Problem çözümü için parçacık sürü optimizasyon algoritması (PSO) ile değişken komşu arama algoritmasının (VNS) birleşimine dayanan yeni bir çözüm yöntemi önermişlerdir. Akpınar, Bayhan ve Baykasoglu (2013), paralel iş istasyonları, bölge kısıtlamaları ve işlemler arasındaki sıra bağımlı hazırlık sürelerini dikkate alan düz tip montaj hattı dengeleme problemi için karınca kolonisi optimizasyonu algoritmasını, genetik algoritma (ACO-GA) ile birlikte yürüten yeni bir melez algoritma geliştirmişlerdir. Akpınar ve Baykasoglu (2014a, b), karışık model düz tip montaj hattı için 0-1 tamsayılı programlama modeli önermiş ve çok kolonili melez arı kolonisi algoritması geliştirmişlerdir. Akpınar, Elmi ve Bektaş (2017), problem için Benders ayrıştırmasına dayalı kesin bir çözüm algoritması önermişlerdir. Janardhanan, Li, Bocewicz, Banaszak ve Nielsen (2019), işlem sürelerinin robota bağımlı olduğu, robotik montaj hattı problemi için karma tamsayılı doğrusal programlama modeli önermiş ve göçmen kuşlar optimizasyon algoritması probleme uyarlanmıştır. Yılmaz tarafından 2021 yılında yapılan çalışma, işçi atma ve montaj hattı dengeleme probleminde çevrim süresini enküçükmek amacıyla sıra bağımlı hazırlık sürelerini dikkate alan ilk çalışmadır. Problem için karma tamsayılı programlama modeli geliştirilmiş ve tavlama benzetimi algoritması kullanılmıştır. Kılınççı (2023), kaynak ve sıra bağımlı hazırlık süreli montaj hattı dengeleme problemi için karma tamsayılı programlama modeli önermiş ve genetik algoritma geliştirmiştir. Lahrichi, Damand, Deroussi, Grangeon ve Norre (2023) robotik montaj hattında sıra bağımlı hazırlık sürelerini dikkate alarak problemin iki farklı varyasyonu için en kısa yol algoritması geliştirmiştir.

İki taraflı montaj hatlarında, sıra bağımlı hazırlık sürelerini ilk kez Özcan ve Toklu (2010) dikkate alarak birincil amaç olarak eşleştirilmiş istasyonların sayısını, ikincil amaç olarak istasyon sayısını enküçükmek için karma tamsayılı programlama modeli (MIP) ve COMSOAL'a dayalı bir sezgisel yaklaşım önermişlerdir. Li, Janardhanan, Tang ve Ponnambalam (2019) robotlara bağımlı işlem ve hazırlık süreleri olan problem için karma tamsayılı doğrusal programlama modeli geliştirmişler ve problem çözümü için bir dizi metasezgisel

algoritma önermişlerdir. Yang ve Cheng (2020b) karışık model iki taraflı montaj hattı dengeleme probleminde sıra bağımlı hazırlık sürelerini ilk kez dikkate almışlardır. Problem için karma tamsayılı programlama modeli önermişler ve VNS geliştirmişlerdir. Aslan (2023) karışık model robotik montaj hattı için karma tamsayılı doğrusal programlama modeli önermiş ve VNS yöntemi geliştirmiştir.

Paralel ve karışık model ürün üretilen montaj hatlarında, Rabbani, Alipour, Farrokhi-Asl ve Manavizadeh (2018) çok amaçlı karma tamsayılı doğrusal olmayan programlama modeli geliştirmişlerdir. Problem çözümü için NSGA-II ve çok amaçlı parçacık sürü optimizasyon algoritması kullanılmıştır. Özcan (2019) 0-1 tamsayılı programlama modeli önermiş ve tavlama benzetimi algoritması geliştirmiştir.

Çok işçili montaj hatlarında, Yang ve Cheng (2020a) birincil amaç olarak işçi sayısını ikincil amaç olarak istasyon sayısını enküçüklemek amaçlarıyla karma tamsayılı programlama modeli geliştirmiş ve problem çözümü için tavlama benzetimi algoritması kullanmışlardır. Didden, Lefebvre, Adan ve Panhuijzen (2023), karışık model montaj hattında, tüm modeller arasındaki işlem süresi toplamındaki mutlak farkı azaltmak amacıyla problem çözümü için genetik algoritma önermişlerdir. Güner, Görür, Satır, Kandiller ve Drake (2023), önceden dengelenmiş bir montaj hattında, istasyona atanan işlemlerin sıra bağımlı hazırlık sürelerini dikkate alarak işçilere atama problemi için karma tamsayılı doğrusal programlama modeli geliştirilmiş ve problem çözümü için kısıt programlama yöntemi kullanılmıştır.

U tipi robotik montaj hattı için, Samouei ve Sobhishoja (2023), karma tamsayılı programlama modeli önermiş, NSGA ve çok amaçlı harmoni arama algoritması geliştirmişlerdir.

Çok amaçlı düz montaj hattı dengeleme problemlerinde, Yoosefelahi ve diğ., (2012) çevrim süresi, robot hazırlık maliyeti ve robot maliyetini enküçüklemek amaçlarıyla karma tamsayılı doğrusal programlama modeli önermişler ve problem çözümü için 3 farklı evrim algoritması kullanmışlardır. Babazadeh ve Javadian (2019) düz ve U tipi montaj hattı dengeleme problemleri için bulanık bir model önermişlerdir. Problem çözümü için NSGA-II algoritması kullanılmıştır. Li ve diğ. (2021) robotik montaj hattı için, çevrim süresini ve toplam satın alma maliyetini enküçükleyen bir karma tamsayı doğrusal programlama modeli geliştirmişlerdir. Problemin çözümü için NSGA-II ve çok amaçlı yapay arı kolonisi algoritması kullanılmıştır. Lee ve diğ. (2021) çevrim süresi, istasyon sayısı, işyükü varyansı ve istasyon boş zamanını enküçüklemek amacıyla bulanık hedef programlama yöntemi kullanmışlardır. Büyük boyutlu problemlerin çözümü için de genetik algoritma geliştirmişlerdir.

MHDP’de sıra bağımlı hazırlık süreleri dikkate alınan çalışmalar Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1.

MHDP Sıra Bağımlı Hazırlık Süreleri Dikkate Alınan Çalışmalar

<i>Yayın</i>	<i>Hat Yerleşimi</i>	<i>Ürün Çeşidi</i>	<i>Amaç(lar)</i>	<i>İşgücü</i>	<i>Çözüm Yöntemi</i>
Andrés ve diğ. (2008)	Düz	Tek	İS	-	GRASP
Martino ve Pastor (2010)	Düz	Tek	İS	-	Sezgisel Algoritmalar
Özcan ve Toklu (2010)	İki taraflı	Tek	EİS İS	-	COMSOAL'a dayalı sezgisel
Seyed-Alagheband ve diğ. (2011)	Düz	Tek	CT	-	SA
Yolmeh ve Kianfar (2012)	Düz	Tek	CT	-	Melez GA
Scholl ve diğ. (2013)	Düz	Tek	İS	-	GRASP
Hamta ve diğ. (2013)	Düz	Tek	CT, M, Dİ	-	PSO-VNS
Akpınar ve diğ. (2013)	Düz	Karışık	İS	-	ACO-GA
Akpınar ve Baykasoğlu (2014a, b)	Düz	Karışık	İS	-	MCHBA
Akpınar ve diğ. (2017).	Düz	Karışık	İS	-	BDA
Rabbani ve diğ. (2018)	Paralel	Karışık	CT, M, Dİ	-	NSGA-II MOPSO
Özcan (2019)	Paralel	Karışık	İS	-	SA
Li ve diğ. (2019)	İki Taraflı	Tek	CT	-	Metasezgisel Algoritmalar
Janardhanan ve diğ. (2019)	Düz	Tek	CT	-	MBO
Yang ve Cheng (2020a)	Çok İşçili	Tek	WS İS	-	SA
Yang ve Cheng (2020b)	İki Taraflı	Karışık	EİS İS	-	VNS
Yilmaz (2021)	Düz	Tek	CT	+	SA
Diden ve diğ. (2023)	Çok İşçili	Karışık	WB, İS, İZ, WS	-	GA
Güner ve diğ. (2023)	Çok İşçili	Tek	WB	-	CP
Kılınçcı (2023)	Düz	Tek	İS	-	GA
Aslan (2023)	İki Taraflı	Karışık	CT	-	VNS
Samouei ve Sobhishoja (2023)	U	Karışık	CT, M	-	NSGA-II, MOHS
Lahrichi ve diğ. (2023)	Düz	Tek	CT	-	OPA

İS: İstasyon Sayısı, EİS: Eşleştirilmiş İstasyon Sayısı CT: Çevrim Süresi, M: Maliyet Dİ: Düzgünlük İndeksi, WS: İşçi Sayısı, İZ: İstasyon Zamanı, WB: İşgücü Dengesi, PSO: Parçacık Sürüsü Optimizasyon Algoritması, VNS: Değişken Komşu Arama Algoritması, SA: Tavlama Benzetimi, GA: Genetik Algoritma, ACO: Karınca Kolonisi Optimizasyon Algoritması, MCHBA: Çok Kolonili Melez Arı Algoritması, BDA: Benders Ayrıştırma Algoritması, NSGA-II: Baskın Çözüm Sıralama Genetik Algoritması, MOPSO: Çok Amaçlı Parçacık Sürü Optimizasyonu Algoritması, MBO: Göçmen Kuşlar Optimizasyon Algoritması, CP: Kısıt Programlama MOHS: Çok Amaçlı Harmoni Arama Algoritması, OPA: En Kısa Yol Algoritması

Çok amaçlı paralel montaj hattı dengeleme problemlerinde, Rabbani ve diğ. (2016b), karışık modellenli hat için istasyon sayısını enküçükleme ve istasyonlar arasındaki iş yükleri dağılımının düzgünlüğünü enbüyüklemek amaçlarıyla matematiksel model geliştirmiş ve problem çözümü için NSGA-II ve çok amaçlı parçacık sürü optimizasyon algoritmasını kullanmışlardır.

Çok amaçlı U montaj hattı dengeleme problemlerinde, Rabbani ve diğ. (2016a), robotik karışık modellenli hat için, robot satın alma maliyetlerini, robot kurulum maliyetlerini, sıra bağımlı hazırlık maliyetlerini ve çevrim süresini enküçükleme amaçlanmıştır. Problemin çözümü için, NSGA-II ve çok amaçlı parçacık sürü optimizasyon algoritması kullanılmıştır. Khorram ve diğ. (2022) ekipman maliyeti, istasyon sayısı ve kalitesizlik düzeyinin ortalamasının enküçülenmesi amacıyla matematiksel model geliştirilmiş ve çözüm için tavlama benzetimi, değişken komşu arama ve genetik algoritma yöntemleri kullanılmıştır.

Çok amaçlı iki taraflı montaj hattı dengeleme probleminde, Huang ve diğ., (2024) robotik hat için, çevrim süresi ve enerji harcama miktarının enküçülenmesi amaçlarıyla karma tamsayılı programlama modeli önermişlerdir. Problemin çözümü için çok amaçlı tavlama benzetimi algoritması geliştirilmiştir.

MHDP’de çok amaçlılığı ele alan çalışmalar Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 1 ve 2’den görülebileceği gibi montaj hattı dengeleme problemlerinde, sıra bağımlı hazırlık sürelerini ve işçi bağımlı işlem sürelerini birlikte dikkate alan çok amaçlı bir çalışma yoktur. Bu çalışma, bu yönüyle literatürde bir ilk olma özelliği taşımaktadır. Ayrıca, ilk defa çok amaçlı montaj hattı dengeleme probleminde, çok seçenekli konik hedef programlama yöntemi kullanılmıştır.

Tablo 2.

MHDP Çok Amaçlı Çalışmalar

Yayın	Hat Yerleşimi	Ürün Çeşidi	Amaçlar	Çözüm Yöntemi
Yoosefelahi ve diğ. (2012)	Düz	Tek	CT, RHM, RM	Evrimsel Algoritmaları
Rabbani ve diğ. (2016b)	Paralel	Karışık	İS, Wİ	NSGA-II, MOPSO
Rabbani ve diğ. (2016a)	U	Karışık	RM, RHM, SDSC, CT	NSGA-II, MOPSO
Babazadeh ve Javadian (2019)	Düz, U	Tek	İS, CT	NSGA-II
Li ve diğ. (2021)	Düz	Tek	CT, M	NSGA-II, IMABC
Lee ve diğ. (2021)	Düz	Tek	CT, İS, WV, İBZ	FGP, GA
Khorram ve diğ. (2022)	U	Tek	M, İS, DQL	SA, VNS, GA
Huang ve diğ. (2024)	İki Taraflı	Karışık	CT, EH	SA

CT: çevrim süresi, RHM: robot hazırlık maliyeti, RM: robot maliyeti, İS: İstasyon sayısı, Wİ: işgücü indeksi, SDSC: sıra bağımlı hazırlık maliyeti, M: Maliyet, WV: işyükü varyansı, İBZ: istasyon boş zamanı, DQL: kalitesizlik seviyesi, EH: Enerji harcaması, NSGA-II: baskın olmayan sıralama genetik algoritması, MOPSO: çok amaçlı parçacık sürüşü optimizasyon algoritması, PESA-II, NSACO: non-dominated sorting ant colony optimization, NPGA-II: niched Pareto genetik algoritması (IMABC): geliştirilmiş çok amaçlı yapay arı koloni algoritması, FGP: bulanık hedef programlama, GA: genetik algoritma SA: tavlama benzetimi, VNS: Değişken Komşu Arama algoritması

Bu çalışmada ele alınan problemde, birinci amaç çevrim süresinin enküçüklenmesi, ikinci amaç ise toplam tamamlanma zamanının enküçüklenmesidir. Bu iki amaç doğası gereği birbiriyle çelişmektedir. Çevrim süresinin azaltılması genellikle işlemlerin daha fazla istasyona dağıtılmasını gerektirirken, tamamlanma zamanının azaltılması işlemlerin daha yoğun ve ardışık biçimde atanmasını gerektirebilmektedir. Bu çelişki, özellikle sıra bağımlı hazırlık sürelerinin varlığında daha belirgin hale gelmektedir; çünkü işlem sıralamasındaki değişiklikler hem hazırlık sürelerini hem de tamamlanma zamanını doğrudan etkilemektedir. Bu nedenle, söz konusu iki amacın eş zamanlı olarak ele alınması hem sistem verimliliğinin artırılması hem de gerçekçi üretim planlarının oluşturulması açısından büyük önem taşımaktadır.

Sonuç olarak literatür incelendiğinde, sıra bağımlı hazırlık sürelerini dikkate alarak çevrim süresi ve toplam tamamlanma zamanını birlikte enküçükleme amaçlayan bir montaj hattı dengeleme çalışmasına rastlanmamıştır. Bu durum, ele alınan problemin literatüre özgün bir katkı sunduğunu ve mevcut boşluğu doldurduğunu göstermektedir.

3. Problem Tanımı ve Matematiksel Model

Ele alınan problemde, düz tip hat yerleşimine sahip bir montaj hattında tek modellenli bir ürünün üretimi gerçekleştirilmektedir. İstasyonlarda çalışan işçiler farklı beceri ve performans düzeylerine sahip olduğundan, bir işlemin gerçekleştirilme süresi yalnızca işlemin doğasına değil, aynı zamanda o işlemi gerçekleştiren işçiye de bağlı olarak değişkenlik göstermektedir. Bu durum, işlem sürelerinin işçi atama kararlarına bağlı olarak farklılaşmasına ve dolayısıyla hat dengeleme probleminin daha karmaşık bir yapıya sahip olmasına neden olmaktadır.

Her işlem öncesinde ve en son işten sonra bir hazırlık faaliyeti gerekmektedir. Hazırlık süreleri, işlemlerin gerçekleştirilme sırasına bağlı olarak değiştiğinden sıra bağımlıdır. Sıra bağımlı hazırlık süreleri iki farklı bileşenden oluşmaktadır: ileri (*forward*) ve geri (*backward*) hazırlık süreleri. İleri hazırlık süreleri, bir istasyonda ikinci ve sonraki sıralarda gerçekleştirilen işlemler için, ilgili işlemin kendisinden hemen önce gerçekleştirilen işleme bağlı olarak değişen hazırlık sürelerini ifade etmektedir. Diğer yandan, bir istasyonda yer alan işlemlerin tamamlanmasının ardından üretim döngüsünün sürekliliği gereği tekrar ilk işleme dönülmesi sırasında ortaya çıkan hazırlık süresi ise geri hazırlık süresi olarak tanımlanmaktadır. Bu nedenle, her istasyonda gerçekleştirilen işlemlerin yalnızca hangi istasyona atanacağı değil, aynı zamanda istasyon içerisinde hangi sırayla gerçekleştirileceği de işlemlerin tamamlanma zamanları üzerinde doğrudan etkili olmaktadır. Bununla birlikte, işlemler arasında öncüllük ilişkileri bulunmakta olup, işlemlerin hem istasyonlara atanması hem de istasyon içindeki sıralaması bu öncüllük ilişkilerini sağlayacak şekilde belirlenmelidir.

Ele alınan montaj hattı dengeleme problemi iki amaçlıdır. Birinci amaç, hattın üretim hızını belirleyen en kritik performans ölçütlerinden birisi olan çevrim süresinin enküçüklenmesidir. Çevrim süresinin azaltılması, hattın üretim kapasitesinin artırılmasına ve belli bir zaman diliminde daha fazla ürün elde edilmesine olanak sağlamaktadır. İkinci amaç ise, hat üzerindeki tüm işlemlerin tamamlanma zamanlarının toplamını ifade eden tamamlanma zamanının enküçüklenmesidir. Bu amaç, işlemlerin ve hazırlık faaliyetlerinin zamansal dağılımını dikkate alarak daha ve verimli bir üretim planı oluşturulmasına katkı sağlamaktadır. Yalnızca çevrim süresinin enküçüklenmesine odaklanılması durumunda, işlemlerin istasyonlara atanması sırasında istasyon içi işlem sıralamalarının hazırlık süreleri üzerindeki etkisi göz ardı edilebilmektedir. Bu durum, çevrim süresinin altında kalan bazı iş istasyonlarında işlemler arasında yüksek hazırlık sürelerine yol açan elverişsiz sıralamaların oluşmasına neden olabilmekte ve buna bağlı olarak sıra bağımlı hazırlık süreleri gereksiz yere artabilmektedir. Buna karşılık, tamamlanma zamanının da amaç fonksiyonuna dahil edilmesi, istasyondaki işlem sıralarının hazırlık sürelerini azaltacak şekilde düzenlenmesini teşvik etmektedir. Böylece, hazırlık sürelerinde azalma sağlanmakta, istasyonlarda zaman kayıpları azaltılmakta ve işçilere malzeme temini, ekipman hazırlığı ve işlem sırasında ortaya çıkabilecek olası aksaklıklara

müdahale edebilme açısından daha uygun bir çalışma ortamı sağlanmaktadır. Bu yönüyle, her iki amacın birlikte ele alınması hem hat verimliliğinin artırılması hem de üretim sürecinin daha etkin ve uygulanabilir bir şekilde planlanması açısından önemli avantajlar sunmaktadır.

Problem varsayımları şu şekildedir:

- Tüm işçiler, tüm işlemleri yerine getiremeyebilir.
- İşçilerin işlemleri gerçekleştirdiği süreler farklıdır.
- Bir işlem yalnızca bir iş istasyonuna atanabilir.
- Bir işlem yalnızca bir işçiye atanabilir.
- Hatta tek model ürün üretilir.
- Öncelik ilişkileri önceden bilinmektedir.
- Hazırlık ve işçi bağımlı işlem süreleri deterministiktir.

İndisler:

i, h : İşlem indisleri, $i, h \in N = \{1, 2, \dots, n\}$

j : İstasyon indisi, $j \in M = \{1, 2, \dots, m\}$

w : İşçi indisi, $w \in E = \{1, 2, \dots, e\}$

k : Sıra indisi, $k \in S = \{1, 2, \dots, s\}$

Parametreler

t_{iw} : i . işlem w . işçi tarafından yapıldığında işlem süresi

u_{ih} : h işleminden önce i işlemi yapıldığında ileri hazırlık süresi

g_{ih} : h son işleminden sonra i ilk işlemine dönüşecekse geri hazırlık süresi

p_{ih} : eğer i işlemi h işleminin öncülü ise 1, değilse 0.

Karar Değişkenleri

x_{ijwk} : Eğer i işlemi j . iş istasyonunda k . sıraya ve w çalışanına atanmışsa, 1; atanmamışsa, 0.

y_{jw} : Eğer işçi w, j . iş istasyonuna atanmışsa, 1; atanmamışsa, 0.

f_{ihj} : Eğer i işlemi, j . iş istasyonunda h işleminden hemen önceki sıradaysa ise, 1; değilse, 0.

b_{ihj} : Eğer i işlemi j . iş istasyonunda ilk işlem ve h işlemi son işlem ise 1 ; değilse, 0.

l_{ij} : Eğer i işlemi j . iş istasyonuna atanan son iş ise, 1; değilse, 0.

C_{enb} : Çevrim süresi

C_j : j . istasyonun toplam süresi

Amaç Fonksiyonları:

$$enk f_1 = C_{enb} \quad (1)$$

$$enk f_2 = \sum_j C_j \quad (2)$$

Kısıtlar:

$$\sum_j \sum_w \sum_k x_{ijwk} = 1 \quad \forall i \quad (3)$$

$$\sum_i \sum_w x_{ijwk} \leq 1 \quad \forall j, k \quad (4)$$

$$\sum_j y_{jw} \leq 1 \quad \forall w \quad (5)$$

$$\sum_w y_{jw} = 1 \quad \forall j \quad (6)$$

$$\sum_i \sum_k x_{ijwk} \leq n y_{jw} \quad \forall j, w \quad (7)$$

$$\sum_i x_{ijw(k+1)} \leq \sum_i x_{ijwk} \quad \forall j, w, k: k < s \quad (8)$$

$$\sum_j \sum_w \sum_k (S(j-1) + k) x_{ijwk} - \sum_j \sum_w \sum_k (S(j-1) + k) x_{hjwk} \leq 0 \quad \forall i, h: p_{ih} = 1 \quad (9)$$

$$\sum_i \sum_k \sum_w t_{iw} x_{ijwk} + \sum_i \sum_{h:i \neq h} u_{ih} f_{ihj} \sum_i \sum_{h:i \neq h} g_{ih} b_{ihj} \leq C_j \quad \forall j \quad (10)$$

$$\sum_w x_{ijwk} + \sum_w x_{hjw(k+1)} - f_{ihj} \leq 1 \quad \forall i, h, j, k: i \neq h \text{ ve } k < s \quad (11)$$

$$\sum_w x_{ijwk} + \sum_w x_{hjw(k+1)} \leq l_{ij} \quad \forall i, h, j, k: \text{ve } k < s \quad (12)$$

$$\sum_i l_{ij} = \sum_w y_{jw} \quad \forall j \quad (13)$$

$$\sum_i l_{ij} + \sum_w x_{hjw1} - b_{ihj} \leq 1 \quad \forall i, h, j: i \neq h \quad (14)$$

$$\sum_i \sum_{h:i \neq h} b_{ihj} \leq \sum_w y_{jw} \quad \forall j \quad (15)$$

$$\sum_w y_{(j+1)w} - \sum_w y_{jw} \leq 0 \quad \forall j: j < m \quad (16)$$

$$C_{enb} \geq C_j \quad \forall j \quad (17)$$

$$x_{ijwk} \in \{0,1\} \quad \forall i, j, w, k \quad (18)$$

$$y_{jw} \in \{0,1\} \quad \forall j, w \quad (19)$$

$$f_{ihj} \in \{0,1\} \quad \forall i, h, j \quad (20)$$

$$b_{ihj} \in \{0,1\} \quad \forall i, h, j \quad (21)$$

$$l_{ij} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \quad (22)$$

$$C_{enb} \geq 0 \quad (23)$$

$$C_j \geq 0 \quad \forall j \quad (24)$$

İlk amaç (1) çevrim süresinin ve ikinci amaç (2) ise toplam tamamlanma zamanının enküçüklenmesidir. Denklem (3) her işlemin bir istasyonda bir işçiye ve bir sıraya atanmasını sağlar. Denklem (4) bir istasyonda, bir sıraya birden fazla iş atanmamasını garanti eder. Denklem (5) her işçinin en fazla bir istasyona atanmasını sağlarken, Denklem (6) bir istasyona yalnızca bir işçinin atanmasını sağlar. Denklem (7) eğer bir istasyon açılmadıysa, o istasyona işlem atanmasını engeller. Denklem (8) işlemlerin sıra atlamadan atanmasını sağlar. Denklem (9), işlemler arasındaki öncüllük ilişkilerini garanti eder. Denklem (10), istasyonların toplam işlem süresini hesaplar. Denklem (11) j istasyonunda i ve h işlemleri sırasıyla k ve $k+1$ sıralarına, atanmışsa, f_{ihj} 'nin 1 değerinin almasını sağlar. Eğer i işlemi j istasyonundaki son işlemse, l_{ij} 'nin 1 değeri almasını, Denklem (12) sağlar. Denklem (13) her istasyonda yalnızca tek bir işlemin son işlem olarak atanmasını sağlar. Eğer i işlemi j istasyonundaki son işlem ve h işlemi aynı istasyondaki ilk işlemse, b_{ihj} karar değişkeninin 1 değerini almasını, Denklem (14) sağlar. Denklem (15) her istasyonda yalnızca tek geri hazırlık süresinin değeri almasını sağlar. Denklem (16) istasyonların sırayla açılmasını sağlar. Denklem (17) istasyonların tamamlanma zamanının çevrim süresini aşmamasını sağlar. (18)-(24) numaralı denklemler karar değişkenlerinin tanım aralıklarını göstermektedir.

4. Çok Seçenekli Konik Hedef Programlama

Hedef programlama (HP), karar vericilerin çok amaçlı karar verme problemlerini çözmek ve tatmin edici çözümler bulmak için kullandıkları önemli bir tekniktir (Chang, 2007). Orijinal HP yaklaşımı, karar vericilerin bir hedef değeri seçtiğini ve hedeften pozitif/negatif sapmaları cezalandırıp cezalandırmayacağına karar verdiğini varsayar (Chang, 2007). HP yönteminin en önemli zayıflığı etkin noktaların garanti edilememesidir. HP modellerinin etkin olmayan noktalar üretebilmesinin nedeni, karar vericinin hedef değerlerini aşırı iyimser yani, kısıtlar ve çelişen hedefler göz önünde bulundurulduğunda kolayca gerçekleştirilebilecek şekilde belirleyebilmesidir (Ustun, 2012). Chang (2007), karar vericilerin her bir hedef için çok seçenekli istek seviyeleri belirlemesine (yani, bir hedefin birden fazla istek seviyesine sahip olmasına) imkân tanıyan, Çok Seçenekli Hedef Programlama adı verilen bir yaklaşım önermiştir. Bu yöntem hedef değerlerin bir aralık içinde model tarafından belirlenmesini mümkün kıldığından klasik HP'nın zayıf yönünü ortadan kaldırmıştır. Ustun (2012), Çok Seçenekli Hedef Programlama yaklaşımını iyileştirerek, çoktan seçmeli referans noktalarını konik skalerizasyon fonksiyonuyla birleştirmiştir. Böylece yaklaşımın başarısını artırmıştır. Bu nedenle bu çalışmada ele alınan problemin çözümü için çok seçenekli konik hedef programlama yaklaşımı seçilmiştir.

Parametreler:

β : çok seçenekli konik hedef programlama yöntem parametresi

d_1^+ : çevrim süresi hedef değerinin pozitif sapma değeri

d_1^- : çevrim süresi hedef değerinin negatif sapma değeri

d_2^+ : tamamlanma zamanı hedef değerinin pozitif sapma değeri

d_2^- : tamamlanma zamanı hedef değerinin negatif sapma değeri

y_1 : çevrim süresinin seçilen hedef değeri

y_2 : tamamlanma zamanının seçilen hedef değeri

w_1 : çevrim süresi amaç fonksiyonunun ağırlık değeri

w_2 : tamamlanma zamanı amaç fonksiyonunun ağırlık değeri

a_1^{enk} : çevrim süresinin hedef değerinin alt sınırı

a_2^{enk} : tamamlanma zamanı hedef değerinin alt sınırı

a_1^{enb} : çevrim süresinin hedef değerinin üst sınırı

a_2^{enb} : tamamlanma zamanı hedef değerinin üst sınırı

I_1 : çevrim süresinin ideal değeri

I_2 : tamamlanma zamanının ideal değeri

N_1 : çevrim süresinin nadir değeri

N_2 : tamamlanma zamanının nadir değeri

Amaç Fonksiyonu:

$$enk \ z = (\beta + w_1)d_1^+ + (\beta - w_1)d_1^- + (\beta + w_2)d_2^+ + (\beta - w_2)d_2^- \quad (25)$$

Kısıtlar:

(3)-(24)

$$C_{enb} - d_1^+ + d_1^- = y_1 \quad (26)$$

$$C_j - d_2^+ + d_2^- = y_2 \quad \forall j \quad (27)$$

$$a_1^{enk} \leq y_1 \leq a_1^{enb} \quad (28)$$

$$a_2^{enk} \leq y_2 \leq a_2^{enb} \quad (29)$$

$$d_1^+, d_1^-, d_2^+, d_2^- \geq 0 \quad (30)$$

Denklem (25) çok seçenekli konik hedef programlama amaç fonksiyonudur. Denklem (26) çevrim süresinin pozitif ve negatif sapmaların toplamının seçilen hedef değere eşit olmasını sağlar. Denklem (27) tamamlanma zamanının pozitif ve negatif sapmaların toplamının seçilen hedef değere eşit olmasını sağlar. Denklem (28) çevrim süresinin hedef değerinin alt ve üst değerlerinin arasında sürekli değişken olmasını sağlar. Denklem (29) tamamlanma zamanının hedef değerinin alt ve üst değerlerinin arasında sürekli değişken olmasını sağlar. Denklem (30) karar değişkenlerinin tanım aralıklarını göstermektedir.

Çok seçenekli konik hedef programlama yöntemi ile elde edilen sonuçların karşılaştırılması için klasik hedef programlama yöntemi seçilmiştir. Ele alınan problemin hedef programlama modeli ve bu modelde için tanımlanan ek parametreler aşağıda verilmiştir.

Ek parametreler:

h_1 : çevrim süresi amaç fonksiyonunun hedef değeri

h_2 : tamamlanma zamanı amaç fonksiyonunun hedef değeri

Amaç Fonksiyonu:

$$enk \ z = w_1 \frac{d_1^+}{(a_1^{enb} - a_1^{enk})} + w_2 \frac{d_2^+}{(a_2^{enb} - a_2^{enk})} \quad (31)$$

Kısıtlar:

(3)-(24)

$$C_{enb} - d_1^+ + d_1^- = h_1 \quad (32)$$

$$C_j - d_2^+ + d_2^- = h_2 \quad \forall j \quad (33)$$

$$d_1^+, d_1^-, d_2^+, d_2^- \geq 0 \quad (34)$$

Denklem (31) klasik hedef programlama amaç fonksiyonudur. Denklem (32) çevrim süresinin pozitif ve negatif sapmaların toplamının seçilen hedef değere eşit olmasını sağlar. Denklem (33) tamamlanma zamanının pozitif ve negatif sapmaların toplamının seçilen hedef değere eşit olmasını sağlar. Denklem (34) karar değişkenlerinin tanım aralıklarını göstermektedir.

5. Deneysel Sonuçlar

Bu bölümde ilk olarak test problemleri ve gerekli parametrelerin nasıl türetildiği açıklanmıştır. Sonrasında örnek probleme ait parametre değerleri verilmiş ve çevrim süresi amaç fonksiyonu tek başına ele alınarak, işçi atamasının çevrim süresi üzerindeki etkisi incelenmiştir. Ardından problem çok amaçlı olarak çözülmüş ve elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Son olarak, farklı boyutlarda test problemleri çözdürülmüş ve bu problemlere ilişkin elde edilen bulgular detaylı bir şekilde incelenmiştir. Matematiksel modellerin çözümünde GAMS yazılımı ve Cplex çözücüsü kullanılmıştır. Tüm testler, AMD Ryzen 7 9700X 3.80 Ghz işlemci, 32 GB RAM ve Windows 11 işletim sistemi bulunan bir bilgisayar ortamında gerçekleştirilmiştir.

5.1 Test Problemleri

Problem parametreleri; işlem sayısı, istasyon sayısı, işçiye göre değişen işlem süresi, sıra bağımlı ileri ve geri hazırlık süreleri, hedef değer için alt ve üst sınır değerleri, istasyona atanabilecek maksimum işlem sayısı ve işlemler arasındaki öncelik ilişkileridir. İşlem süreleri, istasyon sayıları ve öncelik ilişkileri parametrelerinin değerleri literatürden (<http://www.assembly-line-balancing.de>) alınmıştır. Test problemlerinden 7 işlem, 6 istasyon ve 6 adet öncüllük ilişkisi olan Mertens; 8 işlem, 5 istasyon ve 8 adet öncüllük ilişkisi olan Bowman; 9 işlem, 8 istasyon ve 11 adet öncüllük ilişkisi olan Jaeschke ve 11 işlem, 4 istasyon ve 11 adet öncüllük ilişkisi olan Mansoor seçilmiştir. Bu çalışmada işçi bağımlı işlem süresi dikkate alındığı için, test problemlerindeki işlem süreleri, aynı işi yapan işçilerin performanslarının 0,85 ile 1,15 aralığında değişebileceği varsayılarak, Denklem (36)'da verildiği gibi kesikli düzgün dağılım (KDD) kullanılarak türetilmiştir. Burada t_i , test problemlerinde kullanılan işlem süresine karşı gelmektedir. İşçi sayıları istasyon sayısına eşit kabul edilmiştir.

$$t_{iw} \sim KDD[0,85t_i, 1,15t_i] \quad (36)$$

İstasyona atanabilecek maksimum işlem sayısını (s) belirlemek için kullanılan formül Denklem (37)'de verilmiştir.

$$s = 2 \frac{\text{İşlem Sayısı}}{\text{İstasyon Sayısı}} \quad (37)$$

r . amaç fonksiyonuna ait hedefin alt sınır değerini (a_r^{enk}) belirlemek için kullanılan formül Denklem (38)'de, r . amaç fonksiyonuna ait hedefin üst sınır değerini (a_r^{enb}) belirlemek için kullanılan formül ise Denklem (39)'da verilmiştir.

$$a_r^{enk} = I_r + ((N_r - I_r)0,2) \quad (38)$$

$$a_r^{enb} = N_r - ((N_r - I_r)0,2) \quad (39)$$

Klasik hedef programlamada kullanılan hedef değerlerini belirlemek için Denklem (40)'da verilen formül kullanılmıştır.

$$h_r = \frac{(a_r^{enk} + a_r^{enb})}{2} \quad (40)$$

Denklem (38) (39) ve (40)'da kullanılan r indisi ($r \in R = \{1,2\}$) amaç fonksiyonlarını ifade etmektedir. $r = 1$, ilk amaç fonksiyonuna, $r = 2$, ikinci amaç fonksiyonuna karşı gelmektedir.

5.2 Örnek Problem

Örnek problemde gerçekleştirilmesi gereken 10 işlem mevcuttur. 6 iş istasyonuna atanabilecek 12 işçi vardır. Bir istasyonda en fazla 3 işlem yapılabilir. İşlem süreleri (t_{iw}) Tablo 3'te, ileri hazırlık süreleri (u_{ih}) Tablo 4'de, geri hazırlık süreleri (g_{ih}) Tablo 5'de verilmiştir. İşlemler arasındaki öncelik ilişkisi olarak sadece 8. işlemden önce 2. işlemin yapılması gerekmektedir.

Tablo 3.

İşlem Süreleri (t_{iw})

i/w	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	28	30	30	20	22	28	50	13	22	32	27	18
2	17	18	11	37	10	44	48	13	27	34	28	50
3	48	30	27	25	10	27	40	15	31	36	50	24
4	16	21	47	20	47	46	45	31	44	31	10	50
5	35	20	18	29	25	18	11	36	42	18	32	14
6	43	42	27	47	48	37	23	10	49	12	33	47
7	48	16	20	33	14	30	32	11	30	26	49	28
8	50	38	40	43	39	24	18	22	12	20	28	48
9	14	39	18	31	36	35	45	29	23	47	19	38
10	34	16	42	48	12	15	31	30	50	44	13	49

Tablo 4.

İleri Hazırlık Süreleri (u_{ih})

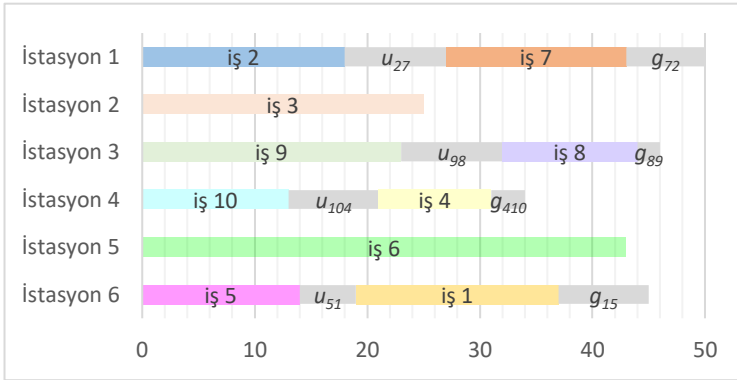
i/h	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	13	15	6	14	7	11	12	7	8
2	13	0	14	10	11	11	9	10	14	7
3	15	12	0	11	15	5	15	15	13	7
4	11	15	15	0	6	12	9	15	9	12
5	5	13	8	9	0	6	12	15	9	14
6	14	8	10	14	13	0	9	8	11	6
7	5	11	11	13	11	10	0	15	15	6
8	8	12	14	12	6	5	10	0	10	11
9	6	8	6	14	12	10	9	9	0	10
10	6	6	14	8	14	7	13	7	6	0

Tablo 5.

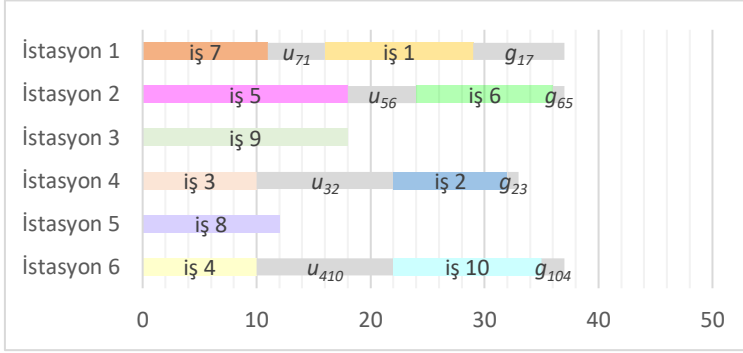
Geri Hazırlık Süreleri (g_{ih})

i/h	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0	8	8	9	8	6	8	10	1	6
2	2	0	1	9	1	9	5	5	4	2
3	8	4	0	10	8	7	6	3	7	3
4	3	2	4	0	7	3	2	3	10	3
5	9	5	10	1	0	2	1	3	8	6
6	8	5	10	2	1	0	8	10	10	8
7	3	7	8	3	8	6	0	4	9	8
8	9	1	9	5	6	10	10	0	2	5
9	3	3	6	3	7	8	9	4	0	2
10	3	1	8	2	3	7	2	4	5	0

Öncelikle problem, çevrim süresini enküçükleyecek şekilde tek amaçlı olarak ele alınmıştır. Ve istasyonlara atanacak işçiler parametre olarak modele verilmiştir. Bu kapsamda istasyonlara sırasıyla 2. 4. 9. 11. 1. ve 12. işçiler atanmıştır. Bu şekilde elde edilen sonuçlara ait Gantt şeması Şekil 1'de gösterilmiştir. İstasyonların tamamlanma zamanları sırasıyla 50, 25, 46, 34, 43 ve 45 saniyedir. Toplam tamamlanma zamanı 243 saniye, çevrim süresi 50 saniye ve hazırlık süreleri toplamı 51 saniye olarak elde edilmiştir. İşçi atamaları model tarafından yapıldığında elde edilen sonuçlara ait Gantt şeması Şekil 2'de gösterilmiştir.



Şekil 1. İşçi Atamalarını Model Çözmediği Zaman Çözümü Ait Gantt Şeması



Şekil 2. İşçi Atamalarını Model Çözdüğü Zaman Çözümüne Ait Gantt Şeması

İşçi atamalarına model karar verdiği zaman istasyonların sırasıyla tamamlanma zamanları 37, 37, 18, 33, 12 ve 37 saniyeye düşmüştür. Toplam tamamlanma zamanı 174 saniye, çevrim süresi 37 saniye ve hazırlık süreleri toplamı 47 saniye olarak elde edilmiştir. Şekil 1 ve 2’de verilen Gantt şemaları incelendiğinde, işçi atamalarına model karar verdiği zaman çevrim süresi 50 saniyeden 37 saniyeye düşmüştür ve %26 oranında bir iyileşme sağlanmıştır. Toplam tamamlanma zamanı 243 saniyeden 174 saniyeye düşmüş ve %28 oranında bir iyileşme elde edilmiştir.

Daha sonra örnek problem çok amaçlı olarak ele alınmıştır. İdeal noktayı bulmak için örnek problem önerilen matematiksel model ile sırasıyla f_1 ve f_2 amaç fonksiyonları için tek amaçlı olarak çözülmüş ve I_1 37 ve I_2 138 olarak elde edilmiştir. Nadir noktayı bulmak için ise örnek problem ilk olarak f_1 amacı ve önerilen matematiksel modele $f_2 \leq I_2$ kısıtının eklenmesi ile çözülmüş ve N_1 46 olarak elde edilmiştir. İkinci olarak örnek problem, f_2 amacı ve $f_1 \leq I_1$ ek kısıtı ile çözülmüş ve N_2 167 değerine ulaşılmıştır. Her iki amaç için hedef değerlerinin alt (a_r^{enk}) ve üst (a_r^{enb}) sınırları ile hedef değerleri (h_r) Tablo 6’da verilmiştir.

Tablo 6.

Örnek Problem (a_r^{enk}), (a_r^{enb}) ve (h_r) Değerleri

	$r = 1$	$r = 2$
a_r^{enk}	38,80	44,20
a_r^{enb}	143,80	161,20
h_r	41,50	152,50

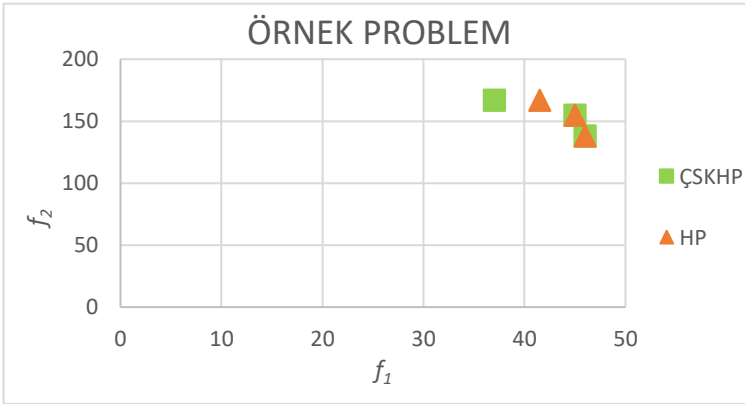
Örnek problem hem ÇSKHP ve hem de HP yöntemleri kullanılarak çözülmüştür. 21 farklı ($q = \{1,2,3, \dots, 21\}$) ağırlık çifti ve β değeri kullanılmıştır. Ağırlık setleri $w_1^1 = 1$ ve $w_2^1 = 21$ olmak üzere $q > 1$ için Denklem (41) ve Denklem (42)'de verilen formüller kullanılarak hesaplanmıştır. ÇSKHP için β değerleri Denklem (43)'de verilen formül kullanılarak hesaplanmıştır.

$$w_1^q = w_1^{q-1} + 1 \quad \forall q: q > 1 \quad (41)$$

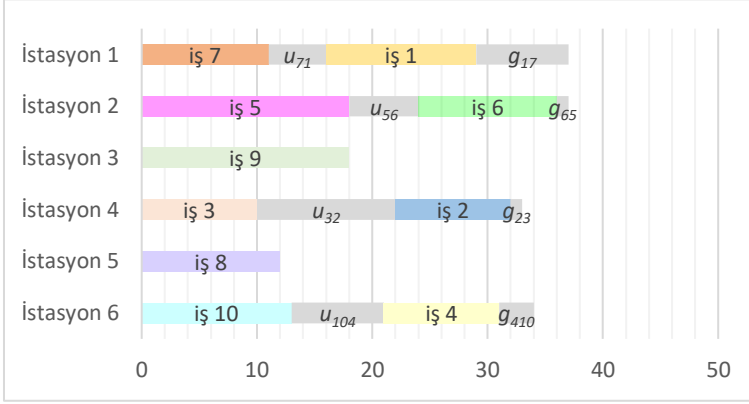
$$w_2^q = w_2^{q-1} - 1 \quad \forall q: q > 1 \quad (42)$$

$$0 \leq \beta < \text{enk}\{w_1^q, w_2^q\} \quad \forall q \quad (43)$$

Her iki yöntemle de elde edilen çözümlerde üç baskın noktaya erişilmiştir. (45; 155) ve (46; 138) noktaları, iki yöntemle de elde edilirken, (37; 167) noktası sadece ÇSKHP ile; (41,5; 167) noktası ise sadece HP ile elde edilmiştir. Bu iki nokta kıyaslandığında f_2 amaç fonksiyon değerleri eşitken f_1 amaç fonksiyonu açısından ÇSKHP yöntemi ile bulunan değer, amaç fonksiyonu enküçükleme olduğu için daha iyi bir sonuç olduğu görülmüştür. Bulunan baskın noktalar Şekil 3'te verilmiştir. ÇSKHP ile elde edilen noktalar için yeşil ve HP ile elde edilen noktalar için turuncu renk kullanılmıştır. ÇSKHP ile bulunan (37, 167) noktasında karşı gelen çözüme ait Gantt Şeması Şekil 4'te verilmiştir.



Şekil 3. Örnek Problem için Baskın Noktalar



Şekil 4. Çok Seçenekli Konik Hedef Programlama (37, 167) Noktasında Karşı Gelen Çözümün Gantt Şeması

ÇSKHP ile problem çözüldüğünde istasyonların sırasıyla tamamlanma zamanları 37, 37, 18, 33, 12 ve 34 saniyedir. Toplam tamamlanma zamanı 171 saniye, çevrim süresi 37 saniye ve hazırlık süreleri toplamı 44 saniye olarak elde edilmiştir. Şekil 2 ve 4'te verilen Gantt şemaları incelendiğinde, Şekil 2'de problem tek amaçlı olarak çözüldüğünde çevrim süresi 37 saniyeyken 6. istasyona sırasıyla 4 ve 10. işler atanmıştır ve istasyonun tamamlanma zamanı 37 saniyedir. ÇSKHP ile problem çözüldüğünde çevrim süresi 37 saniyeyken 6. istasyona sırasıyla 10 ve 4. işler atanmıştır. İstasyonun tamamlanma zamanı 34 saniyeye düşmüştür. İstasyona aynı işlemler atanmasına rağmen istasyon içerisinde hazırlık sürelerini dikkate alarak istasyonun tamamlanma zamanında azalma sağlanmıştır. İki çözümde de çevrim süresi 37 saniye olarak elde edilmesine rağmen, problem iki amaçlı olarak ÇSKHP ile çözüldüğünde, toplam tamamlanma zamanı 174 saniyeden 171 saniyeye düşmüştür. Hazırlık süreleri toplamı 47 saniyeden 44 saniyeye düşmüş %6 oranında iyileşme sağlanmıştır.

5.3 Test Sonuçları

Test problemleri ÇSKHP ve HP yöntemleri ile sırasıyla $q = \{1, 2, 3, \dots, 21\}$ ağırlık seti ve β değeri için çözülmüştür. Ağırlık seti, Denklem (41) ve Denklem (42)'de verilen formüller kullanılarak hesaplanmıştır. ÇSKHP için β değerleri Denklem (43)'de verilen formül kullanılarak hesaplanmıştır.

Test problemlerinin ideal (I_r) ve nadir noktaları (N_r), hedef değerlerinin alt (a_r^{enk}) ve üst sınırları (a_r^{enb}) ile hedef değerleri (h_r) Tablo 7'de verilmiştir. Test

problemleri ÇSKHP ve HP ile çözülmüş ve her iki yöntemle bulunan noktalar Tablo 8’de ve grafikler Şekil 5’te verilmiştir.

Tablo 7.

Test Problemlerinin (I_r) , (N_r) (a_r^{enk}) , (a_r^{enb}) ve (h_r) Değerleri

Problem	I_1	I_2	N_1	N_2	a_1^{enk}	a_2^{enk}	a_1^{enb}	a_2^{enb}	h_1	h_2
Mertens	6,510	25,450	15,720	26,010	8,352	25,562	13,878	25,898	11,115	25,730
Bowman	19,880	72,700	28,580	78,400	21,620	73,840	26,840	77,260	24,230	75,550
Jaeschke	5,330	32,430	8,880	33,770	6,040	32,698	8,170	33,502	7,105	33,100
Mansoor	46,560	171,270	104,630	182,980	58,174	173,612	93,016	180,638	75,595	177,125

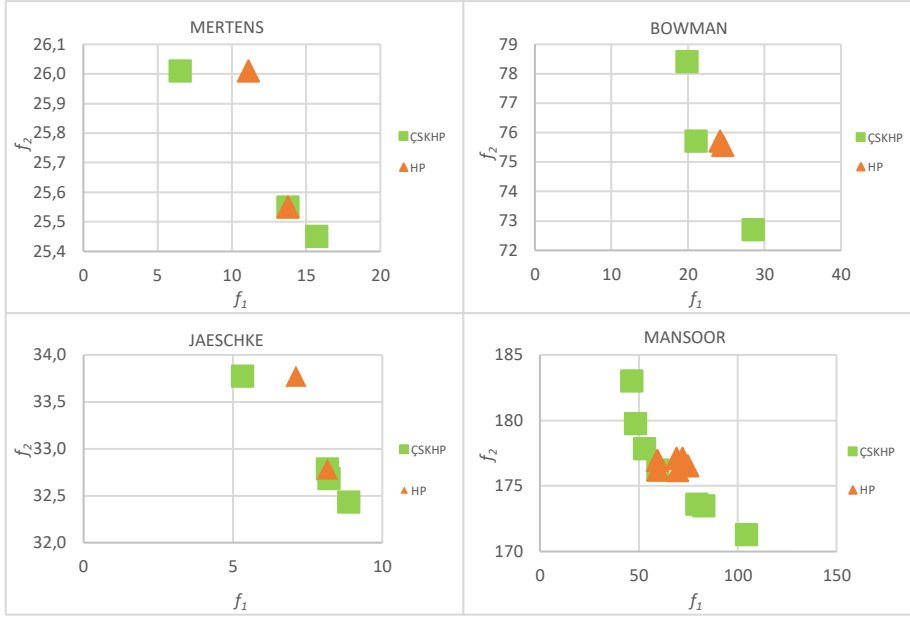
Tablo 8, üç bölümden oluşmaktadır. İlk sütunda yer alan ilk bölümde problem isimleri sunulmuştur. İki, üç ve dördüncü sütunlardan oluşan ikinci bölümde ÇSKHP ile elde edilen ve beş, altı ve yedinci sütunlarda yer alan sonuncu bölümde ise HP ile elde edilen; ilk amaç fonksiyonun değeri (f_1), ikinci amaç fonksiyonun değeri (f_2) ve ideal noktaya uzaklık değeri (Δ^I) verilmiştir. Elde edilen noktaların, ideal noktaya uzaklıkları Denklem (44)’de verilen formül kullanılarak hesaplanmıştır.

$$\Delta^I = \sqrt{(f_1 - I_1)^2 - (f_2 - I_2)^2} \quad (44)$$

Tablo 8.

Baskın Noktalar ve Δ^I Değerleri						
Problem	ÇSKHP			HP		
	f_1	f_2	Δ^I	f_1	f_2	Δ^I
Mertens	15,72	25,45	9,21	13,76	25,55	7,25
	13,76	25,55	7,25	11,12	26,01	4,64
	6,51	26,01	0,56			
Bowman	28,58	72,70	8,70	24,58	75,55	5,50
	21,10	75,70	3,24	24,23	75,70	5,28
	19,88	78,40	5,70			
Jaeschke	8,88	32,43	3,55	8,16	32,78	2,85
	8,21	32,68	2,89	7,11	33,77	2,23
	5,33	33,77	1,34			
	8,16	32,78	2,85			
Mansoor	104,63	171,27	58,07	59,86	176,20	14,18
	79,46	173,60	32,98	59,46	176,92	14,08
	83,15	173,49	36,66	69,38	177,08	23,55
	59,86	176,20	14,18	72,23	177,11	26,33
	53,16	177,84	9,31	74,80	176,52	28,72
	48,62	179,74	8,72	69,78	176,18	23,73
	46,56	182,98	11,71			

Tablo 8'den de görülebileceği gibi, Mertens probleminde ÇSKHP yöntemiyle elde edilen, ideal noktaya en yakın baskın nokta (6,51; 26,01) noktasıdır. İdeal noktaya olan uzaklığı 0,6 iken, HP yöntemiyle elde edilen ideal noktaya en yakın baskın nokta (11,12; 26,01) noktasıdır. Bu noktanın ideal noktaya olan uzaklığı ise 4,6'dır. ÇSKHP yöntemi ile elde edilen nokta, HP ile elde edilene göre ideal noktaya %88 oranında daha yakındır. Bowman, Jaeschke ve Mansoor problemleri için de ÇSKHP yöntemi ile ideal noktaya en yakın elde edilen nokta, HP ile elde edilene göre sırasıyla %39, %40 ve %38 oranında ideal noktaya daha yakındır.



Şekil 5. ÇSKHP ve HP ile Elde Edilen Baskın Noktalar

Şekil 5 incelendiğinde tüm test problemlerinde ÇSKHP yöntemi ile, HP yöntemine göre daha fazla baskın noktaya erişilmiştir. ÇSKHP yönteminin Mertens, Bowman ve Mansoor problemleri için HP ile elde edilemeyen birer baskın noktanın elde edilebildiği görülmektedir. Jaeschke probleminde ÇSKHP ile 4 baskın noktaya erişilmişken HP ile 2 baskın noktaya erişilmiştir. ÇSKHP, HP yönteminin bulamadığı toplamda 5 baskın çözüme ulaşmıştır.

Mertens probleminde f_2 amaç fonksiyonunun ÇSKHP ve HP yöntemlerinde aynı olduğu (6,51; 26,01) ile (11,22; 26,01) noktalarında, f_1 amaç fonksiyonu açısından, ÇSKHP yöntemi ile elde edilen noktanın HP yöntemi ile elde edilen noktaya göre daha iyi olduğu görülmektedir. Bowman ve Jaeschke problemlerinde de sırasıyla (21,1; 75,7) ile (24,23; 75,7) ve (5,33; 33,77) ile (7,11; 33,77) noktalarında da aynı şekilde ÇSKHP yöntemi ile elde edilen noktalar, HP yöntemi ile elde edilen noktaya göre daha iyi olduğu görülmektedir. Bir başka deyişle ÇSKHP yöntemi ile elde edilen noktalar HP yöntemi ile elde edilen noktalara zayıf baskındır.

Sonuç olarak, ÇSKHP yöntemi hem ulaşılan baskın nokta sayısı hem de elde edilen amaç fonksiyonu değerleri açısından HP yöntemine kıyasla daha başarılı bir performans sergilemiştir. Özellikle aynı tamamlanma zamanı seviyesinde daha düşük çevrim süresi sağlayabilmesi ve bazı durumlarda HP yöntemi ile ulaşılamayan baskın çözümleri elde edebilmesi, önerilen yöntemin çok amaçlı

montaj hattı dengeleme problemlerinde daha etkin ve karar verici açısından daha faydalı bir çözüm yaklaşımı sunduğunu ortaya koymaktadır.

Tüm test problemleri, bir istasyona atanabilecek maksimum işlem sayısının toplam işlem sayısına eşit olduğu ($s = n$), yani istasyona atanabilecek işlem sayısının kısıtlanmadığı durum için yeniden çözülmüştür. Bu durum, kısıtlamasız (γ) olarak, s 'nin (37) numaralı denklem kullanılarak hesaplandığı durum ise kısıtlamalı (α) olarak adlandırılmıştır. γ durumu için test problemlerinin ideal (I_r) ve nadir noktaları (N_r), hedef değerlerinin alt (a_r^{enk}) ve üst sınırları (a_r^{enb}) ile hedef değerleri (h_r) yeniden hesaplanmış ve Tablo 9'da verilmiştir. Tüm test problemleri ÇSKHP ve HP yöntemleri ile γ durumu için de aynı süre limiti ile çözülmüştür. γ durumunda elde edilen baskın noktalar ve bu noktaların ideal noktaya uzaklıkları Tablo 10'da, α ve γ durumları için ÇSKHP ile elde edilen baskın noktaların grafikleri ise Şekil 6'da verilmiştir.

Tablo 9.

γ Durumu için Test Problemlerinin (I_r), (N_r) (a_r^{enk}), (a_r^{enb}) ve (h_r) Değerleri

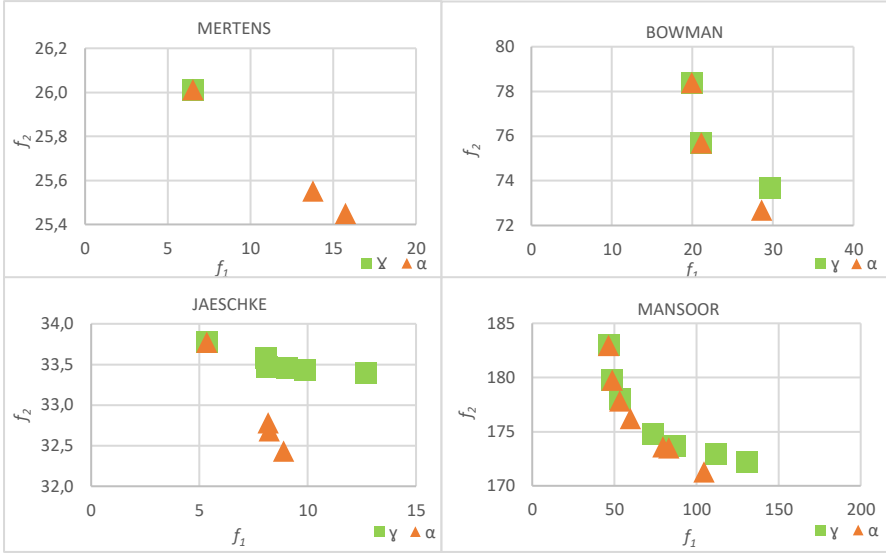
Problem	I_1	I_2	N_1	N_2	a_1^{enk}	a_2^{enk}	a_1^{enb}	a_2^{enb}	h_1	h_2
Mertens	6,510	26,010	6,510	26,010	6,510	26,010	6,510	26,010	6,510	26,010
Bowman	19,880	73,700	29,580	78,400	21,820	74,640	27,640	77,460	24,730	76,050
Jaeschke	5,330	33,400	12,690	33,770	6,802	33,474	11,218	33,696	9,010	33,585
Mansoor	46,560	172,170	130,710	182,980	63,390	174,332	113,880	180,818	88,635	177,575

Tablo10.

 γ Durumu için Baskın Noktalar ve Δ^I Değerleri

Problem	ÇSKHP			HP		
	f_1	f_2	Δ^I	f_1	f_2	Δ^I
Mertens	6,51	26,01	26,01	6,51	26,01	26,01
Bowman	29,58	73,70	74,34	24,58	75,55	73,85
	21,10	75,70	73,71	21,10	75,70	73,71
	19,88	78,40	73,70			
Jaeschke	12,69	33,40	34,20	9,03	33,52	33,60
	9,88	33,43	33,71	8,08	33,58	33,51
	8,10	33,47	33,51	8,10	33,47	33,51
	9,03	33,46	33,60	11,84	33,58	34,03
	8,08	33,58	33,51	9,03	33,46	33,60
	5,33	33,77	33,40	9,19	33,66	33,62
Mansoor	130,71	172,17	191,63	86,87	177,23	176,83
	111,91	172,97	184,16	72,23	177,11	174,07
	86,87	173,69	176,83	88,24	176,54	177,14
	73,66	174,78	174,29	83,15	177,41	176,02
	53,16	178,04	172,30	85,33	176,83	176,48
	48,62	179,74	172,18	75,68	177,06	174,62
	46,56	182,98	172,17	79,38	176,86	175,27
				86,74	176,84	176,80

Tablo 10'dan da görülebileceği gibi, Mertens problemi için hem ÇSKHP hem de HP ile tek nokta bulunmuştur. Bowman, Jaeschke ve Mansoor problemleri için ÇSKHP ve HP çözümleri kıyaslandığında ideal noktaya en yakın nokta ÇSKHP çözümü ile elde edilmiştir. Yani problemler γ durumu için çözüldüğünde de ÇSKHP sonuçlarının HP problemdekine üstünlüğünü değiştirmemiştir. Sonuç olarak hem α hem γ durumu için ÇSKHP sonuçları HP'ye kıyasla daha üstün gelmiştir.



Şekil 6. α ve γ Durumlarında ÇSKHP ile Elde Edilen Baskın Noktalar

Şekil 6 incelendiğinde Mertens probleminde α durumunda 3 adet baskın noktaya erişilmişken γ durumunda tek bir baskın noktaya erişilmiştir. Bu nokta (6,51; 26,01) her iki çözümde de elde edilmiştir. Bowman probleminde α ve γ durumlarında eşit sayıda baskın noktaya erişilmiş ve (21,10; 75,70), (19,88; 78,40) noktaları ikisinde de elde edilmiştir. α durumunda elde edilen (28,58; 72,70) noktası γ durumunda elde edilen (29,58; 73,70) noktasına baskındır. Jaeschke probleminde α ve γ durumlarının her ikisinde de (5,33; 33,77) noktası bulunabilmişken α durumunda elde edilen noktalar γ durumunda elde edilen noktalara baskındır. Mansoor probleminde α ve γ durumlarında eşit sayıda noktaya ulaşılmış, (48,62; 179,74) ve (46,56; 182,98) noktaları her iki durumda da elde edilmiştir. α ile elde edilen (53,16; 177,84) noktası γ ile elde edilen (53,16; 178,04) noktasına zayıf baskındır. Diğer tüm sonuçlarda α ile elde edilen noktalar γ ile elde edilen noktalara baskındır.

Test problemlerinin α ve γ durumları için ÇSKHP çözüm süreleri (t_α ve t_γ) ve çözüm sürelerinin % farkları Tablo 11'de verilmiştir. % farklar saat cinsinden Denklem (45)'de verilen formül kullanılarak hesaplanmıştır. % fark değerinin pozitif olması α durumuna ait çözüm süresinin, negatif olması ise γ durumuna ait çözüm süresinin kısa olduğu anlamına gelmektedir.

$$\% \text{ fark} = \frac{t_\gamma - t_\alpha}{t_\gamma} \quad (45)$$

Tablo 11.

 α ve γ için ÇSKHP Çözüm Süreleri

Problem	t_α	t_γ	% fark
Mertens	1,95	12,18	84
Bowman	0,32	2,37	86
Jaeschke	9,89	362,19	97
Mansoor	5,19	16,41	68

Tablo 11 incelendiğinde tüm test problemlerinde α durumunda çözüm süresi, beklendiği üzere γ durumundaki çözüm süresinden daha kısadır. Mertens probleminin çözüm süresi α durumunda 1,95 saat iken, γ durumunda 12,18 saattir. Yani α durumu çözüm süresinde %84 oranında azalma sağlanmıştır. Aynı şekilde Bowman, Jaeschke ve Mansoor test problemlerinde de α durumunda sırasıyla %86, %97 ve %68 oranlarında süreden kazanılmıştır.

Sonuç olarak Şekil 6 ve Tablo 11'den görülebildiği üzere, istasyona atanabilecek işlem sayısının kısıtlanması (α durumu) ile hem süreden kazanç sağlanmış hem de çözüm kalitesinden ödün verilmemiştir. Kısıtlanmış (α) ve kısıtlanmamış (γ) durumlar için elde edilen çözümler karşılaştırıldığında, kısıtlanmamış çözümlerin bazı test problemlerinde kısıtlanmış ile elde edilen çözümlerle aynı sonuçlara ulaştığı, ancak diğer test problemlerinde daha kötü çözümler elde ettiği görülmüştür. Kısıtlanmamış durumda, teorik olarak daha başarılı çözümlere ulaşma potansiyeli olsa da, çözüm uzayı kısıtlanmış duruma kıyasla çok büyüdüğüden pratikte süre limiti içinde daha kötü çözümler elde edebilmiştir.

6. Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada, sıra bağımlı hazırlık süreleri ve işçi bağımlı işlem süreleri olan, montaj hattı dengeleme problemi için çevrim süresinin ve tamamlanma zamanının enküçüklenmesi amaçlanmıştır. Ele alınan problem için matematiksel model geliştirilmiş ve çok seçenekli konik hedef programlama yöntemi kullanılmıştır. ÇSKHP yöntemi ile elde edilen sonuçlar, klasik hedef programlama yönteminin sonuçları ile kıyaslanmıştır. Literatürden alınan ve probleme uyarlanan test problemleri ile iki yöntem sonucu kıyaslanmış ve ÇSKHP yönteminin HP yöntemine göre daha fazla baskın nokta bulabildiği ve bazı noktalar için de zayıf baskın olduğu görülmüştür. Bazı test problemlerinde iki yöntemle de aynı noktalara erişilmişken, diğer problemlerde ÇSKHP yönteminin daha iyi sonuçlar verdiği görülmüştür. Bir istasyona aynı işlemler atansa bile, aralarında sıra bağımlı hazırlık süreleri olmasından dolayı işlem

sıralarının değişmesiyle istasyonun tamamlanma zamanı farklılaşabilmektedir. Toplam tamamlanma zamanının enküçüklenmesiyle, örnek problemde hazırlık süreleri toplamının %6 iyileştiği görülmüştür. Aynı zamanda problemde işçi atamalarının da dikkate alınmasıyla tamamlanma zamanında %28 iyileşme elde edilmiştir.

Bir istasyona atanabilecek işlem sayısının kısıtlanmadığı durumda, çözüm sürelerinin ortalama %84 oranında arttığı gözlemlenmiştir. ÇSKHP yöntemiyle elde edilen çözümler hem bir istasyona atanabilecek işlem sayısının kısıtlandığı hem de kısıtlanmadığı durumlar için karşılaştırıldığında, kısıtlama uygulamanın, hem çözüm süresini önemli ölçüde azalttığı hem de süre limiti içinde daha iyi çözüm değerlerinin elde edilmesine olanak sağladığı görülmüştür.

Bu çalışmada, montaj hattı dengeleme problemi işçi atama kararları ve sıra bağımlı hazırlık süreleri dikkate alınarak ele alınmış ve bu iki önemli unsurun hat performansı üzerindeki etkileri ayrıntılı biçimde incelenmiştir. İşçilerin farklı performans düzeylerine sahip olması nedeniyle işlem sürelerinin işçiye bağlı olarak değişebileceği varsayımı modele dahil edilmiş ve bu durumun hat dengeleme sonuçları üzerindeki etkileri ortaya konmuştur. Elde edilen sonuçlar, işçi atama kararlarının modele dahil edilmesiyle birlikte hattın çevrim süresinde iyileşmeler sağlanabildiğini göstermektedir. Bununla birlikte, işlemler arasındaki geçişlerde ortaya çıkan sıra bağımlı hazırlık sürelerinin de modele dahil edilmesi sayesinde, istasyon içi işlem sıralamaları daha gerçekçi bir şekilde belirlenmiştir. Tamamlanma zamanının amaç fonksiyonu olarak dikkate alınması, istasyonlarda gereksiz zaman kayıplarının azaltılmasına katkı sağlamış ve hat üzerindeki iş yükünün daha dengeli bir biçimde dağıtılmasını sağlamıştır.

Elde edilen bu iyileşmeler, yalnızca üretim performansının artırılması açısından değil, aynı zamanda işçilerin çalışma koşullarının iyileştirilmesi açısından da önemli avantajlar sağlamaktadır. Özellikle hazırlık sürelerinin daha etkin yönetilmesi ve istasyon yüklerinin dengelenmesi sayesinde işçilere, istasyonlarında gerekli malzeme tedarikini gerçekleştirebilmek, ekipman hazırlıklarını tamamlayabilmek veya işlem sırasında karşılaşabilecekleri olası aksaklıkları giderebilmek için ek zaman kazandırılmaktadır. Bu durum, üretim sürecinin daha düzenli ve sürdürülebilir bir şekilde yürütülmesine katkı sağlamanın yanı sıra, işçi verimliliğinin ve üretim hattının genel etkinliğinin artırılmasına da yardımcı olmaktadır.

Gelecekte yapılacak çalışmalarda, önerilen ÇSKHP yöntemiyle çözilemeyen büyük boyutlu problemlerin çözümü için metasezgisel veya matsezgisel çözüm yaklaşımlarının geliştirilmesi önerilmektedir. Geliştirilen ÇSKHP modelin farklı hat yapıları için uyarlanması da gelecekteki araştırmalar açısından önemli bir çalışma alanı oluşturmaktadır. Bu kapsamda modelin U-tipi montaj hatları, paralel montaj hatları ve çift taraflı montaj hatları gibi farklı hat yerleşim düzenleri için genişletilmesi mümkündür. Ayrıca, montaj hattı dengeleme problemlerinin yalnızca çevrim süresi ve tamamlanma zamanı gibi üretim performans ölçütleri açısından değil, aynı zamanda enerji tüketimi, ergonomi ve

sürdürülebilir üretim kriterleri gibi farklı performans ölçütleri açısından da ele alınması gelecekteki çalışmalar için önemli bir araştırma konusu oluşturabilir. Bu tür genişletmeler, modelin farklı üretim ortamlarına uyarlanabilirliğinin araştırılmasına ve montaj hattı dengeleme problemlerinin daha kapsamlı biçimde ele alınmasına yardımcı olabilir.

Araştırmacıların Katkısı

Bu çalışmada; Dilara MENKİS, fikrin oluşturulması, literatürün taranması, matematiksel modelin geliştirilmesi, test problemlerinin türetilmesi ve çözülmesi, elde edilen sonuçların analiz edilmesi ve makalenin yazılması; Tuğba SARAÇ, fikrin oluşturulması, literatürün taranması, matematiksel modelin geliştirilmesi, test problemlerinin türetilmesi ve çözülmesi, elde edilen sonuçların analiz edilmesi ve makalenin yazılması konularında katkı sağlamışlardır.

Çıkar Çatışması

Yazarlar tarafından herhangi bir çıkar çatışması beyan edilmemiştir.

Kaynaklar

- Akpınar, S., Bayhan, G. M. ve Baykasoglu, A. (2013). Hybridizing ant colony optimization via genetic algorithm for mixed-model assembly line balancing problem with sequence dependent setup times between tasks. *Applied Soft Computing*, 13(1), 574-589. Doi : <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2012.07.024>
- Akpınar, Ş. ve Baykasoglu, A. (2014a). Modeling and solving mixed-model assembly line balancing problem with setups. Part I: A mixed integer linear programming model. *Journal of manufacturing systems*, 33(1), 177-187. Doi : <https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2013.11.004>
- Akpınar, Ş. ve Baykasoglu, A. (2014b). Modeling and solving mixed-model assembly line balancing problem with setups. Part II: A multiple colony hybrid bees algorithm. *Journal of Manufacturing Systems*, 33(4), 445-461. Doi : <https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2014.04.001>
- Akpınar, S. Elmi, A., ve Bektaş, T. (2017). Combinatorial Benders cuts for assembly line balancing problems with setups. *European Journal of Operational Research*, 259(2), 527-537. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.11.001>

- Andrés, C., Miralles, C. ve Pastor, R. (2008). Balancing and scheduling tasks in assembly lines with sequence-dependent setup times. *European Journal of Operational Research*, 187(3), 1212-1223. Doi: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.07.044>
- Aslan, Ş. (2023). Mathematical model and a variable neighborhood search algorithm for mixed-model robotic two-sided assembly line balancing problems with sequence-dependent setup times. *Optimization and Engineering*, 24(2), 989-1016. Doi : <https://doi.org/10.1007/s11081-022-09718-3>
- Babazadeh, H. ve Javadian, N. (2019). A novel meta-heuristic approach to solve fuzzy multi-objective straight and U-shaped assembly line balancing problems. *Soft Computing*, 23(17), 8217-8245. Doi : <https://doi.org/10.1007/s00500-018-3457-6>
- Battaia, O. ve Dolgui, A. (2022). Hybridizations in line balancing problems: A comprehensive review on new trends and formulations. *International Journal of Production Economics*, 250, 108673. Doi : <https://doi.org/10.1016/j.iipe.2022.108673>
- Becker, C. ve Scholl, A. (2006). A survey on problems and methods in generalized assembly line balancing. *European journal of operational research*, 168(3), 694-715. Doi : <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2004.07.023>
- Boysen, N., Schulze, P. ve Scholl, A. (2022). Assembly line balancing: What happened in the last fifteen years?. *European Journal of Operational Research*, 301(3), 797-814. Doi : <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.11.043>
- Chang, C. T. (2007). Multi-choice goal programming. *Omega*, 35(4), 389-396. Doi : <https://doi.org/10.1016/j.omega.2005.07.009>
- Didden, J. B., Lefeber, E., Adan, I. J. ve Panhuijzen, I. W. F. (2023). Genetic algorithm and decision support for assembly line balancing in the automotive industry. *International Journal of Production Research*, 61(10), 3377-3395. Doi : <https://doi.org/10.1080/00207543.2022.2081630>
- Diri, Z., Mete, S., Çil, Z. A. ve Ağpak, K. (2015). Stokastik Sıra-Bağımlı Hazırlık Zamanlı Montaj Hattı Dengeleme Problemi. *Pamukkale University Journal of Engineering Sciences*, 21(4). Doi : <https://doi.org/10.5505/pajes.2015.93723>
- Güner, F., Görür, A. K., Satır, B., Kandiller, L. ve Drake, J. H. (2024). A constraint programming approach to a real-world workforce scheduling problem for multi-manned assembly lines with sequence-dependent setup times. *International Journal of Production Research*, 62(9), 3212-3229. Doi : <https://doi.org/10.1080/00207543.2023.2226772>
- Hamta, N., Ghomi, S. F., Jolai, F. ve Shirazi, M. A. (2013). A hybrid PSO algorithm for a multi-objective assembly line balancing problem with flexible operation times, sequence-dependent setup times and learning effect. *International*

- Journal of Production Economics*, 141(1), 99-111. Doi : <https://doi.org/10.1016/j.jipe.2012.03.013>
- Huang, Y., Sheng, B., Fu, G., Luo, R. ve Lu, Y. (2024). Multi-objective simulated annealing algorithm for robotic mixed-model two-sided assembly line balancing with setup times and multiple constraints. *Applied Soft Computing*, 156, 111507. Doi : <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2024.111507>
- Janardhanan, M. N., Li, Z., Bocewicz, G., Banaszak, Z. ve Nielsen, P. (2019). Metaheuristic algorithms for balancing robotic assembly lines with sequence-dependent robot setup times. *Applied Mathematical Modelling*, 65, 256-270. Doi : <https://doi.org/10.1016/j.apm.2018.08.016>
- Khorram, M., Eghtesadifard, M. ve Niroomand, S. (2022). Hybrid meta-heuristic algorithms for U-shaped assembly line balancing problem with equipment and worker allocations. *Soft Computing*, 26(5), 2241-2258. Doi : <https://doi.org/10.1007/s00500-021-06472-z>
- Kılınççı, Ö. (2023). Kaynak ve sıra bağımlı hazırlık süreli montaj hattı dengeleme problemi (KMHDP). *Gazi Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 38(1), 557-570. Doi : <https://doi.org/10.17341/gazimmfd.757276>
- Lahrichi, Y., Damand, D., Deroussi, L., Grangeon, N. ve Norre, S. (2023). Investigating two variants of the sequence-dependent robotic assembly line balancing problem by means of a split-based approach. *International Journal of Production Research*, 61(7), 2322-2338. Doi : <https://doi.org/10.1080/00207543.2022.2062266>
- Lee, A. H., Kang, H. Y. ve Chen, C. L. (2021). Multi-objective assembly line balancing problem with setup times using fuzzy goal programming and genetic algorithm. *Symmetry*, 13(2), 333. Doi : <https://doi.org/10.3390/sym13020333>
- Li, Z., Janardhanan, M. N., Tang, Q. ve Ponnambalam, S. G. (2019). Model and metaheuristics for robotic two-sided assembly line balancing problems with setup times. *Swarm and Evolutionary Computation*, 50, 100567. Doi : <https://doi.org/10.1016/j.swevo.2019.100567>
- Li, Z., Janardhanan, M. N. ve Ponnambalam, S. G. (2021). Cost-oriented robotic assembly line balancing problem with setup times: multi-objective algorithms. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 32, 989-1007. Doi : <https://doi.org/10.1007/s10845-020-01598-7>
- Li, Z., Sikora, C. G. S. ve Kucukkoc, I. (2024). Chance-constrained stochastic assembly line balancing with branch, bound and remember algorithm. *Annals of Operations Research*, 335(1), 491-516. Doi : <https://doi.org/10.1007/s10479-023-05809-1>
- Martino, L. ve Pastor, R. (2010). Heuristic procedures for solving the general assembly line balancing problem with setups. *International Journal of*

Production Research, 48(6), 1787-1804. Doi : <https://doi.org/10.1080/00207540802577979>

Özcan, U. ve Toklu, B. (2010). Balancing two-sided assembly lines with sequence-dependent setup times. *International Journal of Production Research*, 48(18), 5363-5383. Doi : <https://doi.org/10.1080/00207540903140750>

Özcan, U. (2019). Balancing and scheduling tasks in parallel assembly lines with sequence-dependent setup times. *International Journal of Production Economics*, 213, 81-96. Doi : <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2019.02.023>

Rabbani, M., Mousavi, Z. ve Farrokhi-Asl, H. (2016a). Multi-objective metaheuristics for solving a type II robotic mixed-model assembly line balancing problem. *Journal of Industrial and Production Engineering*, 33(7), 472-484. Doi : <https://doi.org/10.1080/21681015.2015.1126656>

Rabbani, M., Siadatian, R., Farrokhi-Asl, H. ve Manavizadeh, N. (2016b). Multi-objective optimization algorithms for mixed model assembly line balancing problem with parallel workstations. *Cogent Engineering*, 3(1), 1158903. Doi : <https://doi.org/10.1080/23311916.2016.1158903>

Rabbani, M., Alipour, F., Farrokhi-Asl, H. ve Manavizadeh, N. (2018). Using metaheuristic algorithms for solving a mixed model assembly line balancing problem considering express parallel line and learning effect. *Brazilian Journal of Operations & Production Management*, 15(2), 254-269. Doi : <https://doi.org/10.14488/BJOPM.2018.v15.n2.a8>

Samouei, P. ve Sobhishoja, M. (2023). Robust counterpart mathematical models for balancing, sequencing, and assignment of robotic U-shaped assembly lines with considering failures and setup times. *OPSEARCH*, 60(1), 87-124. Doi : <https://doi.org/10.1007/s12597-022-00609-w>

Seyed-Alagheband, S. A., Ghomi, S. F. ve Zandieh, M. (2011). A simulated annealing algorithm for balancing the assembly line type II problem with sequence-dependent setup times between tasks. *International Journal of Production Research*, 49(3), 805-825. Doi : <https://doi.org/10.1080/00207540903471486>

Scholl, A., Boysen, N. ve Flidner, M. (2013). The assembly line balancing and scheduling problem with sequence-dependent setup times: problem extension, model formulation and efficient heuristics. *OR spectrum*, 35, 291-320. Doi : <https://doi.org/10.1007/s00291-011-0265-0>

Sivasankaran, P. ve Shahabudeen, P. (2014). Literature review of assembly line balancing problems. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 73, 1665-1694. Doi : <https://doi.org/10.1007/s00170-014-5944-y>

- Ustun, O. (2012). Multi-choice goal programming formulation based on the conic scalarizing function. *Applied Mathematical Modelling*, 36(3), 974-988. Doi : <https://doi.org/10.1016/j.apm.2011.07.065>
- Yang, W. ve Cheng, W. (2020a). A Mathematical Model and a Simulated Annealing Algorithm for Balancing Multi-manned Assembly Line Problem with Sequence-Dependent Setup Time. *Mathematical problems in Engineering*, 2020(1), 8510253. Doi : <https://doi.org/10.1155/2020/8510253>
- Yang, W. ve Cheng, W. (2020b). Modelling and solving mixed-model two-sided assembly line balancing problem with sequence-dependent setup time. *International Journal of Production Research*, 58(21), 6638-6659. Doi : <https://doi.org/10.1080/00207543.2019.1683255>
- Yilmaz, H. (2021). Modeling and solving assembly line worker assignment and balancing problem with sequence-dependent setup times. *Soft Computing*, 25(20), 12899-12914. Doi : <https://doi.org/10.1007/s00500-021-06107-3>
- Yolmeh, A. ve Kianfar, F. (2012). An efficient hybrid genetic algorithm to solve assembly line balancing problem with sequence-dependent setup times. *Computers & industrial engineering*, 62(4), 936-945. Doi : <https://doi.org/10.1016/j.cie.2011.12.017>
- Yoosefelahi, A., Aminnayeri, M., Mosadegh, H. ve Ardakani, H. D. (2012). Type II robotic assembly line balancing problem: An evolution strategies algorithm for a multi-objective model. *Journal of Manufacturing Systems*, 31(2), 139-151. Doi : <https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2011.10.002>