



## Projective control of direct current motors under disturbance torques

Reşat Özgür Doruk\*<sup>ORCID</sup>, İsmail Zuglam<sup>ORCID</sup>

Department of Electrical and Electronic Engineering, Atılım University, Ankara, 06836, Turkey

### Highlights:

- Direct Current Motor Control
- Projective Control
- Disturbance Torque Analysis

### Keywords:

- Direct Current Motors,
- Projective linear quadratic control
- Speed and position control,
- Input-to-state stability,
- Disturbance torque

### Article Info:

Received: 03.02.2017

Accepted:01.07.2017

### DOI:

10.17341/gazimmfd.416409

### Acknowledgement:

Author 2 is funded by government of Libya by granting a scholar ship.

### Correspondence:

Author: R. Özgür DORUK

e-mail:

resat.doruk@atilim.edu.tr

phone: 0 312 586 8733

### Graphical/Tabular Abstract

In this study, we will present the design of a linear DC motor controller by projective linear quadratic servo feedback (P-LQSF) and analyze its stability through the notion of input to state stability theory. The projective control approach allows one to design an output feedback controller which approximates the eigenspectrum of a full state feedback closed loop. The performance and stability of the controllers will be analyzed both theoretically and through simulation. Apart from basic linear stability, the theoretical analysis will involve the stability of the closed loop against the disturbance torques by reflecting the closed loop as a system with the disturbance torque appearing as an input. Knowing this fact, the input-to-state stability concept is utilized as a disturbance to state stability approach and the designs are analyzed accordingly. The overall products are demonstrated by MATLAB based simulations.

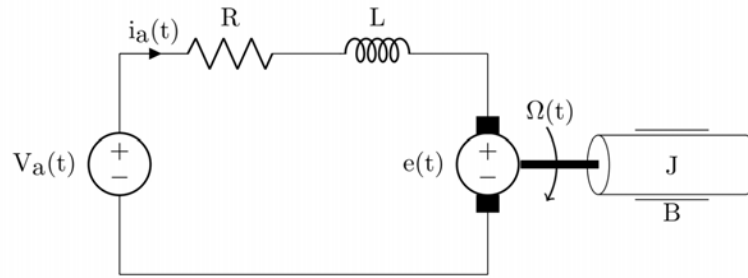


Figure A. Linear approximate optimal control of a direct current motor by projective control theory

**Purpose:** The purpose of this work is to design and simulate a output feedback direct current motor control system designed by projective control method.

### Theory and Methods:

Projective control method provides output feedback capability by approximating a full state feedback technique. Here Linear Quadratic Theory is utilized to obtain a reference full state feedback controller. Projective control allows partial retaining of the eigenvalues depending on the number of eigenvalues.

### Results:

Simulations are performed without and under the existence of disturbance torques. The controllers successfully attenuated the disturbance torques. There is a rise, in the torque requirement under the disturbance torque but this is an expected consequence.

### Conclusion:

The designed position and speed controllers are working quite satisfactorily. Both of them converged to the desired positions and speeds in a reasonable amount of time. In addition increasing the controller gains helped the attenuation of the effects of the disturbance torques.



## Bozucu torklar altında izdüşümsel doğru akım motoru kontrolü

Reşat Özgür Doruk\*<sup>ID</sup>, İsmail Zuglam<sup>ID</sup>

Atılım Üniversitesi, Elektrik Ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, Kızılcaşar Mahallesi, İncek, Gölbaşı, Ankara, Türkiye

### Ö N E Ç I K A N L A R

- Çıktı geri beslemeli izdüşümsel kontrol yöntemi
- Doğru akım motorlarında konum ve hız denetimi
- Gürbüzlük analizinde girdiden hale kararlılık kuramının uygulanması

#### Makale Bilgileri

Geliş: 03.02.2017

Kabul: 01.07.2017

#### DOI:

10.17341/gazimmfd.416409

#### Anahtar Kelimeler:

Doğru akım motoru,  
doğrusalkareselizdüşümsel  
denetim,  
hızvekonumdenetimi,  
girdiden-hale-kararlılık,  
bozucutork

#### ÖZET

Bu çalışmada, izdüşümsel doğrusal kareselservo geri beslemesi (P-LQSF) yöntemiyle tasarlanmış bir doğru akım (DC) motoru denetim yaklaşımı sunulmaktadır. Tasarlanan denetleyicinin kararlılığı girdiden-hale-kararlılık yaklaşımından yola çıkarak incelenmektedir. İzdüşümsel kontrol yöntemi, tam durum değişkeni geri beslemeli bir denetleyicinin özdeğer spektrumunu çıktı geri beslemesi kullanarak yaklaşık olarak elde etmeyi amaçlar. Tasarlanan denetleyicilerin kararlılık analizi hem teorik hem de sayısal benzetim yoluyla incelenecektir. Temel doğrusal kararlılığın yanı sıra, bozucu etkilerin kapalı döngüyü bir dış girdi olarak etkilemesinden yola çıkarak girdiden-çıkıtıya-kararlılık kavramından yararlanılması olanaklı olabilmektedir. Sonuç olarak bir bozucu etkiden-hale-kararlılık yaklaşımı ortaya çıkmaktadır. Tasarımlar, elde edilen bu yaklaşımla incelenecektir. Performanslar ise sayısal benzetimler yoluyla görülecektir.

## Projective control of direct current motors under disturbance torques

### H I G H L I G H T S

- Output feedback projective control method
- Position and Speed control in direct current motors
- The utilization of input to state stability in robustness analysis

#### Article Info

Received: 03.02.2017

Accepted: 01.07.2017

#### DOI:

10.17341/gazimmfd.416409

#### Keywords:

Direct Current Motors,  
projective linear quadratic  
control,  
speed and position control,  
input-to-state stability,  
disturbance torque

#### ABSTRACT

In this study, we will present the design of a linear DC motor controller by projective linear quadratic servo feedback (P-LQSF) and analyze its stability through the notion of input to state stability theory. The projective control approach allows one to design an output feedback controller which approximates the eigenspectrum of a full state feedback closed loop. The performance and stability of the controllers will be analyzed both theoretically and through simulation. Apart from basic linear stability, the theoretical analysis will involve the stability of the closed loop against the disturbance torques by reflecting the closed loop as a system with the disturbance torque appearing as an input. Knowing this fact, the input-to-state stability concept is utilized as a disturbance to state stability approach and the designs are analyzed accordingly. The overall products are demonstrated by MATLAB based simulations.

\*Sorumlu Yazar/Corresponding Author: resat.doruk@atilim.edu.tr / Tel: +90 312 586 8733

## 1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Doğru akım motorları, mekanik sistemlerde en çok karşılaşılan tork üreteçleridir. Değişik türleri olmakla birlikte genel olarak çalışma prensipleri aynıdır. Yararlı bir uygulama elde edebilmek için konum ve hız denetimine ihtiyaç vardır. Bu amaçla literatürde çok sayıda konuya ilişkin araştırma ve eğitim çalışmasına rastlamak mümkündür [1]. Kontrol yöntemlerine ilişkin olarak yapılacak bir incelemede karşımıza en çok çıkan yaklaşım oransal+tümlev+türev (proportional+integral+derivative) olarak da bilinen PID tipi denetleyicilerdir [2]. Bu konuda yapılmış çok sayıda çalışma vardır ve bunlara örnek olarak [3, 4] gösterilebilir. PID denetleyicilerin daha ileri tekniklerle uygulandığı çalışmalarda mevcuttur. Bunlar arasında en iyileme (optimizasyon) ile desteklenmiş [5], bulanık mantık ile entegre edilmiş [6], Zieger-Nichols yöntemleri ile tasarlanmış [7], sinirsel ağlarla entegre edilmiş [8] örnekler verilebilir. Bu denetleyiciler sürekli zamanda olduğu gibi ayrık zamanda da geliştirilebilmektedir [9]. Tasarımlarda zaman zaman gözlemleyici kullanımı zorunlu olabilmektedir. Bu amaçla Kalman süzgeci tabanlı yöntemler [10, 11] gerekli olabilmektedir. Bu durum daha ziyade durum geri beslemeli olan örneklerde mevcuttur [12]. Bunların yanı sıra kayan kipli (sliding-mode) tabanlı yöntemlerde mevcuttur [13]. Denetleyici kazançlarının hesaplanması sırasında kararlılık kriterinin yanı sıra en iyileme yöntemine başvurulduğuna da literatürde rastlanmaktadır [14].

Genel olarak tüm denetim yöntemlerinin durum değişkenlerinin tamamı ya da bir kısmından bir tür geri besleme yapılmasını gerektirmektedir. Bu hız, konum ya da armatür akımı olabilir. Uygulamanın türüne göre bu değişkenlerin ölçümü masraflı ya da uygulama açısından fizibilitesi olmayabilir. Böyle durumlarda çözüm olarak önerilen algılayıcı (sensör) kullanılmadan motor denetimi yapılan çalışmalar mevcuttur [15, 16]. Bu çalışmalarda konum yada hız algılayıcısı olmadan istenilen amaca ulaşmak hedeflenmiştir. Bu tür uygulamalar [17] genel olarak Kalman süzgeçleri veya bunların daha gelişmiş olan türleri olan [18, 19] gibi bir gözlemleyici sistemine ihtiyaç duyarlar. Bunun dışında çıktı geri beslemesi olarak bilinen ancak sistematik yöntemler açısından görece yetersiz kalan yöntemler söz konusudur. Aslında PID denetleyici de bir tür çıktı geri besleme yaklaşımıdır. [20, 21] çalışmalarında tam durum geri beslemesi ile yapılan bir denetleyicinin karakteristiklerinin kısmen çıktı geri beslemesiyle elde edilebilmesini sağlayan metotlardan söz edilmektedir. Bu yaklaşımlar, tam durum geri besleme kapalı döngü özdeğer spektrumunun çıktı olarak kabul edilen durum değişkenlerinin oluşturduğu uzaya dik izdüşümü alınması suretiyle geliştirilmektedir. Bu metotlardan daha önce havacılık ve uzay uygulamalarında [22, 23], süreç denetimi çalışmalarında [24, 25] ve PI denetleyici ayarlaması amacıyla [26] yararlanılmıştır. Bu çalışmada, [27] araştırmasında geliştirilen yaklaşımın doğru akım motor denetimine uyarlaması gösterilecektir. Söz konusu

araştırmada, armatür akımının ölçülemediği var sayılmakta ve konum-hız değişkenlerinden yapılan geri besleme yoluyla denetim gerçekleştirilmektedir. Elektrik motorları çalıştırıldıkları ortama bağlı olarak zaman zaman bozucu etkilere maruz kalırlar. Bu olgu bozucu torklar olarak ortaya çıkar (disturbance torques). Bu etkiler matematiksel modellerde bir girdi olarak gösterilebilirler. Bu girdilerin kapalı döngü kararlılığı ne şekilde etkilediğini incelenmesi gerekir. Bu çalışmanın son bölümü bu konuya ayrılmıştır. Bozucu etkilerin kapalı döngüye bir girdi olarak modellenmesi sayesinde, girdiden-hale-kararlılık kuramından yararlanmak suretiyle [28, 29] kararlılığa etkilerini görmek mümkün olabilecektir. Bu çalışma bozucu etkilerin ayrışması (disturbance decoupling) [30] yada zayıflatılması [31, 32] olarak bilinen araştırmalarında başlangıç noktasıdır. Bu çalışmanın ana katkıları aşağıdaki şekilde özetlenebilir:

- Elektrik motorlarının denetimine izdüşümsel denetim yöntemlerinin uygulanması
- Motor denetleyicilerin bozucu etkiye karşı durabilme yeteneklerini incelemek için geliştirilen bir yaklaşımı içermesi

Sonuçların gösterimi için sayısal benzetimler yapılacaktır. Kullanılan yazılım ortamı MATLAB [33] olacaktır. Çalışmanın sonunda ayrıca söz konusu tasarımların PI denetleyicisine [34] eş değerliliği üzerine bir incelemede mevcuttur.

## 2. DOĞRU AKIM MOTORUNUN MODELİ (DIRECT CURRENT MOTOR MODEL)

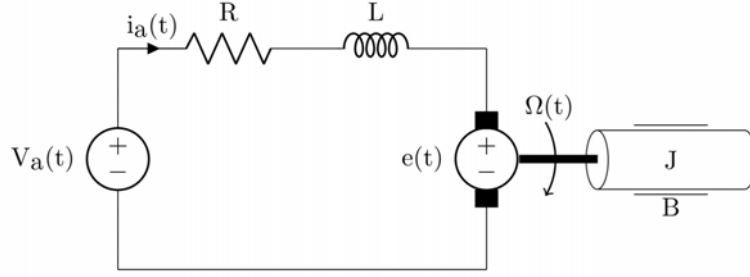
Bir doğru akım motorunun modeli genel olarak mil hızı  $\omega(t)$  ve pozisyonu  $\theta(t)$  (radyan ya da derece olarak) ve armatür akımı  $i_a(t)$  (Amper) değişkenlerinden oluşur. Bazı modellerde alan sargısına ilişkin terimler de bulunur ancak bu çalışmada bunlardan söz edilmemektedir. Söz konusu modeli aşağıdaki Eş. 1, Eş. 2 ve Eş. 3 türevsel denklemlerle tanımlamak mümkündür.

$$\dot{\theta} = \omega \quad (1)$$

$$\dot{\omega} = \alpha\omega + \beta i_a + v\tau_L \quad (2)$$

$$\dot{i}_a = \gamma\omega + \rho i_a + sV_a \quad (3)$$

Yukarıda  $\alpha = -B/J$ ,  $\beta = Ki/J$ ,  $\gamma = -Kb/L$ ,  $\rho = -R/L$ ,  $s = 1/L$  ve  $v = 1/J$  şeklinde olmaktadır. Bu denklemde görülen  $\tau_L$  terimi yük torku olup bu çalışmada bozucu etki torku (disturbance torque) olarak değerlendirilmektedir. Tablo 1'de bir model motor için ilgili parametrelerin nominal (anma) değerleri görülmektedir. Şekil 1'de böyle bir motorun grafiksel gösterimi bulunmaktadır. Burada Eylemsizlik momenti olan nesne (yüksüz durumdayken mil) (J) burada yatak içerisinde gösterilmektedir (B). Bu çalışmada alan uyarımı (field excitation) uygulanmadığından motorun bu alt-sistemi gösterilmemiştir. Şekildeki değişkenler ve parametreler



**Şekil 1.** Eş. 2’de görülmekte olan motor modelinin grafiksel gösterimi  
(Graphical representation of a direct current motor defined by Eq.2).

sırasıyla  $V_a$ : Armatür Voltajı,  $i_a(t)$ : Armatür Akımı,  $e(t)$ : Geri-Elektromotif Kuvvet (Back EMF),  $\omega(t)$ : Motor açısal hızı,  $R$ : Armatür Direnci,  $L$ : Armatür Endüktansı,  $J$ : Eylemsizlik Momenti,  $B$ : Yatak sürtünme katsayısı. Söz konusu parametrelerin değerleri Tablo 1’de bulunmaktadır.

**Tablo 1.** Çalışmada kullanılan doğru akım motoru parametreleri ve tanımları  
(The definitions of parameters of a direct current motor) [33]

Tanım	Simge	Değer
Yük eylemsizlik momenti	J	0,01 kg.m <sup>2</sup>
Yatak sürtünmesi katsayısı	B	0,1 N.m.s/rad
Armatür direnci	R	1 Ohm
Armatür endüktansı	L	0,5 H
Tork sabitesi	$K_i$	0,01 N.m/A
Geri EMK sabitesi	$K_b$	0,01 V.s/rad

Konum ya da hız denetimi için durum uzayı denklemlerine gereksinim duyulmaktadır bu nedenle Eş. 2 denkleminin durum uzayı biçimine Eş. 4 ve Eş. 5’de ki şekilde dönüştürülebilir.

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \\ \dot{i}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \alpha & \beta \\ 0 & \gamma & \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \\ i_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ s \end{bmatrix} V_a + \begin{bmatrix} 0 \\ v \\ 0 \end{bmatrix} \tau_L \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega} \\ \dot{i}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ i_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ s \end{bmatrix} V_a + \begin{bmatrix} v \\ 0 \end{bmatrix} \tau_L \quad (5)$$

Yukarıdaki denklemlerin iki bölümü bulunmaktadır. Bunlar sırası ile Eş. 4 konum modeli ve Eş. 5 hız modeli. Denetlenmesi söz konusu olan değişkene göre (hız ya da konum) bu iki denklemden birisi kullanılmalıdır. Hız kontrolünde en sonunda yine Eş. 4 gibi üçüncü derece bir denklemden yararlanılacaktır bu servo kuramlarından da bilinen yapay tümlev eklenmesinden dolayı ortaya çıkan bir husustur. Bu çalışma da iletim fonksiyonu gibi artık klasikleşmiş yöntemlere atf yapılmayacak tamamen durum uzayında ilerlenecektir.

### 3. DOĞRUSAL KARESEL YÖNTEMLER (LINEAR QUADRATIC METHODS)

#### 3.1. Doğrusal Karesel Tam Hal Geri Besleme (Linear quadratic full state feedback)

Genel bir durum uzayı denklemini aşağıdaki gibi Eş. 6’da gösterilebilir.

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (6)$$

burada  $x \in \mathbb{R}^n$  durum vektörü ve  $u \in \mathbb{R}$  girdi değişkenleridir. Matrisler  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  ve  $B \in \mathbb{R}^n$  şeklinde olur. Doğrusal karesel bir denetim Eş. 6’nın yörüngeleri üzerinde tanımlı aşağıdaki karesel performans endeksini en aza indirmeyi amaçlar.

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T \Pi u) dt \quad (7)$$

Burada tam durum uzayı geri beslemesi olmak kaydıyla aşağıdaki cebirsel Riccati denklemini çözen bir denetim yasası  $u = -Kx$  elde edilir. Burada kontrol kazancı  $K = \Pi^{-1} B^T P$  olarak hesaplanır.

$$A^T P + PA - PB \Pi^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (8)$$

Yukarıdaki tanımlamalarda P Eş. 8’in simetrik ve pozitif kesin tek çözümüdür. Q ve  $\Pi$  de pozitif kesin ve simetrik olmak zorundadırlar. Pozitif kesin olmanın en temel koşulu söz konusu matrislerin özdeğerlerinin sıfırdan büyük değerli olmalarıdır. Söz konusu denetim yasası  $u = -Kx$  Eş. 6 tatbik edildiğinde kapalı döngü dinamik aşağıdaki Eş. 9 gibi elde edilir.

$$\dot{x} = (A - BK)x \quad (9)$$

A, B çifti denetlenebilirlik özelliğine sahip ve P Eş. 8’in simetrik ve pozitif kesin tek çözümü ise yukarıdaki denklemin özdeğerlerinin gerçel bölümleri negatif dolayısıyla kararlı olur. Eğer durum vektörü  $x$ ’in tüm elemanları ölçülemiyorsa o zaman çıktı geri beslemesine başvurulması gerekecektir. Bir sonraki bölümde bu konu işlenecektir.

### 3.2. İzdüşümsel Denetim ve Çıktı Geri Beslemesi (Projective Control and Output Feedback)

Gerçekçi uygulamalarda sıklıkla karşılaşılan bir husus, durum değişkenlerinin tamamının ölçülememesi ya da ölçülmesinin çok masraflı ya da zor olması durumudur. Bu durumlarda ya gözlemleyici ya da çıktı geri beslemesi kullanılmalıdır. Bu çalışmada çıktı geri beslemeli denetim tercih edilmekte olduğundan bir çıktı geri beslemeli denetleyici tasarım yaklaşımı olan izdüşümsel denetim [27] anlatılacaktır. Genel olarak bir çıktı geri beslemesine yönelik olarak Eş. 6 aşağıdaki Eş. 10 ve 11 gibi tekrar yazılabilir.

$$\dot{x}=Ax+Bu \quad (10)$$

$$y=Cx \quad (11)$$

$y \in \mathbb{R}^r$  burada çıktı değişkenlerinden oluşan bir vektördür ve  $C \in \mathbb{R}^{r \times n}$  sistem durum uzayını çıktı uzayına ilişkilendiren bir matristir. Burada geri besleme ya da denetim yasası  $u=-K_0y$  ya da  $u=-K_0Cx$  ortaya çıkar. Burada  $K_0 \in \mathbb{R}^{n \times r}$  çıktı geri besleme kazanç vektörümüzdür. Bu ilişkilerde  $r$  parametresi yapılabilecek geri beslemenin büyüklüğünü ya da ölçülebilen durum değişkeni sayısını temsil eder. Bu şekilde uygulanan denetim yasası aşağıdaki Eş. 12'de olduğu gibi bir kapalı döngü dinamiği oluşturur.

$$\dot{x}=(A-BK_0C)x \quad (12)$$

Kararlı bir çalışma için Eş. 12'in kapalı döngü özdeğerlerinin gerçel bölümlerinin negatif olması gerekir. Bu elbetteki her zaman söz konusu olmayabilir böyle durumlarda dinamik çıktı geri beslemesi kullanımı önerilmektedir [22]. Bu elbetteki gözlemleyici tabanlı bir yaklaşım olmaktadır. İzdüşümsel denetim yöntemi söz konusu olduğunda tam durum geribeslemeli kapalı döngünün Eş. 9 özdeğerlerinden istenilen  $r$  tanesi korunabilmektedir.

Bir başka deyişle Eş. 12'in özdeğerlerinden  $r$  tanesi Eş. 9'in özdeğerlerinden seçilmelidir. Geri kalan  $n-r$  sayıdaki özdeğer üzerinde çıktı geri beslemesinin bir kontrolü söz konusu olamamaktadır. Bu nedenle  $r$  tane korunması hedeflenen özdeğerin dikkatli bir şekilde seçimi önemlidir. İzdüşümsel denetim yönteminin ana gövdesini oluşturan dik izdüşüm ilişkisi özvektör spektrumundan türetilmektedir. Şöyle ki, Eş. 9 için özvektör spektrumu ilişkisi aşağıdaki Eş. 13'de olduğu gibi yazılabilir.

$$(A-BK)V=VA \quad (13)$$

burada  $V \in \mathbb{C}^{n \times n}$  özvektörlerin sütun vektörleri halinde sıralandığı matris,  $\Lambda \in \mathbb{C}^{n \times n}$  ise  $(A-BK)$ 'nin özdeğerlerinin köşegenel olarak yazılmasından oluşan kare matristir. Söz konusu korunmuş  $r$  özdeğer için aynı özvektörlerin oluşması gerekir bu nedenle çıktı geri beslemesinde aşağıdaki Eş. 14 ilişkisinden de bahsedilebilir [22, 27].

$$(A-BK_0C)V_r=V_r\Lambda_r \quad (14)$$

yukarıda  $V_r \in \mathbb{C}^{n \times r}$ ,  $(A-BK_0C)$ 'nin üyesi olan ve korunmuş  $r$  adet özdeğere  $(\Lambda_r)$  karşılık gelen özvektörler olup bunlar hem  $(A-BK_0C)$  hem de  $(A-BK)$ 'den elde edilebilirler. Bu noktada unutulmaması gereken bir husus  $\Lambda_r \in \mathbb{C}^{r \times r}$ 'dir. Bu değişken korunmuş  $r$  tane özdeğerin köşegenel matris formudur.  $V_r \in \mathbb{C}^n$  olması gerçeği Eş. 15'de ki ilişkiyi sıkıntısız bir şekilde yazmamıza olanak verir.

$$(A-BK)V_r=V_r\Lambda_r=(A-BK_0C)V_r \quad (15)$$

Açık olarak görülmektedir ki yukarıdaki ilişkiden matris evrilmesi yoluyla Eş. 16'da ki ilişki yazılabilir.

$$K_0=KV_r(CV_r)^{-1} \quad (16)$$

Yukarıdaki ilişki, dik izdüşüm yoluyla tam durum geri besleme kazancı  $K_f$  ile çıktı geri besleme kazancı  $K_0$  arasındaki ilişkiyi bize vermektedir. Burada tasarımcıya bırakılmış olan bir parametre  $\Lambda_r$ 'nin elemanlarının ne olacağıdır. Bu geri beslenen değişkenlerin sayısı, türü ve  $\Lambda$  yani tam durum geri besleme denetimindeki kapalı döngü özdeğerlerinin niteliğidir. Mesela 3. derece bir sistemde 2 adet karmaşık bir de reel özdeğerimiz var ve tek bir çıktımız var ise ( $r=1$ )  $\Lambda_r$  sadece reel olan özdeğeri içerebilir. Eğer iki çıktımız ( $r=2$ ) var ise bu takdirde bu durumda sadece karmaşık olan özdeğerler seçilebilir çünkü özdeğerler eşlenik çiftler halinde bulunmak durumundadırlar.

## 4. DOĞRU AKIM MOTORLARININ İZDÜŞÜMSSEL DENETİMİ (PROJECTIVE CONTROL OF DC MOTORS)

### 4.1. Hız Denetimi (Speed Control)

Şunu çok iyi biliyoruz ki Eş. 5 denkleminde tümleyici bir faktör bulunmamaktadır. Bu nedenle kararlı durum hatasını sıfırlamak için bir yapay tümlev ilave edilmesi gerekir. Bu ileri yola (forward path) ilave edilmelidir. Bu yapıldığında hız tarama hatasının tümlenmesi söz konusu olacaktır. Başka bir deyişle Eş. 17 yazılabilir.

$$\dot{\varepsilon}=\omega-\omega_r \quad (17)$$

Burada  $\varepsilon$  tarama hatasının tümlenmiş hali,  $\omega_r$  motor hızı  $\omega$ 'nın tutulmak istendiği referans değeridir. Bu değer çoğunlukla sabit olarak kabul edilmektedir. Yukarıdaki denklem Eş. 5'e eklenildiğinde aşağıdaki yeni durum uzayı denkleminiz ortaya çıkar ve daha önce bahsedildiği gibi 3. derece bir sistem söz konusu olmaktadır. Sonuç olarak elde edilen denklem Eş. 18'deki gibi olur.

$$\begin{bmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \dot{\omega} \\ \dot{i}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \alpha & \beta \\ 0 & \gamma & \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \omega \\ i_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ s \end{bmatrix} V_a + \begin{bmatrix} 0 \\ v \\ 0 \end{bmatrix} \tau_L + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \omega_r \quad (18)$$

[2]'de ki servo tasarım mantığından yola çıkacak olursak  $\omega_r$  değişkeni yavaş değişiyor ya da sabit ise o zaman aşağıdaki hata dinamiği denklemi Eş. 19  $\omega_r$ 'ye bağımlı olmaz. Bu hata dinamiği durum değişkenleri olan  $\varepsilon(t)$ ,  $\omega(t)$  ve  $i_a(t)$ 'nin

kararlı halleri  $\varepsilon(\infty)$ ,  $\omega(\infty)$ ,  $i_a(\infty)$  ile aralarındaki farkın değişimini modeller.

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_\varepsilon \\ \dot{e}_\omega \\ \dot{i}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \alpha & \beta \\ 0 & \gamma & \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\varepsilon \\ e_\omega \\ e_{i_a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ s \end{bmatrix} V_a \quad (19)$$

yukarıdaki denklemlerde  $e_\varepsilon = \varepsilon(t) - \varepsilon(\infty)$ ,  $e_\omega = \omega(t) - \omega(\infty)$  ve  $e_{i_a} = i_a(t) - i_a(\infty)$  olmaktadır. Söz konusu yapılandırma altında denetim yasası da Eş. 20'deki şeklini alır.

$$V_a = -K^f X = - \begin{bmatrix} k_\varepsilon^f & k_\omega^f & k_{i_a}^f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\varepsilon \\ e_\omega \\ e_{i_a} \end{bmatrix} \quad (20)$$

İzdüşümsel çıktı geri beslemeli denetim için ise Eş. 21'deki denklem yazılır.

$$V_a = -K^o C X = - \begin{bmatrix} k_\varepsilon^o & k_\omega^o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\varepsilon \\ e_\omega \end{bmatrix} \quad (21)$$

Eş. 20 ve Eş. 21 denklemlerinde,  $e = [e_\varepsilon \ e_\omega \ e_{i_a}]^T$  olmaktadır. Buna göre Eş. 21 C matrisi, Eş. 22'deki gibi olur.

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

şeklinde yazılabilir. Bu demektir ki geri beslememiz sadece  $e_\varepsilon$  and  $e_\omega$  yani motor hızı  $\omega$ 'ya bağlı değişkenlerden alınmaktadır. Bu noktada gözden kaçırılmaması gereken bir detay henüz  $\tau_L$  gürültü torku dikkate alınmamaktadır (bir başka değişle  $\tau_L = 0$ ). Burada kapalı döngü dinamiği Eş. 21 uygulandığında Eş. 23'de olduğu gibi elde edilecektir.

$$\dot{e} = (A - BK^f)e \quad (23)$$

$$A - BK^f = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \alpha & \beta \\ -sk_\varepsilon^f & \gamma - sk_\omega^f & \rho - sk_{i_a}^f \end{bmatrix} \quad (24)$$

Şu aşamada Eş. 16 denklemini tatbik ederek izdüşümsel denetleyicinin tasarımı yapılabilir. Eş. 22 denkleminde anlaşılacağı üzere sadece 2 sinyalden geri besleme yapılmakta bu nedenle Eş. 24'den sadece iki özdeğer korunabilecektir. Burada Eş. 24 3. derece yani tek sayı olduğundan eğer karmaşık sayı özdeğerimiz varsa, sadece bunların seçimi mümkün olabilecektir. Eğer tüm özdeğerler gerçel ise öncelikli olarak baskın olanlar eğer olumlu sonuç vermedilerse daha uzakta bulunan ikisi seçilmelidir. Burada dikkat edilecek nokta Eş. 24'nin kararlı olduğundan öncelikle emin olunmasıdır. Eş. 16'nin uygulanmasından sonra Eş. 25'deki kapalı döngü denklemin özdeğerleri kontrol edilmelidir.

$$\dot{e} = (A - BK^o C)e \quad (25)$$

$$A - BK^o C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \alpha & \beta \\ -sk_\varepsilon^f & \gamma - sk_\omega^f & \rho \end{bmatrix} \quad (26)$$

Eğer beklendiği gibi kararlı bir sonucumuz var ise hız denetimi için izdüşümsel çıktı denetleyicisi tasarımı tamamlanmış demektir.

#### 4.2 Konum Denetimi (Position Control)

Eş. 27'de görüldüğü üzere Eş. 4'deki konum dinamiği modeli doğal bir tümleme sahiptir. Bu nedenle harici bir tümlevin ilavesine gerek yoktur.

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \\ \dot{i}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \alpha & \beta \\ 0 & \gamma & \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \\ i_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ s \end{bmatrix} V_a + \begin{bmatrix} 0 \\ v \\ 0 \end{bmatrix} \tau_L + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \theta_r \quad (27)$$

Yukarıdaki denklemlerde  $\theta_r$  istenen konum değeri olup birimi radyan'dır. Diğer değişkenler Eş. 16 ile aynıdır. Burada dikkat çeken bir nokta ise Eş. 27 and Eş. 17 matris kısımları aynı sadece durum değişkenleri farklıdır.  $\varepsilon$  değişkeni  $\theta$  ile yer değiştirmiştir. Bir de referans değer  $\omega_r$ ,  $\theta_r$  ile yer değiştirmiştir. Bu uygulamanın gereğidir. Ancak matrisler aynı olduğundan Bölüm 4.1'de anlatılan uygulama burada da aynen kullanılabilir. Zira denetlenen değişkende durum denkleminde aynı sıradadır. Yalnız karmaşaya neden olmamak için konum denetimi için hata dinamiği denklemini yazmak elbette ki yararlı olacaktır. Bu durum Eş. 28'de görülebilmektedir.

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_\theta \\ \dot{e}_\omega \\ \dot{e}_{i_a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \alpha & \beta \\ 0 & \gamma & \rho \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\theta \\ e_\omega \\ e_{i_a} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ s \end{bmatrix} V_a \quad (28)$$

Uygulanacak olan denetimde burada, tam durum geri besleme için ise Eş. 29'a başvurmak gerekli olur.

$$V_a = -K^f e = - \begin{bmatrix} k_\theta^f & k_\omega^f & k_{i_a}^f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\theta \\ e_\omega \\ e_{i_a} \end{bmatrix} \quad (29)$$

ve çıktı geri beslemesi için Eş. 30 kullanılmalıdır.

$$V_a = -K^o C e = - \begin{bmatrix} k_\theta^o & k_\omega^o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\theta \\ e_\omega \end{bmatrix} \quad (30)$$

Yukarıdaki denklemlerden anlaşılacağı üzere, konum denetiminde çıktı değişkenlerimiz, konum ve hız tarama hataları  $e_\omega$  ve  $e_\theta$  olmaktadır. Bu nedenle C matrisi Eş. 22 ile aynı olmalıdır. Son olarak kapalı döngü dinamikleri: Tam durum geri besleme içi naşağıdaki Eş. 31 ilişkisindeki gibi olur.

$$\dot{e} = (A - BK^f)e \quad (31)$$

$$A - BK^f = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \alpha & \beta \\ -sk_\theta^f & \gamma - sk_\omega^f & \rho - sk_{i_a}^f \end{bmatrix} \quad (32)$$

Çıktı geri beslemesi için Eş. 33 ve Eş. 34 şeklinde olur.

$$\dot{e}=(A-BK^{\circ}C)e \quad (33)$$

$$A-BK^{\circ}C=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & \alpha & \beta \\ -sk_0^f & \gamma-sk_{\omega}^f & \rho \end{bmatrix} \quad (34)$$

Hız denetiminde yaptığımız gibi Eş. 34'ün kararlı olması çok önemlidir.

## 5. GİRDİDEN-HALE-KARARLILIK (INPUT-TO-STATE STABILITY)

### 5.1. Teorik Bilgi(Theoretical Information)

Girdiden hale kararlılık (GHK) kavramı Lyapunov teorisinin bir uzantısıdır. Hali hazırda kararlı olan bir sistemin bir dış girdi karşısında kararlı olup olmayacağını analiz etmeye yarayan bir yaklaşım olarak [29] tarafından derlenmiştir. Bu çalışmada bu yaklaşımı tasarlanan motor denetleyicilerine uygulayarak bozucu etkiler karşısında nasıl davrandıklarını inceleyeceğiz. İlk aşamada bazı tanımlar vermekte yarar görülmektedir. Bunlar:

Tanım 1 K sınıfı fonksiyonlar: Bunlar  $\eta:R_+ \rightarrow R_+$ 'ne mensup aşağıdaki özellikleri sağlayan fonksiyonlardır:

- $\eta(0)=0$
- $\eta(\cdot)$  süreklidir.
- $\eta(\cdot)$  is kesin olarak artan özelliktedir.

Tanım 2  $K_{\infty}$  sınıfı fonksiyonlar:  $\xi(p)$  şu özellikler sağlanıyorsa bir  $K_{\infty}$  sınıfı fonksiyon olur:

- $\xi(\cdot)$  bir K sınıfı fonksiyondur.
- $p \rightarrow \infty$  olduğunda  $\xi(p) \rightarrow \infty$  söz konusudur.

Tanım 3 Saklama fonksiyonları:  $W(x):R^n \rightarrow R_+$ 'nin ( $x \in R^n$  olmak kaydıyla) bir Lyapunov saklama fonksiyonu olması için aşağıdaki özellikleri sağlaması gereklidir:

- W is sürekli türevi alınabilir olmalı
- W is radyal sınırsız olmalı. Bir başka deyişle  $x \rightarrow \infty$  olurken  $W(x) \rightarrow \infty$  olmalı
- W pozitif kesin olmalı diğer deyişle  $W(0)=0$  ve  $W(x)>0$  kuralı  $x \neq 0$  değilken sağlanmalıdır.

Kuram 1 (Otonom bir sistemin kararlılığı)Aşağıdaki Eş. 35'de ki gibi bir genel otonom sistem tanımımız olsun.

$$\dot{x}=f(x) \quad (35)$$

ve  $f(0)=0$  olduğunu varsayalım. Denge noktası  $x=0$ 'nin Lyapunov açısından kararlı olması için Tanım 3'deki özellikleri sağlayan bir  $W(x)$  olmalı ve ayrıca Eş. 36'da belirtilen kural gerçekleştirilmelidir.

$$\frac{\partial W(x)}{\partial x} f(x) \leq -\eta(|x|) \quad (36)$$

burada  $\eta(|x|)$ ,  $K_{\infty}$  sınıfı fonksiyondur.

yukarıdaki kural elbette ki bir dış girdi olduğunda bozulabilir. Böyle durumlarda girdinin de hesaba katılması gerekir. Bu durumlarda *GHK-Lyapunov* fonksiyonundan söz etmekte yarar vardır:

Tanım 4 (Lyapunov Fonksiyonları)Bir saklama fonksiyonu olan  $W(x)$  eğer Tanım 3'de verilen ve aşağıdaki özellikleri sağlıyorsa bu durumda GHK - Lyapunov fonksiyonu olarak adlandırılır.

$$\frac{\partial W(x)}{\partial x} f(x,u) \leq -\eta(|x|) + \theta(|u|) \quad (37)$$

Eş. 37'de  $\eta(\cdot)$  ve  $\theta(\cdot)$   $K_{\infty}$  sınıfı olmalıdır.

Bu durumda girdiden-hale-kararlılığın tanımını yapabiliriz.

Kuram 2 (Girdiden-Hale-Kararlılık (GHK))Aşağıdaki genel türevsel denklem için Eş. 38'e başvurulmalıdır.

$$\dot{x}=f(x,u) \quad (38)$$

eğer  $W(x)$  Tanım 3 ve 4'de ki özellikleri sağlayan bir fonksiyon bulunabiliyorsa Eş. 38 girdiden-hale-kararlı bir sistem olur.

Aslında yukarıdaki husus harcama fonksiyonu kavramı ile ilişkilendirilebilir. Burada Eş. 37 saklama fonksiyonu  $W(x)$  ve harcama fonksiyonu da  $\sigma(x,u)=\theta(|u|)-\eta(|x|)$  olan bir harcama eşitsizliğidir. Bu yaklaşımlar  $H_{\infty}$  teorisinde de ortaya çıkmaktadır [29].

Söz konusu analiz bozucu etkiler altında çalışan bir kapalı döngü sistem söz konusu olduğunda bir bozucu etkiden hale kararlılık yaklaşımına dönüşür. Bu nedenle temel bir gürbüzlük yaklaşımı olarak düşünülebilir. Mesela aşağıdaki gibi modellenmiş, kontrol girdisi  $u(t)$  ve dış bozucu etki girdisi  $n(t)$  olan bir sistemden bahsedecek olursak Eş. 39'dan bahsetmek gerekir.

$$\dot{x}=f(x,u,n) \quad (39)$$

$u=-k(x)$  şeklinde bir geri besleme bize  $\dot{x}=f(x,-k(x),n)$  şeklinde bir kapalı döngü verir ki burada  $n(t)$  regüler bir sistem girdisi gibi ortaya çıkar. Böyle olduğunda Eş. 37, Eş. 40'da olduğu gibi tekrar yazılabilir.

$$\frac{\partial W(x)}{\partial x} f(x,-k(x),n) \leq -\eta(|x|) + \theta(|n|) \quad (40)$$

burada  $\alpha$  ve  $\theta$  Eş. 37'deki karşılıkları ile aynı özelliklere sahip olmalıdır. Bu koşulu bozucu etkilerden-hale-kararlılık şeklinde adlandırmak mümkündür.

5.2. Doğru Akım Motor Denetiminde Bozucu Etkilerin Analizi (Analysis of Disturbances in DC Motor Control)

Motor denetiminde Bölüm 5.1’de anlatılmış olan teorinin nasıl uygulanacağı bu bölümde gösterilecektir. Bozucu etki girdisi  $\tau_L$ ’dir. İşlemlere başlayabilmek için kapalı döngünün analiz edilmesi gerekir. Ancak matematiksel gelişimin Eş. 40 ile uyumlu olması gereklidir. Öncelikle  $\tau_L$ ’yi içeren kapalı döngü denklemi Eş. 41’de tekrar yazalım.

$$\dot{e}=(A-BK^oC)e+G\tau_L \quad (41)$$

yukarıda  $G=[0 \ -1 \ 0]^T$  olmaktadır. Devam edebilmemiz için bazı ek bilgilere ihtiyaç söz konusudur. Bunların başında karesel biçimler gelmektedir.

Tanım 5 (Karesel Biçimler)Her hangi bir simetrik matris  $P \in R^{n \times n}$  için,  $x^T P x$  şeklinde yazılan terimler karesel biçim olarak adlandırılırlar.

Kuram 3 (Alt ve Üst Sınırlar)Tanım 5’de tanımlanan karesel biçimler için alt ve üst sınırlar Eş. 42’de ki gibi yazılabilir:

$$\lambda_{\min}(P)x^T x \leq x^T P x \leq \lambda_{\max}(P)x^T x \quad (42)$$

burada  $\lambda_{\min}(P)$  and  $\lambda_{\max}(P)$  matris  $P$ ’nin sırasıyla en düşük ve en yüksek özdeğerleri olmaktadır.

Bölüm 5.1’de tanıtılan saklama fonksiyonu kavramının gereği olarak Eş. 43 gibi bir saklama fonksiyonu tanımlayabiliriz.

$$W(e)=\frac{1}{2}e^T e \quad (43)$$

Dikkat edilirse yukarıdaki fonksiyon karesel olarak seçilmiştir. Ayrıca bu kapalı döngü dinamiğin gereği olarak hata halinin  $e$ ’nin bir fonksiyonu şeklinde tanımlanmıştır. Eş. 43’in değişim hızı Eş. 44’de ki gibi yeniden yazılabilir.

$$\dot{W}(e)=\frac{\partial W(e)}{\partial e} \dot{e}=\frac{1}{2}\dot{e}^T e+\frac{1}{2}e^T \dot{e} \quad (44)$$

Eş. 41’den yerleştirme yapıldığında:

$$\begin{aligned} \dot{W}(e) &= \frac{1}{2}e^T \{(A-BK^oC)e+G\tau_L\} + \frac{1}{2}\{(A-BK^oC)e+G\tau_L\}^T e \\ &= \frac{1}{2}e^T(A-BK^oC)e + \frac{1}{2}e^T(A-BK^oC)e + \frac{1}{2}e^T G\tau_L + \frac{1}{2}\tau_L^T G e \end{aligned} \quad (45)$$

Kuram 3 ve devrik matrislerin özdeğerlerinin değişmeyeceği dolayısıyla  $1/2\lambda(P+P^T)=\lambda(P)$  olması gerçeğinden yola çıkarak Eş. 46, yazılabilir.

$$\dot{W}(e) \leq \lambda_{\max}(A-BK^oC)\|e\|^2 + e^T G\tau_L \quad (46)$$

Ancak buraya kadar yapılanlar yeterli olmamaktadır zira ikinci terim  $e^T G\tau_L$ ’in uygun hale getirilmesi gerekir. Şu çok iyi bilinmektedir ki  $(e-G\tau_L)^T(e-G\tau_L) \geq 0$ . Bundan yararlanarak Eş. 47 yazılabilir.

$$(e-G\tau_L)^T(e-G\tau_L) = e^T e - e^T G\tau_L - \tau_L^T G^T e + \tau_L^T G^T G\tau_L \geq 0 \quad (47)$$

Bu denklemin sağ tarafı tekrar yazılarak,

$$e^T e + \tau_L^T G^T G\tau_L \geq e^T G\tau_L + \tau_L^T G^T e \quad (48)$$

Eş. 48 elde edilebilir.  $\tau_L$  bir skaler olduğuna göre,  $e^T G\tau_L = \tau_L^T G^T e$  doğru olacaktır. Şu halde Eş. 49 rahatlıkla yazılabilir.

$$e^T e + \tau_L^T G^T G\tau_L \geq 2e^T G\tau_L \quad (49)$$

ve dolayısıyla Eş. 50 karşımıza çıkar.

$$\frac{1}{2}(e^T e + \tau_L^T G^T G\tau_L) \geq e^T G\tau_L \quad (50)$$

geçerli olur. Eş. 50 kullanılarak Eş. 46 tekrar aşağıdaki Eş. 51 gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned} \dot{W}(e) &\leq \lambda_{\max}(A-BK^oC)\|e\|^2 \\ &+ \frac{1}{2}e^T e + \frac{1}{2}\tau_L^T G^T G\tau_L \end{aligned} \quad (51)$$

Bilindiği üzere  $L_2$  norm tanımlamasında  $e^T e = \|e\|^2$  olup, yukarıdaki ilişki aşağıdaki Eş. 52 gibi tekrar yazılabilmektedir.

$$\begin{aligned} \dot{W}(e) &\leq \lambda_{\max}(A-BK^oC)\|e\|^2 \\ &+ \frac{1}{2}\|e\|^2 + \frac{1}{2}\tau_L^T G^T G\tau_L \end{aligned} \quad (52)$$

Dolayısıyla Eş. 53 elde edilebilir.

$$\begin{aligned} \dot{W}(e) &\leq \left[ \frac{1}{2} + \lambda_{\max}(A-BK^oC) \right] \\ &\|e\|^2 + \frac{1}{2}\tau_L^T G^T G\tau_L \end{aligned} \quad (53)$$

Tanım 3’den yararlanarak yukarıdaki eşitsizlik sonlandırılır ve Eş. 54 elde edilir.

$$\begin{aligned} \dot{W}(e) &\leq \left[ \frac{1}{2} + \lambda_{\max}(A-BK^oC) \right] \\ &\|e\|^2 + \frac{1}{2}\lambda_{\max}(G^T G)\|\tau_L\|^2 \end{aligned} \quad (54)$$

Eş. 54 denkleminin dikkatli bakıldığında Eş. 40 ile uyumlu hale geldiği görülecektir. Söz konusu kurala göre  $1/2 + \lambda_{\max}(A-BK^oC) < 0$  ve  $\lambda_{\max}(G^T G) > 0$  olmalıdır. Bu sonuç bize aşağıdaki kuramı üretmemizi sağlar.

Kuram 4 (Motorun bozucu torklara karşı kararlılığı)Eş. 18 ya da Eş. 27 denklemleri ile modellenen ve Eş. 21 ya da (Eş. 30) ile denetlenen motorların bozucu etkiye karşı ( $\tau_L$ ’den  $e$ ’ye) kararlı olmaları için aşağıdaki koşulların (Eş. 55 ve Eş. 56) sağlanması gerekli olmaktadır.

$$\lambda_{\max}(A-BK^oC) < -\frac{1}{2} \quad (55)$$



$$\lambda_{\max}(G^T G) > 0 \quad (56)$$

$G^T G$  terimi karesel nitelikli olduğundan daima pozitif olacaktır. Buda  $1/2 \lambda_{\max}(G^T G) \|\tau_L\|^2 K_\infty$  sınıfı bir fonksiyon haline gelir. Bir başka deyişle Eş. 56 sürekli sağlanmaktadır. Şu aşamada göz önünde bulundurulması gereken bir faktör Tanım 4’de türetilmiş olan koşul aslında yeterli bir koşuldur. Zira eşitlikler eşitsizliklere dönüştürüldüğünden arada bir muhafazakarlık (conservative) oluşmaktadır. Bu nedenle Eş. 55 ve Eş. 56 sağlanmasa bile kararlılık görülebilir. Bu durumlar benzetimler sırasında açığa çıkabilir. Yeni bölümde sayısal bir çalışma sunulacaktır.

## 6. SAYISAL ÖRNEK VE ANALİZ (NUMERICAL EXAMPLE AND ANALYSIS)

### 6.1. Hız denetimi (Speed Control)

Tablo 1’deki parametreler kullanılarak Eş. 18 tekrar yazılırsa Eş. 57 denklemi elde edilir:

$$\begin{bmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \dot{\omega} \\ \dot{i}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -10 & 1 \\ 0 & -0.02 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon \\ \omega \\ i_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} V_a + \begin{bmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{bmatrix} \tau_L + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \omega_r \quad (57)$$

İlk aşamda bozucu etki olmadığı varsayılacaktır ( $\tau_L=0$ ). Ayrıca referans hız değeri olan  $\omega_r$  sabit ya da adım fonksiyonu (step function) olarak kabul edilecektir. Bu noktada MATLAB’ın `lqr(A,B,Q,PY)` komutu kullanılarak tam durum geri beslemeli denetleyicimiz elde edilebilir. Burada Q,PY Eş. 7 denklemindeki karesel katsayı (Q,Π) matrisleridir. Bu örnekte bu değerler  $Q=qI_{3 \times 3}$  and  $\Pi=1$  şeklinde kabul edilmişlerdir. İlgili MATLAB komutu `lqr q=50` için Eş. 57 üzerinde çalıştırıldığında tam durum geri beslemeli denetleyici  $V_a=-K_f e$  kazancımız  $K_f$  Eş. 58’deki gibi elde edilir.

$$K_f = [7,071 \quad 0,903 \quad 6,204] \quad (58)$$

Dolayısıyla kapalı döngü dinamiği matrisi  $A_c=A-BK_f$  ve özdeğer  $\Lambda_c$  ve özvektörleri  $V_c$  Eş. 59’daki gibi elde edilir:

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1,0000 & 0 \\ 0 & -10,0000 & 1,0000 \\ -14,142 & -1,8269 & -14,409 \end{bmatrix} \quad (59)$$

$$\Lambda_c = \begin{bmatrix} -0,098538 & 0 & 0 \\ 0 & -14,211 & 0 \\ 0 & 0 & -10,099 \end{bmatrix} \quad (60)$$

$$V_c = \begin{bmatrix} -0,71399 & -0,016255 & -0,098064 \\ 0,070355 & 0,231 & 0,99034 \\ 0,69662 & -0,97282 & -0,098014 \end{bmatrix} \quad (61)$$

Eş. 57’e bakıldığında geri besleme amaçlı olarak kullanılacak sinyaller  $e_e(t)=\varepsilon(t)-\varepsilon(\infty)$  ve  $e_\omega(t)=\omega(t)-\omega(\infty)$  olmaktadır. Yani 2 adet sinyalimiz söz konusudur. Bu

durumda izdüşümsel denetim kapsamında sadece iki adet özdeğer koruma altına alınabilecektir. Bu özdeğerler Eş. 60’daki spektrumdan seçilmelidir. Bu amaca yönelik olarak C Eş. 62’de olduğu gibi seçilmelidir:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (62)$$

Öncelikle Eş. 60’dan en baskın olan iki özdeğer seçilmelidir. Karmaşık sayı olmadığından seçenekler daha fazladır. Seçilecek özdeğerler Eş. 63’de olduğu gibi çıkar.

$$\Lambda_r = \begin{bmatrix} -0,098538 & 0 \\ 0 & -10,099 \end{bmatrix} \quad (63)$$

Bunlar Eş. 60’da baskın olanlardır. Bunlara ilişkin özvektörlerde sütunlar halinde Eş. 64’deki gibi elde edilmelidir.

$$V_r = \begin{bmatrix} -0,71399 & -0,098064 \\ 0,070355 & 0,99034 \\ 0,69662 & -0,098014 \end{bmatrix} \quad (64)$$

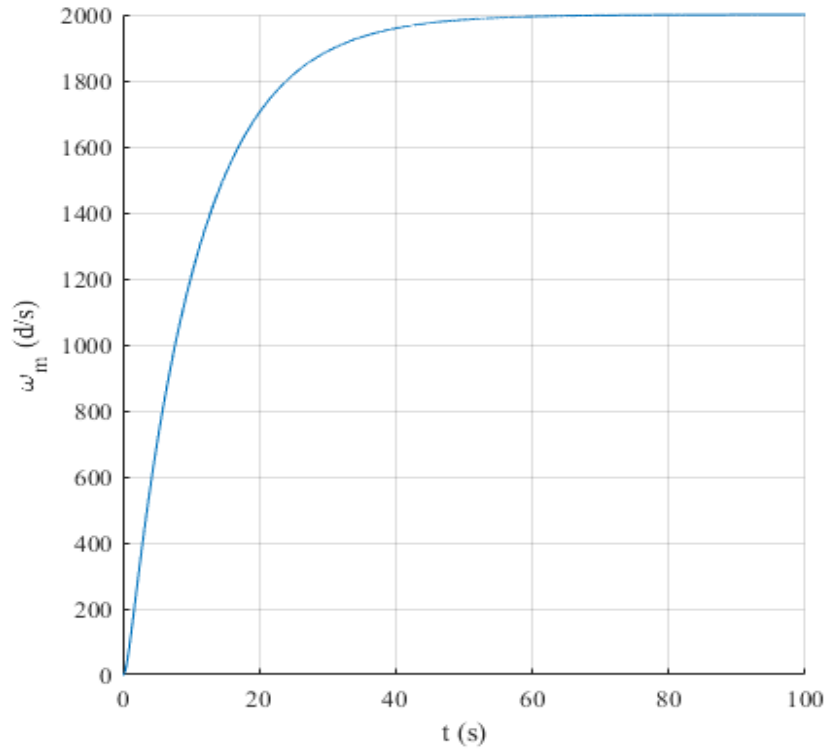
Bu bilgiler ışığında Eş. 16 denklemini tatbik edersek  $K_o$  çıktı geri beslemeli denetleyici kazancı Eş. 65’de olduğu gibi olur.

$$K_o = [0,89686 \quad -0,32197] \quad (65)$$

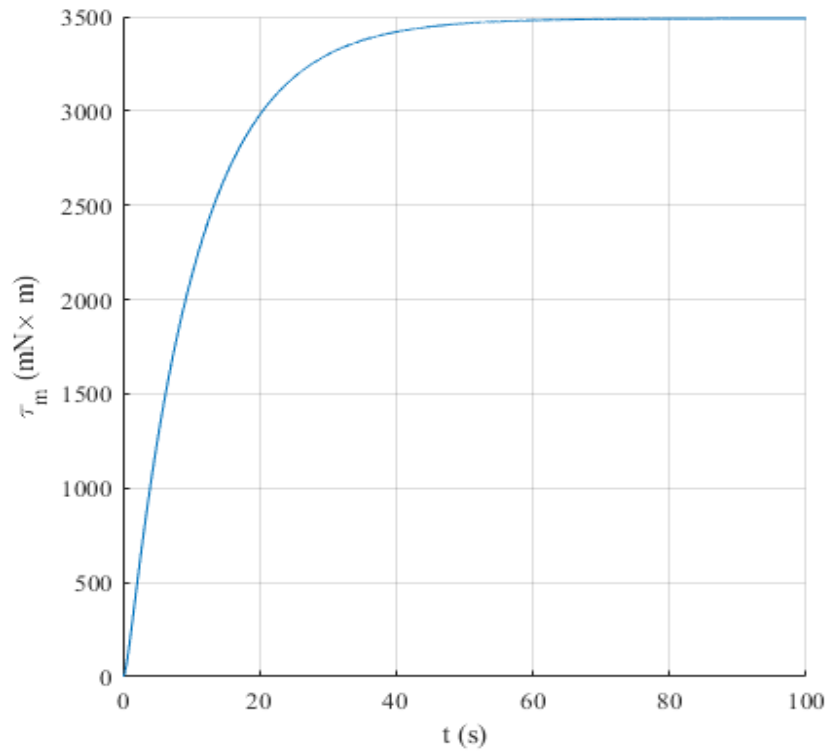
Ve kapalı döngü  $A_{co}=A-BK_oC$ ’nin özdeğerleri ise Eş. 66’da olduğu gibidir.

$$\Lambda_{co} = \begin{bmatrix} -0,098538 & 0 & 0 \\ 0 & -1,8025 & 0 \\ 0 & 0 & -10,099 \end{bmatrix} \quad (66)$$

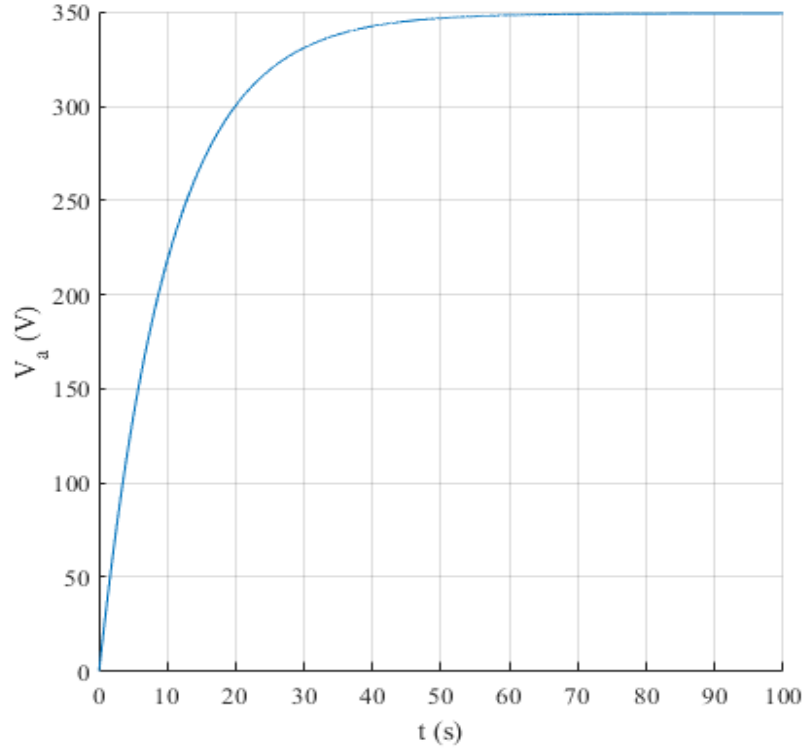
Sonuç olarak kararlı bir kapalı döngü elde edilmiştir. Sadece bir özdeğer tam durum geri beslemeli denetleyicinininkinden (-14, 211) farklıdır. Bu tasarıma ilişkin sayısal benzetim sonuçları Şekil 2,3,4 ve 5’de görülebilir. = Motorun milinde ( $\tau_L$ ) bozucu etki söz konusu ise Şekil 6, 7, 8 ve 9’deki cevapları almak söz konusu olacaktır. Burada ( $\tau_L$ ) Gaussian dağılımlı sıfır ortalamaya sahip ve standart sapması  $\sigma=0,2$  N·m olan bir rastgele değişken tarafından temsil edilmektedir. Bozucu torkun bir rastgele değişken olması sebebiyle benzetimlerin tekrar edilmesi gerekir. Monte-Carlo yaklaşımlarından yola çıkarak söz konusu uygulamanın 200 defa tekrar edilerek çıkan sonuçların üst üste bindirilerek sunulması kararlı halin ne şekilde varyasyon gösterdiğini görmek açısından yararlı olmaktadır. Sonuçlardan anlaşılacağı üzere denetleyicimiz kararlı olarak çalışmaktadır. Burada ilginç olabilecek durum en yüksek özdeğerimizin Kuram 4’i sağlamadığı halde bozucu etkiye karşı kararlı bir tutum sergilemesidir. Daha öncede bahsi geçtiği gibi Kuram 4 muhafazakar nitelikli bir yaklaşım olup yeterli bir koşuldur. Sağlanmaması bu örnekte olduğu gibi bir kararsızlıkla sonuçlanmayabilir. Ancak sağlanması başarılı bir uygulama için yararlı olacaktır. Bu kuralın sağlanması için  $\lambda=-0,098538$ ’de özdeğerin daha uzak bir noktaya kaydırılması gereklidir. Bunun için kutup yerleştirme yönteminden yararlanılabilir.



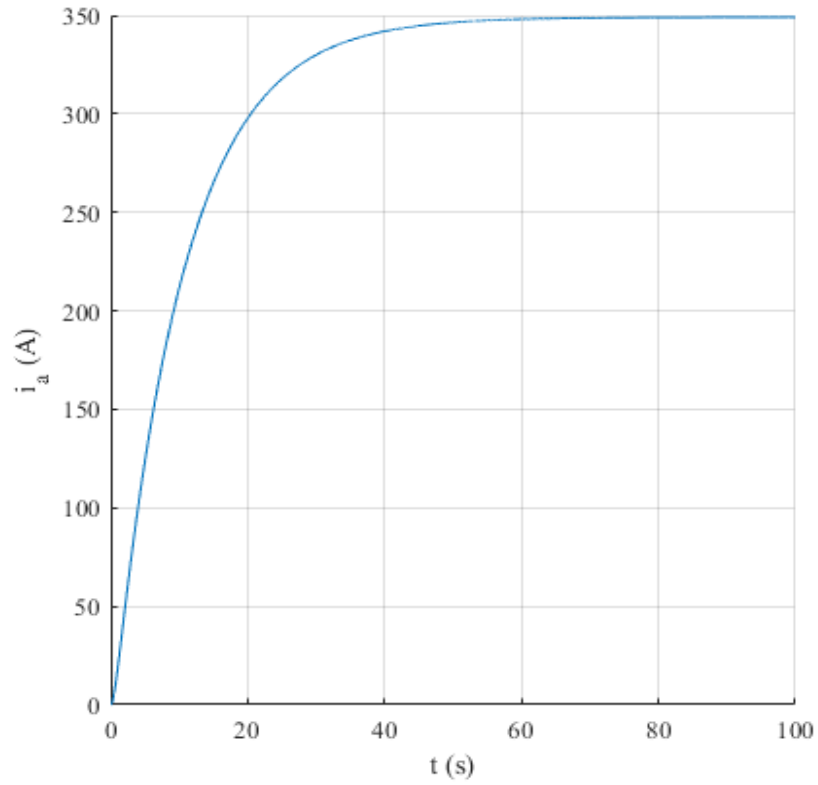
Şekil 2. Hız denetimi yapılan motorun cevabı (Response of the motor to speed control)



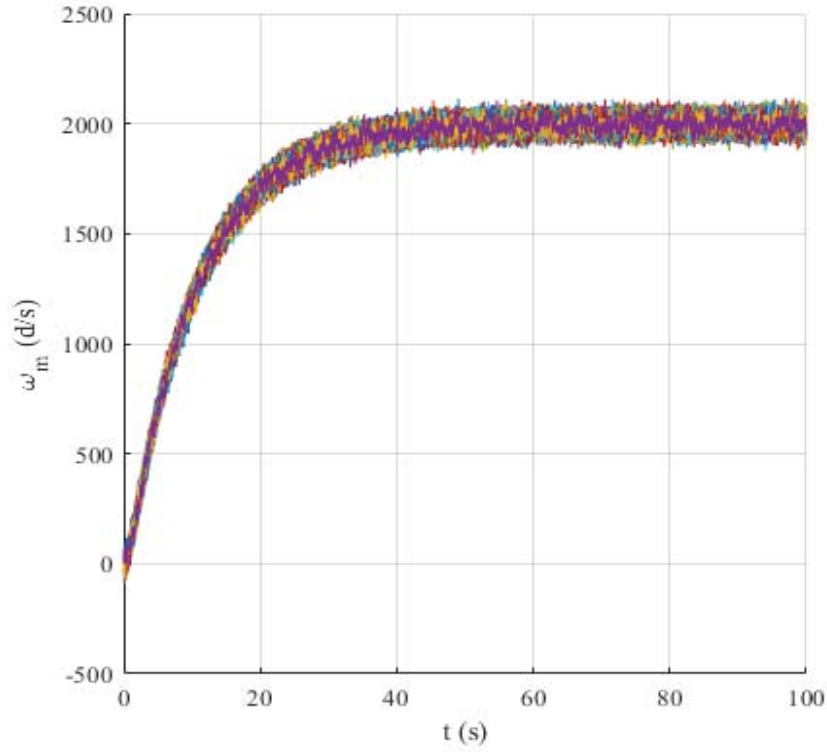
Şekil 3. Hız denetimi yapılan motorun tork üretimi (Torque generation of the motor under speed control)



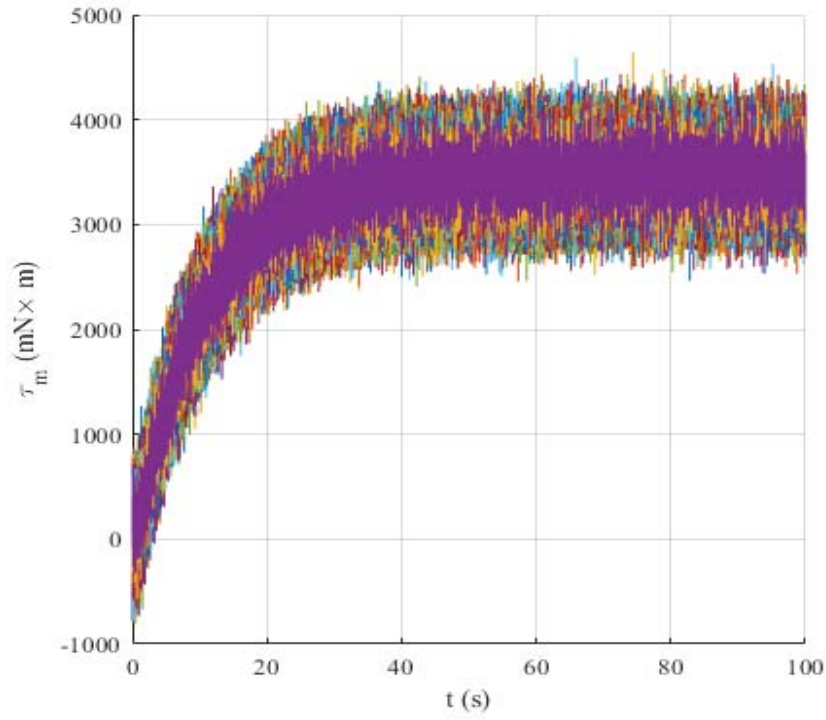
Şekil 4. Hız denetimi yapılan motorun armatür voltajı gereksinimi (Armature voltage of the motor under speed control)



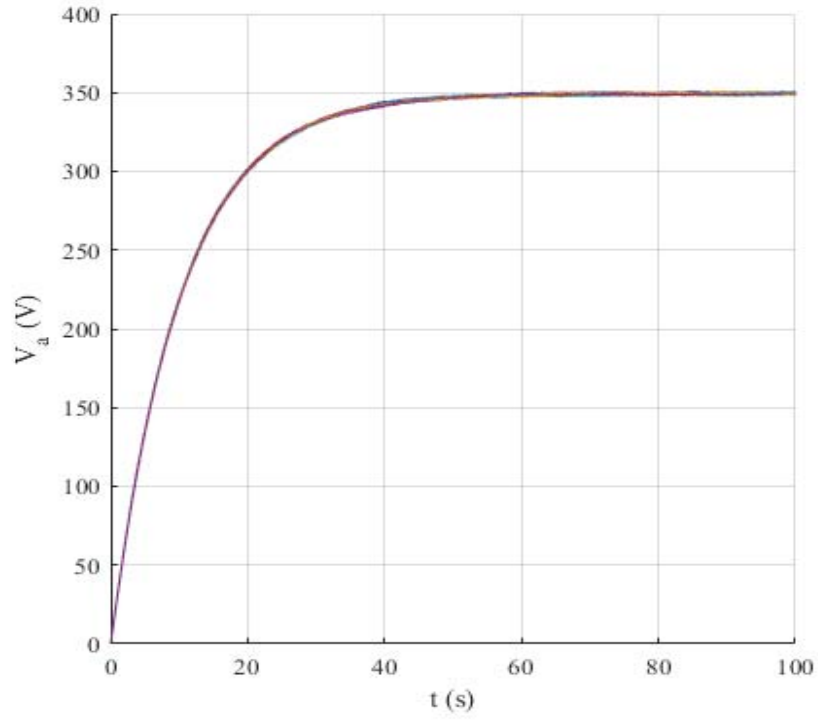
Şekil 5. Hız denetimi yapılan motorun armatür akımı gereksinimi (Armature current of the motor under speed control)



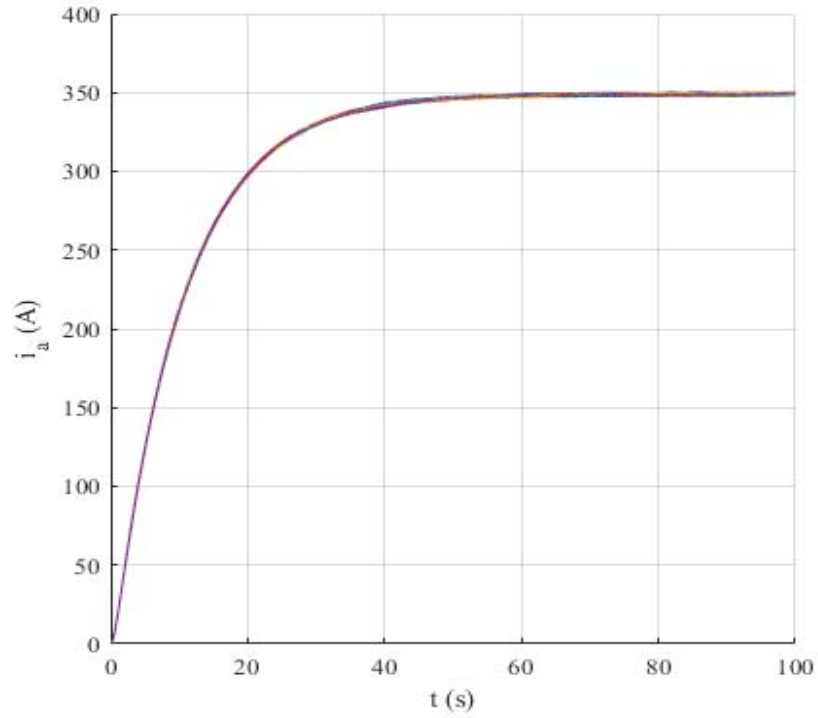
Şekil 6. Hız denetimi yapılan motorun bozucu etkiler altında cevabı (Response of the motor to speed control under disturbance torques)



Şekil 7. Hız denetimi yapılan motorun bozucu etkiler altındaki tork üretimi (Torque generation of the motor to speed control under disturbance torques)



**Şekil 8.** Hız denetimi yapılan motorun bozucu etkiler armatür voltajı  
(Armature voltage of the motor to speed control under disturbance torques)



**Şekil 9.** Hız denetimi yapılan motorun bozucu etkiler armatür akımı  
(Armature current of the motor to speed control under disturbance torques)

Tam durum geribeslemeli tasarımda,  $\lambda=-0,098538$  konumundaki özdeğerin daha uzak bir yere mesela  $\lambda=-0,8$ 'e kaydırılması (diğer özdeğerler değişmemeli) ve kutup yerleştirme yöntemiyle tasarımın yenilenmesi gerekir. Bu durumda  $\lambda=-0,8, -10,099$  konumundaki özdeğerler korunarak bir izdüşümsel denetim hesaplandığında  $K_o$ 'nun yeni değeri Eş. 67'deki gibi olur.

$$K_o = [4,4476 \quad 0,029499] \quad (67)$$

Bu kazançlarla denetim gerçekleştirildiğinde Eş. 68'de ki özdeğerler elde edilmektedir. Görüldüğü gibi korunması amaçlanan özdeğerler doğru yerleştirilmiş  $(-0,8, -10,099)$  ancak bir tanesi beklenmeyen bir yerde ortaya çıkmıştır  $(-1,101$  orjinalde  $-14,211$  olmasıydı). Ancak, buna rağmen **Tanım 4'**e aykırı bir durum söz konusu değildir.

$$\Lambda_o = \begin{bmatrix} -0,8 & 0 & 0 \\ 0 & -1,101 & 0 \\ 0 & 0 & -10,099 \end{bmatrix} \quad (68)$$

Şekil 10 - 13'deki sonuçlardan da görülebileceği üzere, cevabın elde edilme zamanı (yükselme zamanı/rise time) azalmış. Kararlı haldeki dalgalanma durumunda bir değişiklik söz konusu olmamıştır. Her iki durumdada (Eş. 65 ya da Eş. 67) herhangi bir üst aşım (overshoot) söz konusu olmadığı görülmektedir.

#### 6.2. Konum Denetimi (Position Control)

Konum denetimi uygulamasında sayısal değerler (denetim kazancı, açık ve kapalı döngü sistem matrisleri vb.) aynı

olacaktır. Sadece değişkenlerimiz farklı olmaktadır. İlk olarak Eş. 57 aşağıdaki Eş. 69 denklemi ile yer değiştirmelidir.

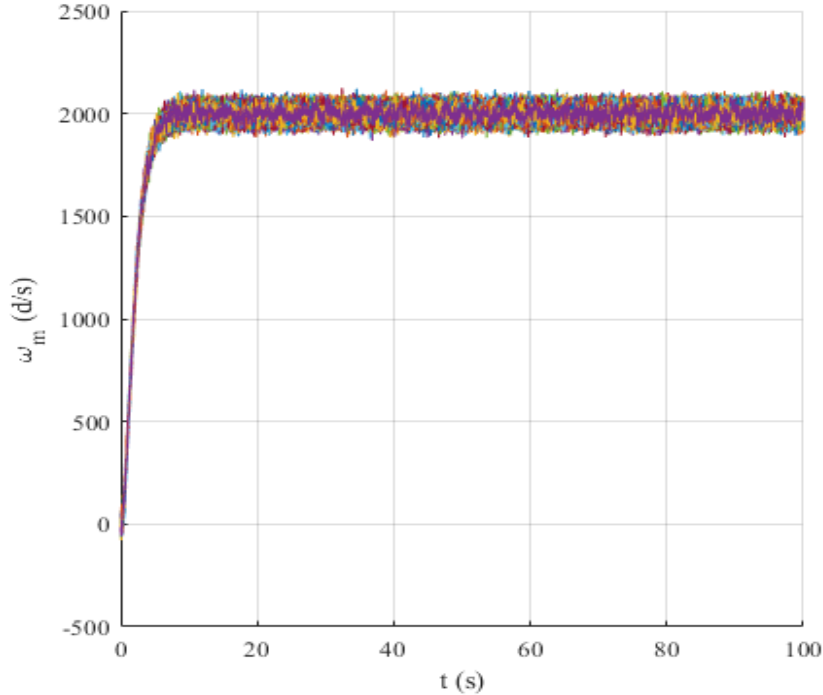
$$\begin{bmatrix} \dot{e}_\theta \\ \dot{\omega} \\ \dot{i}_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -10 & 1 \\ 0 & -0,02 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_\theta \\ \omega \\ i_a \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} V_a + \begin{bmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{bmatrix} \tau_L \quad (69)$$

burada  $e_\theta = \theta - \theta_r$  ve  $\theta_r$  ise istenen konum değeri ya da referans konum değeridir. Bu uygulama da sabit (ya da adım fonksiyonu) olarak kabul edilmiştir. Burada ölçülecek sinyaller/değişkenler  $e_\theta$  and  $\omega$  olmaktadır. Bu nedenle C matrisi aynı Eş. 22 olmaktadır. Eş. 69'deki sistem matrisleri Eş. 57'de aynıdır. Bunlarla ilgili olarak kontrol kazançları Eş. 58, Eş. 65, Eş. 67 kapalı döngü spektrum özellikleri Eş. 61, Eş. 63, Eş. 64, Eş. 66 ve Eş. 68 ile aynı olmaktadır. Anılan nedenlerle karesel performans endeksinin katsayıları  $Q = qI_{3 \times 3}$ ,  $q = 50$  ve  $\Pi = 1$ . Söz konusu parametreler ve ayarlar uygulandığında  $\tau_L = 0$  olmak kaydıyla Şekil 14, 15, 16, 17, 18'deki grafiksel sonuçlar elde edilir.

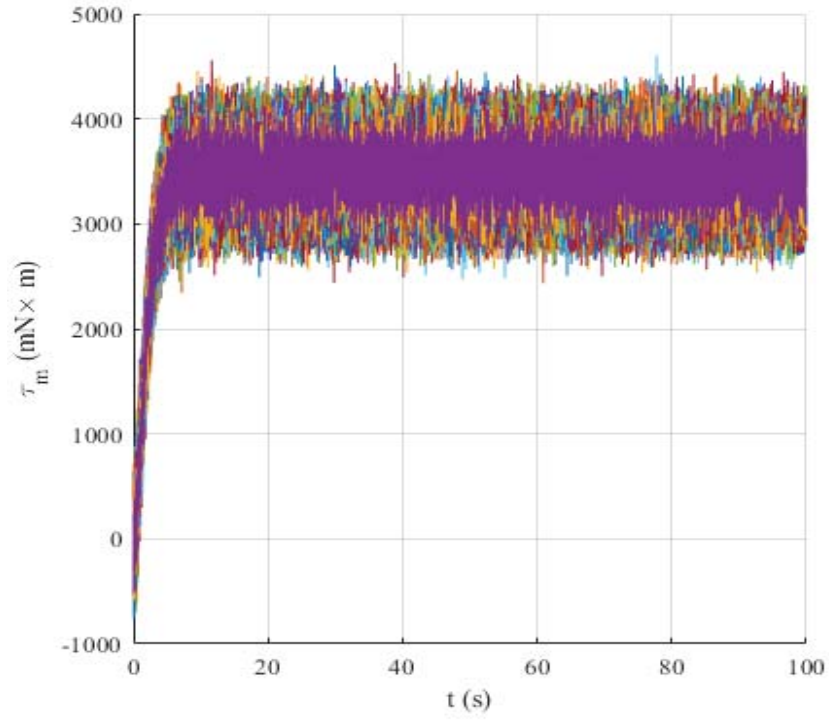
Burada izdüşümsel denetim kazancı  $K_o$  Eş. 65'dekiyle aynıdır. Aşağıdaki Eş. 70 denkleminde konum kontrolü için görünen denetim kazancı görülmektedir.

$$V_a = -K_o [e_\theta \quad \omega]^T \quad (70)$$

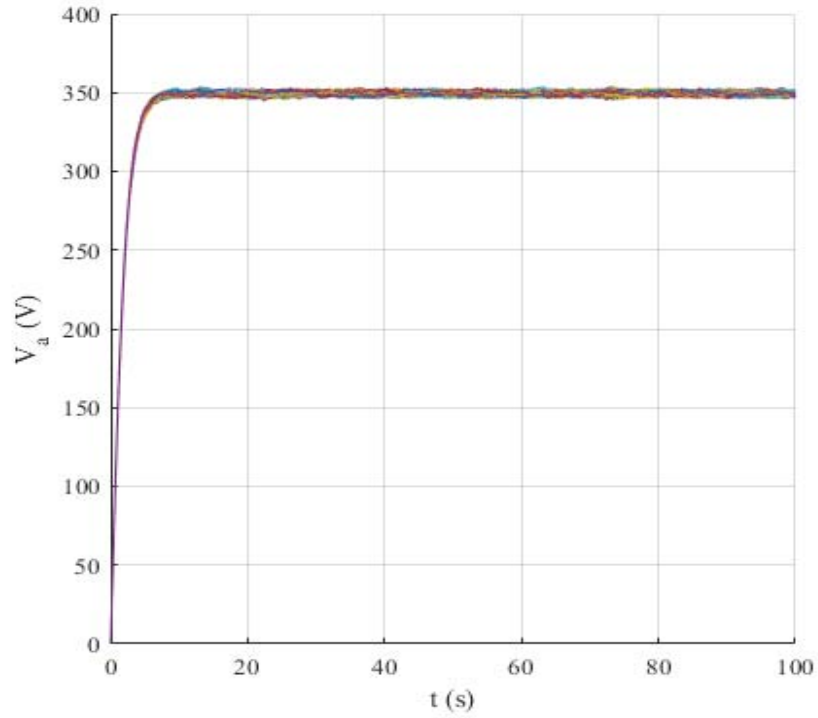
Bu sonuçları veren yapılandırma bozucu etkiler altında uygulandığında Şekil 19, 20, 21, 22, 23'deki sonuçlar elde edilmektedir. Burada  $\tau_L$  sıfır ortalama ve  $\sigma = 0,01$  N·m standart sapmalı rastgele bir değişken olarak atanmıştır.



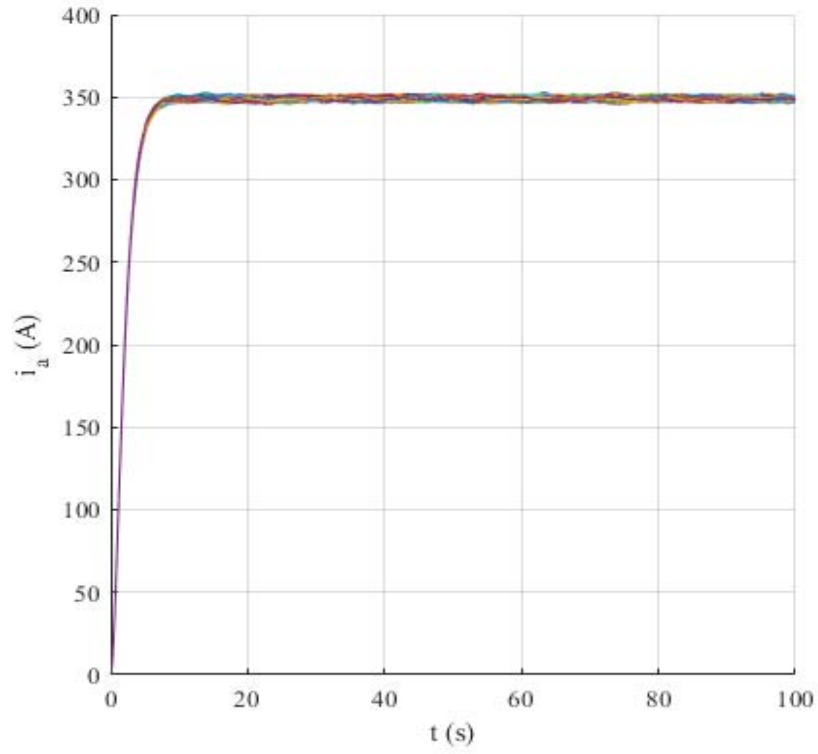
**Şekil10.** Yükseltilmiş kazançlarla hız denetimi yapılan motorun bozucu etkiler altında cevabı  
(Response of the motor to speed control with higher gains under disturbance torques)



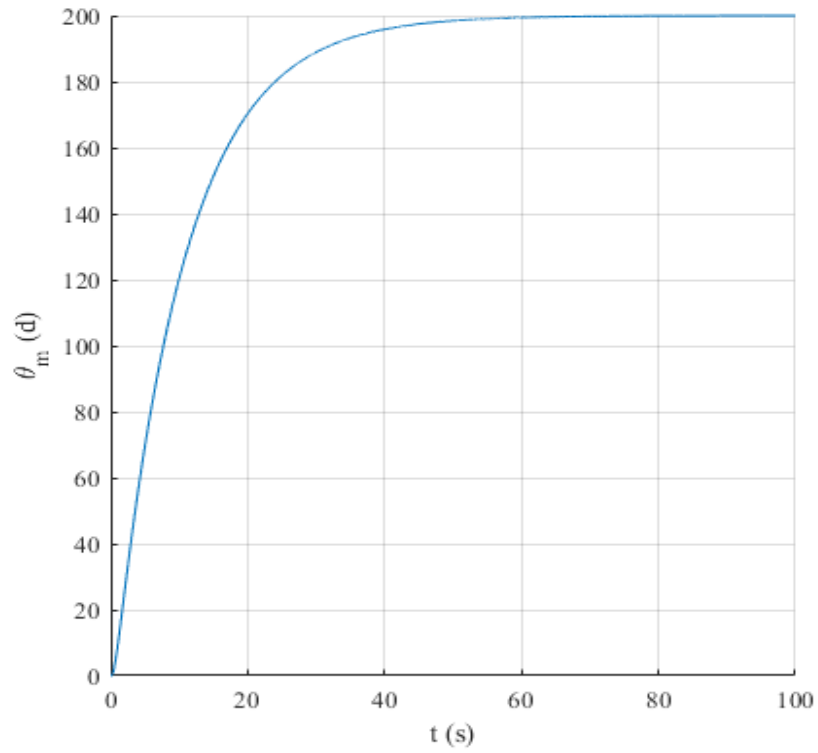
**Şekil 11.** Yükseltilmiş kazançlarla hız denetimi yapılan motorun bozucu etkiler altında tork üretimi  
(Torque generation of the motor to speed control with higher gains under disturbance torques)



**Şekil 12.** Yükseltilmiş kazançlarla hız denetimi yapılan motorun bozucu etkiler altında armatür voltajı  
(Armature voltage of the motor to speed control with higher gains under disturbance torques)

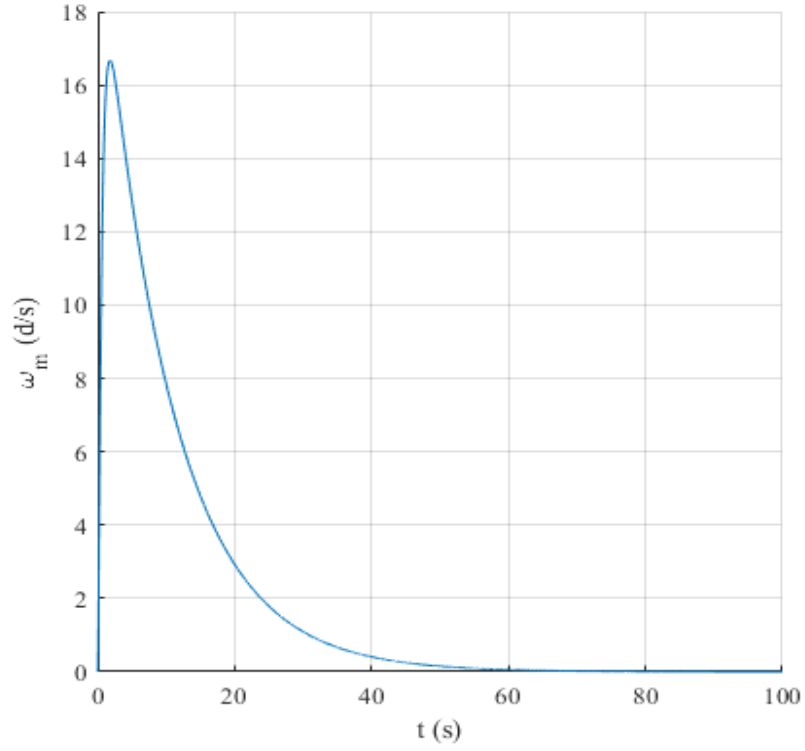


**Şekil 13.** Yükseltilmiş kazançlarla hız denetimi yapılan motorun bozucu etkiler altında armatür akımı  
(Armature current of the motor to speed control with higher gains under disturbance torques)

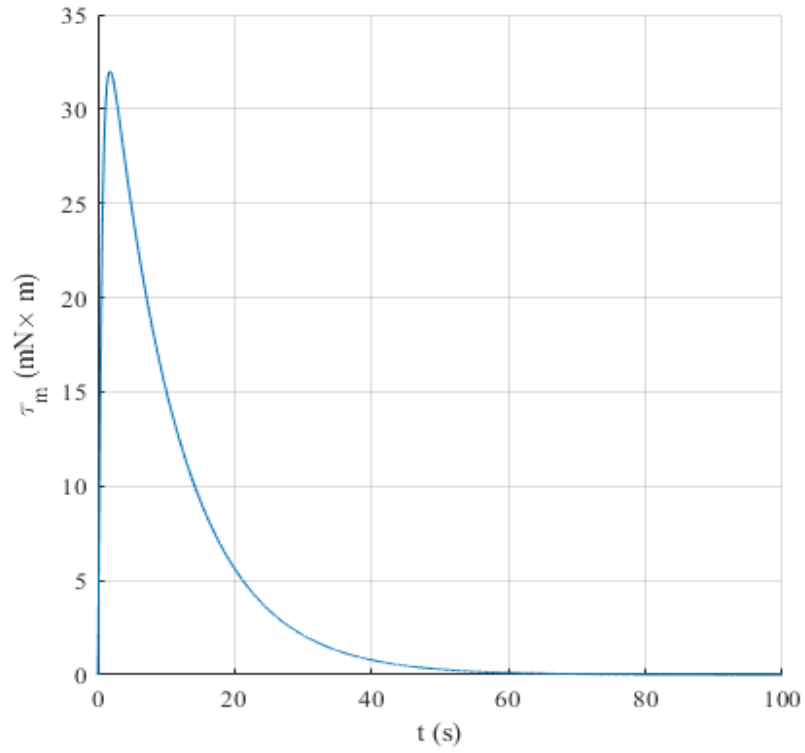


**Şekil 14.** Konum denetimi yapılan motorun cevabı (Response of the motor under position control)

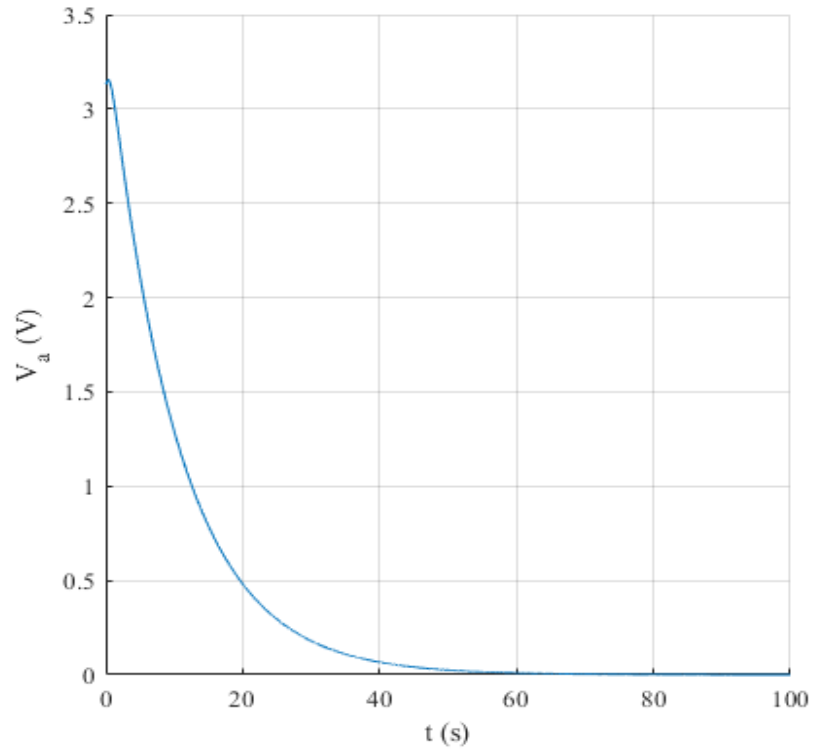




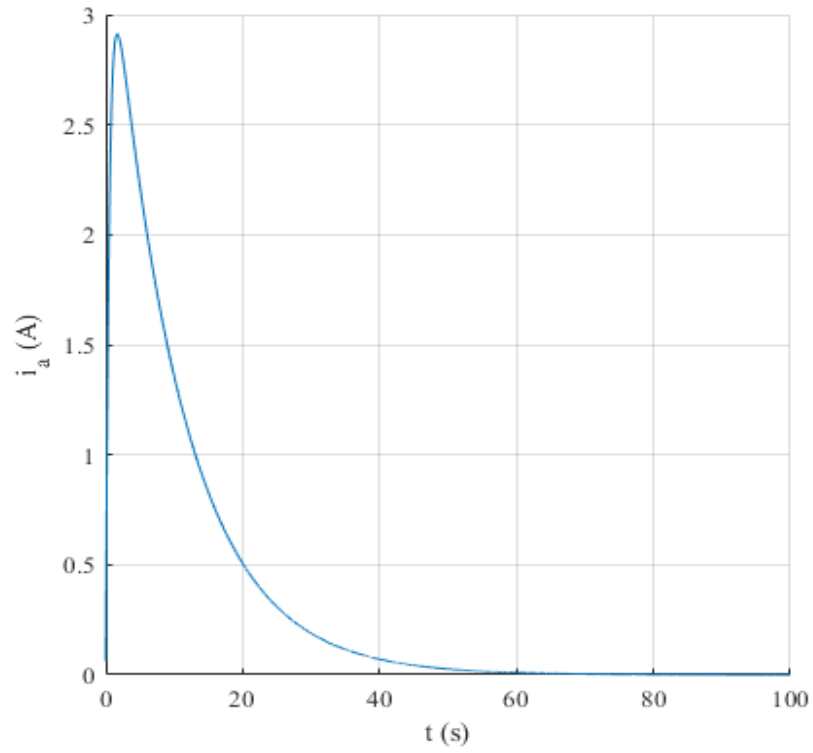
Şekil 15. Konum denetimi yapılan motorun hız cevabı (Speedresponse of the motor under position control)



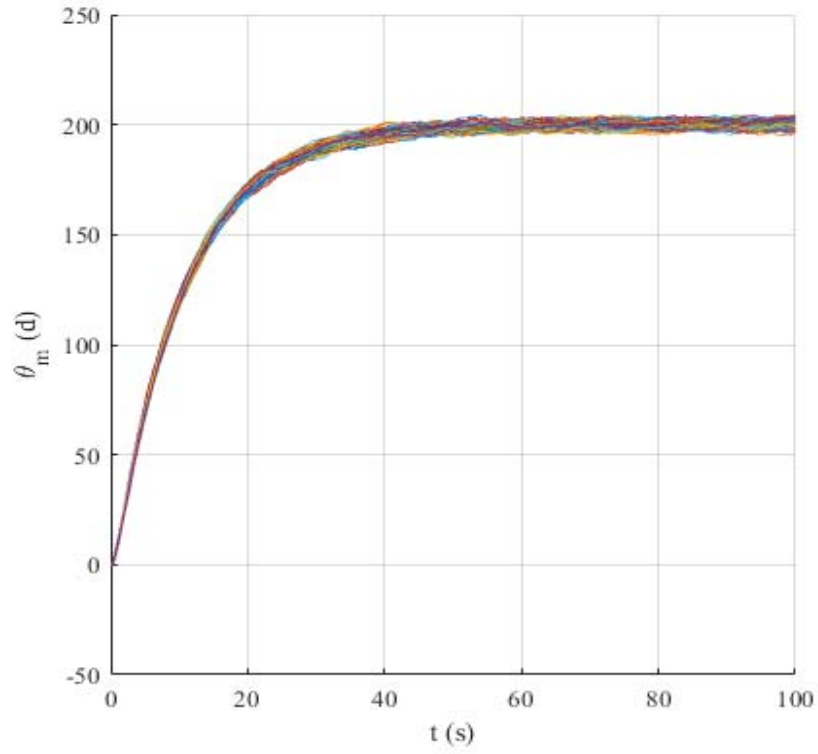
Şekil 16. Konum denetimi yapılan motorun tork üretimi (Torque generation of the motor under position control)



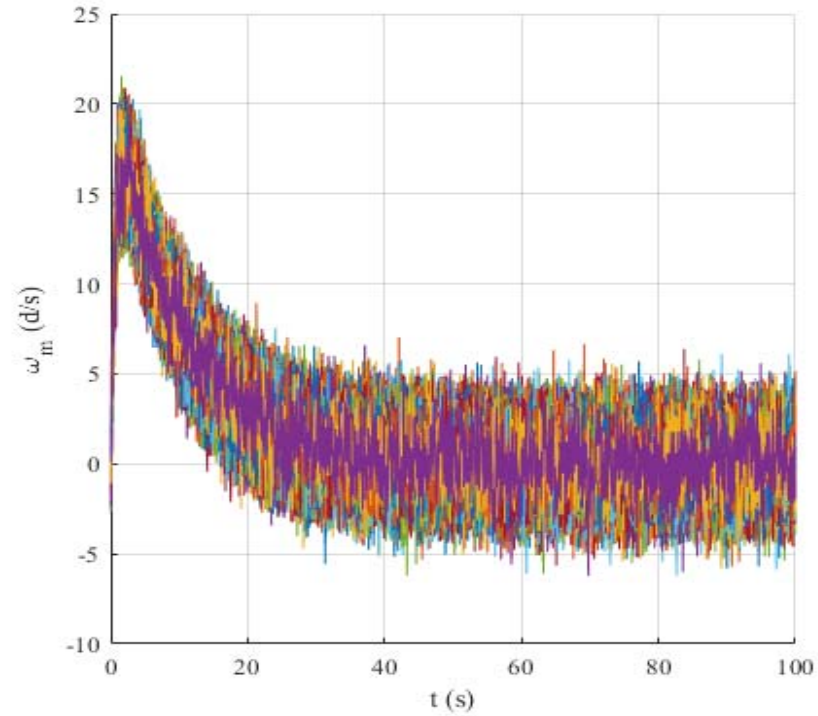
Şekil 17. Konum denetimi yapılan motorun armatür voltajı (Armature voltage of the motor under position control)



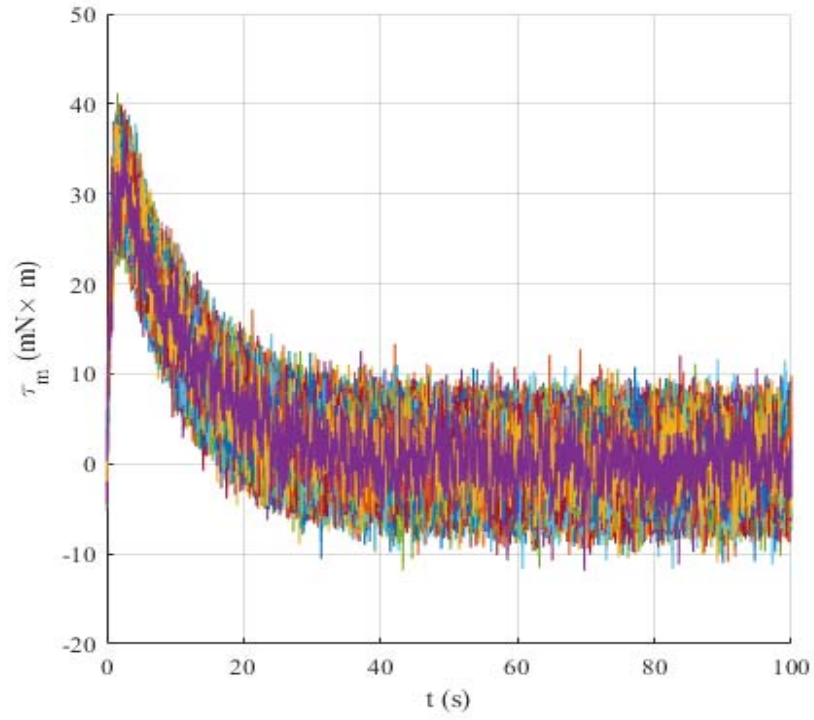
Şekil 18. Konum denetimi yapılan motorun armatür akımı (Armature current of the motor under position control)



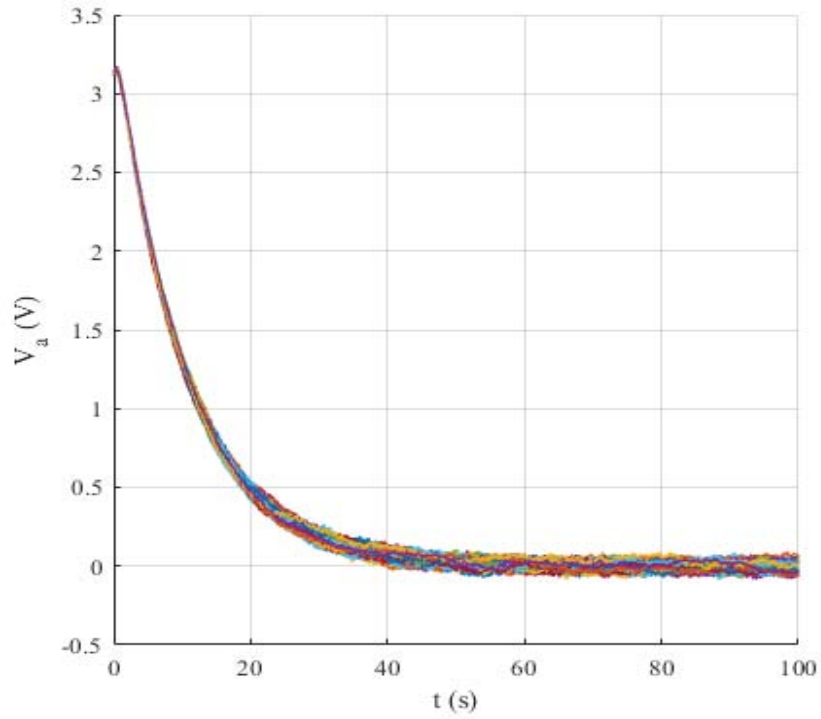
Şekil 19. Konum denetimi yapılan motorun bozucu etkiler altında cevabı (Positionresponse of the motor under disturbance torques)



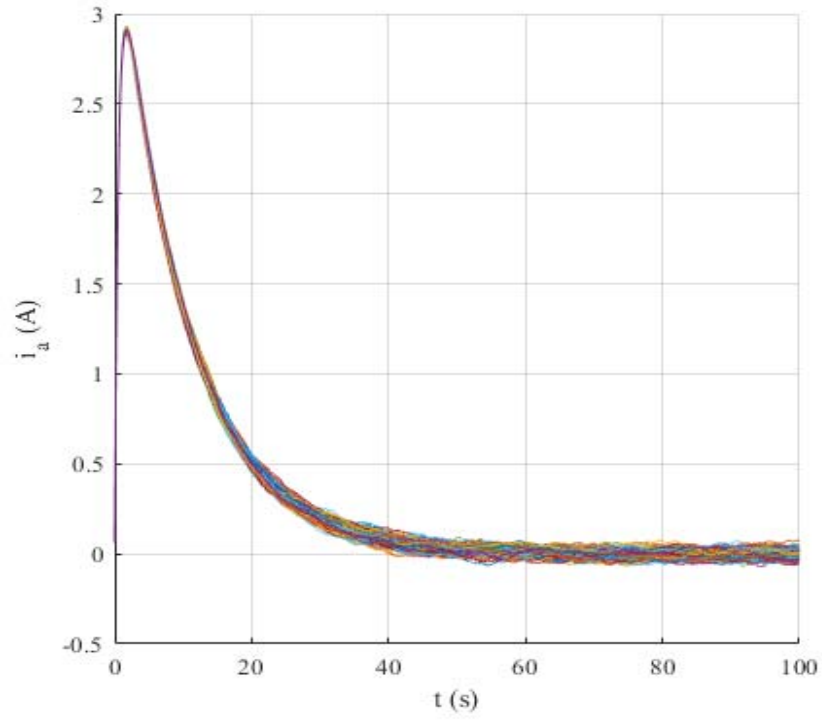
Şekil 20. Konum denetimi yapılan motorun bozucu etkiler altında hız cevabı (Speedresponse of the position controlled motor under disturbance torques)



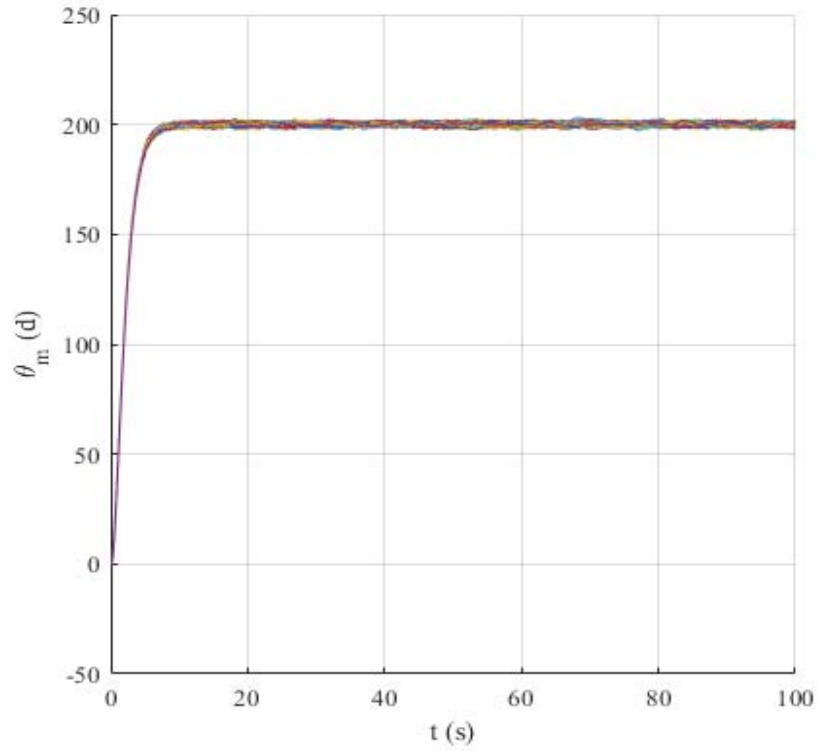
**Şekil 21.** Konum denetimi yapılan motorun bozucu etkiler altında tork üretimi  
(Torque generation of the position controlled motor under disturbance torques)



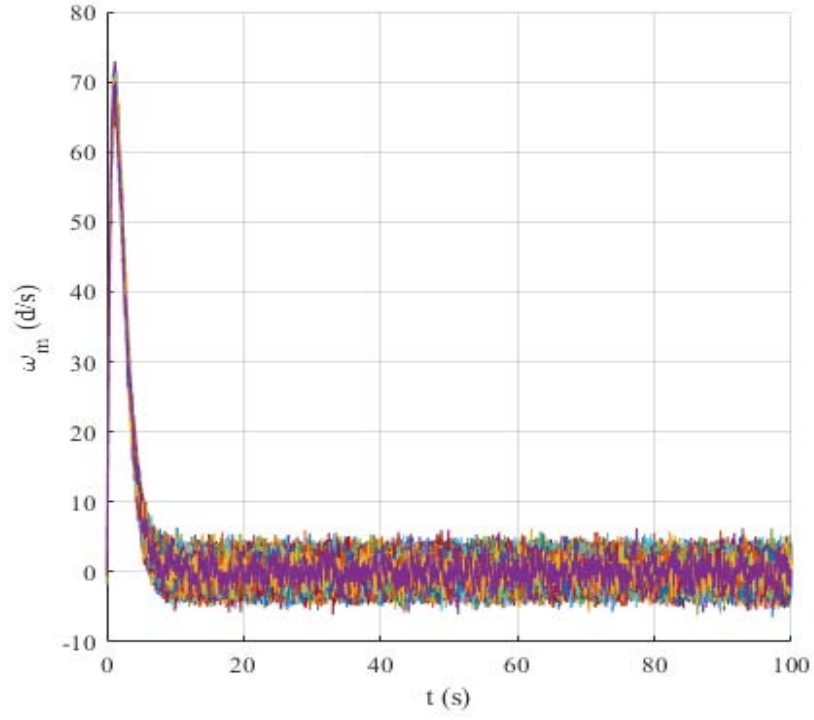
**Şekil 22.** Konum denetimi yapılan motorun bozucu etkiler altında armatür voltajı  
(Armature voltage of the position controlled motor under disturbance torques)



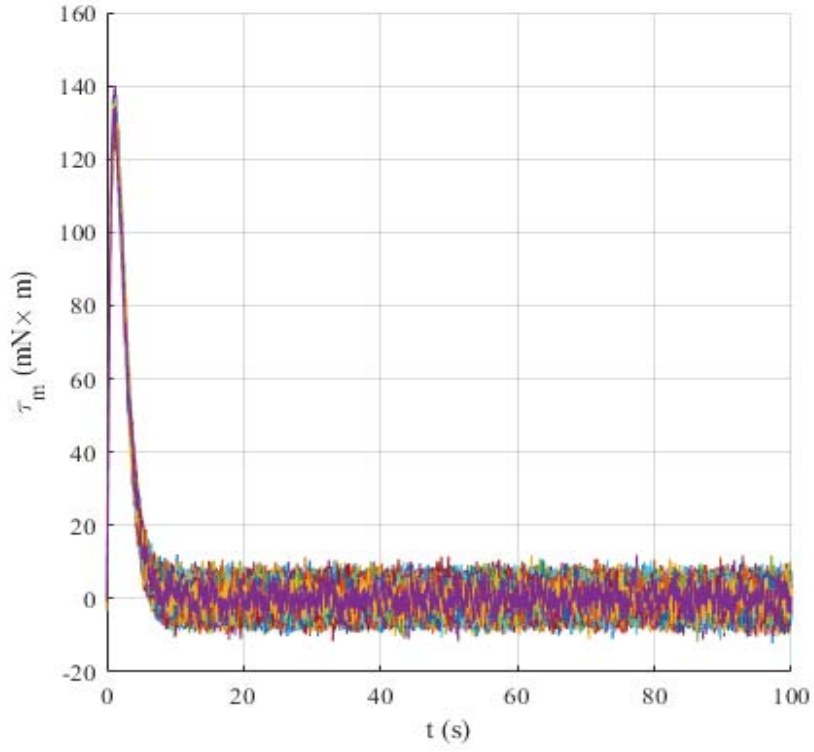
**Şekil 23.** Konum denetimi yapılan motorun bozucu etkiler altında armatür akımı  
(Armature current of the position controlled motor under disturbance torques)



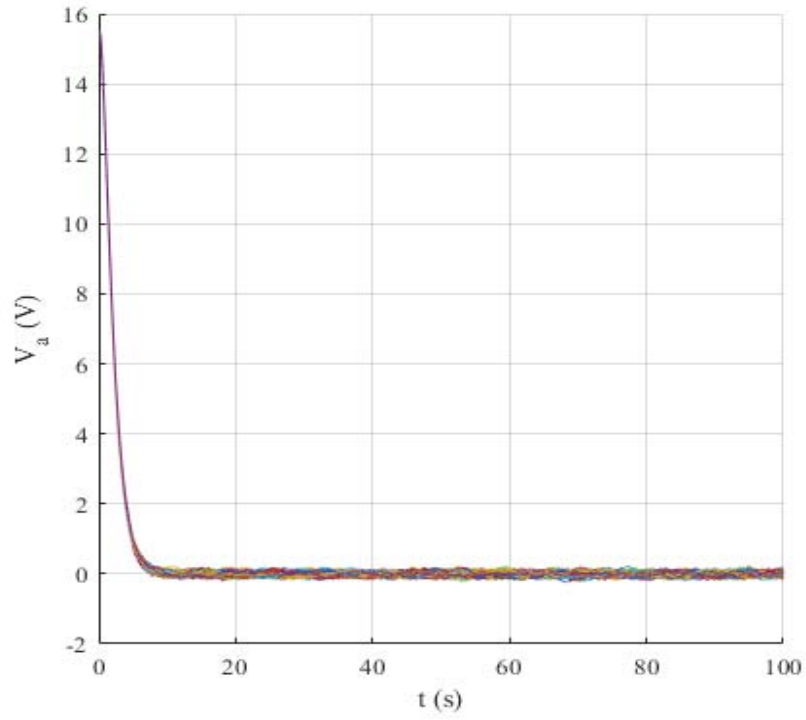
**Şekil 24.** Yükseltilmiş kazançlarla konum denetimi yapılan motorun bozucu etkiler altında cevabı  
(Positionresponse of the motor controlled with higher gains under disturbance torques)



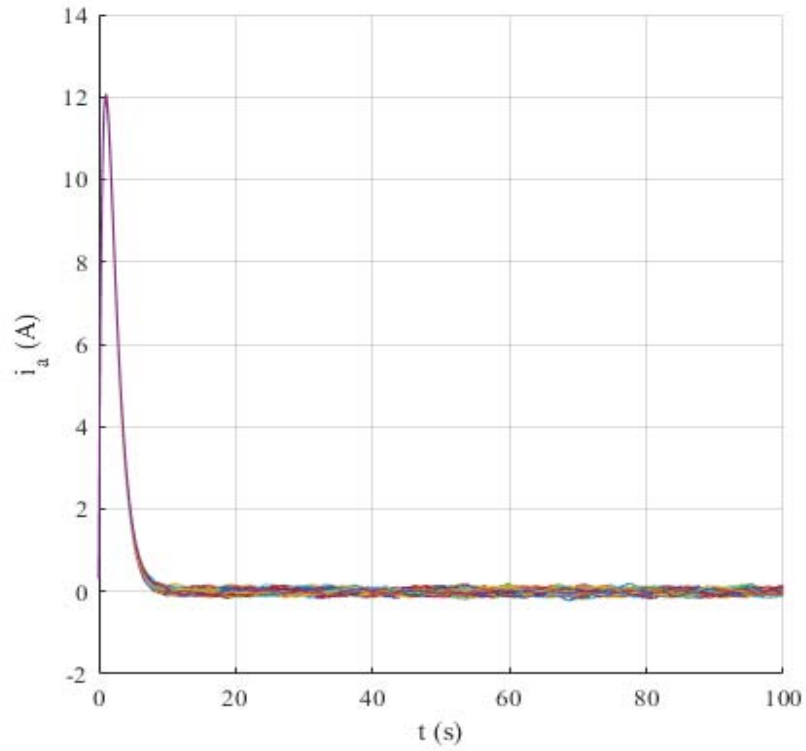
**Şekil 25.** Yükseltilmiş kazançlarla konum denetimi yapılan motorun bozucu etkiler altında hız cevabı  
(Speedresponse of the motor controlled with higher gains under disturbance torques)



**Şekil 26.** Yükseltilmiş kazançlarla konum denetimi yapılan motorun bozucu etkiler tork üretimi  
(Torquegeneration of the motor controlled with higher gains under disturbance torques)



**Şekil 27.** Yükseltilmiş kazançlarla konum denetimi yapılan motorun bozucu etkiler altında armatür voltajı  
(Armature voltage of the motor controlled with higher gains under disturbance torques)



**Şekil 28.** Yükseltilmiş kazançlarla konum denetimi yapılan motorun bozucu etkiler altında armatür akımı  
(Armature current of the motor controlled with higher gains under disturbance torques)

Daha önceden yapıldığı gibi konum denetimi benzetiminde de eğer bozucu etki söz konusu olduğunda benzetimin çok defa tekrar edilmesi gereklidir. Bu nedenle, hız denetiminde olduğu gibi benzetimi 200 defa tekrar ediyoruz. Bununla birlikte eğer  $\lambda = -0,098538$  konumundaki özdeğer  $\lambda = -0,8$  konumuna taşınırsa Şekil 24, 25, 26, 27, 28'deki sonuçlar elde edilir. Konum denetiminde de hız denetimi örneğinde olduğu gibi üst aşım görülmemekte, kutup yerleştirme ile düzeltilen tasarımda hız varyasyonu azalmaktadır. Ayrıca konumdaki dalgalanmayı da azalttığı da anlaşılabilir.

## 7. SONUÇLAR VE TARTIŞMALAR (RESULTS AND DISCUSSIONS)

### 7.1. Klasik Denetleyicilerle Karşılaştırma (Comparison with Standard Controllers)

Motor denetiminde endüstriyel uygulamalar açısından sıklıkla kullanılan yöntemler Oranlama+Tümlev+Türev (Proportional+Integral+Derivative ya da PID) denetleyicileridir. Analog ya da sayısal olarak uygulanmasındaki kolaylıklar ve ayarlanabilir 3 kazanç parametresi ile endüstride oldukça popüler bir denetleyici türüdür. Bu denetleyiciler de ki başlıca sorun türev uygulamasının getireceği gürültü olgusu nedeniyle türev uygulamasından kaçınılmakta ya da bant genişliği sınırlanmaktadır. Standart bir PID denetleyicinin geçiş fonksiyonu Eş. 71'deki gibi olur.

$$G(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (71)$$

şeklinde olur. Yukarıdaki denklemdeki, üç denetim kazancı  $K_p$ ,  $K_i$  ve  $K_d$  kullanılarak istenen alanlara kutup yerleştirme yapılabilir. Bölüm 4.1'de tanıtılan denetleyici yapısal açıdan (hatanın tümlevinden geri besleme alması nedeniyle) PID türünün bir alt kümesi olan Oranlayıcı+Tümlev ya da PI türü ( $K_d=0$ ) denetleyiciye benzetilebilir. Söz konusu motor modeli (Eş. 2) açısından bakıldığında PI denetleyici ile 3 adet kutbun yerleştirilmesi gerçekleştirilemez. Bu nedenle frekans davranışı v.s. gibi yöntemlerden yararlanılması gerekir. Ancak PID denetleyici ile gerçekleştirilebilir. Hız denetiminde motorun geçiş fonksiyonu aşağıdaki şekilde ortaya çıktığı düşünülürse, aşağıdaki Eş. 72 denklemi elde edilir.

$$G_{dcm}(s) = \frac{K_i}{L_a J s^2 + B(J + L_a)s + (K_b K_i + R_a B)} = \frac{K_i}{\alpha s^2 + \beta s + \gamma} \quad (72)$$

Eğer yerleştirilmesi istenen kutuplar  $s = -p_1, s = -p_2, s = -p_3$  şeklinde olursa PID denetleyicinin kazançları Eş. 73'de görülen şekilde elde edilir:

$$\begin{aligned} K_p &= \frac{\alpha(p_1 p_2 + p_1 p_3 + p_2 p_3) - \gamma}{K_i} \\ K_i &= \frac{\alpha p_1 p_2 p_3}{K_i} \\ K_d &= \frac{\alpha(p_1 + p_2 + p_3) - \beta}{K_i} \end{aligned} \quad (73)$$

Eş. 66'daki kutupları PID denetleyici kullanarak elde etmek için gerekli olan denetim kazançları Eş. 74'de gösterildiği gibi olur.

$$K_p = -0,32197, K_i = 0,89686, K_d = 6,9389 \times 10^{-16} \quad (74)$$

Eş. 68 için ise söz konusu değerler Eş. 75'deki gibi olmaktadır.

$$K_p = 0,029499, K_i = 4,4476, K_d = -6,9389 \times 10^{-16} \quad (75)$$

Yukarıda görülen sonuçlardan da anlaşılacağı üzere, PID türü denetleyici tasarımından yola çıkılarak yapılan kutup yerleştirme işleminde eğer orijinal denetleyicinin kutupları yerleştirilmek istenirse elde edilen denetleyici PI türü bir tasarım olarak ortaya çıkmaktadır. Hatta katsayılar bile orijinal denetleyici kazançlarıyla aynı değerde çıkmıştır. Sonuç olarak bu çalışmada tasarlanan denetleyicinin yapı ve performans açısından konvansiyonel bir denetleyici olan PI tasarım ile aynı sonucu verdiği ortaya çıksa da tasarımda sunulan yöntem bu tür bir denetleyici için alternatif bir tasarım yaklaşımı olarak değerlendirilmelidir. En önemlisi optimal bir tasarım yaklaşımı olan doğrusal karesel düzenleyici (LQR) yönteminden yola çıkarak hesaplamalar yapıldığından, kutup yerleştirme yönteminde yerlerin nasıl tespit edileceğine ilişkin problemde çözümleri sağlanmış olmaktadır. Bu açıdan konvansiyonel denetleyici yapısına yeni bir tasarım anlayışı getirilmiş olmaktadır.

### 7.2. Genel Değerlendirme (General Discussion)

Bu çalışma da, bir doğru akım motorunun konum ve hızının denetimini sağlamaya (kontrol) yönelik bir çalışma sunulmuştur. Söz konusu çalışma doğrusal karesel izdüşümsel denetim yöntemi ile yapılmıştır. Bu seçim tasarımcının armatür akımından geri besleme yapma gereksinimini ortadan kaldırır. Masrafin azalması ve donanımsal kolaylık da sağlar. Yapılan tasarımların hem ideal hem de daha gerçekçi ortamlarda benzetimleri yapılmıştır. Benzetim sonuçları geliştirilen denetleyicilerin oldukça başarılı olduğunu göstermektedir. Gerek ideal gerek bozucu etkiler altında olsun benzetimlerde bir kararsızlık durumu ve üst aşım (overshoot) olgusuna rastlanmamıştır. Yükselme zamanları da kutup düzeltilmesinden sonra üst aşım sorunu olmaksızın azalmıştır. Kutup yerleştirme ile yapılan düzeltme işleminin ardından özellikle konum denetiminde bozucu etkinin çıktıda azaldığı hissedilmektedir. Bu da önemli bir sonuçtur. Zira motorun milinin olabildiğince sabit durabilmesi arzulanan bir durum olmaktadır. Tüm bunların yanı sıra teorik olarak da bozucu etkilerin analizine yönelik bir çalışma yapılmış ve tasarım özdeğerlerinin büyüklüğünün hangi sınırlarda kalmaları gerektiği tespit edilmiştir (Kuram 4). Elbetteki bu analiz sonuçlarının benzetime doğrudan yansımaları mümkün olmayabilir. Zira benzetimlerde sadece rastgele bir sinyal olarak modellenen bir bozucu etki söz konusudur. Bunun dışında, Kuram 4 bir derece muhafazakarlık içermektedir. Bu nedenle bu kuramın sağlanmaması kararsızlık doğurmayabilir, ancak sağlanması güvence sağlar. Bu nedenle bu analizin yapılmasında yarar



görülmektedir. Kuram 4'nin gerektirdiği düzeltme hız denetiminde armatür voltajı açısından herhangi bir değişikliğe neden olmazken, konum denetiminde armatür voltajı gereksiniminde bir miktar yükselme görülmektedir. Analizde görülmekte olan ve dikkate değer sayılabilecek diğer bir husus ise özellikle hız denetiminde yüksüz durumda görülen 3,5 N·m'lik tork üretimidir (Şekil 3). Söz konusu bu durumun nedeni olarak motorun milinin içinde döndüğü rulmanın ağıdalık sürtünmesi (viscous friction) katsayısı B'nin görece yüksek değerinde olmasından kaynaklanmaktadır. Sabit hızla dönülse dahi  $\tau_f = B \times \omega$  düzeyinde üreteceği sürtünme torku nedeniyle motor sürekli olarak bir tork üreterek bu kaybı dengelemek durumundadır. Bu nedenle normal bir durumdur.

#### KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Irmak E., Calpbincici A., A novel design for e-laboratories: Simultaneously accessible experimental application platform., *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 32 (2), 363-375, 2017
2. Ogata K., *Modern Control Engineering*. Prentice Hall PTR, Upper Saddle River, NJ, USA, 4th edition, 2001.
3. Huang G., Lee S., PC-based PID speed control in DC motor., In *Audio, Language and Image Processing, ICALIP 2008*. International Conference on. IEEE, 400-407, 2008
4. Liu J., Zhang P., Wang F., Real-time dc servo motor position control by PID controller using LabVIEW, *International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics*. IEEE, 206-209, 2009.
5. Yu G.R., Hwang R.C., Optimal PID speed control of brushless DC motors using LQR approach. In *Systems, Man and Cybernetics, IEEE International Conference on*, 473-478, 2004.
6. Lin P.I.H., Hwang S., Chou J., Comparison on fuzzy logic and PID controls for a DC motor position controller. In *Industry Applications Society Annual Meeting, 1994.*, Conference Record of the 1994 of IEEE, 1930-1935, 1994.
7. Meshram P., Kanojiya R.G., Tuning of PID controller using Ziegler-Nichols method for speed control of DC motor. In *Advances in Engineering, Science and Management (ICAESM)*, 2012 International Conference on. IEEE, 117-122, 2012.
8. Rao D., Kamat H.A., Neuro-PID speed controller for DC drives. In *Power Electronics, Drives and Energy Systems for Industrial Growth.*, Proceedings of the 1996 International Conference on, IEEE, 757-763, 1996.
9. Zhou H., DC servo motor PID control in mobile robots with embedded DSP. In *Intelligent Computation Technology and Automation (ICICTA)*, International Conference on, 332-336, 2008.
10. Kalman R.E., A new approach to linear filtering and prediction problems. *Journal of basic Engineering*, 82 (1), 35-45, 1960.
11. Julier S.J., Uhlmann J.K., New extension of the Kalman filter to nonlinear systems. In *AeroSense'97*. International Society for Optics and Photonics, 182-193, 1997.
12. Ruderman M., Krettek J., Hoffmann F., Bertram T., Optimal state space control of DC motor. In *Proc. of the 17th World Congress, IFAC, Korea*. 6-11, 2008
13. Kalaycı M.B., Yiğit İ., Theoretical And Experimental Investigation of Some Sliding Mode Control Techniques Used In Practice, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 30 (1), 131-142, 2015.
14. Medanic J., Uskokovic Z., Design of coupled decentralized output regulators. *International Journal of Control* 47 (6), 1771-1794, 1988.
15. Afjei E., Ghomsheh A.N., Karami A., Sensorless speed/position control of brushed DC motor. In *Electrical Machines and Power Electronics, ACEMP'07*. International Aegean Conference on. IEEE, 730-732, 2007
16. Montanari M., Peresada S., Tilli A., Tonielli A., Speed sensorless control of induction motor based on indirect field-orientation. In *Industry Applications Conference, 2000, IEEE*, 1858-1865, 2000.
17. Praesomboon S., Athaphaisal S., Yimman S., Boontawan R., Dejhana K., Sensorless speed control of DC servo motor using Kalman filter. In *Information, Communications and Signal Processing . ICICS 2009*. 7th International Conference on. IEEE, 1-5, 2009.
18. Van Der Merwe R., Wan E.A., The square-root unscented Kalman filter for state and parameter-estimation. In *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2001. Proceedings.(ICASSP'01)*. 2001 IEEE International Conference on, 3461-3464, 2001.
19. Wan E.A., Van Der Merwe R., The unscented Kalman filter for nonlinear estimation. In *Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium 2000. AS-SPCC, IEEE*, 153-158, 2000.
20. Medanic J., Petranovic' D., Gluhajic' N., The design of output regulators for discrete-time linear systems by projective controls. *International Journal of Control* 41 (3), 615-639, 1985.
21. Kanojiya R.G., Meshram P., Optimal tuning of PI controller for speed control of DC motor drive using particle swarm optimization. In *Advances in Power Conversion and Energy Technologies (APCET)*, 2012 International Conference on. IEEE, 1-6, 2012.
22. Wise K., Deylami F., Approximating a linear quadratic missile autopilot design using an output feedback projective control. In *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, New Orleans, LA., 114-122, 1991.
23. Wise K.A., Nguyen T., Optimal disturbance rejection in missile autopilot design using projective controls. *Control Systems, IEEE*, 12 (5), 43-49, 1992.
24. Saif M., Suboptimal projective control of a pressurized water reactor. *Nuclear Science, IEEE Transactions on* 36 (6), 2459-2465, 1989.
25. Srinivasan A., Batur C., Veillette R., Rosenthal B.N., Duval W., Projective control design for multi-zone crystal growth furnace. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 2 (2), 142-147, 1994.

26. Meo J., Medanic J., Perkins W., Design of digital PI+dynamic controllers using projective controls. *International Journal of Control* 43 (2), 539–559, 1986.
27. Medanic' J., Uskoković' Z., The design of optimal output regulators for linear multivariable systems with constant disturbances. *International Journal of Control* 37 (4), 809-830, 1983.
28. Sontag E.D., Wang Y., On characterizations of the input-to-state stability property. *Systems & Control Letters*, 24 (5), 351–359, 1995.
29. Sontag E.D., On the input-to-state stability property. *European Journal of Control*, 1 (1), 24–36, 1995.
30. Willems J.C., Commault C., Disturbance decoupling by measurement feedback with stability or pole placement. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 19 (4), 490–504, 1981.
31. Saberi A., Output-feedback control with almost-disturbance decoupling property: a singular perturbation approach. *International Journal of Control* 45 (5), 1705–1722, 1987.
32. Weiland S., Willems J.C., Almost disturbance decoupling with internal stability. *Automatic Control, IEEE Transactions on* 34 (3), 277–286, 1989.
33. Messner W.C., Tilbury D.M., Hill A.P.R., *Control Tutorials for MATLAB and Simulink*. Addison-Wesley, 1999.
34. Alexandridis A.T., Konstantopoulos G.C., Modified PI speed controllers for series-excited dc motors fed by dc/dc boost converters. *Control Engineering Practice* 23 (1), 14–21, 2014.