

Sayı Kümelerinin Öğretiminde Epistemolojik Yaklaşımla Hazırlanan Öğretim Uygulamasının Öğrenci Görüşleri Bağlamında İncelenmesi

İpek TÜKENMEZ^{1*}, Menekşe Seden TAPAN-BROUTIN², Hatice Kübra GÜLER-SELEK³

Citation : Tükenmez, İ., Tapan-Broutin, M. S. ve Güler-Selek, H.K. (2025). Sayı kümelerinin öğretiminde epistemolojik yaklaşımla hazırlanan öğretim uygulamasının öğrenci görüşleri bağlamında incelenmesi. *Türk Eğitim Değerlendirmeleri Dergisi*, 6(2), 1-17.

Received : 19.09.2025

Accepted : 27.11.2025

Published : 31.12.2025

Publisher's Note : Istanbul Medipol University stays neutral with regard to any jurisdictional claims.

Copyright : © 2022 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the DergiPark.

Öz

Bu çalışma, sayı kümelerinin öğretimi için epistemolojik bir yaklaşımla tasarlanan öğretim uygulamasına ilişkin öğrenci görüşlerini incelemeyi amaçlamaktadır. Çalışma, 2024–2025 akademik yılında Bursa'daki bir lisenin iki farklı 9. sınıf şubesinde öğrenim gören 40 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Öğretim süreci, yapılandırmacı yaklaşımın 5E modeline göre hazırlanmış olup tarihsel anlatılar, sembolik gösterimler, öğrenme etkinlikleri ve grup çalışmalarını içermektedir. Araştırma, nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması deseni kullanılarak yapılandırılmıştır. Veriler, öğretim sürecinin sonunda uygulanan ve 12 açık uçlu sorudan oluşan yazılı görüşme formu ile toplanmıştır. Toplanan veriler içerik analizi tekniğiyle çözümlenmiştir. Öğrenci yanıtlarının analizleri altı tematik alanda kategorize edilmiştir: ilgi ve merak,

1 Öğretmen.; Milli Eğitim Bakanlığı; i.tukenmez1684@gmail.com; Orcid ID: 0009-0007-3023-7956; Sorumlu Yazar

2 Prof. Dr.; Bursa Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi; tapan@uludag.edu.tr, Orcid ID:0000-0002-1860-852X

3 Doç. Dr.; Bursa Uludağ Üniversitesi, Eğitim Fakültesi; hkguler@uludag.edu.tr, Orcid ID:0009-0007-3023-7956

öğrenme kazanımları ve kolaylaştırma, güçlükler ve anlama sorunları, iş birliği ve etkinlikler, öğretmen etkisi ve tarihsel farkındalıkla birlikte epistemolojik eğilim. Bulgular, öğrencilerin çoğunun süreci ilgi çekici, geleneksel derslerden farklı ve anlamlı bulduğunu göstermektedir. Bununla birlikte, bazı öğrenciler özellikle sembolik gösterimlerde ve grup iş birliğinde güçlük yaşadıklarını ifade etmiştir. Bu çalışma, tarihsel ve epistemolojik unsurların entegre edildiği öğretim süreçlerine öğrencilerin nasıl baktığı ve tepki verdiğine dair bir bakış açısı sunarak alternatif matematik öğretim yaklaşımlarında öğrenci deneyimlerinin daha derinlemesine anlaşılmasına katkıda bulunmaktadır.

Anahtar Kelimeler: *Epistemolojik yaklaşım, matematik tarihi, sayı kümeleri, lise öğrencileri, matematik öğretimi*

ABSTRACT

This study aims to explore students' views regarding the instructional practice designed with an epistemological approach for teaching number sets. The study was conducted in the 2024–2025 academic year with 40 students from two different 9th-grade classes of a high school in Bursa. The instruction was designed according to the 5E model of the constructivist approach and included historical narratives, symbolic representations, learning activities, and group work. The research was designed as a qualitative case study. Data were collected with a written interview form consisting of 12 open-ended questions administered at the end of the instructional process. The collected data were analysed using the content analysis technique. Analyses of students' responses were categorized under six thematic areas: interest and curiosity, learning gains and facilitation, difficulty and comprehension issues, collaboration and activities, teacher influence, and epistemological tendency with historical awareness. The findings indicate that most students found the process engaging, different from traditional lessons, and meaningful. However, some students expressed difficulties, particularly in symbolic notation and group collaboration. This study offers insight into how students perceive and respond to instruction that integrates historical and epistemological elements, contributing to a deeper understanding of student experiences in alternative mathematics teaching approaches.

Keywords: *Epistemological approach, history of mathematics, number sets, high school students*

1. Giriş

Eğitim-öğretimin temel unsurlarından olan bilgi kavramı, didaktik tarihin en eski dönemlerinden bu yana insan düşüncesinin merkezinde yer almış ve farklı disiplinlerde araştırma konusu olmuştur. Bilgiyle ilgilenen bilim dalı epistemoloji olarak adlandırılmaktadır (Bozer & Kurnaz, 2016). Kavram, kökenini Yunanca episteme (bilgi) ve logos (akıl, düşünce, söz) sözcüklerinden almaktadır. Epistemoloji, en genel anlamıyla bilginin doğasına, kaynağına, sınırlarına ve doğruluğuna ilişkin felsefi sorgulamaları ifade etmektedir (MEB, 2023). Başka bir ifadeyle, epistemoloji; “bilgi nedir?”, “bilgiye nasıl ulaşılır?”, “bilginin ölçütü ve doğruluk değeri nedir?” gibi sorulara yanıt arayan bir felsefi disiplin olarak tanımlanabilir. Epistemolojinin kurucusu olarak kabul edilen Platon, bilgiyi “gerekçelendirilmiş doğru inanç” şeklinde tanımlamıştır. Platon’a göre bilgiye ulaşabilmek için üç temel koşul gereklidir: inanç, doğruluk ve gerekçelendirme. Bu bağlamda “inanç” kavramı, dinî anlamda bir inançtan ziyade, bir önermeyi ya da bilgiyi doğru kabul etme ve ona zihinsel olarak bağlanma durumunu ifade etmektedir (MEB, 2023). “Doğruluk” ise bilginin nesnel gerçeklikle örtüşmesini, “gerekçelendirme” ise bireyin sahip olduğu bilginin akılcı temellerle, yani kanıt ve gerekçelerle desteklenmesini ifade etmektedir. Dolayısıyla Platon’un bilgi anlayışı, yalnızca öznel kanaatlerin değil, aynı zamanda nesnel doğrulukla örtüşen ve akılcı dayanaklarla temellendirilen bir sürecin sonucunu işaret etmektedir. Bu yaklaşım, epistemolojinin sonraki dönemlerdeki gelişimine yön vermiş ve bilgi kavramı üzerine yapılan tartışmaların temelini oluşturmuştur.

Epistemolojik yaklaşım, öğrencilerin bilgiyi yalnızca aktarılan bir içerik olarak değil, bireysel ve sosyal etkileşimler yoluyla inşa ettikleri bir süreç olarak görmelerini hedefler (Ernest, 1994; Ernest, 2003). Bu yaklaşım, öğretim sürecinde bilginin doğasına ilişkin farkındalığı artırarak, öğrencilerin öğrenme süreçlerinde sorgulama, gerekçelendirme ve anlam kurma becerilerini destekler (Ernest, 1994; Hofer, 2002). Bu çalışmada epistemolojik yaklaşım, sayı kümeleri konusunun tarihsel gelişimiyle ilişkilendirilerek öğrencilerin bilgiye yönelik farkındalıklarını derinleştirmek amacıyla öğretim tasarımına entegre edilmiştir.

Yapılandırmacı öğretim yaklaşımı çerçevesinde, bireyin “bilginin ne olduğu, nasıl öğrenildiği, nasıl öğretildiği ve nasıl üretildiği” konusundaki bakış açısını biçimlendiren epistemolojik inanç kavramı büyük bir önem taşımaktadır (Demir & Akınoğlu, 2010). Epistemoloji yalnızca bireyin bilgi edinme sürecini etkilemekle kalmayıp, aynı zamanda öğrenme stratejilerini, öğretim süreçlerine katılım biçimlerini ve bilgiyi değerlendirme yöntemlerini de

şekillendirmektedir. Matematik eğitimi özelinde ele alındığında, Paul Ernest (2003) matematiksel bilginin, yalnızca bireysel zihinsel süreçlerin ürünü olmadığını; aynı zamanda sosyal ve kültürel bağlamlarda matematiksel deneyimlerin inşası süreci içerisinde şekillendiğini ileri sürmektedir. Ernest'in bu yaklaşımı, matematik bilgisini statik ve değişmez doğrulardan ibaret gören geleneksel anlayışa karşı çıkararak, matematiği toplumsal pratikler, kültürel birikim ve bireysel bilişsel süreçlerin etkileşimiyle sürekli yeniden üretilen bir bilgi alanı olarak konumlandırmaktadır. Bu görüş, matematiksel bilginin doğasına ilişkin farklı epistemolojik yaklaşımlarla da desteklenmektedir. Örneğin Lakatos (1976), matematiğin doğrusal ve kesin bir bilgi birikimi değil, aksine yanlışlamalar ve yeniden yapılandırmalar yoluyla gelişen eleştirel bir süreç olduğunu vurgulamıştır. Benzer şekilde Sfard (1998), matematiksel bilginin bireysel olarak inşa edilen bir zihinsel nesne olmasının ötesinde, dilsel ve söylemsel pratikler aracılığıyla toplumsal etkileşimlerde de üretildiğini ileri sürerek, matematiği "katılımcıların söylem topluluklarında paylaştığı bir etkinlik" olarak tanımlamaktadır. Lerman (2000) ise matematiği sosyal pratikler çerçevesinde ele almış, öğrenme sürecinin bireylerin kültürel ve toplumsal katılımları ile şekillendiğini savunmuştur. Dolayısıyla Ernest'in yaklaşımı, matematiği mutlak doğrular bütünü olarak gören pozitivist bakış açısına alternatif bir perspektif geliştirmekte; bilgi ve öğrenme süreçlerini bireysel bilişsel etkinliklerle sınırlamaktan ziyade, onları sosyal bağlamların ve kültürel dinamiklerin ayrılmaz bir parçası olarak ele almaktadır. Bu çerçevede matematik eğitimi, yalnızca kavramsal bilgilerin aktarımı değil, aynı zamanda tarihsel bağlamların, toplumsal etkileşimlerin ve kültürel deneyimlerin şekillendirildiği çok boyutlu bir öğrenme süreci olarak değerlendirilmektedir.

1.1 Tarihsel Bağlam ve Epistemolojik Perspektif

Matematiksel bilginin doğasının anlaşılmasında tarihsel gelişim süreçleri ile epistemolojik tartışmaların birlikte ele alınması, disiplinin hem öğretiminde hem de öğreniminde güçlü bir temel oluşturmaktadır (Hofer, 2002). Bu bağlamda, tarihsel ve epistemolojik perspektiflerin matematik öğretimine entegre edilmesinin, öğrencilere daha geniş ve derinlemesine bir bakış açısı kazandıracağı düşünülmektedir. Nitekim öğretmenler, matematiksel kavramların gelişimini tarihsel bir çerçevede ele aldıklarında, bu kavramların öğrencilere aktarımı daha anlamlı ve anlaşılır bir şekilde gerçekleşmektedir (Bagni, 2000; Furinghetti, 2003). Öğrencilerin matematiği yalnızca bir bilgi bütünü olarak değil, aynı zamanda tarihsel ve kültürel bir olgu olarak görmeleri, onların daha derin ve anlamlı öğrenmelerini kolaylaştırmaktadır. Bu nedenle tarih ve epistemoloji, matematik eğitimi zenginleştiren, öğretmenlere

pedagojik açıdan sağlam bir dayanak sağlayan temel bileşenler olarak öne çıkmaktadır (Radford, 1997).

Çeşitli araştırmalarda da belirtildiği üzere, derslerinde epistemolojik bir temele yer veren öğretmenler, öğrencilerinin matematiksel nesneleri tarihsel gelişime benzer biçimlerde yeniden inşa ettiklerini gözlemlemekte ve bu durum, tarihsel yaklaşımın öğretimde kullanılabilirliğine olan güvenlerini pekiştirmektedir (Furinghetti & Somaglia, 2003. Matematiği tarihsel bağlam içerisinde öğretmek, öğrencilere bu disiplini insanlık tarihinin ayrılmaz bir parçası olarak algılama fırsatı sunmakta (Sahin & Tapan-BROUTIN, 2023a); böylece matematik yalnızca bir ders olmaktan çıkıp, düşünsel ve yansıtıcı bir süreç hâline dönüşmektedir (Grugnetti et al., 2000). Epistemolojik bir bakış açısı ise müfredatın yenilikçi yaklaşımlarla zenginleştirilmesinde ve bu yaklaşımların tarihsel gelişim süreçleriyle ilişkilendirilerek daha geniş perspektifler kazandırılmasında önemli bir rol oynamaktadır (Pellegrino, 2001; Furinghetti & Radford, 2002). Ernest'in (1994) de vurguladığı gibi, epistemolojik yaklaşım soyut kavramların tarihsel ve bağlamsal çerçevede ele alınmasını sağlayarak anlamlı öğrenmeyi güçlendirmektedir. Ayrıca bu bakış açısı, öğretmenlerin öğrencilerin bazı kavramlara karşı geliştirdiği dirençleri daha iyi anlamalarına imkân tanıırken, öğrencilerin karşılaştıkları problemleri tarihsel bağlamda yeniden çerçevelendirmelerine yardımcı olmaktadır (Tapan-BROUTIN & Sahin, 2023b). Bu noktadan hareketle, matematiğin tarihsel gelişimi dikkate alındığında, disiplinin kavramsal temellerinin sayılar ve sayı kümelerine kadar uzandığı görülmektedir.

Sayı kümeleri, matematiğin yapı taşlarından biri olarak insanın sayma, ölçme ve hesap yapma gibi temel ihtiyaçlarından doğmuştur (Altıntaş, 2022). İlk aşamada doğal sayılar, gündelik hayattaki basit gereksinimleri karşılamak üzere geliştirilmiş; ardından tam sayılar, negatif sayıların dâhil edilmesiyle sayı sistemini genişletmiştir. Daha sonra bölme işlemi gereksinimi, rasyonel sayıların ortaya çıkmasını sağlamış (Kline, 1980); irrasyonel sayıların, örneğin π ve $\sqrt{2}$ 'nin keşfi ise matematiğin soyut doğasını gözler önüne sermiştir (Devlin, 2000). Dolayısıyla sayı kümeleri yalnızca matematiksel işlemler için temel bir araç olmanın ötesinde, insan düşüncesinin gelişimi açısından da kritik bir öneme sahiptir.

Türkiye'de lise düzeyinde ve doğrudan sayı kümeleri konusuna odaklanarak epistemolojik yaklaşıma dayalı bir öğretim uygulamasına rastlanmamıştır. Ancak, matematik tarihi ve bilginin doğasına ilişkin farkındalık kazandırmayı amaçlayan bazı araştırmalar bu çalışmanın kuramsal temelini desteklemektedir. Tokay (2019), ilkokul 4. sınıf düzeyinde yürüttüğü deneysel araştırmasında,

matematik tarihinin öğretime entegrasyonunun öğrencilerin akademik başarı, kalıcılık ve motivasyon düzeylerini artırdığını ortaya koymuştur. Benzer şekilde Tol (2018), ortaöğretim öğrencileriyle yaptığı senaryo tabanlı tarihsel öğretim uygulamalarının matematiksel tutum ve eleştirel düşünme becerilerine olumlu etkilerini vurgulamıştır. Erdin (2023) tarafından yapılan ekolojik analiz çalışmasında, ortaokul matematik ders kitaplarında yer alan tarihsel öğelerin çoğunlukla yüzeysel biçimde kullanıldığı ve öğretim süreçleriyle bütünleştirilemediği tespit edilmiştir. Ayrıca, Küçükoğlu ve İncikabı (2020), dijital öyküleme yöntemiyle yürüttükleri araştırmada öğrencilerin matematiksel kavramların tarihsel gelişimlerini incelediklerinde bilginin doğasına dair farkındalıklarının arttığını belirtmişlerdir. Bu bulgular, doğrudan lise düzeyinde veya sayı kümeleri konusuna ilişkin olmasa da, matematik tarihinin öğretimde kullanımının epistemolojik farkındalık ve kavramsal öğrenmeyi desteklediğini göstermektedir. Uluslararası literatürde de benzer sonuçlar görülmektedir. Bagni (2000), Furinghetti (2003) ve Radford (1997) tarihsel bağlam ve görsel materyallerin öğrencilerin kavramsal anlayışını güçlendirdiğini, matematiksel düşüncenin tarihsel kökenlerini tanımanın öğrencilerin epistemolojik farkındalıklarını artırdığını belirtmişlerdir. Bu bağlamda, Türkiye’de yürütülen çalışmalar ile uluslararası literatür arasında paralellikler bulunmakta; ancak mevcut araştırma, sayı kümeleri konusunu lise düzeyinde epistemolojik yaklaşım temelinde ele alarak literatüre özgün bir katkı sunmaktadır.

Bu araştırmanın amacı, sayı kümeleri konusunun öğretiminde epistemolojik yaklaşıma dayalı bir öğretim uygulaması geliştirerek öğrencilerin konuya ilişkin kavramsal anlamalarını ve bilginin doğasına dair farkındalıklarını incelemektir. Literatürde lise düzeyinde ve özellikle sayı kümeleri konusuna odaklanan epistemolojik temelli bir öğretim uygulamasına rastlanmaması, bu araştırmanın özgün yönünü oluşturmaktadır. Ancak araştırmanın temel amacı, yalnızca bu boşluğu belirlemek değil, epistemolojik yaklaşımın öğretim sürecinde nasıl işlevselleştirilebileceğini ortaya koymaktır. Bu doğrultuda çalışma, öğrencilerin matematiksel kavramları tarihsel ve epistemolojik bağlamda yeniden inşa etmelerini sağlayan bir öğretim tasarımı geliştirmeyi ve bu tasarımın öğrenci görüşleri doğrultusunda değerlendirilmesini hedeflemektedir. Böylelikle araştırma, söz konusu öğretim yaklaşımı hakkında öğrenci görüşlerine ilişkin anlamlı sonuçlar ortaya koymayı hedeflemektedir. Bu doğrultuda çalışmada şu temel araştırma sorusuna yanıt aranmıştır: “Sayı kümelerinin öğretiminde epistemolojik bir yaklaşımla hazırlanan öğretim uygulamasına ilişkin öğrenci görüşleri nelerdir?”

2.Yöntem

Bu çalışma, nitel araştırma türlerinden durum çalışması deseni kullanılarak yürütülmüştür. Durum çalışmaları, belirli bir olgunun kendi doğal bağlamı içinde derinlemesine incelenmesini ve anlaşılmasını amaçlayan nitel araştırma yaklaşımları arasında önemli bir yere sahiptir (Yin, 2018). Bu araştırma, epistemolojik bir yaklaşımla hazırlanmış ve yapılandırmacı eğitim anlayışının 5E modeli çerçevesinde kurgulanmış sayı kümeleri konusundaki öğretim sürecine ilişkin öğrencilerin görüşleri ele alınmıştır.

Öğretim süreci, yapılandırmacı yaklaşımın 5E modeline (Bybee et al., 2006) göre planlanmıştır. 5E modeli; Giriş (Engage), Keşfetme (Explore), Açıklama (Explain), Derinleştirme (Elaborate) ve Değerlendirme (Evaluate) aşamalarından oluşmaktadır. Bu model, öğrencilerin önce merak ve motivasyonla sürece katılmalarını, ardından keşfetme ve açıklama yoluyla kavramsal anlamalarını güçlendirmelerini hedefler. Bu çalışmada, her aşama sayı kümeleri konusunun tarihsel gelişimiyle ilişkilendirilerek yapılandırılmıştır.

Araştırmanın çalışma grubunu, 2024–2025 akademik yılında Bursa’da bulunan bir mesleki ve teknik lisede Bilişim Teknolojileri ve Muhasebe bölümlerinde öğrenim gören 40 dokuzuncu sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Katılımcılar, araştırmanın amaçlarına uygun olarak amaçlı örneklem yöntemi ile belirlenmiştir (Patton, 2002). Bu öğrenciler, “Türkiye Eğitim Modeli Yüzyılı” kapsamında uygulamaya konulan yeni lise müfredatını deneyimleyen ilk gruplar arasında yer aldıkları için araştırmanın birincil hedef kitlesini temsil etmektedir. Ayrıca her iki sınıfta derslerin aynı öğretmen tarafından yürütülmesi, uygulayıcı değişkeni üzerinde kontrol sağlamış ve öğrencilerin görüşlerinin daha objektif bir biçimde karşılaştırılabilmesine olanak tanımıştır.

Veriler, sayı kümelerinin öğretiminde epistemolojik ve tarihsel temellere dayalı uygulamanın ardından öğrencilerin görüş ve değerlendirmelerini ortaya koymak amacıyla hazırlanan, 12 açık uçlu sorudan oluşan yapılandırılmış görüşme formu aracılığıyla toplanmıştır. Sorular, öğrencilerin ders sürecine ilişkin ilgilerini ve kazanımlarını, karşılaştıkları güçlükleri, öğretmen ve akranlarla etkileşimlerini, öğretim yaklaşımına yönelik görüşlerini ve önerilerini ortaya koyacak şekilde yapılandırılmıştır. Görüşme formu araştırmacı tarafından hazırlanmış ve alanında uzman iki öğretim üyesinin görüşüne sunulmuş son hali verilmiştir. Öğrencilerden, yazılı olarak yanıt vermeleri istenmiştir. Araştırmada veri toplama aracı olarak kullanılan Görüşme Formu Şekil 1’de sunulmuştur.

Aşağıdaki soruları “Sayı Kümeleri” konusunda işlediğimiz derslere yönelik olarak cevaplayınız.

1. Bu derslerde yapılan çalışmalarda en çok hoşunuza giden neydi? Neden?
2. Bu derslerde size en ilginç ve sıra dışı gelen durum neydi? Neden?
3. Bu dersler sırasında öğrendiğiniz en değerli şey neydi? Neden?
4. Bu derslerde izlediğiniz videolar ilginizi çekti mi? Çektiyse en çok ilginizi çeken neydi? Neden?
5. Bu derslerde izlediğiniz videolarda anlamakta zorlandığınız kısımlar oldu mu? Oldu ise nelerdi? Neden?
6. Bu derslerde sembollerle sayı yazma etkinliği ilginizi çekti mi? Çektiyse en çok ilginizi çeken neydi? Neden?
7. Bu derslerde sembollerle sayı yazma etkinliğinde zorlandığınız kısımlar oldu mu? Oldu ise nelerdi? Neden?
8. Bu derslerde grup çalışması etkinliğinde verilen problem durumlarından hangisi veya hangileri ilginizi çekti? Neden?
9. Bu derslerde grup çalışması etkinliğinde verilen problem durumlarından hangisi veya hangileri sizin için zorlayıcıydı? Neden?
10. Sayı kümeleri konusunu videolar, ufak problem durumlarını soru-cevap şeklinde tartışarak işlediğimiz bu dersler süresince karşılaştığınız en büyük zorluk neydi?
11. Dersler esnasında öğretmenin rolü sizin için ne ifade ediyordu? Açıklayınız.
12. Daha önce öğrendiğiniz matematik konusunun veya konularının, bu derslerdeki gibi (tarihi, ilk ortaya çıkışı ve etkinliklerle) işlenmesini ister miydiniz? Varsa hangileri? Neden?

Şekil 1. Görüşme Formu Soruları

Toplanan veriler, nitel araştırmalarda yaygın olarak kullanılan içerik analizi yöntemi ile incelenmiştir. İçerik analizi, verilerin sistematik, tekrarlı ve özenli bir biçimde incelenerek anlamlı temaların ve örüntülerin belirlenmesini amaçlayan bir nitel veri çözümleme tekniğidir (Yıldırım & Şimşek, 2018). Bu kapsamda, öğrencilere Ö1, Ö2, Ö3... şeklinde kodlanmış, öğrencilerin yanıtları anlamlı birimlere ayrılmış, kodlanmış ve benzer içeriklere göre kategorilere ve temalara dönüştürülmüştür. Kodlama süreci, araştırmacı tarafından titizlikle yürütülmüş; verilerin anlam bütünlüğünün korunması amacıyla doğrudan alıntılara yer verilmiştir. Veri analiz sürecinde ilk aşama, öğrencilerin yanıtlarının anlam birimlerine ayrılması ile başlamıştır. Her yanıt, öğretim süreciyle ilişkili belirli bir düşünce veya görüşü ifade eden cümle veya cümle grupları olarak kodlanmıştır. Daha sonra bu kodlar, içerik benzerlikleri dikkate alınarak alt temalar ve kategoriler altında gruplanmıştır. Örneğin, öğrencilerin derse olan ilgisi ve merakı, “ilgi ve motivasyon” teması; karşılaştıkları zorluklar ise “güçlükler ve anlama sorunları” kategorisi altında toplanmıştır.

Güvenilirliği artırmak amacıyla, kodlama sürecinde çift kontrol ve doğrulama yöntemleri uygulanmıştır. Kodlama, araştırmacının kendi denetimi altında yürütülmüş, ardından kodların doğruluğu ve tutarlılığı için başka bir araştırmacı tarafından gözden geçirilmiştir. Kodlama sürecinde anlaşmazlıklar tartışılarak çözülmüş ve nihai temalar üzerinde uzlaşa sağlanmıştır. Böylece, araştırmada hem iç tutarlılık hem de anlam bütünlüğü sağlanmış, öğrencilerin görüşlerinin öğretim sürecine dair deneyimlerini güvenilir bir biçimde yansıtması temin edilmiştir.

3. Bulgular

Katılımcı öğrencilerin görüşme sorularına verdikleri yanıtların analizi sonucunda bulgular, altı temel tematik kategori altında sınıflandırılmıştır. Bu temalar şunlardır: İlgi ve merak, Öğrenme kolaylığı ve kazanımlar, Zorluklar ve anlama güçlükleri, Etkinlik ve işbirliği deneyimi, Öğretmenin etkisi, ve Epistemolojik eğilim ve tarihsel farkındalık. Bu temalar, öğrencilerin öğretim sürecindeki deneyimlerine ilişkin görüşleri doğrultusunda yapılandırılmıştır. Her tema, öğrencilerin ders sürecinde yaşadıkları duygu, gözlem, deneyim ve görüşleri yansıtacak şekilde tanımlanmıştır. Örneğin, “ilgi ve merak” teması, öğrencilerin ders içeriğine yönelik motivasyonunu ve öğrenmeye karşı geliştirdikleri merak duygusunu kapsarken; “zorluklar ve anlama güçlükleri” teması, öğrencilerin karşılaştıkları bilişsel ve kavramsal engelleri içermektedir. Ayrıca, temalar aracılığıyla öğrencilerin epistemolojik eğilimleri ve tarihsel farkındalıkları da incelenebilmiş, dersin tarihsel ve epistemolojik temelli yaklaşımı ile ilgili görüşler ortaya konmuştur. Tablo 1, her bir temanın hangi görüşme sorusuna verilen cevap analizi ile ilişkilendirildiğini göstermektedir ve böylece temaların veri çözümlemesi ile bağlantısı net bir biçimde sunulmaktadır.

Tablo 1. Görüşme sorusuna verilen cevaplar ile oluşan temaların ilişkisi

Temalar	İlişkili görüşme soruları
İlgi ve merak	Q1, Q2, Q4, Q6, Q8
Öğrenme kolaylığı ve kazanımlar	Q3, Q4, Q10
Zorluklar ve anlama güçlükleri	Q5, Q7, Q8, Q9, Q10
Etkinlik ve işbirliği deneyimi	Q1, Q2, Q4, Q6, Q7, Q8, Q9, Q10
Öğretmenin etkisi	Q1, Q11
Epistemolojik eğilim ve tarihsel farkındalık	Q1, Q2, Q3, Q4, Q8, Q10, Q12

İlerleyen paragraflarda araştırmanın bulguların açığa çıkarılan her bir tema için oluşturulan kodlar, kodlara yönelik örnek öğrenci ifadeleri ve bu ifadelerin hangi görüşme sorusuna cevap olarak verildiği açıklamalar ile sunulmuştur.

1.1.1 İlgi ve Merak Teması

Bu tema, ağırlıklı olarak öğrencilerin 1., 2., 4., 6. ve 8. sorulara verdikleri yanıtlarla ilişkilendirilerek elde edilmiştir. Öğrencilerin dikkatini çeken unsurlar arasında, sayıları sembollerle yazma etkinlikleri, videolar, ses kayıtları ve grup hâlinde problem çözme görevleri yer almıştır. Özellikle sembol kullanımı ve görsel içerik, öğrenciler için farklı bir öğrenme deneyimi

sunmuş; bu deneyim hem etkileşimli hem de keyifli bulunmuştur. Öğrenciler, alışılmış matematik derslerinden farklı olan bu sıra dışı materyallerin dersleri daha akılda kalıcı hâle getirdiğini ve olumlu bir merak duygusunu tetiklediğini belirtmişlerdir. Bazı öğrenciler ise derslerde tarihsel içeriklerin yer almasına şaşırdıklarını ve bu durumun ilgilerini çektiğini ifade etmişlerdir. Tema ile ilişkili örnek öğrenci ifadeleri aşağıda sunulmuştur.

“Sembollerle yazmak çok eğlenceliydi.” (Ö6 – Soru 6)

“Videolar renkli ve dinamik olduğu için dikkatimi çekti.” (Ö24 – Soru 4)

“Mısırlıların böyle şeyleri nasıl bulduğuna çok şaşırdım.” (Ö14 – Soru 2)

“Arkadaşlarla farklı problemleri çözmek eğlenceliydi.” (Ö9 – Soru 8)

Bu bulgular, öğrencilerin ders içeriğine aktif katılımının, ilgi ve merak duygusunun artırılmasında önemli bir rol oynadığını göstermektedir. Ayrıca, görsel ve tarihsel materyallerin derslerde kullanılması, öğrencilerin matematiksel kavramları farklı bir perspektiften anlamalarına ve öğrenme sürecini daha keyifli hâle getirmelerine katkı sağladığı yönünde yorumlanmıştır.

1.1.2 Öğrenme Kolaylığı ve Kazanımlar

Bu tema, ağırlıklı olarak öğrencilerin 3., 4. ve 10. sorulara verdikleri yanıtlarla ilişkilendirilerek elde edilmiştir. Öğrenciler, sayı kümeleri konusunun tarihsel bir bağlam içerisinde ele alınmasının, konunun anlaşılmasını kolaylaştırdığını ifade etmişlerdir. Bazı öğrenciler, konunun görsel ve hikâye temelli sunumunun öğrenmeyi daha kalıcı hâle getirdiğini belirtirken, diğerleri problem senaryoları ve videoların içeriği daha etkili bir şekilde kavramalarına yardımcı olduğunu vurgulamıştır.

Öğrenciler, daha önce karmaşık veya zorlayıcı buldukları kavramların, ilgi çekici ve yapılandırılmış bir sunum sayesinde daha anlaşılır hâle geldiğini dile getirmişlerdir. Bu durum, aynı zamanda öğrencilerin motivasyonunu olumlu yönde etkileyerek öğrenmeye karşı ilgilerini artırmıştır. Söz konusu bulgular, tarihsel ve görsel materyallerin matematik öğretiminde hem kavramsal anlayışı güçlendirdiğini hem de öğrencilerin öğrenme sürecine aktif katılımını desteklediğini göstermektedir. Tema ile ilişkili örnek öğrenci ifadeleri aşağıda sunulmuştur.

“Sıfırın nasıl bulunduğunu öğrendik; artık bunu çok net anlıyorum.” (Ö15 – Soru 3)

“Sayıların tarihini öğrenmek, her şeyin kafamda yerine oturmasına yardımcı oldu.” (Ö10 – Soru 3)

“Sembollerin kullanımı hatırlamayı çok daha kolay hâle getirdi.” (Ö5 – Soru 10)

“Bunu eskiden anlamıyordum, ama şimdi video sayesinde anlıyorum.” (Ö26 – Soru 10)

Bu bulgular, tarihsel bağlam ve görsel materyallerle desteklenen öğretim yaklaşımlarının, öğrencilerin soyut matematiksel kavramları anlamalarını kolaylaştırdığı yönünde yorumlanmıştır.

1.1.3 Zorluklar ve Anlama Güçlükleri

Bu tema, ağırlıklı olarak öğrencilerin 5., 7., 8., 9. ve 10. sorulara verdikleri yanıtlarla ilişkilendirilerek elde edilmiştir. Öğrenciler, ders sırasında karşılaştıkları zorlukları ve anlamakta güçlük çektikleri konuları açıklamışlardır. Özellikle, videolar aracılığıyla sunulan bazı kavramlar, öğrenciler tarafından soyut ve karmaşık olarak tanımlanmış; bu durum, kavramların anlaşılmasını zorlaştırmıştır. Sayıları sembollerle yazma etkinliği de, eski sayı sistemlerine ait alışılmamış kurallar nedeniyle öğrenciler için güçlük yaratmıştır. Ayrıca, grup çalışması sırasında uygulanan bazı problem senaryolarının karmaşıklığı, öğrenciler tarafından öğrenmeye yönelik bir engelleyici faktör olarak değerlendirilmiştir. Bu bulgular, bireysel farklılıklara uygun esnek öğrenme ortamlarının önemini ortaya koymaktadır ve öğretim tasarımı öğrencilerin çeşitli bilişsel seviyelerine uygun düzenlemeler yapılmasının gerekliliğini vurgulamaktadır. Tema ile ilişkili örnek öğrenci ifadeleri aşağıda sunulmuştur.

“Sembollerle sayı yazmak çok karışıktı; kafamı döndürdü.” (Ö7 – Soru 7)

“Bazı videoları anlamakta zorlandım.” (Ö5 – Soru 5)

“Beyin jimnastiği sorularından biri çok karmaşıktı; çözemedim.” (Ö9 – Soru 9)

“Problemin adımları çok fazlaydı; anlayamadım.” (Ö10 – Soru 10)

Bu bulgular, ders tasarımı karmaşıklığı dengeleyen, destekleyici ve aşamalı öğrenme stratejilerinin uygulanmasının önemini ortaya koymaktadır. Ayrıca, öğrencilerin karşılaştıkları zorlukların kaynağını anlamak, öğretim sürecinde ek açıklamalar, rehberlik ve uygun öğretim materyalleri ile müdahale edilmesinin gerektiği yönünde yorumlanmıştır.

1.1.4 Etkinlik ve İşbirliği Deneyimi

Bu tema, ağırlıklı olarak öğrencilerin 1., 2., 4., 6., 7., 8., 9. ve 10. sorulara verdikleri yanıtlarla ilişkilendirilerek elde edilmiştir. Öğrenciler, grup çalışmaları ve problem temelli öğrenme etkinlikleri sırasında yaşadıkları deneyimleri değerlendirmişlerdir. Bazı öğrenciler, birlikte çalışmayı hem

eğlenceli hem de öğretici bulmuş, farklı bakış açılarını görme ve değerlendirme olanağı sağladığını belirtmişlerdir. Öte yandan, bazı öğrenciler grup içi iletişim sorunları veya görev paylaşımında yaşanan zorluklardan bahsetmişlerdir. Beyin jimnastikleri ve gerçek yaşamla bağlantılı problem etkinlikleri, öğrencilerin aktif katılımını teşvik etmiş ve işbirliği becerilerinin gelişimini desteklemiştir. Bu bulgular, grup çalışmaları ve problem temelli öğrenme etkinliklerinin, öğrencilerin hem bilişsel hem de sosyal becerilerini geliştirmede önemli bir rol oynadığını göstermektedir. Tema ile ilişkili örnek öğrenci ifadeleri aşağıda sunulmuştur.

“Beyin jimnastikleri bizi çok düşündürdü, ama arkadaşlarla çözmek güzeldi.” (Ö9 – Soru 9)

“Problemi grup hâlinde çözmek daha kolay oldu.” (Ö21 – Soru 8)

“İlk başta zorlandım, ama grubum sayesinde çözebildim.” (Ö8 – Soru 9)

“Bazı kişiler hiç katılmadı, bu yüzden zor oldu.” (Ö19 – Soru 8)

Bu bulgular, grup çalışmaları ve problem temelli öğrenme etkinliklerinin, öğrencilerin hem bilişsel hem de sosyal becerilerinin gelişiminde önemli bir rol oynadığını göstermektedir. Öğrencilerin bir kısmının birlikte çalışmayı eğlenceli ve öğretici bulması, bu tür etkinliklerin motivasyonu artırıcı ve öğrenme sürecini daha etkileşimli hâle getirici etkisini ortaya koymaktadır. Ayrıca, farklı bakış açılarını değerlendirme fırsatının sağlanması, öğrencilerin eleştirel düşünme ve problem çözme becerilerini güçlendirebileceği yönünde yorumlanmıştır. Öte yandan, bazı öğrencilerin grup içi iletişim sorunları veya görev paylaşımındaki zorluklardan söz etmesi, işbirlikli öğrenme süreçlerinin dikkatle planlanması gerektiğini ve öğrencilerin bireysel farklılıklarının göz önünde bulundurulması gerektiği yönünde yorumlanmıştır.

1.1.5 Öğretmenin Etkisi

Bu tema, ağırlıklı olarak öğrencilerin 11. soruya verdikleri yanıtlarla ilişkilendirilerek elde edilmiştir. Bu bağlamda, öğrenciler ders süresince öğretmenin tutumu, rehberliği ve iletişim tarzı ile ilgili görüşlerini paylaşmışlardır. Birçok öğrenci, öğretmenin sabırlı, açıklayıcı ve destekleyici yaklaşımını takdir etmiş; bu yaklaşımın, öğrencilerin derse daha aktif katılımını sağladığını ve öğrenme sürecini daha etkili hâle getirdiğini belirtmişlerdir. Ayrıca, öğretmenin ders sürecinde çeşitli öğretim yöntemlerini kullanması, öğrenciler tarafından ilgi çekici bulunmuş ve öğrenmeye yönelik olumlu tutumların geliştirilmesine katkı sağlamıştır. Bu durum, öğretmenin hem pedagojik hem de iletişimsel davranışlarının, öğrencilerin motivasyonu

ve öğrenme deneyimi üzerindeki belirleyici etkisini ortaya koymaktadır. Tema ile ilişkili örnek öğrenci ifadeleri aşağıda sunulmuştur.

“Öğretmenimiz her şeyi çok iyi açıkladı; hatta ses tonları bile dikkatimi çekti.” (Ö7 – Soru 11)

“Destekleyici davranışları sayesinde kendimi ifade edebildim.” (Ö11 – Soru 11)

“Nezaketi ve gülümsemesi derse katılmamı kolaylaştırdı.” (Ö37 – Soru 11)

“Sorulara her zaman net yanıt verdiler; gerçekten çok iyiydi.” (Ö21 – Soru 11)

Bu bulgular, öğretmenin öğrenci odaklı, açıklayıcı ve destekleyici yaklaşımının, dersin etkinliğini artırmada ve öğrencilerin derse katılımını teşvik etmede önemli bir rol oynadığını göstermektedir. Aynı zamanda, farklı öğretim stratejilerinin kullanılması, öğrencilerin derse olan ilgisini artırıp öğrenmeye yönelik pozitif tutumların oluşmasına sağladığı yönünde yorumlanmıştır.

1.1.6 Epistemolojik Eğilim ve Tarihsel Farkındalık

Bu tema, ağırlıklı olarak öğrencilerin 1., 2., 3., 4., 8., 10., ve 12. sorulara verdikleri yanıtlarla ilişkilendirilerek elde edilmiştir. Öğrenciler, matematiğin tarihsel gelişimi ve bu sürecin kendi öğrenmelerine etkisi hakkında bilgi edinmekten duydukları memnuniyeti ifade etmişlerdir. Bazı öğrenciler, sayıların ve matematiksel kavramların tarih boyunca nasıl evrildiğini öğrenmenin, onların bakış açılarını genişlettiğini belirtmişlerdir. Epistemolojik bir perspektiften bakıldığında, öğrencilerin bilginin nasıl üretildiği, doğrulandığı ve bağlamsallaştırıldığı üzerine düşünmeye başladıkları gözlemlenmiştir. Bu bağlamda bazı öğrenciler, matematiğin yalnızca bir dizi işlemden ibaret olmadığını; aksine, tarihsel, entelektüel ve düşünsel bir süreç olduğunu ifade etmişlerdir. Bu yaklaşım, öğrencilerin matematiksel bilgiyi daha derin ve eleştirel bir bakış açısıyla anlamalarını desteklemektedir. Tema ile ilişkili örnek öğrenci ifadeleri aşağıda sunulmuştur.

“Sıfırın nasıl bulunduğunu öğrenmek gerçekten ilgimi çekti.” (Ö15 – Soru 3)

“Tarihi öğrenmeden matematik eksikmiş gibi geliyor.” (Ö36 – Soru 10)

“Sıfırı bulmanın ne kadar zor olduğunu görünce şaşırdım.” (Ö29 – Soru 12)

“Bence matematiğin tarihini öğrenince, anlamak daha kolay oluyor.” (Ö20 – Soru 12)

Bu bulgular, tarihsel ve epistemolojik temelli öğretim yaklaşımlarının, öğrencilerin matematiksel kavramları daha anlamlı bir bağlamda

kavramalarını, düşünsel süreçlerini geliştirmelerini ve eleştirel düşünme becerilerini güçlendirmelerini sağladığını göstermektedir. Aynı zamanda, öğrencilerin matematiğe bakış açısında bir derinleşme ve bilinçlenme sağladığı, onların yalnızca prosedürel bilgiye değil, matematiğin epistemolojik temellerine de ilgi duymalarını sağladığı yönünde yorumlanmıştır.

4.Tartışma ve Sonuç

Bu araştırmada, sayı kümelerinin öğretiminde epistemolojik ve tarihsel temelli bir öğretim uygulamasına ilişkin öğrencilerin görüşleri incelenmiştir. Bulgular, tarihsel materyaller, semboller ve etkinlik temelli öğretim yöntemlerinin öğrenciler için ilgi çekici, uyarıcı ve motivasyon artırıcı olduğunu göstermektedir. Özellikle, sayıların sembollerle yazılması etkinliği ve tarihsel anlatımlar, öğrencilerin matematiğe yönelik ilgilerini artırmış, öğrenme sürecini daha anlamlı ve kalıcı hâle getirmiştir. Bu sonuçlar, literatürde tarihsel bağlam ve görsel materyallerin öğrencilerin kavramsal anlayışını güçlendirdiğini belirten Bagni (2000), Furinghetti (2003) ve Radford (1997) gibi çalışmalara paralellik göstermektedir.

Araştırma bulguları, öğrencilerin sosyal etkileşim ve işbirliği deneyimlerinden olumlu biçimde etkilendiklerini ortaya koymaktadır. Grup çalışmaları ve problem temelli öğrenme etkinlikleri, öğrencilerin farklı bakış açılarını değerlendirmelerini sağlarken, işbirliği ve iletişim becerilerinin gelişimini desteklemiştir. Johnson ve Johnson (2011), işbirlikli öğrenmenin öğrencilerin hem bilişsel hem sosyal becerilerini güçlendirdiğini vurgulamış ve bu araştırmanın bulguları ile uyum göstermektedir. Ancak bazı öğrencilerin grup içi iletişim sorunları ve görev paylaşımındaki eşitsizliklerden söz etmesi, işbirlikli öğrenme ortamlarının özenle planlanması gerektiğini ve bireysel farklılıkların dikkate alınmasının önemini ortaya koymaktadır.

Öğretmenin rehberlik edici ve destekleyici tutumu, öğrencilerin derse katılımını artırmış ve öğrenme sürecinin etkinliğini yükseltmiştir. Öğrenciler, öğretmenin sabırlı, açıklayıcı ve olumlu iletişim tarzını öne çıkarmış; farklı öğretim yöntemlerinin dersleri daha ilgi çekici hâle getirdiğini belirtmişlerdir. Bu durum, Pellegrino (2001) tarafından vurgulanan, öğretmen davranışlarının öğrencilerin motivasyonu ve öğrenme çıktıları üzerindeki belirleyici etkisini destekleyen literatürle uyumludur.

Bulgular ayrıca, öğrencilerin matematiğe epistemolojik bir bakış açısıyla yaklaşmaya başladığını göstermektedir. Tarihsel bilgilerle desteklenen öğretim, öğrencilerin bilginin nasıl üretildiğini, doğrulandığını ve bağlamsallaştırdığını düşünmelerini sağlamış; matematiği yalnızca prosedürel bir bilgi alanı olarak

değil, tarihsel bir süreç olarak değerlendirmelerine katkı sunmuştur. Ernest (1994, 2003) ve Furinghetti & Radford (2002) tarafından ortaya konulan, matematiksel bilginin sosyal ve kültürel bağlamlarda inşa edildiği yaklaşımı ile bu bulgular paralellik göstermektedir. Öğrencilerin tarihsel perspektif kazanmaları, matematiği anlamlı öğrenme bağlamında kavramalarını sağlamış ve onların eleştirel düşünme becerilerini güçlendirmiştir.

Sonuç olarak, epistemolojik ve tarihsel temelli öğretim uygulamaları, sayı kümeleri gibi temel matematiksel konuların öğretiminde öğrenci motivasyonunu artıran, öğrenmeyi kalıcı hâle getiren ve öğrencilerin kavramsal ile epistemolojik farkındalıklarını geliştiren etkili bir yöntem olarak değerlendirilebilir. Bu yaklaşım, geleneksel, soyut ve prosedürel odaklı matematik öğretiminden farklı olarak, öğrencilerin matematiği hem kavramsal hem tarihsel bir bağlamda değerlendirmelerini sağlamaktadır.

Bununla birlikte, bazı kavramların soyut yapısı ve grup çalışmalarındaki eşitsizlikler, öğretim sürecinin tasarımıyla geliştirilmesi gereken alanlar olarak ortaya çıkmaktadır. Gelecek araştırmalarda, farklı yaş grupları, daha geniş öğrenci örneklemeleri ve farklı matematik konularıyla uygulanacak benzer çalışmalar, epistemolojik temelli öğretimin etkinliğini daha kapsamlı ve genellenebilir bir biçimde değerlendirme olanağı sağlayabilir.

Çıkar Çatışması Beyanı: Yazarlar herhangi bir çıkar çatışması olmadığını beyan etmektedir.

KAYNAKÇA

- Altıntaş, O. (2022). *Matematik Tarihi*. Nobel Akademik Yayıncılık.
- Bagni, G. T. (2000). The role of the history of mathematics in mathematics education: Reflections and examples. In *Proceedings of CERME-1*, (Osnabrück), 2, 220–231.
- Bozer, E. N., & Kurnaz, A. (2016). Awakening dormant minds: Socratic inquiry. In E. Yılmaz, M. Çalışkan, & S. A. Sulak (Eds.), *Reflections from Educational Sciences* (pp. 153–166). Konya: Çizgi Kitabevi.
- Bybee, R. W., Taylor, J. A., Gardner, A., Van Scotter, P., Powell, J. C., Westbrook, A., & Landes, N. (2006b). The BSCS 5E instructional model: origins, effectiveness, and applications. Colorado Springs: BSCS.
- Demir, S., & Aknoğlu, O. (2010). Epistemolojik İnanişlar ve Öğretme Öğrenme Süreçleri. *Marmara Üniversitesi Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 32(32), 75-93.
- Devlin, K. (2000). *The language of mathematics: Making the invisible visible*. Macmillan.
- Erdin, K. (2023). Matematik ders kitaplarında yer alan matematik tarihi öğelerinin ekolojik analiz modeliyle incelenmesi. (Yüksek lisans tezi), Balıkesir Üniversitesi. Balıkesir.
- Ernest, P. (1994). The philosophy of mathematics and the didactics of mathematics. *Didactics of mathematics as a scientific discipline*, 335-350.

Ernest, P. (2003). *Constructing mathematical knowledge: Epistemology and mathematics education*. Routledge.

Furinghetti, F. (2003). Storia della matematica per insegnanti e studenti. In *Investigación en educación matemática: séptimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 87-96). Universidad de Granada.

Furinghetti, F., & Radford, L. (2002). Historical conceptual developments and the teaching of mathematics: from phylogenesis and ontogenesis theory to classroom practice. In *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 643-666). Routledge.

Furinghetti, F., & Somaglia, A. M. (2003). History as a tool for mathematics education and for research in mathematics education. In O. B. Bekken & R. Mosvold (Eds.), *Study the Masters: The Abel-Fauvel Conference Proceedings (Kristiansand)*, 219-233.

Grugnetti, L., Rogers, L., Carvalho e Silva, J., Daniel, C., Coray, D., de Guzmán, M., ... & Vasco, C. (2000). Philosophical, multicultural and interdisciplinary issues. In *History in mathematics education: The ICMI study* (pp. 39-62). Dordrecht: Springer Netherlands.

Hofer, B. K. (2002). Epistemological world views of teachers: from beliefs to practice. *Issues in education*, 8(2).

Johnson, D. W., & Johnson, R. T. (2011). Cooperative learning. *The encyclopedia of peace psychology*. <https://doi.org/10.1002/9780470672532.wbepp066>

Kline, M. (1980). *Mathematics: The loss of certainty*. Oxford University Press.

Küçükoğlu, U., & İncikabı, L. (2020). Ortaokul Öğrencilerinin Matematik Tarihi Hakkında Dijital Öykü Tasarım Süreçleri ve Bu Deneyimlerine Yönelik Görüşlerinin İncelenmesi. *Türk Akademik Yayınlar Dergisi (TAY Journal)*, 4(2), 179-198.

Lakatos, I. (1976). A renaissance of empiricism in the recent philosophy of mathematics. *The British Journal for the Philosophy of Science*, 27(3), 201-223. <https://doi.org/10.1093/bjps/27.3.201>

Lerman, S. (2000). The social turn in mathematics education research. *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning*, 1, 19-44.

MEB. (2023). *Matematik öğretimi ve epistemolojik inançlar*. Ministry of National Education.

Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research and evaluation methods* (3rd ed.). Sage Publications.

Pellegrino, C. (2001). Rivisitazioni geometriche: la prospettiva senza “veli” ovvero Cabri, Monge e la Prospettiva. In B. D’Amore (Ed.), *Didattica della Matematica e Rinnovamento Curricolare*, 219-224.

Radford, L. (1997). On psychology, historical epistemology, and the teaching of mathematics: Towards a socio-cultural history of mathematics. *For the learning of mathematics*, 17(1), 26-33.

Sfard, A. (1998). On two metaphors for learning and the dangers of choosing just one. *Educational researcher*, 27(2), 4-13. <https://doi.org/10.3102/0013189X027002004>

Sahin, H. B., & Tapan-Broutin, M. S. (2023a). The $\sqrt{3}$ rectangle in islamic geometric patterns. *Symmetry: Culture & Science*, 34(3), 231-250. https://doi.org/10.26830/symmetry_2023_3_231

Tapan-Broutin, M. S., & Sahin, H. B. (2023b). *Design and Tools in Mathematics Education*. London: NOOR Publishing. Tokay, E. (2019). Sayılar ve işlemler ile bazı geometrik

kavramların öğretiminde matematik tarihi kullanımının, ilkokul 4. sınıf öğrencilerinin akademik başarısına etkisi [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi.

Tol, H. Y. (2018). Matematik konularının tarihsel gelişmelerinin senaryo tabanlı öğrenme yöntemi ile anlatılmasının öğrenciler üzerindeki etkileri. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi, Necmettin Erbakan Üniversitesi, Konya.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2018). *Qualitative research methods in social sciences* (11th ed.). Ankara: Seçkin Publishing.

Yin, R. K. (2018). *Case study research and applications* (Vol. 6). Thousand Oaks, CA: Sage