



Eğitim, Bilim ve Teknoloji Araştırmaları Dergisi

Cebirsel Düşünme Becerisi Üzerine Bir Meta-Sentez Çalışması

Dilek Türkoğlu¹, Ahmet Cihangir²

¹Milli Eğitim Bakanlığı

²Necmettin Erbakan Üniversitesi

Bu makaleye atıf için:

Türkoğlu, D. & Cihangir, A. (2017). Cebirsel düşünme becerisi üzerine bir meta-sentez çalışması. *Eğitim, Bilim ve Teknoloji Araştırmaları Dergisi*, 2(2), 25-39.

Dergi web sayfası için lütfen tıklayınız...



Journal of Research in Education, Science and Technology

A Meta-Synthesis Study on Algebraic Thinking Skill

Dilek Türkoğlu¹, Ahmet Cihangir²

¹Ministry of National Education

²Necmettin Erbakan University

To cite this article:

Türkoğlu, D. & Cihangir, A. (2017). A meta-synthesis study on algebraic thinking skill. *Journal of Research in Education, Science and Technology*, 2(2), 25-39.

Please click here to access the journal web site...

Eğitim, Bilim ve Teknoloji Araştırmaları Dergisi (EBTAD) ulusal bilimsel ve hakemli bir çevrimiçi dergi olarak yılda iki kez yayınlanmaktadır. Bu dergide, araştırmanın sonuçlarını yansıtan, kabul edilebilir yüksek bilimsel kalitesi olan, bilimsel gözlem ve inceleme türünde araştırma makaleleri yayınlanmaktadır. Bu derginin hedef kitlesi öğretmenler, öğrenciler ve eğitim fakültelerinin alan eğitiminde (fen eğitimi, sosyal bilimler eğitimi, matematik eğitimi ve teknoloji eğitimi gibi) ile çeşitli alanlarda (fen bilimleri, sosyal bilimler ve teknoloji gibi) çalışan bilim insanlarıdır. Bu dergide, hedef kitle nitelikli bilimsel çalışmalardan yararlanabilir. Yayın dili Türkçe'dir. Dergiye yayınlanmak üzere gönderilen makalelerin daha önce yayınlanmamış veya yayınlanmak üzere herhangi bir yere gönderilmemiş olması gerekmektedir. Dergide yayınlanan makalelerin içeriğinden ve sonuçlarından makalenin yazarları sorumludur. Yayınlanmak üzere gönderilen makalelerde *Eğitim, Bilim ve Teknoloji Araştırmaları Dergisinin (EBTAD)* telif hakkı vardır.

Cebirsel Düşünme Becerisi Üzerine Bir Meta-Sentez Çalışması

Dilek Türkoğlu¹, Ahmet Cihangir^{2*}

¹Milli Eğitim Bakanlığı

²Necmettin Erbakan Üniversitesi

Makale Bilgisi

Makale Tarihi

Gönderim Tarihi:
24 Eylül 2017

Kabul Tarihi:
31 Aralık 2017

Anahtar Kelimeler

Cebir,
Cebirsel düşünme,
Meta-sentez metodu

Özet

Cebirsel düşünme üzerine son yıllarda yapılan araştırmaların çoğunda cebirsel düşünme ve işlem becerilerinin yetersiz olduğu görülmüştür. Bu durum ise araştırmacıları cebirsel düşünme becerisi üzerine araştırma yapmaya yöneltmiştir. Araştırmanın amacı; cebirsel düşünme becerisi ile ilgili yapılan çalışmaları, meta-sentez yöntemi ile cebirsel düşünmede ön koşul beceriler ve kritik süreç açısından incelemektir. Bu bağlamda, “cebiri” ve “cebirsel düşünme” anahtar kelimeleri kullanılarak yapılan tarama sonucu yayımlandığı 2005-2016 yılları arasında ulaşılan tezlerden dâhil edilme kriterlerine uygun olan 23 çalışma incelenmiş ve sonuçlar araştırmacı önerileriyle desteklenerek sunulmuştur. İncelenen çalışmaların büyük kısmında cebirsel düşünmede, ön koşul beceriler için örüntü genellemelerinin ve kritik süreç olarak da 4-12 yaş aralığının belirtildiği görülmüştür.

A Meta-Synthesis Study on Algebraic Thinking Skill

Dilek Türkoğlu¹, Ahmet Cihangir^{2†}

¹Ministry of National Education

²Necmettin Erbakan University

Article Info

Article History

Received:
September 24, 2017

Accepted:
December 31, 2017

Keywords

Algebra,
Algebraic thinking,
Meta-synthesis method

Abstract

Algebraic thinking skills and algebraic achievements seem to be inadequate in the most of the researches in recent years. This leads to the research into algebraic thinking skills. Purpose of research, examine algebraic thinking in terms of prerequisite skills and critical process. In this study, meta-synthesis method was used. In this context between 2005 and 2016 by using “algebra” and “algebraic thinking” keywords 23 research which suitable for inclusion criteria in study are examined and presented with support of researcher. In the large part of studies examined, it has been found that both pattern generalizations for prerequisite skills and critical period is between 4-12 years for algebraic thinking.

GİRİŞ

Matematik soyut bir bilim olduğundan soyutlama yapabilmeyi gerektiren cebir ile tam anlamını bulmaktadır (Altun, 2005). Cebir, kelime anlamıyla ayrık parçaları birleştirmektir. Bundan dolayı farklı bilim dallarını bir araya getirebilme özelliğine sahiptir. Cebirin birçok farklı görevi vardır.

* İletişim: Ahmet Cihangir, Necmettin Erbakan Üniversitesi, A.K. Eğitim Fakültesi, acihangir@konya.edu.tr

† Corresponding Author: Ahmet Cihangir, Necmettin Erbakan University, A.K. Faculty of Education, acihangir@konya.edu.tr

Cebir; bazen sembolik bir dil, bazen de öğretim programında bir öğrenme alanıdır. Matematik için kritik öneme sahip olan cebirsel düşünme; sembolik ifadelerin gösterimlerini kullanma ve açıklama, matematiksel durumlarda modelleri kullanma, muhakeme etme, değişkenleri anlama, gösterimler arasında dönüşüm yapma gibi becerileri içerir (Kaf, 2007). Cebirsel düşünme; sadece cebir çalışmalarıyla değil matematiksel düşünmenin kullanıldığı problem çözme, çoklu gösterimlerden yararlanma ve akıl yürütme gibi birçok becerileri içermektedir (Çelik, 2007).

Cebirsel Düşünme Becerisinin Gelişimindeki Yaklaşımlar

Cebirsel düşünmenin; içerisinde birçok matematiksel beceriyi bulundurmakla beraber öncelikli olarak nicelikler arasındaki ilişkileri belirleme, farklı gösterimleri kullanma, harfli sembollerin anlamı ve kullanımı, eşittir işaretinin anlamı ve kullanımı, genelleme yapma, işlemlerin tersi gibi kavramlarla bağlantılı olduğu söylenebilir. Bu işlemler ise fonksiyonel düşünme ve genelleştirilmiş aritmetik yaklaşımları ile yakından ilişkilidir (Ontario Ministry of Education [OME], 2014).

Genelleştirilmiş aritmetik: Cebir; genel anlamda aritmetiğin sembolik tarafına, cebirsel denklemlerin çözümüne, sembolle ifade edilen fonksiyonlar üzerine yoğunlaşır (Tabach & Friedlander, 2003). Genelleştirilmiş aritmetik ise; sayılarla işlem yapma, sayıların ilişkileri ve özellikleri ile ilgili muhakeme yapabilmektir (Carpenter, Franke & Levi, 2003). Cebirsel düşünme, genelleştirilmiş aritmetik aracılığı ile: Özellikleri keşfetme, nicelikler arası bir ilişki olarak eşitliği keşfetme ve değişkenler olarak sembollerini kullanma gibi yollarla geliştirilebilir (OME, 2014). Örneğin; $5+4=9$ ifadesinden yola çıkarak öğrencilerin “bir çift sayı ile bir tek sayının toplamı tek sayıdır” ifadesine ulaşması matematiksel genellemedir. Aynı şekilde toplama işleminde değişme özelliğine odaklanma yani $3+4=4+3$ ifadesini dikkate alma bir çeşit cebirsel düşünmedir.

Fonksiyonel düşünme: Cebirsel düşünmenin özü olan nicelikler arasında ilişki arama, fonksiyonel düşünme olarak adlandırılmaktadır (Kieran, 2004). Öğrenciler fonksiyonel düşünmeyi; örüntüleri genelleme ve ters işlemleri kullanma gibi yaklaşımlarla geliştirilebilirler (OME, 2014).

Genelleme: Genelleme, matematiksel bilginin özü olarak ifade edilmektedir (Amit & Neria, 2008). Genelleme yapmada örüntülerin önemi büyüktür ve genelleme cebirsel düşünmenin temelidir (Tanışlı & Özdaş, 2009).

Ters işlemleri kullanma: French (2002) ters işlemleri anlamının; denklemleri sembolik dille göstermede, aritmetiksel düşünmeden cebirsel düşünmeye geçişte ve fonksiyonel düşünmeyi desteklemede önemli olduğunu belirtmiştir.

Cebirsel düşünme becerisinin cebir eğitiminde önemli olması nedeniyle son yıllarda cebirsel düşünme üzerine yönelik çalışmalar gün geçtikçe artmaktadır. Alan taraması sonucu konuyla ilgili çeşitli çalışmalara rastlanabilmektedir. Blanton ve Kaput (2011) tarafından yapılan çalışmada; öğrencilerin cebirsel düşünmesini geliştirmek için öğretmenlerin, cebirsel düşünmeyi destekleyecek ortamları oluşturmasının ve sınıf kültürü oluşturacak yolları bulmasının gerekliliği vurgulanmıştır. Blanton, Levi, Crites, Dougherty ve Zbiek (2011) ise; 3-5. sınıflardaki öğrencilerin matematik öğretiminde gerekli olan cebirsel düşünmeyi geliştirmek üzerine çalışmışlardır. Bobis, Mulligan ve Lowrie (2009) yaptıkları çalışmalarda; cebirsel düşünme ile ilgili olarak okul öncesi ve ilkokulda cebirsel kavramların müfredatın içinde yer alması gerektiği görüşünün son yıllarda benimsenen fikirlerden olduğunu belirtmişlerdir. Bush ve Karp (2013) araştırmalarında; ortaokul öğrencilerinde cebirsel becerilerin ön koşul yeterlilikleri ve bunlarla ilgili kavram yanılgılarına kapsamlı bir bakış sunmayı amaçlamışlardır. Çalışmalarında şu noktaları vurgulamışlardır: Öğrencileri cebire hazırlamak için kritik süreç ortaokul yıllarına denk gelmektedir. Matematikğin Genel ve Temel Standartları olan Common Core State Standarts of Mathematic (CCSSM) (2010)'ye göre ortaokulda cebir için ön koşullar beceriler: Oran ve Orantı, Sayı Sistemi, Eşitlik ve Denklem ile Fonksiyonlardır. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000) ve CCSSM (2010)'ye göre cebirsel düşünme okul öncesinden lise sona kadar bütünlük içinde olmalıdır.

Cebirsel düşünme gelişimini ülke müfredatlarını karşılaştırmalı olarak ele alan çalışmalarda alanyazında karşımıza çıkmaktadır. Cai ve Moyer (2007) yaptıkları çalışmada; erken yaşlarda cebirsel düşünmenin gelişimini, uluslararası alandaki çalışmalarda, bazı bakış açılarıyla karşılaştırmalı olarak incelemişlerdir. İncelenen bu uluslararası çalışmalarda iki büyük yaklaşım ele alınmıştır. Birincisi aritmetik ile cebir arasındaki ilişki, ikincisi de genellemelerdir. Bu iki yaklaşımın, erken yaşlarda cebirsel düşünme gelişimini destekleyeceğine inanılmaktadır. Cai, Moyer, Lew, Morris, Ng ve Schmittau (2005) ise; erken yaşlarda öğrencilerde cebirsel düşünmenin gelişimini araştırmışlardır. Bu araştırmada cebirsel kavramların; Çin, Güney Kore, Singapur, Rusya ve Amerika müfredatlarındaki verilme sıraları ve yaşları incelenmiş, erken yaşlarda öğrencilerden ulaşmaları beklenen seviyelere değinilmiştir.

Girit ve Akyüz (2015) çalışmasında; örüntüleri genelleme bağlamında cebirsel düşünmenin geliştiği ortaokul yıllarındaki farklı sınıf seviyelerindeki öğrencilerin akıl yürütme ve çözüm stratejilerini araştırmışlardır. Bulgularına dayanarak; erken yaşlarda öğrencilerin cebirsel düşüncelerini geliştirmek için aritmetik ile ilişkilendirmenin önemli olduğunu ve erken cebirin, yaklaşık 6 ile 12 yaş grubundaki öğrencilerin cebirsel düşünmesi olarak tanımlandığını belirtmişlerdir. Rittle-Johnson, Fyfe, McLean ve McEldoon (2013) ise; ilk 4 yılda örüntüyü anlamının önemi üzerine çalışmışlardır. Araştırmanın sonuç ve öneriler kısmında; okul öncesi öğretmenlerinin, cebirsel düşünmenin başlangıcının önemli bir parçası olan örüntüyü anlatımlarıyla bütünleştirmeleri gerektiğini vurgulamışlardır. Kabael ve Tanışlı (2010) çalışmalarında, örüntüden fonksiyona cebirsel düşünme sürecini incelemişlerdir. Erken dönemde sayı ve şekil örüntüleri arasındaki ilişkiler ile başlayan ve sonradan değişkenler arasındaki ilişkilerle devam eden fonksiyonel ilişkinin fonksiyon kavramının ön koşul bilgisi olduğunu vurgulamışlardır. Kaya ve Keşan (2014) çalışmalarında, ilköğretim seviyesindeki öğrenciler için cebirsel düşünme ve cebirsel muhakeme becerisinin önemini araştırmışlardır. Kinach (2014) ise; cebirsel düşünmede genelleme ile ilgili araştırma yapmıştır. Genellemenin, cebirsel düşünmede giderek önem kazandığı keşfedilmiştir.

Knuth, Stephens, Blanton ve Gardiner (2016) çalışmalarında, cebir başarısı için erken temel oluşturmayı araştırmışlar ve sonuçta cebir başarısı için, cebir müfredatının içeriğine erken yaşlarda başlanması gerektiğini vurgulamışlardır. Kriegl (2007) çalışmasında, cebirsel düşünmenin ne olduğu ile ilgili çalışma yapmıştır. Cebirsel düşünmenin; matematiksel düşünme yollarının gelişimi ve temel cebirsel düşünme çalışmaları gibi iki büyük bileşenden oluştuğunu vurgulamıştır. Lee ve Freiman (2006); örüntülerin keşfiyle cebirsel düşünmenin gelişimi üzerine çalışmışlardır. Araştırmalarında çocukların erken yaşlarda örüntüsel çalışmaları daha kolay bir şekilde keşfedebildiğini tespit etmişlerdir. Lee, Collins ve Melton (2016) çalışmalarında; birçok eğitimci gibi cebirsel düşünmeye girişin 3-4 yaşlarında başlamasının daha yararlı olacağı görüşünü savunmuşlardır. Cebire; örüntüler, semboller ve materyaller arası ilişkiler gibi temel içerikler ile giriş yapılması gerektiğini vurgulamışlardır. Ormond (2012) çalışmasında; cebirsel düşünmenin okul öncesi dönemde gelişimini sağlamak için iki anahtar nokta üzerinde durmuş ve cebirsel düşünmenin okul öncesi dönemden 2-3 yıl kadar daha erken başlamasının gerektiğini vurgulamıştır.

Radford (2011) çalışmasında; öğrencilerde erken yaşlarda cebirsel düşünmeyi geliştirme fikrini savunmuştur. Erken cebirsel düşünmede örüntüleri kavramanın önemini vurgulamış ve küçük öğrencilerde cebirsel düşünmenin gelişimi için eşitlik, problem çözme ve örüntüleri genelleme gibi cebirsel düşünmede anahtar noktalarının anlaşılması gerektiğini belirtmiştir. Stephens, Blanton, Knuth, İşler ve Gardiner (2015) yaptıkları çalışmada; erken yaşlarda cebir eğitimine ve okul öncesinden itibaren de ilkökul da dâhil olmak üzere cebirsel düşünmenin öğretilmesine başlanması gerektiğini savunmaktadırlar. Warren, Mollinson ve Oestrich (2009) çalışmalarında; eğitimin ilk yıllarındaki sınıflarda eşitlik ve denklem kavramlarını incelemişlerdir. Araştırmanın sonucunda ise ilk yıllardaki cebirsel düşünmenin formal cebir konularını içermediği, aritmetiksel düşünmeyi yapılandırmayı içerdiği vurgulanmıştır. Zbiek ve Larson (2015); cebir öğrenimini artıracak öğretim stratejileri üzerine çalışmışlardır. IES uygulama planından özel yöntem ve yolları kendi önerileriyle sunmuşlardır.

Yapılan incelemeler neticesinde; cebirsel düşünme üzerine yapılan çalışmalara daha çok uluslararası alanyazında rastlanılmaktadır. Bu bağlamda, cebirsel düşünme becerisi önemli bir araştırma konusu olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu araştırmanın amacı; cebirsel düşünme becerisi ile ilgili yapılan çalışmalardan bu araştırmaya dâhil edilenleri, cebirsel düşünmede ön koşul beceriler ve kritik süreç açısından meta-sentez yöntemi ile incelemektir. Bu doğrultuda aşağıdaki alt problemlere cevap aranmıştır:

1. Cebirsel düşünme becerilerinin ön koşul yeterlilikleri nelerdir?
2. Cebirsel düşünme becerisinin kazanımı için kritik süreç hangi yaş aralığına karşılık gelmektedir?
3. Cebirsel düşünme becerisini kazandırmada cebirsel kavramlar diğer ülke müfredatlarında hangi sınıf aralığında verilmiştir?

YÖNTEM

Araştırmanın Modeli ve Örneklem Seçimi

Bu çalışmada nitel meta-analiz olarak adlandırılan meta-sentez yöntemi kullanılmıştır. Meta-sentez araştırmaları; belirli bir alanda yapılan nitel veya nicel bulguların; yorumlanmasını, değerlendirilmesini, benzer ve farklı yönlerinin ortaya konulmasını ve yeni çıkarımlar yapılmasını amaçlayan çalışmalardır. Bu meta-sentez çalışmaları (Aspfors & Fransson, 2015; Polat & Ay, 2016; Staneva, Bogossian & Wittkowski, 2015) incelendiğinde; aşağıdaki işlem adımları görülmektedir.

1.Adım: Araştırma sorularının belirlenmesi.

2.Adım: Çalışmanın konusuna uygun anahtar kelimeler belirlenip alanyazın taramasının yapılması.

3.Adım: Kaynakların sağlanması, gözden geçirilmesi ve değerlendirilmesi.

4.Adım: Elde edilen kaynakların araştırmaya dâhil edilme ve hariç tutulma ölçütlerinin belirlenerek değerlendirmeye alınacak çalışmaların seçilmesi.

5.Adım: Seçilen çalışmaların benzer ve farklı yönlerinin ortaya konulması.

6.Adım: Temalar çerçevesinde elde edilen bulguların sentezlenerek çıkarımlarda bulunulması.

Bu çalışmada örneklem seçiminde amaçlı örneklem yöntemi kullanılmıştır. Amaçlı örneklemede araştırmacı hangi kaynakların seçileceği konusunda karar verir ve araştırmanın amacına en uygun olanları örnekleme alır (Balcı, 2011).

Verilerin Toplanması

Meta-sentez çalışmasına dâhil edilen çalışmalar, 2005-2016 yılları arasında gerçekleştirilen 23 çalışmayı kapsamaktadır. Verilerin toplanmasında “cebir” ve “cebirsel düşünme” anahtar kelimeleri kullanılmıştır. Araştırmaya dâhil edilecek çalışmaların belirlenmesinde Yüksek Öğretim Kurumu (YÖK) ulusal tez arama merkezi, Ulusal Akademik Ağ ve Bilgi Merkezi (ULAKBİM), Educational Resource Information Center (ERIC) veri tabanlarından yararlanılmıştır. Çalışmada ölçütler; tez ve makalelerin cebir ve cebirsel düşünme kelimelerini içermesi ve yönteminin belirtilmiş olması ile 2005-2016 yıllarında yayınlanmasıdır. Cebirsel düşünme becerisi ile ilgili olmayan araştırmalar çalışmaya dâhil edilmemiştir. Meta-senteze dâhil edilen çalışmaların; kodları ve ana temaları Tablo 1’de verilmiştir.

Tablo 1. Meta-Sentezde kullanılan araştırmaların kodları, yazarları, teması ve deseni

Kodu	Yazar(lar)ı	Yılı	Ana Teması	Deseni
A1	Lee, Collins ve Melton	2016	Cebirsel Düşünmede Kritik Süreç	Nitel
A2	Desli ve Gaitaneri	2016	Cebirsel Düşünmede Ön Koşul Beceri	Nicel
A3	Tagle, Belecine ve Ocampo	2016	Cebirsel Düşünme Becerilerini Geliştirme	Nicel
A4	Pearn ve Stephens	2016	Cebirsel Düşünmenin Belirleyici Unsuru	Nicel
A5	Knuth, Stephens, Blanton ve Gardiner	2016	Cebirsel Düşünmede Erken Temel İnşa Etme	Nitel
A6	Bal	2016	Cebirsel Düşünme Becerisini Geliştirmede Etkili Öğretim Yaklaşımı	Nicel
A7	Zbiek, Larson ve Matthew	2016	Cebirsel Düşünmeyi Geliştirmede Öğretim Stratejileri	Nitel
A8	Kinach	2014	Cebirsel Düşünmenin Özü olan Genelleme	Nitel
A9	Kaya ve Keşan	2014	İlkokulda Cebirsel Düşünmenin Önemi	Nitel
A10	Radford	2012	Erken Cebirsel Düşünmeyi Geliştirme Süreci	Nicel
A11	Bush ve Karp	2013	Cebirsel Düşünmede Ön Koşul Beceriler ve Kavram Yanılgıları	Nitel
A12	Crino, Tolar ve Fuchs	2013	Cebirsel Düşünmede Aritmetik ve Bilişsel Durumlar	Nicel
A13	Rittle-Johnson, Fyfe, McLean ve McEldoon	2013	İlk Dört Yılda Örüntüleri Anlamanın Cebirsel Düşünme Becerisinde Önemi	Nicel
A14	Ormond	2012	Erken Cebirsel Düşünmeyi Oluşturmada Anahtar İçerikler	Nitel
A15	Blanton, Levi, Crites, Dougherty ve Zbiek	2011	Cebirsel Düşünmeyi Geliştirmede Kritik Süreç	Nitel
A16	Blanton ve Kaput	2011	İlkokulda Fonksiyonel Düşünmenin Cebirsel Düşünme Üzerine Etkisi	Nicel
A17	Kabael ve Tanışlı	2010	Cebirsel Düşünme Sürecinde Ön Koşul Beceriler	Nitel
A18	Warren, Mollinson ve Destrach	2009	Erken Sınıflarda Eşitlik ve Denklem Kavramlarının Cebirsel Düşünmedeki Önemi	Nitel
A19	Kriegler	2007	Cebirsel Düşünme Nedir	Nicel
A20	Cai ve Moyer	2007	Cebirsel Düşünme Becerisini Erken Sınıflarda Geliştirmek için Ülke Müfredatlarının İncelenmesi	Nitel
A21	Lee ve Freiman	2006	Cebirsel Düşünme Becerisinde Örüntülerin Önemi	Nitel
A22	Cai, Moyer, Lew, Morris, Ng ve Schmittau	2005	Cebirsel Düşünmeyi Erken Sınıflarda Geliştirmek için Cebirsel Kavramların Ülke Müfredatlarında Verilme Yaşı ve Sırası	Nitel
A23	Kieran	2005	Ülke Müfredatlarında Cebirsel Düşünmeyi Geliştirme Yollarının İncelenmesi	Nitel

Verilerin Analizi

Bu araştırmada aşağıda verilen analiz basamakları dikkate alınarak çalışmaların analizi yapılmıştır:

1. Aşama (Olgusal bir çalışmaya karar verme ve başlama): Bu araştırmada ilgi alanı olarak “cebirsel düşünme becerileri” seçilmiştir.

2. Aşama (İlgi alanına ilişkin hangi çalışmaların kullanılacağına karar verme): Analize dâhil edilecek çalışmalar için bir literatür taraması yapılmıştır. Bu araştırmada, dâhil edilme ve hariç tutulma ölçütlerine uygun olan makaleler, yüksek lisans veya doktora tezleri araştırmaya dâhil edilmiştir. Dâhil edilme ölçütleri olarak 2005-2016 yılları arasında yapılan cebirsel düşünme becerisi ile ilgili çalışmalar belirlenmiştir. Diğer çalışmalar dâhil ise edilmemiştir.

3. Aşama (Nitel verileri okuma): Araştırmaya dâhil edilen her bir çalışma detaylı bir şekilde okunup araştırma problemlerine göre incelenerek her bir temaya göre kodlanmıştır. İncelenen her bir çalışma A1, A2, A3, ..., A23 şeklinde kodlanmıştır. Veriler incelenmiş ve gereksiz kısımlar çıkarılmıştır. Çalışmaların ana temaları Tablo 1’de verilmiştir. Araştırmaya dâhil edilen 23 çalışmadan alt problemler doğrultusunda çıkarımlarda bulunulmuştur. Araştırmada; cebirsel düşünmede kritik süreç, ön koşul beceriler ve cebirsel kavramların diğer ülke müfredatlarında verilme sırası ile ilgili bilgiler not edilmiştir.

4. Aşama (Verilerin birbirleriyle nasıl ilişkili olduğunu belirleme): Dâhil edilen çalışmaların anahtar kavram ve fikirleri araştırmanın alt problemleri doğrultusunda tablolarda verilmiştir. Tabloların oluşturulması, çalışmaların benzer olduğu yönlerin listelenmesine yardımcı olmaktadır.

5. Aşama (Verileri birbirine dönüştürme): Dönüştürmeler, önceki aşamada türetilen muhtemel varsayımlara dayanılarak yapılmıştır.

6. Aşama (Dönüştürmeleri sentezleme): Bu aşama, ikinci düzey bir sentezleme olup araştırmaya çok sayıda veri dâhil edildiği zaman kullanılır ve yüksek düzeyde bir soyutlama olanağı sağlar. Bu araştırmada dâhil edilen çalışmalar tablolar üzerinden cebirsel düşünmede ön koşul beceriler, kritik süreç ve cebirsel kavramların ülke müfredatlarında verilme sırası ve yaşı açısından yorumlanmıştır.

7. Aşama (Sentezleri ifade etme): Bu araştırmada da, elde edilen veriler sentezlenerek ifade edilmiştir.

Geçerlik ve Güvenirlilik

Geçerlilik ve güvenirliliği sağlamak için çalışmanın amacı ve araştırma soruları açık bir şekilde ifade edilmiştir. Çalışmaların okuyucu tarafından daha kolay anlaşılması için tablolar halinde sunulmuştur. Verilerin çözümlenmesi ve ortak temaların oluşturulması açıklanmıştır.

BULGULAR

Cebirsel düşünme üzerine yapılan çalışmaların büyük bir kısmında; cebirsel düşünmede ön koşul becerilerin ve kritik süreçlerin incelendiği tespit edilmiştir. Meta-senteze dâhil edilen çalışmalar araştırma problemleri doğrultusunda üç başlık altında verilmiştir. Elde edilen bulgular sırayla sunulmuştur.

Cebirsel Düşünmede Ön Koşul Beceriler ile İlgili Bulgular

Araştırmaya dâhil edilen çalışmaların cebirsel düşünmede ön koşul beceriler açısından incelendiğinde elde edilen bulgular Tablo 2’de verilmiştir.

Tablo 2. Cebirsel düşünmede ön koşul becerilere ilişkin bulgular

Kodu	Yazar(lar)ı	Yılı	Ön Koşul Beceriler
A1	Lee, Collins ve Melton	2016	Örüntüler, sembol ve ifadeler
A2	Desli ve Gaitaneri	2016	Örüntü genellemeleri
A3	Tagle, Belecine ve Ocampo	2016	Örüntü genellemeleri
A4	Pearn ve Stephens	2016	Kesirler, sayısal işlemler
A5	Knuth, Stephens, Blanton ve Gardiner	2016	Örüntü genellemeleri, değişkenler, eşitlik
A6	Bal	2016	Örüntü genellemeleri, matematiksel yapıları tanıma
A7	Zbiek, Larson ve Matthew	2016	Cebirsel denklem ve ifadeler
A8	Kinach	2014	Örüntü genellemeleri, Genelleme problemleri
A9	Kaya ve Keşan	2014	Genelleme problemlerini çözme, matematiksel sembolleri kullanma, fonksiyonel ilişkiler
A10	Radford	2012	Örüntü genellemeleri
A11	Bush ve Karp	2013	Örüntüler, sayı sistemleri, oran ve orantılar, denklem ve ifadeler, fonksiyonlar
A12	Crino, Tolar ve Fuchs	2013	Aritmetiksel işlemler
A13	Rittle-Johnson, Fyfe, McLean ve McEldoon	2013	Örüntü genellemeleri
A14	Ormond	2012	Aritmetiksel işlemler, eşitlik ve denklem
A15	Blanton, Levi, Crites, Dougherty ve Zbiek	2011	Örüntüleri genelleme, genelleştirilmiş aritmetik, eşitlik ve denklem
A16	Blanton ve Kaput	2011	Örüntü genellemeleri, fonksiyonel düşünme
A17	Kabael ve Tanışlı	2010	Örüntü genellemeleri, fonksiyonel düşünme
A18	Warren, Mollinson ve Oestrich	2009	Genelleştirilmiş aritmetik, eşitlik ve denklem
A19	Kriegler	2007	Genelleştirilmiş aritmetik, değişkenler
A20	Cai ve Moyer	2007	Aritmetiksel ilişkiler, genelleme ve temsil stratejileri
A21	Lee ve Freiman	2006	Örüntüler
A22	Cai, Moyer, Lew, Morris, Ng ve Schmittau	2005	Örüntüler, cebirsel ifadeler, matematiksel modelleri kullanma
A23	Kieran	2005	Aritmetiksel ilişkiler, değişkenler, eşitlik ve denklem

Tablo 2'ye bakıldığında; incelenen 23 çalışmadan 14 tanesinde örüntü genellemelerinin ön koşul beceriler olarak belirtildiği görülmüştür. Diğer ön koşul becerilerin ise aritmetiksel işlemler, eşitlik ve denklem, değişkenler, fonksiyonel düşünme, genelleme ve temsil stratejileri olduğu görülmektedir.

Cebirsel Düşünme Becerisinin Kazanımı için Kritik Süreç ile İlgili Bulgular

Araştırmaya dâhil edilen çalışmaların cebirsel düşünmede kritik süreç açısından incelenmesiyle elde edilen bulgular Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3. Cebirsel düşünmede kritik sürece ilişkin bulgular

Kodu	Yazar(lar)ı	Yılı	Cebirsel Düşünmede Kritik Süreç
A1	Lee, Collins ve Melton	2016	Okul öncesi (3-4 yaş aralığı)
A2	Desli ve Gaitaneri	2016	İlkokul
A3	Tagle, Belecine ve Ocampo	2016	İlkokul
A4	Pearn ve Stephens	2016	İlkokul
A5	Knuth, Stephens, Blanton ve Gardiner	2016	İlkokul
A6	Bal	2016	İlkokul
A7	Zbiek, Larson ve Matthew	2016	Ortaokul
A8	Kinach	2014	İlkokul
A9	Kaya ve Keşan	2014	İlkokul
A10	Radford	2012	Okul öncesi (4-5 yaş aralığı)
A11	Bush ve Karp	2013	Ortaokul
A12	Crino, Tolar ve Fuchs	2013	Ortaokul
A13	Rittle-Johnson, Fyfe, McLean ve McEldoon	2013	Okul öncesi (4-5 yaş aralığı)
A14	Ormond	2012	İlkokul
A15	Blanton, Levi, Crites, Dougherty ve Zbiek	2011	İlkokul
A16	Blanton ve Kaput	2011	İlkokul
A17	Kabael ve Tanışlı	2010	Okul öncesi (4-5 aralığı)
A18	Warren, Mollinson ve Oestrich	2009	Okul öncesi (4-5 aralığı)
A19	Kriegler	2007	İlkokul
A20	Cai ve Moyer	2007	İlkokul
A21	Lee ve Freiman	2006	Okul öncesi
A22	Cai, Moyer, Lew, Morris, Ng ve Schmittau	2005	İlkokul
A23	Kieran	2005	İlkokul

Tablo 3 incelendiğinde, cebirsel düşünmede kritik süreç için 3 tane çalışmanın ortaokul yıllarını, 14 tane çalışmanın ilkökuller yıllarını, 6 tane çalışmanın ise okul öncesi dönemi belirttiği görülmüştür. Bununla birlikte araştırmaya dâhil edilen çalışmaların büyük çoğunluğunda; cebirsel düşünmede kritik süreç için 4 ile 12 yaş aralığının belirtildiği tespit edilmiştir.

Cebirsel Kavramların Ülke Müfredatlarında Verilme Yaşı ve Sırası ile İlgili Bulgular

Araştırmaya dâhil edilen çalışmaların ülke müfredatlarında verilme yaşı ve sırası açısından incelenmesiyle elde edilen bulgular Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4. Cebirsel kavramların ülke müfredatlarında verilme yaşı ve sırasına ilişkin bulgular

Kodu	Yazar(lar)ı	Yılı	Cebirsel kavramların ülke müfredatlarında verilme durumunun karşılaştırmalı olarak incelenme durumu
A1	Lee, Collins ve Melton	2016	Hayır
A2	Desli ve Gaitaneri	2016	Hayır
A3	Tagle, Belecine ve Ocampo	2016	Hayır
A4	Pearn ve Stephens	2016	Hayır

Tablo 4. devam

Kodu	Yazar(lar)ı	Yılı	Cebirsel kavramların ülke müfredatlarında verilme durumunun karşılaştırmalı olarak incelenme durumu
A5	Knuth, Stephens, Blanton ve Gardiner	2016	Hayır
A6	Bal	2016	Hayır
A7	Zbiek, Larson ve Matthew	2016	Hayır
A8	Kinach	2014	Hayır
A9	Kaya ve Keşan	2014	Hayır
A10	Radford	2012	Hayır
A11	Bush ve Karp	2013	Hayır
A12	Crino, Tolar ve Fuchs	2013	Hayır
A13	Rittle-Johnson, Fyfe, McLean ve McEldoon	2013	Hayır
A14	Ormond	2012	Hayır
A15	Blanton, Levi, Crites, Dougherty ve Zbiek	2011	Hayır
A16	Blanton ve Kaput	2011	Hayır
A17	Kabael ve Tanışlı	2010	Hayır
A18	Warren, Mollinson ve Destrinch	2009	Hayır
A19	Kriegler	2007	Hayır
A20	Cai ve Moyer	2007	Evet
A21	Lee ve Freiman	2006	Hayır
A22	Cai, Moyer, Lew, Morris, Ng ve Schmittau	2005	Evet
A23	Kieran	2005	Evet

Tablo 4 incelendiğinde; 3 tane çalışmanın ana temasının; cebirsel düşünmeyi ülke müfredatları açısından karşılaştırmalı olarak incelemek olduğu görülmektedir. Çalışmalarda; Çin, Singapur, Güney Kore, Amerika ve Rusya'nın ilkökul müfredatlarında cebirsel kavramların verilme yaşı ve sırası incelenmiştir.

Çin ilkökul matematik müfredatı 6 yaşında başlamakta ve 6 yıl sürmektedir. İlkokul öğretim programında cebirin amacı; niceliksel ilişkileri daha iyi anlama, sayısal ve sembolik olarak temsil etme ve denklemleri çözme üzerine yoğunlaşmıştır. Çin ilkökul matematik müfredatında öğrencilere; aritmetiksel ilişkileri temsil etme, denklem çözüme tersten gidebilme ve ifadeleri genelleme biçiminde üç düşünme alışkanlığı kazandırmak amaçlanmıştır (Ministry of Education China, 2007).

Singapur ilkökul matematik müfredatında; cebirsel kavramlar 6. sınıfa kadar açık bir şekilde ifade edilmemekte ve cebirsel kavramların öğretimine 12 yaşından sonra başlanmaktadır. Cebirsel düşünmeyi geliştirmek için müfredatta üç yaklaşımdan bahsedilmektedir. Bunlar; fonksiyonel yaklaşım, genelleme yaklaşımı ve problem çözme yaklaşımıdır (Ministry of Education Singapore, 2013).

Güney Kore ilkökul matematik müfredatında, cebir 7. sınıfta resmi olarak başlanmaktadır. İlkokul 6 yaşında başlamakta ve 6 yıl sürmektedir. Müfredata göre; cebir öğretiminde asıl amaç denklem çözme, fonksiyonel ilişkileri analiz etme gibi aktiviteler değil; problem çözme ve gerçek yaşam durumuna uygun hale getirmek için bir araçtır. Müfredatta cebirsel düşünmeyi geliştirmek için; genelleme, özetleme, analitik düşünme, dinamik düşünme, modelleme ve örgütlenme gibi altı çeşit düşünme vurgulanmaktadır (Ministry of Education South Korea, 2008).

Amerika Birleşik Devletleri ilkökul matematik müfredatında amaç; çeşitli örüntüleri genelleme ve nicelikler arasındaki ilişkileri analiz etme olarak belirtilmiştir. Bundan dolayı cebirin temel ünitesi olan örüntüler konusuna önem verilmektedir (U.S. Investigation, 2008).

Rusya ilkökul matematik müfredatı; nicelikler arası karşılaştırma yoluyla cebirsel düşünmeyi geliştirmeyi hedeflemektedir. Müfredatta, orantısal akıl yürütme üzerinde önemle durulmaktadır. Rusya matematik müfredatında cebirsel düşünmenin gelişimi için sayıları kullanma ve örüntülere yönelik bir çalışma bulunmamaktadır. Bunun yerine nicelikler arasındaki ilişkileri geliştirerek denklemleri çözme hedeflenmektedir (Curriculum Russian School of Mathematics, 2015).

Ülkemiz ilkökul matematik müfredatında ise aritmetiksel işlemler ve sayısal ilişkiler üzerinde yoğunlaşmıştır. Cebire temel hazırlayan sayı ve şekil örüntüleri, ilkökulda verilmeye başlanmaktadır. Ancak müfredatta cebir, 6. sınıfta karşımıza çıkmaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013).

İncelenen çalışmalardan elde edilen bulgular doğrultusunda Çin, Singapur, Güney Kore, Amerika, Rusya ve Türkiye’de ilkökul müfredatlarının cebirsel düşünmede önemle üzerinde durdukları noktalar Tablo 5’te verilmiştir.

Tablo 5. Bazı ülke müfredatlarında cebirsel düşünmeyi geliştirmek için belirlenen amaçlar

Amaçlar	Ülkeler	Çin	Singapur	Güney Kore	Amerika	Rusya	Türkiye
Örüntüleri Genelleme		√	√	√	√		√
Cebirsel Sembolleri Kullanma		√	√	√		√	√
Matematiksel Modellemeleri Kullanma		√	√	√	√	√	√
Genelleştirilmiş Aritmetik		√	√	√	√	√	√
Değişimi Analiz Etme					√	√	

Tablo 5 incelendiğinde, ülke müfredatlarında çoğunlukla;

1. Örüntüleri genelleme,
2. Cebirsel sembolleri kullanma,
3. Matematiksel modellemeleri kullanma,
4. Genelleştirilmiş aritmetik

gibi noktalar üzerinde durulduğu görülmektedir.

Çin, Singapur, Güney Kore, Amerika, Rusya ve Türkiye’nin ilkökul matematik müfredatlarında cebirsel kavramların verilisinin sınıflar bazında karşılaştırılması ise Tablo 6’da verilmiştir.

Tablo 6. Ülkelerin ilkököl matematik müfredatlarında cebirsel kavramların sınıflara göre karşılaştırmalı olarak incelemesi

Sınıf	Çin	Singapur	Güney Kore	Amerika	Rusya	Türkiye
1.	Aritmetiksel işlemler (toplama ve çıkarma), Sayı Örüntüleri	Sayısal Temsiller, Sayı Örüntüleri, Dört İşlem, Değişken Kullanma, Resimli temsillerle çarpma ve bölme içeren bir adımlı problem çözme	Aritmetiksel işlemler (Toplama ve Çıkarma), Örüntü oluşturma ve kuralını bulma, Deneyerek problem çözme	Aritmetiksel işlemler (toplama ve çıkarma), Örüntüler, Kesirler	Aritmetiksel işlemler (toplama ve çıkarma), Sözel problemler	Doğal sayılar, Doğal sayılarda toplama ve çıkarma, Kesirler, Örüntü ve Süslemeler
2.	Aritmetiksel işlemler (Toplama, Çıkarma, Çarpma ve Bölme), Sayı örüntüleri	Aritmetiksel İşlemler (Toplama ve çıkarma), Sayı Örüntüleri, Dört işlem içeren bir adımlı problemleri çözme, Kesirler	Aritmetiksel işlemler, Çarpma, Kesirler, Örüntü kurma, Problem çözme	Aritmetiksel işlemler, Örüntüler, Toplama ve çıkarma içeren iki adımlı sözel problemleri çözme, Kesirler, Fonksiyonlar	Aritmetiksel işlemler, Dört işlem içeren iki adımlı sözel problemleri, Sembollerle ifade etme	Doğal sayılarda dört işlem, Kesirler, Örüntü ve Süslemeler
3.	Aritmetiksel işlemler, Sayı örüntüleri, Sözel cebir problemleri	Dört işlem, Sayı örüntüleri, Dört işlem içeren iki adımlı sözel problemler, Kesirler	Dört işlem, Kesirli ve ondalık sayılar, Örüntüler, Problem çözme	Dört işlem, Örüntüler, Orantısal sayılar, Sözel cebir problemleri, Kesirler, Fonksiyonlar	Aritmetiksel işlemler, Dört işlem içeren sözel cebir problemleri, Oran, Değişkenler, Fonksiyonlar	Doğal sayılarda dört işlem, Kesirler, Örüntü ve Süslemeler
4.	Aritmetiksel işlemler, Örüntüler, Sözel Cebir Problemleri	Dört işlemler, Sayı örüntüleri, Çarpımsal ilişkiler, Dört işlem içeren üç adımlı sözel problemler, Kesirlerle dört işlem, Ondalık kesirler	Dört işlem, Kesirler ve ondalık kesirlerde toplama ve çıkarma işlemleri, Örüntüyü tahmin etme, Problem sürecini anlatarak problem çözme	Dört işlemler, Kesirler ve ondalık sayılar, Sözel problemler, Denklemler, Örüntüler, Fonksiyonlar	Aritmetiksel işlemler, Dört işlem içeren sözel cebir problemleri, Oran, Değişkenler, Denklem çözme, Fonksiyonlar	Doğal sayılarda dört işlem, Kesirlerde toplama ve çıkarma, Ondalık kesirler, Örüntü ve Süslemeler

Sınıf	Çin	Singapur	Güney Kore	Amerika	Rusya	Türkiye
5.	Aritmetiksel işlemler, Örüntüler, Kesirler ve ondalık kesirler, Denklem ve denklem çözme	Tam sayılar, Sayı örüntüleri, Kesirler ve Ondalık Kesirler, Dört işlem, Yüzdeler, Oran	Dört işlem, Örüntüler, Kesirler ve ondalık kesirlerde dört işlem, Oran ve orantı, Farklı yollardan bir problemi çözme	Dört işlem, Kesirler ve ondalık kesirlerde dört işlem, Örüntüleri analiz etme, Fonksiyonlar		
6.	Dört işlem, Örüntüler, Kesirler, Yüzdeler, Oranlar, Denklem çözme	Tam sayılar, Kesirler ve Ondalık sayılarla dört işlem, Yüzdeler, Oran	Dört işlem, Kesirler ve ondalık sayılarda dört işlem, Örüntüler, Problem çözme, Eşitlikler, Oranlar			

Tablo 6 incelendiğinde; Çin'in ilkökul müfredatında; örüntüler ile denklem çözmenin önemle üzerinde durulan konulardan olduğu görülmektedir. Değişken ve denklem çözme kavramları 1. ve 6. sınıf aralığında yer almaktadır. Singapur'un ilkökul müfredatında; sayı örüntülerini genelleme ile denklemlere sembolik olarak giriş yapılmadan resimli modellemeler yardımıyla sözel cebir problemlerinin çözümüne önem verildiği görülmektedir. Güney Kore ilkökul matematik müfredatında ise örüntüleri tanımlama ve aritmetik ile cebir arasındaki işlemsel aktiviteler üzerine yoğunlaşmaktadır. Ayrıca oran-orantı ile orantısal problemler çözmenin önemle üzerinde durulduğu görülmektedir. Amerika Birleşik Devletleri ilkökul matematik müfredatında; örüntülere, denklemlere ve fonksiyonlara yoğunlaşıldığı görülmektedir. Rusya ilkökul matematik müfredatında; diğer ülkelerden farklı olarak örüntüler konusuna yer verilmediği görülmektedir. Daha çok denklem çözme, değişkenleri ve sembolleri kullanma ile fonksiyonlar üzerinde durulduğu dikkat çekmektedir. Ülkemizde ilkökul matematik müfredatında ise daha çok aritmetiksel işlemler, örüntü ve süslemeler üzerinde durulduğu görülmektedir.

Bütün bunlardan hareketle ülkelerin ilkökul matematik müfredatlarında cebirsel düşünmeyi geliştirmek için ortak iki yaklaşımın benimsendiği görülmektedir: Bunlar;

1. Aritmetik ile cebirin ilişkisinde önemli olan aritmetiksel işlemlere odaklanılması,
2. Genelleme ve temsil stratejilerine odaklanmasıdır.

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Araştırmaya dâhil edilen çalışmaların analiz ve sentez aşamalarından sonra, bu çalışmalarda öne çıkan fikirler doğrultusunda; cebirsel düşünmede ön koşul beceri olarak örüntü genellemelerinin işaret edildiği ve kritik süreç için ise 4-12 yaş aralığının belirtildiği tespit edilmiştir. Araştırmaya dâhil edilen çalışmaların, bulgular bölümlerinde belirtilen fikir ve kavramların meta-sentez yöntemiyle birleştirilmesi sonucunda aşağıda dile getirilen hususlar ön plana çıkmaktadır.

Cebirsel düşünmede ön koşul beceri olarak büyük çoğunlukla örüntü genellemeleri üzerine yoğunlaşıldığı görülmüştür. Bu durum; cebirsel düşünmenin özü olan fonksiyonel düşünme ve genellemelerin temelinin örüntüler ile atıldığını ortaya koymaktadır. Herbert ve Brown (1997)'un da belirttiği gibi; öğrencilerce erken yaşlarda gerçekleştirilen örüntüleri genelleme etkinlikleri

öğrencilerde cebirin temelini oluşturmada ve cebirsel düşünmenin gelişiminde önemli bir role sahiptir. Aynı şekilde Tanışlı ve Özdaş (2009)'da; örüntülerin genellemeleri formüle etmede, genellemelerin ise cebirsel düşünmede yapı taşı olduğunu belirtmiştir. Bu bağlamda, ön koşul beceriler açısından elde edilen sonuçlar, alan yazınla paralellik göstermektedir.

Yapılan araştırmalardan elde edilen bulgular; cebirsel düşünmede kritik sürecin 4-12 yaş aralığına karşılık geldiğini ortaya koymaktadır. Çalışmalardan elde edilen sonuçlar, cebirsel düşünmeye erken yaşlarda başlanması gerektiğini ortaya koymuştur. Matematik eğitimcileri de cebirsel düşünmeye erken sınıflarda ve erken yaşlarda başlanması gerektiğini vurgulamaktadır (Kieran, 1992). Her ne kadar NCTM (2000), ortaokul müfredatlarında cebirin resmi olarak daha fazla yer almasının sonraki yıllarda cebirsel düşünme için daha önemli olduğunu belirtse de müfredat geliştiriciler ve eğitim araştırmacıları cebirsel düşünmenin ilkökul ve okul öncesi dönemde başlaması gerektiği görüşünü desteklemektedirler. Buna karşın, çok az sayıda çalışmada kritik süreç için ortaokul döneminin işaret edildiği görülmektedir. Bu durum, cebirsel düşünmede somuttan soyuta geçiş evresi için ortaokul döneminin geç olacağı görüşüne karşılık gelir. Öğrenciler; ilkökulda cebirin soyut kavramlarına aşına hale getirilmezse, ortaokulda cebire geçiş için hazır bulunuşlukları yeterli olmayabilir. Bu yüzden cebirsel düşünmeye girişin okul öncesi dönemde başlaması, hatta çocukların öğrenmeye çok açık oldukları 3-4 yaş aralığına kadar inmesi yararlı olacaktır.

Araştırmanın üçüncü alt problemi doğrultusunda diğer ülke müfredatlarının incelenmesiyle elde edilen sonuçlara bakıldığında, cebirin resmi olarak çok erken sınıflarda başladığı görülmektedir. Ayrıca üzerinde durulması gereken bir nokta ise cebirsel düşünmenin okul öncesi ve ilkökul müfredatında formal olmayan yollarla verilmeye başlanmasıdır.

Sonuç olarak; cebirsel düşünme becerisinde anahtar kavramların: Örüntü genellemeleri, genelleştirilmiş aritmetik, eşitlik ve denklem, pozitif ve negatif sayılar, problem çözme, değişkenler, ilişkisel düşünme (fonksiyonel düşünme), matematiksel durumları sembollerle temsil etme olduğu görülmektedir. Buna bağlı olarak da cebirsel düşünmeyi geliştirebilmek için ise: Örüntüleri genelleyebilme, aritmetiksel işlem özelliklerini bilme, eşittir işaretini ilişkisel anlamda anlama, aritmetiksel denklemlerin özelliklerini içeren yapıları bilme, genel sembolleri ve örüntüleri ifade etmek için değişkenleri kullanma, değişkenleri farklı temsillerde kullanabilme, bilinmeyen nicelikleri içeren matematiksel durumları modelleme, fonksiyonel ilişkileri tanımlayabilme ve farklı gösterimlerle sunabilme kazanımlarının ortaya çıkarılması yararlı olacaktır.

Elde edilen bu sonuçlardan yola çıkarak şu önerilere yer verilebilir:

- Cebirsel kavramlara; okul öncesi dönemden itibaren örüntüleri genelleme, semboller ve materyaller arası ilişkiler gibi temel içerikler ile giriş yapılmalıdır.
- Okul öncesi dönemde ve ilkökulda; sayı ve şekil örüntülerini genellemeye, fonksiyonel düşünmeyi geliştirmeye, cebirsel denklem ve sembollere giriş yapılabilecek ön bilgi ve kavramlara odaklanılmalıdır.
- Okul öncesi ve ilkökul müfredatında; örüntülere, hem kavramsal hem de işlemsel anlamayı geliştirecek şekilde geniş kapsamlı olarak yer verilmelidir.

Not

Bu çalışma Dr. Öğr. Üyesi Ahmet CİHANGİR danışmanlığında Dilek TÜRKOĞLU tarafından hazırlanan yüksek lisans tezinin bir bölümünden derlenmiştir.

KAYNAKLAR

Altun, M. (2005). *İlköğretim ikinci kademe matematik öğretimi*. Bursa: Aktüel.

- Amit, M., & Neria, D. (2008). Rising to the challenge: Using generalization in pattern problems to unearth the algebraic skills of talented pre- algebra students. *Zentralblatt fuer Didaktik der Mathematic*, 40, 111-129.
- Aspfors, J., & Fransson, G. (2015). Research on mentor education for mentors of newly qualified teachers: A qualitative meta-synthesis. *Teaching and Teacher Education*, 48, 75-86.
- Bal, A. P. (2016). The effect of the differentiated teaching approach in the algebraic learning field on students' academic achievements. *Eurasian Journal of Educational Research*, 63, 185-204.
- Balcı, A. (2011). *Sosyal bilimlerde araştırma yöntem, teknik ve ilkeler*. Ankara: Pegem Akademi.
- Blanton, M. L., & Kaput, J.J. (2004). Elementary grades students' capacity for functional thinking. In M. J. Hoines & A. Fuglestad (Ed.), *Proceeding of The 28th Conference of the international Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 135-142). Bergen, Norway.
- Blanton, M. L., Levi, L., Crites, T., Dougherty, B., & Zbiek, R. M. (2011). *Developing essential understanding of algebraic thinking for teaching mathematics in grades 3-5. Series in essential understandings*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Blanton, M., & Kaput, J. J. (2011). Functional thinking as a route into algebra in the elementary grades. In J. Cai & E. Knuth (Ed.), *Early algebraization: A dialogue from multiple perspectives* (pp. 5-25). USA: Springer.
- Bobis J., Mulligan, J., & Lowrie T. (2009). *Mathematics for children: Challenging children to think mathematically* (3rd edition). French, Forest, NSW: Pearson.
- Bush, S. B., & Karp, K. S. (2013). Prerequisite algebra skills and associated misconceptions of middle grade students: A review. *The Journal of Mathematical Behavior*, 32, 613-632.
- Cai, J., & Moyer, J. C. (2007). *Developing algebraic thinking in the earlier grades: Some insights from international comparative studies* (pp. 1-20). National Science Foundation.
- Cai, J., Moyer, J. C., Lew, H. C., Morris, A., Ng, S. F., & Schmittau, J. (2005). The development of studies' algebraic thinking in earlier grades. *ZDM: International Journal on Mathematics Education*, 37(1), 4-15.
- Carpenter, T. P., Franke, L. M., & Levi, L. (2003). *Thinking mathematically: Integrating arithmetic and algebra in elementary school*. Portsmouth, NH: Heinemann.
- CCSSM (Common Core State Standards for Mathematics). (2010). *Council of chief state school officers and the national governors association center for best practices*. <http://www.corestandards.org> adresinden ulaşılmıştır.
- Crino, P. T., Tolar, T., & Fuchs, L. S. (2013). *Arithmetic and cognitive contributions to algebra*. Society for Research on Educational Effectiveness.
- Curriculum Russian School of Mathematics (2015). *Developing Russian programs and curriculum*. <http://www.sras.org/> adresinden ulaşılmıştır.
- Çelik, D. (2007). *Öğretmen adaylarının cebirsel düşünme becerilerinin analitik incelenmesi* (Yayımlanmamış doktora tezi). Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon, Türkiye.
- Desli, D., & Gaitaneri, D. (2016). Grade 3 and 4 students' understanding of mathematical patterns and their strategies. *Pre-school and Primary Education*, 5, 63-83.
- French, D. (2002). *Teaching and learning algebra*. London: Continuum.
- Girit, D., & Akyüz, D. (2015). Farklı sınıf seviyelerindeki ortaokul öğrencilerinde cebirsel düşünme: Örüntülerde genelleme hakkındaki algıları. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 10(2), 243-272.
- Herbert, K., & Brown, R. (1997). Patterns as tools for algebraic reasoning. *Teaching Children Mathematics*, 3(6), 340-344.
- Kabael, T., & Tanışlı, D. (2010). Cebirsel düşünme sürecinde örüntüden fonksiyona öğretim. *Elementary Education Online*, 9(1), 213-228.
- Kaf, Y. (2007). *Matematikteki model kullanımının 6. sınıf öğrencilerinin cebir erişilerine etkisi* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Hacettepe Üniversitesi, Ankara, Türkiye.
- Kaya, D., & Keşan, C. (2014). İlköğretim seviyesindeki öğrencilerden cebirsel düşünme ve cebirsel muhakeme becerisinin önemi. *International Journal of New Trends in Arts, Sports and Science Education*, 3(2), 38-47.
- Kieran, C. (1992). The learning and teaching of schools algebra. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 390-419). New York: Macmillan.
- Kieran, C. (2005). Algebraic thinking in the early grades: What is it. *The Mathematics Educator*, 1(8), 139-151.
- Kinach, B. M. (2014). Generalizing: The core of algebraic thinking. *Mathematics Teacher*, 107(6), 432-439.
- Knuth, E. J., Stephens, A., Blanton, M., & Gardiner, A. (2016). Build an early foundation for algebra success. *Phi Delta Kappan*, 97(6), 65-68.
- Kriegler, S. (2007). *Introduction to algebra*. Los Angeles, CA: Center for Mathematics and Teaching Press.

- Lee, J., Collins, D., & Melton, J. (2016). What does algebra look like in early childhood. *Childhood Education, 92*(4), 305-310.
- Lee, L., & Freiman, V. (2006). Developing algebraic thinking through pattern exploration. *Mathematics Teaching in the Middle School, 11*(9), 428-433.
- MEB (Milli Eğitim Bakanlığı) (2013). *İlköğretim Matematik Dersi 5,6,7,8. Sınıflar Öğretim Programı*. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Ministry of Education China (2007). National college entrance examination for science majors in China. <https://www.zxxk.com/Soft/showsoft.asp?SoftID1315> adresinden ulaşılmıştır.
- Ministry of Education Singapore (2013). Mathematics syllabus primary one to five. https://www.moe.gov.sg/docs/default-source/document/education/syllabuses/sciences/files/primary_mathematics_syllabus_pri1_to_pri5.pdf adresinden ulaşılmıştır.
- Ministry of Education South Korea (2008). Proclamation of the ministry education, science and technology. http://gangwonepik.weebly.com/uploads/1/3/8/5/13851570/national_school_curriculum-english2008.pdf adresinden ulaşılmıştır.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- OME (Ontario Ministry of Education) (2014). Paying attention to algebraic reasoning: K-12. [http://www.edu.gov.on.ca/eng/literacynumeracy/Paying Attention to Algebra.pdf](http://www.edu.gov.on.ca/eng/literacynumeracy/Paying%20Attention%20to%20Algebra.pdf) adresinden ulaşılmıştır.
- Ormond, C. (2012). Developing algebraic thinking two key ways to establish some early algebraic ideas in primary classrooms. *Australian Primary Mathematics Classroom, 17*(4), 13-21.
- Pearn, C., & Stephens, M. (2016). Competence with fractions in fifth or sixth grade as a unique predictor of algebraic thinking. In M. Chinnappan & S. Treholm (Ed.), *Opening up Mathematics Education Research* (pp. 519-526).
- Polat, S., & Ay, O. (2016). Meta-Sentez: Kavramsal bir çözümleme. *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi, 4*(2), 52-59.
- Radford, L. (2012). On the development of early algebraic thinking. *PNA. Revista de Investigación en Didáctica de la Matemática, 6*(4), 117-133.
- Rittle-Johnson, B., Fyfe, E. R., McLean, L. E., & McEldoon, K. L. (2013). Emerging understanding of patterning in 4-year-olds. *Journal of Cognition and Development, 14*(3), 376-396.
- Staneva, A. A., Bogossian, F., & Wittkowski, A. (2015). The experience of psychological distress, depression, and anxiety during pregnancy: A meta-synthesis of qualitative research. *Midwifery, 31*, 563-573.
- Stephens, A., Blanton, M., Knuth E., İşler, I., & Gardiner A. M. (2015). Just say yes to early algebra. *Teaching Children Mathematics, 22*(2), 92-101.
- Tabach, M., & Friedlander, A. (2003). *The role of context in learning beginning algebra*. Proceedings of the Third Conference of the European Society for Research in Mathematics Education, Bellaria, Italia.
- Tagle, J., Belecina, R., & Ocampo, J. M. (2016). Developing algebraic thinking skills among grade three pupils through pictorial models. *International Journal Educational Studies, 8*(2), 147-158.
- Tanişlı, D., & Özdaş, A. (2009). İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin örüntüleri genelmede kullandıkları stratejiler. *Educational Sciences: Theory and Practice, 9*(3), 1453-1497.
- U.S. Investigations (2008). Investigations center for curriculum and Professional development. <http://www.investigations.terc.edu/inv3/the-curriculum/> adresinden ulaşılmıştır.
- Warren, E., Mollinson, A., & Destrinch, K. (2009). Equivalence and equations in early years classroom. *Australian Primary Mathematics Classroom, 14*(1), 10-15.
- Zbiek, R. M., & Larson, M. R. (2015). Teaching strategies to improve algebra learning. *Mathematics Teacher, 108*(9), 696-699.