

Bir Otonom Elektrikli Tekerlekli Sandalyenin Yörünge Kontrolünde Hesaplamalı Tork Kontrol ve PID Kontrol Yöntemlerinin Karşılaştırılması

Ahmet DUMLU*, Kağan Koray AYTEN

Erzurum Teknik Üniversitesi, Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi, Elektrik Elektronik Mühendisliği
Bölümü, Erzurum, Türkiye

Geliş / Received: 22/01/2018, Kabul / Accepted: 29/05/2018

Öz

Bu çalışmada bir otonom elektrikli tekerlekli sandalyenin (OETS) analizi, tasarımı ve gerçek zamanlı yörünge takip kontrolü gerçekleştirilmiştir. Öncelikle tasarlanan OETS' nin kinematik analizi yapılmış ve ardından sistemin tam dinamik modeli Lagrangian tekniğinden yararlanılarak elde edilmiştir. Sistemin gerçek zamanlı yörünge izleme performansını artırabilmek için, bu çalışmada farklı kontrol yöntemlerinden yararlanılmıştır. İlk olarak sistemin yörünge izleme kontrolü PID kontrolü üzerinden gerçekleştirilmiştir. Ardından, sistemin yörünge izleme performansını artırabilmek için OETS' nin tam dinamik modelinin göz önüne alındığı Model Tabanlı Hesaplamalı Tork Kontrol yönteminden yararlanılmıştır. Yapılan gerçek zamanlı yörünge izleme performans deneylerinden elde edilen sonuçlara göre, sistem için yapılan matematiksel analizlerin doğru olduğu kanıtlanmış ve özellikle hesaplamalı tork yönteminin kullanılması ile sistemin yörünge takip kontrolü güçlendirilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Otonom Araçlar, Tork Kontrol, PID Kontrol, Yörünge Kontrol

A Comparative Study of Trajectory Tracking Control for an Autonomous Electric Wheelchair Based on Computed Torque Control and PID Control

Abstract

In this study, design, analysis and real time trajectory tracking control of an autonomous electric wheelchair (AEWC) has been performed. Firstly, the kinematic analysis of the designed AEWC has been made and then dynamic analysis of the system have been obtained by using the Lagrangian method. Different control methods have been used in this study to improve the system's real-time trajectory tracking performance. Firstly, the trajectory tracking control of the system is performed by using PID control. Then, the model-based computed torque control method that takes into account the full dynamic model of the AEWC has been used in order to improve the trajectory tracking performance of the designed system. According to the results obtained from the real-time trajectory tracking experiments, the mathematical analysis made for the system proved to be correct and especially the trajectory tracking control of the system has become more robust by using the computed torque method.

Keywords: Autonomous guided vehicle, Computed Torque Control, PID control, Trajectory control

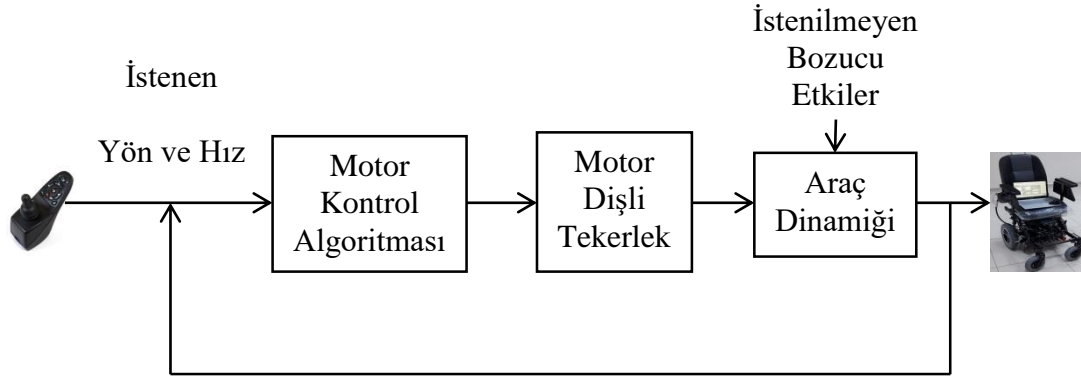
1. Giriş

Elektrikli tekerlekli sandalyeler (OETS), normal tekerlekli sandalyeyi kullanamayan engelli insanlar için geliştirilmiş araçlardır. Günümüzde OETS üreten çok sayıda üretici firma bulunmasına rağmen, aracın temel mekanik ve elektriksel özellikleri hemen hemen tüm araçlarda aynı kalmaktadır. Genellikle OETS' ler de arka sağ ve sol tekerlekleri tahrik etmek için kullanılan iki adet doğru akım motoru bulunmaktadır. Bu

doğru akım motorları tekerleklere bir dişli sistemi veya kayış kasnak mekanizmasıyla bağlanmaktadır. Engelli insanların komutlarına bağlı olarak, aracın yönlendirme işlemi ise birbirinden bağımsız olarak çalışan doğru akım motorlarının açısal hız değişimleriyle gerçekleştirilmektedir. Engelli sürücünün istemiş olduğu hız ve yön bilgisi bir joystick yardımıyla aracın kontrol birimine gönderilmektedir ve ardından motor sürücülerini vasıtasıyla istenilen hız ve yöne

bağlı olarak motorların gerilimleri veya akımları ayarlanmaktadır. Örneğin, sandalyenin belirli bir yöne doğru hareket ettirilmesi istendiğinde, söz konusu iki tahrik motoruna aynı gerilim uygulanarak aynı hızda dönmesi sağlanmaktadır. Araç için herhangi bir yönlendirme yapılması istendiğinde ise, bir motorun diğerine göre, uygulanan gerilime bağlı olarak, dönüş hızının artırılması gerekmektedir. Bilindiği üzere, OETS'lerin, engelli insanların komutlarına bağlı olarak, hedeflenen bir yörünge doğrultusunda en az hata ile hareket ettirilmesi gerekmektedir. Ticari olarak satılan elektrikli tekerlekli sandalyelerin çoğunda, elektronik kontrolör ünitesi bir geribildirim kontrol algoritması olmadan bir başka deyişle açık çevrim kontrol mantığında çalışmaktadır. Bu kontrol mantığında, tahrik motorlarının mevcut açısız hız değerleri

ölçülmeden direk olarak motorlara gerilim veya akım uygulanmaktadır. Tahrik motorlarının mevcut açısız hız değerleri ölçülerek, referans açısız hız değeriyle kıyaslanmayan bu tip kontrol yöntemlerinde aracın hedeflenen yörünge doğrultusunda hata yapma olasılığının artması kaçınılmazdır. Bu nedenle OETS'lerin elektronik kontrolör üniteleri Şekil 1' de gösterildiği gibi kapalı çevrim kontrol mantığında çalıştırılması gerekmektedir. Araç seyir halindeyken, tahrik motorlarının mevcut açısız hız değerleri ölçülmeli bu değerler referans açısız hız değeriyle kıyaslanmalı ve bu kıyaslama neticesinde elde edilen hata değerlerine göre tahrik motorlarının gerilimlerinin ayarlanarak motorların istenilen açısız hız değerlerinde dönmesi sağlanmalıdır.



Şekil 1: Bir elektrikli tekerlekli sandalyenin kapalı çevrim kontrol blok diyagramı.

Literatürde birçok araştırmacı OETS'lerin yörünge kontrolü için yapmış oldukları benzetim çalışmalarında, sadece araç kinematiğinin göz önünde bulundurulduğu farklı tipte kapalı çevrim kontrol algoritmalar geliştirmişlerdir. Shunget et al. (1983), bir OETS'nin hız kontrolü için yapmış oldukları benzetim çalışmasında geri beslemeli kontrol algoritmasından yararlanırken Johnson and Aylor (1986), hız kontrolü için arıza toleranslı kontrol algoritmasından faydalanmışlardır. Yapılan bu benzetim çalışmalarında, tasarlanan hız denetleyicilerinin tekerlekli sandalyeyi çeşitli

yol koşullarında kullanılmasına elverişli hale getirdiğini göstermekle beraber gerçek çevre koşullarında önerilen denetleyicilerin performanslarının nasıl davranacağı söz konusu çalışmalarda rapor edilmemiştir. OETS'lerin yörünge kontrolü için tasarlanan kontrol algoritmalarıyla ilgili olarak diğer bir önemli husus ise araçların değişken çevre koşullarında ve yük kapasitelerinde seyir izlemesinden dolayı ortaya çıkan istenmeyen bozucu etkilere veya parametre değişikliklerine karşı nasıl cevap verebildikleridir. Örneğin aracı kullanan kişinin ağırlığına ve bu kişinin araca oturmuş

pozisyonuna bağlı olarak tahrik motorlarına düşen yük ataleti 6 kata varan varyasyonlarda değişmektedir. Benzer şekilde aracın kullanıldığı zemine, bir rampadan inmesine veya çıkmasına bağlı olarak tahrik motorlarına düşen yük ataleti farklı değerler almaktadır (Ding and Cooper, 2005). Bu nedenle sistem için tasarlanacak kontrol algoritmasının bahsi geçen istenmeyen durumlara karşı gürbüz bir yapıda olması beklenmektedir. Literatürde birçok araştırmacı tasarladıkları OETS'lerin yörünge kontrolü için yine sadece araç kinematiğinin göz önünde bulundurulduğu farklı tipte gürbüz kontrol algoritmaları geliştirmişlerdir. Saadatzi et al. (2011), tasarladıkları elektrikli tekerlekli sandalyenin yörünge kontrolü için genetik algoritma yönteminden yararlanırken, Boquete et al. (1999), yapay sinir ağlarıyla optimize edilmiş PID kontrol yönteminden faydalanmışlardır. Kung et al. (2011), yapmış oldukları çalışmada ise bulanık mantık kontrol yönteminden yararlanmışlardır. Ancak yapılan bu çalışmaların hiçbirinde sistem dinamiği göz önünde bulundurulmamış ve kullanılan kontrol algoritmalarının işlem yükünün fazla olması nedeniyle sistem cevaplarında oldukça fazla gecikme yaşanmıştır. OETS'lerin tam dinamik modelinden yararlanılmadan sadece tahrik motorların modellenmesiyle gerçekleştirilen çalışmalarda ise Nguyen et al. (2011), çok değişkenli kayan kipli kontrol stratejisinden yararlanılırken, Cruz et al. (2011), Lyapunov kararlılık analizi tabanlı adaptif kontrol yönteminden faydalanmışlardır. Diğer bir çalışmada ise, Fujii and Wada (2005), kullanıcıdan kaynaklı hataları azaltmak için geliştirmiş oldukları kontrolcüde sistem tanımlama tekniklerinden yararlanmışlardır. Bu çalışmada bir OETS' nin tasarımı, analizi ve gerçek zamanlı yörünge izleme kontrolü gerçekleştirilmiştir. Öncelikle, tasarlanan sistemin pozisyon analizi için sisteme ait tüm kinematik denklemler elde edilmiştir. Böylece araca belirli hedef yörünge

verildiğinde sistemin bu hedef yörüngeyi gerçekleştirebilmesi için araç tekerleklerinin açısal hız değişkenleri belirlenebilmiştir. İkinci olarak, sistemin tam dinamik modeli Lagrangian tekniğinden yararlanılarak yapılmıştır. Tasarlanan OETS' nin yörünge izleme performansını artırabilmek için ise sistemin tam dinamik modelinin göz önüne alındığı Model Tabanlı Hesaplamalı Tork Kontrol yönteminden faydalanılmıştır. Model Tabanlı Hesaplamalı Tork Kontrol tekniği özellikle karmaşık sistemlerin kontrolünde kullanılmaktadır. Bu kontrol tekniğinde klasik PID kontrol tekniğinden farklı olarak, kontrol edilecek olan sistemin dinamik denklemleri belirli bir kural çerçevesinde yeniden oluşturulup, sistemin hareketi esnasında gerekli olan uygun kontrol işaretleri üretilebilmektedir. Bu sayede sistemlerin konum ve hız hatalarını en aza indirgenebilmektedir. Model tabanlı hesaplamalı kontrol tekniğinin bu özelliğinden dolayı, bu çalışmada, literatürde ilk kez bir OETS' ye ait dinamik model geliştirilerek bu model gerçek zamanlı olarak model tabanlı hesaplamalı tork kontrol yöntemi üzerinden sisteme uygulanmıştır. Sistemin gerçek zamanlı yörünge izleme kontrol deneylerinde elde edilen sonuçlara göre, sisteme ait tam ve doğru bir dinamik modelin belirlenmesi ve bu modelin özellikle hesaplamalı tork kontrol yönteminde kullanılması ile sistemin yörünge kontrol performansının klasik PID kontrole göre daha iyi sonuçlar elde edilmesine imkân sağlamıştır.

2. Materyal ve Metot

Bu bölümde önerilen OETS' nin tasarımı, kinematik ve dinamik analizi ayrıntılı bir şekilde anlatıldıktan sonra, önerilen hesaplamalı tork kontrol yönteminin kontrol edilecek sistemin modeli kullanılarak nasıl tasarlanacağı gösterilmiştir.

2.1. Tasarlanan Elektrikli Tekerlekli Sandalyenin Matematiksel Analizi

Şekil 2’ de tasarlanan OETS’ ye ait detaylar gösterilmiştir. Tasarlanan sistemde iki arka sürüş tekerleği ve ön tarafta serbest hareket edebilen iki adet sarhoş tekerleği bulunmaktadır. Arka tarafta bulunan sürüş tekerlekleri, DC motorlara bir dişli sistemi

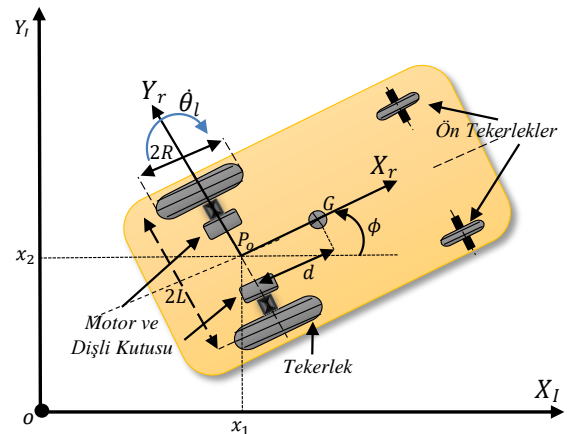
yardımlarıyla bağlanmıştır. Her DC motorun arka çıkış milinde ise optik konum ölçer sensör bulunmaktadır. Sistemin güç gereksinimi için, iki adet 24 Volt’luk akü kullanılmaktadır. Ayrıca tasarlanan sistemin gerçek zamanlı kontrolü için MATLAB programı ile çalışabilen bir kontrol kartı ve bilgisayar bulunmaktadır.



Şekil 2. Tasarlanan otonom elektrikli tekerlekli sandalye.

2.2. Elektrikli Tekerlekli Sandalyenin Kinematik Analizi

Tasarlanan OETS için ters kinematik analiz, araca belirli hedef yörünge verildiğinde sistemin bu hedef yörüngeyi gerçekleştirebilmesi için araç tekerleklerinin açısal hız değişkenlerini belirlemek için yapılan bir analizdir. Tasarlanan OETS’ nin şematik üst görünüşü Şekil 3’de gösterilmektedir. Motorlara sabitlenen araç tekerleri, motorların dönmesi ile hareket etmekte ve böylece bağlı buldukları araca hareket kabiliyeti kazandırmaktadır.



Şekil 3. Elektrikli tekerlekli sandalyenin şematik üst görünüşü.

Aracın kinematik analizini gerçekleştirebilmek için, ilk olarak Şekil 3’ de gösterildiği gibi iki koordinat sistemi tanımlanmaktadır. Bunlardan ilki $\{X_l, Y_l\}$ ile tanımlanan küresel koordinat sistemi, diğeri ise araca yerleştirilmiş ve $\{X_r, Y_r\}$ ile tanımlanan araca ait koordinat sistemidir. Araç koordinat sisteminin orijini iki tekerleğin tam ortasına denk gelen P_0 noktasıdır. Aracın ağırlık merkezi G ile tanımlanmakta ve bu nokta, araç koordinat sistemine d kadar bir uzaklıkta bulunmaktadır. Sağ ve sol tekerleğin açısall konumları sırasıyla θ_r ve θ_l ile ifade edilmektedir. İki tekerlek arasındaki uzaklık $2L$ ve tekerleklerin yarıçapı ise R ile ifade edilmektedir. Ayrıca ϕ değeri, aracın küresel koordinat sistemine göre yönelim açısını temsil etmektedir. Aracın kendi koordinat sistemine göre doğrusal hızı, denklem 1, ile açısall hızı ise denklem 2 ile belirlenmektedir.

$$v = \frac{v_r + v_l}{2} = R \frac{(\dot{\theta}_r + \dot{\theta}_l)}{2} \quad (1)$$

$$\dot{\phi} = \frac{v_r - v_l}{2L} = R \frac{(\dot{\theta}_r - \dot{\theta}_l)}{2} \quad (2)$$

Denklem 1 ve 2’ de tanımlanan v_r ve v_l değerleri araç tekerleklerinin çizgisel hızını ifade etmektedir. Araç koordinat sisteminde tanımlı herhangi bir noktanın konumu, küresel koordinat sistemine göre tanımlanmak istendiğinde denklem 3’ den yararlanılmaktadır

$$X^l = R(\phi)X^r \quad (3)$$

Denklem 3 de ifade edilen $R(\phi)$ değeri ortogonal dönüşüm matrisi olup denklem 4 ile ifade edilmektedir.

$$R(\phi) = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

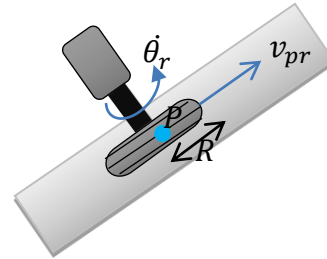
Denklem 1, 2 ve 4’ den yararlanılarak aracın küresel koordinat sistemine göre doğrusal ve açısall hızları denklem 5 ile belirlenebilmektedir.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R}{2} \cos(\phi) & \frac{R}{2} \cos(\phi) \\ \frac{R}{2} \sin(\phi) & \frac{R}{2} \sin(\phi) \\ \frac{R}{2L} & -\frac{R}{2L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_r \\ \dot{\theta}_l \end{bmatrix} \quad (5)$$

2.3. Elektrikli Tekerlekli Sandalyenin Kısıtlama Fonksiyonlarının Belirlenmesi

Söz konusu elektrikli tekerlekli sandalyenin küresel koordinat sistemine göre konum ve yönelimini belirleyebilmek için ihtiyaç duyulan parametre sayısı, yani serbestlik derecesi 3 (üç) tür. Fakat aracın hareketi için kontrol edilebilecek parametre sayısı iki (2) dir. Bu kinematik kısıtlamadan dolayı söz konusu araç holonomik olmayan sistemler sınıfına girmektedir. θ_r , θ_l nin genelleştirilmiş koordinat ve x_1 , x_2 ’ nin fazlalık koordinatlar olarak seçilmesiyle, genelleştirilmiş koordinatlara ilişkin iki temel holonomik olmayan kısıtlama fonksiyonu aşağıda tanımlanan iki durumdan yararlanılarak elde edilebilmektedir. Bunlardan birincisi, elektrikli tekerlekli sandalyenin kendi eksenine göre yana doğru hareket edememesidir. Bir başka ifadeyle aracın kendi koordinat sistemine göre, P_0 merkez noktasının hızı Y_r eksenini boyunca sıfır olmaktadır ($\dot{Y}_r = 0$). Bu durumda ortogonal dönüşüm matrisi $R(\phi)$ kullanılarak, birinci holonomik olmayan kısıtlama fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanabilmektedir.

$$\dot{x}_2 \cos(\phi) - \dot{x}_1 \sin(\phi) = 0 \quad (6)$$



Şekil 4. Araç tekerleğinin çizgisel hız gösterimi.

İkinci durum ise, araçta bulunan iki sürüş tekerleğinin Şekil 4’de gösterildiği gibi

çizgisel hızlarının sadece bir yönde olmasıyla ilgilidir.

Araç tekerleklerinin çizgisel hızları denklem 7 ile tanımlanmaktadır.

$$v_{pr} = R\dot{\theta}_r, v_{pl} = R\dot{\theta}_l \quad (7)$$

Bu durumda ortogonal dönüşüm matrisi $R(\phi)$ kullanılarak, ikinci holonomik olmayan kısıtlama fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanabilmektedir.

$$\dot{x}_1 \cos(\phi) + \dot{x}_2 \sin(\phi) = cL(\dot{\theta}_r + \dot{\theta}_l) \quad (8)$$

Denklem 8' de tanımlanan c değeri $R/2L$ ' ye eşittir.

Böylece matris formda iki temel holonomik olmayan kısıtlama fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılabilmektedir.

$$A(q)\dot{q} = 0 \quad (9)$$

Denklem 9' da tanımlanan q ve $A(q)$ değerleri aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$q = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \theta_r \\ \theta_l \end{bmatrix}, A(q) = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 & 0 \\ -\cos(\phi) & -\sin(\phi) & cL & cL \end{bmatrix} \quad (10)$$

2.4. Elektrikli Tekerlekli Sandalyenin Dinamik Analizi

Bu bölümde kinematik kısıtlamalarından dolayı aracın tam dinamik modellemesi Lagrange çarpanları yaklaşımı kullanılarak elde edilmeye çalışılmıştır. Lagrange çarpanları yaklaşımı ile yapılan dinamik analizlerde denklem 11' de yazılan eşitlik kullanılmaktadır (Greenwood, 1987; Pasin, 1994; Baruh, 1999; Crespo, 2003).

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i - a_{1i}\lambda_1 - a_{2i}\lambda_2 \quad i = 1 \dots 4 \quad (11)$$

Denklem 11' de ifade edilen Q_i , i inci genelleştirilmiş harici kuvveti, λ_1 ve λ_2 Lagrangian çarpanlarını, L Lagrangian fonksiyonunu, a_{1i} ve a_{2i} ise kısıtlama fonksiyonlarından elde edilen çarpanları temsil etmektedir. Elektrikli tekerlekli sandalyenin iki tekerleğiyle birlikte toplam kinetik enerjisi denklem 12' de yazılan eşitlikle belirlenmektedir.

$$K = \frac{1}{2}(m_c + 2m_w)(\dot{x}_1^2 + \dot{x}_2^2) + m_c cL(\dot{\theta}_r - \dot{\theta}_l)(\dot{x}_2 \cos(\phi) - \dot{x}_1 \sin(\phi)) + \frac{1}{2}I_w(\dot{\theta}_r^2 + \dot{\theta}_l^2) + \frac{1}{2}(I_c + 2m_w L^2 + 2I_m)c^2(\dot{\theta}_r - \dot{\theta}_l)^2 \quad (12)$$

Burada, m_c elektrikli tekerlekli sandalyenin sabit platformuna ait kütesini, m_w her bir tekerleğin motorlarıyla birlikte temsil edilen kütesini, I_c elektrikli tekerlekli sandalyenin sabit platformunun eylemsizlik momentini, I_w ve I_m ise, her bir tekerleğin motorlarıyla birlikte ifade edilen eksenlere göre eylemsizlik momentini ifade etmektedir. Elektrikli tekerlekli sandalyenin potansiyel enerjisinin olmadığı kabulüyle, sistemin hareket denklemleri denklem 13-16 da yazıldığı gibi elde edilmektedir.

$$(m_c + 2m_w)\ddot{x}_1 - m_c d(\ddot{\phi} \sin \phi + \dot{\phi}^2 \cos \phi) = \lambda_1 \sin \phi + \lambda_2 \cos \phi \quad (13)$$

$$(m_c + 2m_w)\ddot{x}_2 + m_c d(\ddot{\phi} \cos \phi - \dot{\phi}^2 \sin \phi) = -\lambda_1 \cos \phi + \lambda_2 \sin \phi \quad (14)$$

$$m_c c d (\ddot{x}_2 \cos \phi - \dot{x}_1 \sin \phi) + ((I_c + 2m_w L^2 + 2I_m) c^2 + I_w) \ddot{\theta}_r - (I_c + 2m_w L^2 + 2I_m) c^2 \ddot{\theta}_l = \tau_1 - c L \lambda_2 \quad (15)$$

$$-m_c c d (\ddot{x}_2 \cos \phi - \dot{x}_1 \sin \phi) - (I_c + 2m_w L^2 + 2I_m) c^2 \ddot{\theta}_r - (I_c + 2m_w L^2 + 2I_m) c^2 \ddot{\theta}_l = \tau_2 - c L \lambda_2 \quad (16)$$

Böylece elektrikli tekerlekli sandalyenin motorları tarafından uygulanan torklara (τ_1, τ_2) bağlı olarak standart formda yazılmış hareket denklemleri aşağıdaki gibi elde edilmektedir.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} = E(q)\tau - A^T(q)\lambda \quad (17)$$

Burada;

$M(q)$

$$= \begin{bmatrix} m_c + 2m_w & 0 & -m_c c d \sin \phi & m_c c d \sin \phi \\ 0 & m_c + 2m_w & m_c c d \cos \phi & -m_c c d \cos \phi \\ -m_c c d \sin \phi & m_c c d \cos \phi & (I_c + 2m_w L^2 + 2I_m) c^2 + I_w & -(I_c + 2m_w L^2 + 2I_m) c^2 \\ m_c c d \sin \phi & -m_c c d \cos \phi & -(I_c + 2m_w L^2 + 2I_m) c^2 & (I_c + 2m_w L^2 + 2I_m) c^2 + I_w \end{bmatrix}$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} m_c d \dot{\phi}^2 \cos \phi \\ -m_c d \dot{\phi}^2 \sin \phi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$E(q) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \tau = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}, \quad \lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Bununla birlikte, denklem 17 ile ifade edilen hareket denkleminin, hesaplamalı tork kontrolünde kullanılabilmesi için daha kompakt bir formda yazılması gerekmektedir. Bir başka deyişle denklem 17' de ifade edilen $A^T(q)\lambda$ teriminin, denklemden elimine edilmesi gerekmektedir. Bunun için denklem 17' nin her iki tarafı

denklem 19 ile ifade edilen 4×2 boyutundaki $S(q)$ matrisinin transpozuyla çarpılması gerekmektedir.

$$S(q) = \begin{bmatrix} c L \cos \phi & c L \cos \phi \\ c L \sin \phi & c L \sin \phi \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

Bu çarpımın gerçekleştirilmesiyle elektrikli tekerlekli sandalyenin yeni hareket denklemleri aşağıdaki gibi ifade edilebilmektedir.

$$S^T(q)M(q)\ddot{q} + S^T(q)C(q, \dot{q}) = \tau \quad (20)$$

Daha standart formda denklem 20, denklem 21 ile tanımlanabilir.

$$\tau = M(q)\ddot{q} + N(q, \dot{q}) + \tau_d \quad (21)$$

Burada $M(q)$ sistemin kütle matrisini, $N(q, \dot{q})$ merkezkaç, coriolis vb. terimleri, τ_d sürtünme gibi bozucu etkileri, q aracın sağ ve sol tekerinin açısal hızlarını ve son olarak τ ise motor çıkış torklarını ifade etmektedir.

2.5. Model tabanlı hesaplamalı tork kontrol yöntemi

Model tabanlı hesaplamalı tork kontrolü özellikle matematiksel olarak karmaşık hareket denklemlerine sahip sistemlerin kontrolünde kullanılan bir yöntemdir. Bu yöntemde, sistemlerin hareket denklemleri belirli bir kural çerçevesinde gruplandırılarak denklemlerin bir kısmı tasarlanan kontrolörün iç döngüsünde, diğer kısmı ise kontrolörün dış döngüsünde kullanılmaktadır (Lewis et al., 1993). Yapılan literatür araştırmalarında, farklı sistemlere uygulanmış çok sayıda hesaplamalı tork kontrol yöntemi kullanıldığı görülmektedir (Sangdani et al., 2018; Yang et al., 2009;

Peng et al., 2009). Sistemin tanımlanan bir yörüngeyi en iyi performansta takip edebilmesi için matematiksel olarak denklem 22 de tanımlanan açısız hız hatalarının sıfır olması gerekmektedir.

$$e(t) = q_{ref}(t) - q(t) \quad (22)$$

Model tabanlı hesaplamalı tork kontrol yönteminde sistemin hareket esnasında tahrik motorlarında meydana gelen açısız hız hatasının giriş torkuyla olan ilişkisini tanımlayabilmek için öncelikle denklem 22' nin 2. inci dereceden türevi alınmaktadır.

$$\dot{e}(t) = \dot{q}_{ref}(t) - \dot{q}(t), \quad \ddot{e}(t) = \ddot{q}_{ref}(t) - \ddot{q}(t) \quad (23)$$

Sistemin hareket denkleminde yer alan $\ddot{q}(t)$, denklem 21' den çekilip denklem 23' de yerine yazıldığında sistemin hareketi esnasında motorlarda meydana gelen $\ddot{e}(t)$ hatası denklem 24' deki gibi ifade edilebilmektedir.

$$\ddot{e}(t) = \ddot{q}_{ref}(t) + M^T(q)\{N(q, \dot{q}) - \tau\} \quad (24)$$

Eğer kontrol giriş fonksiyonu $u(t) = \ddot{q}_{ref}(t) + M^T(q)\{N(q, \dot{q}) - \tau\}$ olarak seçilirse, sistemin hareketi esnasında tahrik kolunda meydana gelen $\ddot{e}(t)$ hata fonksiyonunun doğrusal durum uzayı

denklem formundaki ifadesi denklem 25 ile temsil edilebilmektedir.

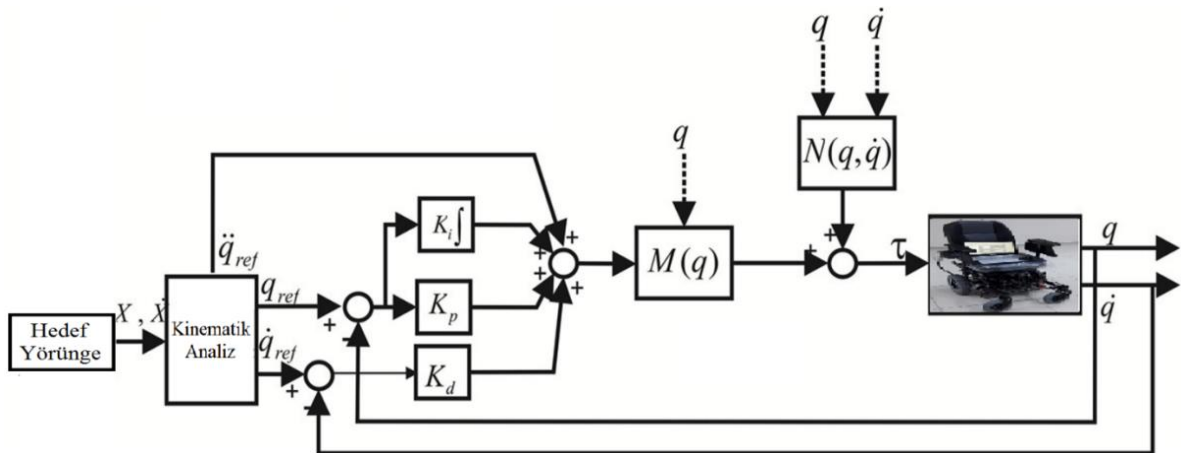
$$\dot{x} = \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \end{bmatrix}, \quad \dot{x} = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \dot{e} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} u \quad (25)$$

Yörünge izleme hata dinamiği olarak adlandırılan denklem 25' de, açısız hız hata fonksiyonunu ($\dot{e}(t)$) sabitleyebilecek uygun bir $u(t)$ denetleyicisi seçilmesi durumunda, sistemin hareketi esnasında motorlarda meydana gelen hata fonksiyonunun ($e(t)$) değeri sıfıra yakınsamaktadır. Bu durumda, sistemin motorlarında herhangi bir açısız hız hatasının oluşmaması için sistemin tekerleklerine uygulanması gereken tork ifadesi denklem 26 da ifade edildiği gibi olmalıdır.

$$\tau = M(\ddot{q}_{ref}(t) - u) + N(q, \dot{q}) \quad (26)$$

Hesaplamalı tork kontrol yöntemi olarak adlandırılan bu kontrol yönteminde, $u(t)$ denetleyicisi olarak, oransal-türev (PD) kontrolörü seçilmesi durumunda, sistemin tekerleklerine uygulanması gereken tork ifadesi denklem 27'deki gibi ifade edilirken, bu kontrol yöntemine ait blok diyagram Şekil 5'deki gibi çizilmektedir.

$$\tau = M(\ddot{q}_{ref}(t) + k_d \dot{e} + k_p e) + N(q, \dot{q}) \quad (27)$$



Şekil 5. Model tabanlı hesaplamalı tork kontrol yöntemi blok diyagramı.

Açısal hız hatalarını en aza indireyecek olan denetleyici kazanç parametrelerini (k_d, k_p) belirleyebilmek için ilk olarak denklem 21 ve denklem 27 birbirlerine eşitlenmektedir.

$$M(q)\ddot{q} + N(q, \dot{q}) = M(\ddot{q}_{ref}(t) + k_d\dot{e} + k_p e) + N(q, \dot{q}) \quad (28)$$

Denklem 28'in her iki tarafının M^{-1} ile çarpılması durumunda ve $\ddot{e}(t) = \ddot{q}_{ref}(t) - \ddot{q}(t)$ ilişkisi kullanılması ile kapalı döngü hata dinamiği denklemi, denklem 29 ile tanımlanabilmektedir.

$$\ddot{e} + k_d\dot{e} + k_p e = 0 \quad (29)$$

Kapalı döngü hata dinamiği denkleminin s domenindeki ifadesi ikinci dereceden karakteristik polinoma ($s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2$) benzediğinden uygun denetleyici kazanç parametreleri denklem 30 yardımıyla belirlenebilmektedir.

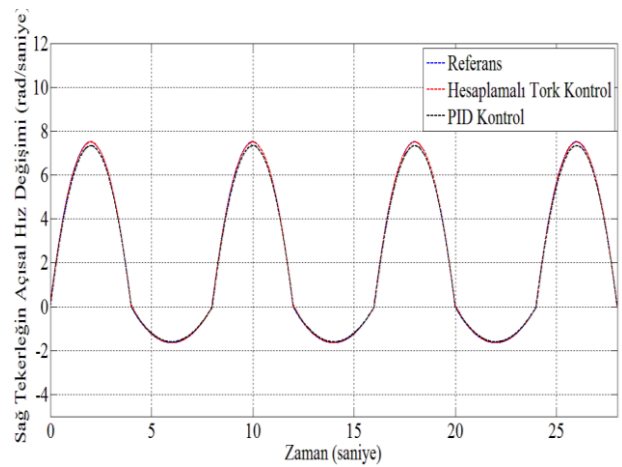
$$k_d = 2\xi\omega_0, k_p = \omega_0^2 \quad (30)$$

Sistem basamak cevabının kritik sönümlü olarak seçilmesi durumunda ($\xi = 1$) kontrolcü kazanç parametreleri arasında $2\sqrt{k_p} = k_d$ ilişkisi tanımlanabilirken iyi bir yörünge performansı elde edebilmek için ω_0 doğal frekansı yörünge örnekleme frekansına eşit seçilmektedir (Lewis, et al 1993). Bu çalışmada, yörünge örnekleme frekansı 1 kHz seçildiğinden dolayı model tabanlı tork kontrol denetleyicisinin kazanç parametreleri sırasıyla $k_p = 10000$ ve $k_d = 20$ olarak belirlenmiştir.

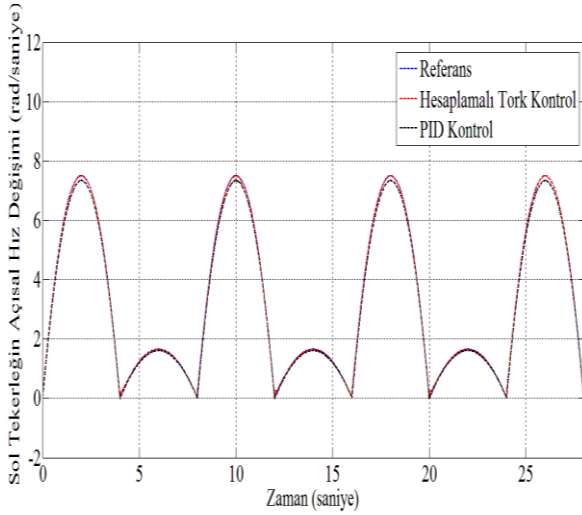
3. Bulgular

Önerilen model tabanlı hesaplamalı tork kontrol yönteminin klasik bir PID denetleyicisine göre daha iyi performans gösterebileceğini kanıtlayabilmek için bu çalışmada tasarlanan OETS' ye 3 üncü dereceden polinom yörüngeler tanımlanmıştır. Klasik PID denetleyicisine ait

kontrolcü parametre değerleri sırasıyla $K_p = 112,14$, $K_i = 53,21$ ve $K_d = 2,14$ olarak belirlenmiştir. Bu değerler OETS için PID kontrolcü kullanılması durumunda, tanımlanan yörüngeyi en iyi takip edecek şekilde deneme yanılma yoluyla belirlenmiştir. Tanımlanan yörüngeler kapsamında, öncelikle OETS' nin $P_x = 0, P_y = 0, \phi = 0$ başlangıç konum ve yöneliminden $P_x = 2, P_y = 0, \phi = 0$ konum ve yönelimine 4 saniyede varması, ardından bu noktada 4 saniyede $\phi = \pi/2$ kadar bir yönelim yaparak 4 saniyede $P_x = 2, P_y = 2, \phi = \pi/2$ noktasına ulaşması istenmektedir. Bu noktadan sonra OETS tekrar 4 saniyede $\phi = \pi$ kadar bir yönelim yaparak 4 saniyede $P_x = 0, P_y = 2, \phi = \pi$ noktasına ulaşması ve ardından 4 saniyede $\phi = 3 * \pi/2$ kadar bir yönelim yaparak 4 saniyede $P_x = 0, P_y = 0, \phi = 3 * \pi/2$ başlangıç noktasına ulaşması istenmektedir. Bölüm 2.2 de elde edilen kinematik denklemler kullanılarak, OETS' nin tanımlanan bu yörüngeyi izleyebilmesi için sağ ve sol tekerlekler tarafından gerçekleştirilmesi gereken açısal hız değişimleri ve bu değişimlere karşı önerilen hesaplamalı tork kontrol ve PID denetleyicisi tarafından gösterilen performanslar Şekil 6' da gösterildiği gibi elde edilmiştir.

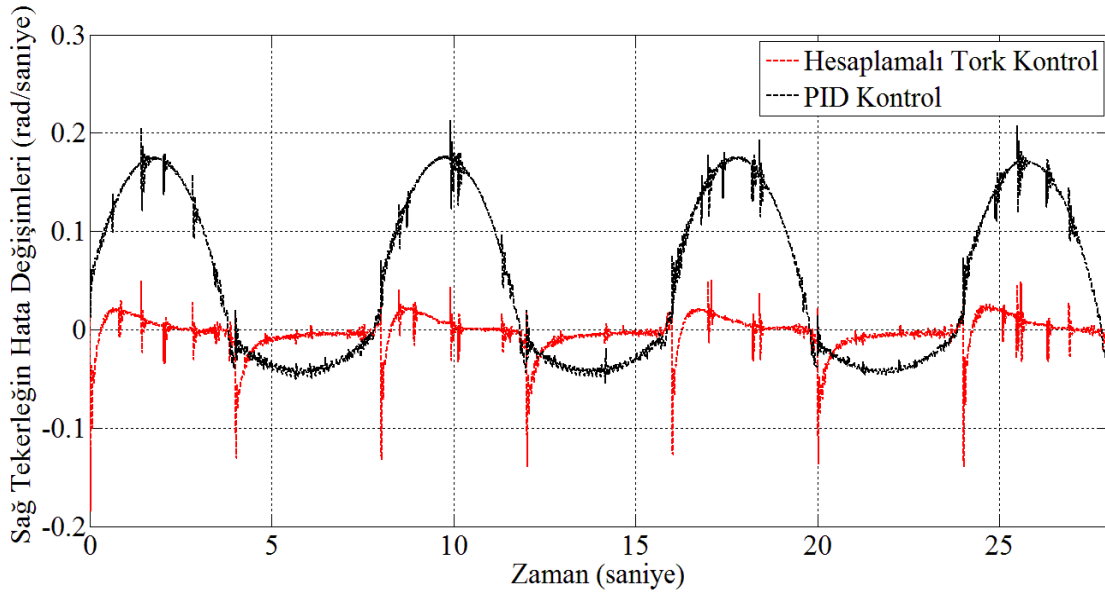


(a)



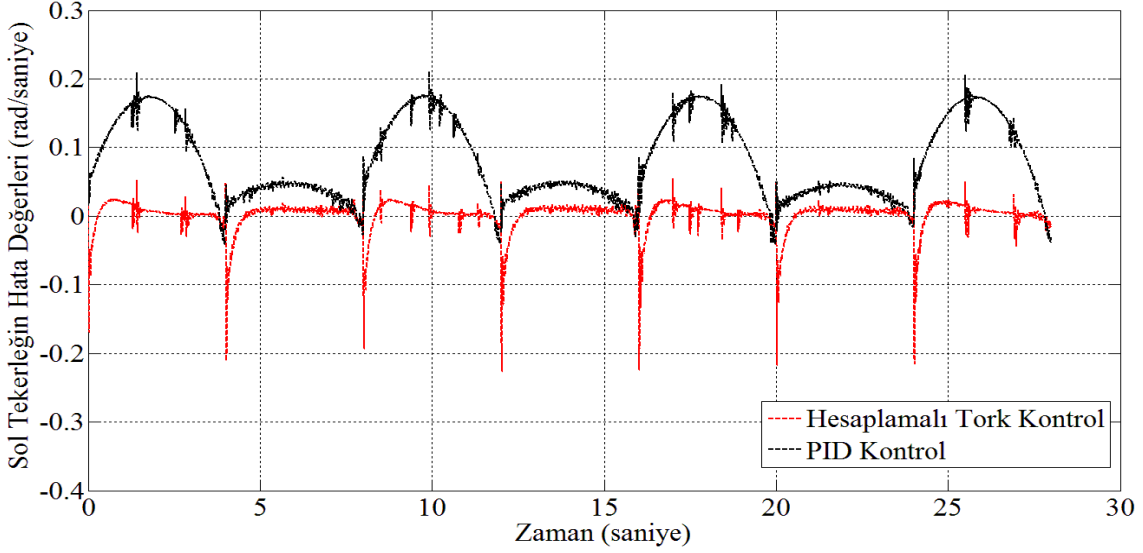
(b)

Şekil 6. Tanımlanan yörüngeye göre sağ ve sol tekerleğin yapması gereken açısal hız değişimleri ve kontrolcü performanslar (a) Sağ tekerlek (b) Sol tekerlek.



(a)

Kontrolcülerin performanslarına göre OETS' nin tanımlanan yörüngeyi izlemesi esnasında sağ ve sol tekerleklerde meydana gelen açısal hız hata değişimleri ise Şekil 7' de gösterildiği gibi elde edilmiştir.

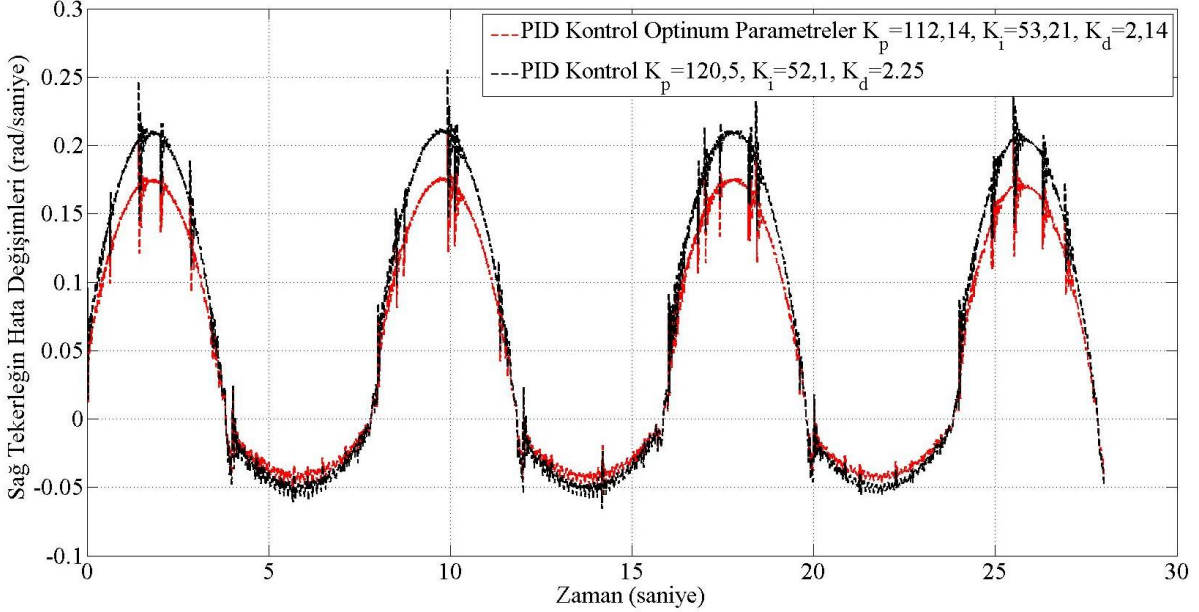


(b)

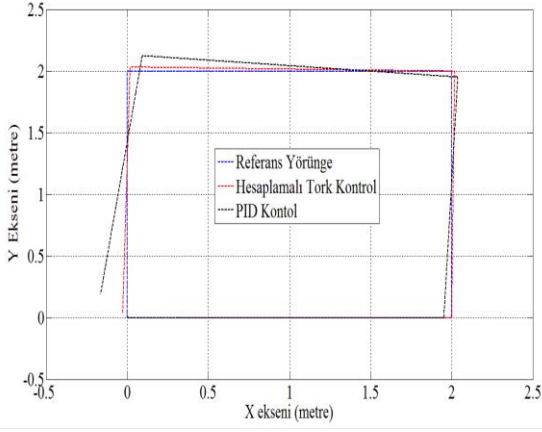
Şekil 7. OETS tanımlanan yörüngeyi izlemesi esnasında sağ ve sol tekerleklerde meydana gelen açısal hız hata değişimleri(a) Sağ tekerlek (b) Sol tekerlek.

OETS tanımlanan yörüngeyi farklı PID parametre değerleriyle izlemesi esnasında sağ tekerlekte meydana gelen açısal hız hata değişimleri ise Şekil 8’ de gösterilmiştir. Şekil 8’ de görüldü gibi PID kontrolcünün kazanç değerleri değiştirildiğinde optimum

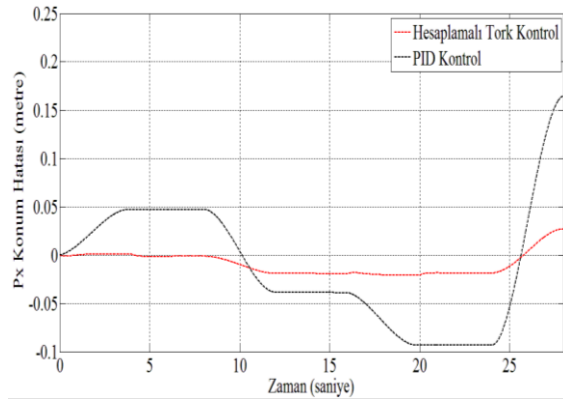
kazanç parametrelerine göre ayarlanmış PID kontrolcüsüne göre hata değerleri artmaktadır. Bu durum ise parametrelerin en iyi değerde ayarlandığı anlamına gelmektedir.



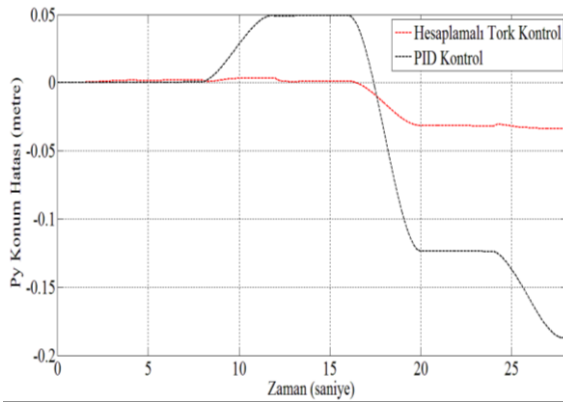
Şekil 8. OETS tanımlanan yörüngeyi farklı PID parametre değerleriyle izlemesi esnasında sağ tekerlekte meydana gelen açısal hız hata değişimleri.



(a)



(b)



(c)

Şekil 9. OETS yörünge izleme performansları (a) Kontrolcülerin yörünge performansları (b) P_x konum hatası (c) P_y konum hatası.

Kontrolcülerin performanslarına göre elde edilen açısal hız değişimlerinin araç için tanımlanan ileri kinematik denklemlerde kullanılması durumunda, OETS' nin yörünge takip durumu ve OETS' nin tanımlanan yörüngede seyir izlemesi esnasında meydana gelen kartezyen konum hataları Şekil 9' da gösterildiği gibi elde edilmiştir. Şekil 7' de ve Şekil 9' da görülen hata değerleri

incelendiğinde OETS' nin yörünge kontrolü için PID denetleyici kullanılması durumunda OETS' nin tanımlanan örnek yörüngeleri yüksek sapma hatalarıyla takip edebildiği görülmektedir. PID denetleyicisinin kazanç parametreleri en uygun değerde seçilmesine rağmen sağ ve sol tekerleklerde meydana gelen açısal hız hataları OETS' nin tanımlanan yörüngeden istenmeyen derecede sapma yapmasına neden olmaktadır. Yörünge kontrolü için PID kontrol yöntemi yerine model tabanlı hesaplamalı tork kontrolü kullanılması durumunda sistemin yörünge kontrol performansının artırıldığı görülmektedir. Model tabanlı hesaplamalı tork kontrol yönteminin PID kontrolüne göre daha iyi bir performans göstermesinin asıl nedeni, sistemin tam dinamik modelini kullanması ve sistemde var olan doğrusal olmayan ifadelerin dikkate alınmasıdır.

4. Sonuç ve Tartışma

Bu çalışmada 3 (üç) serbestlik derecesine sahip bir OETS' nin tüm matematiksel analizleri yapılmış olup tasarlanan OETS' nin yörünge takip kontrol performansını güçlendirmeye yönelik farklı kontrol yöntemlerinden yararlanılmaya çalışılmıştır. Matematiksel analizlerin doğruluğunu kanıtlamak ve tasarlanan sistemin yörünge kontrol performansını artırmak için PID kontrol yönteminden ve model tabanlı hesaplamalı tork kontrol yönteminden yararlanılmıştır. Sistemin gerçek zamanlı yörünge izleme kontrol deneylerinden elde edilen sonuçlara göre, sistemin dinamik modelini dikkate almadan yapılan klasik PID kontrolcüsü uygulanabilirlik yönünden kolay olsa da kontrol performansı yönünden oldukça zayıf kalmıştır. Fakat sisteme ait tam ve doğru bir dinamik modeli belirlenmesi ve özellikle bu modelin hesaplamalı tork kontrol yönteminde kullanılması durumunda, sistemin yörünge kontrol performansının güçlendirdiği görülmektedir. Yapılan gerçek zamanlı kontrol deneylerinden elde edilen

sonuçlar incelendiğinde, sistem için yapılan matematiksel analizlerin doğru olduğu kanıtlanmış ve özellikle hesaplamalı tork kontrol yönteminin kullanılması ile sistemin yörünge takip kontrolü güçlendirmiştir.

Teşekkür

Bu çalışma Erzurum Teknik Üniversitesi BAP Koordinasyon Birimi tarafından desteklenmiştir. Proje No: 2017/02.

5. Kaynaklar

Baruh, H. 1998. Analytical Dynamics 2nd ed., Mc Graw-Hill International Editions Series, New York, 260-350.

Boquete, L., García, R., Barea R., Mazo, M. 1999. Neural Control of the Movements of a Wheelchair. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 25(3), 213-226.

Crespo, M.S. 2003. Intermediate Dynamics, Complemented with Simulation and Animations, Mc Graw-Hill International Editions Series, New York, 584.

Cruz, C.D., Bastos L.T.F., Carelli, R. 2011. Adaptive motion control law of a robotic wheelchair. Control Engineering Practice, (19), 113-125.

Ding D., Cooper, R.A. 2005. Electric powered wheelchairs. IEEE Control Systems, 25(2), 22-34.

Fujii F., Wada, K. 2005. Analysis on the manual control characteristics of the human pilot during the operation of the powered wheelchair, Advanced Robotics, 19(2), 121-139.

Greenwood, D.T. 1987. Principles of Dynamics (2nd Edition). Prentice Hall, USA 552.

Johnson, B.W., Aylor, J.H. 1986. Reliability&Safety Analysis of a Fault-Tolerant Controller. IEEE Transactions on Reliability, 35(4), 355-362.

Kung, Y.S., Huang, P.H., Su, F.C., Chen, T.S. 2011. Realization of an FPGA-based Motion control system for electric standing wheelchairs. IEEE Symposium on Industrial Electronics and Applications, Langkawi, 47-52.

Lewis, F.L., Abdallah, C., Dawson D.M. 1993. Control of Robot Manipulators, Maxwell Macmillan Publishing Company, Oxford 424.

Nguyen, T.N., Su, S.W., Nguyen, H.T. 2011. Robust Neuro-Sliding Mode Multivariable Control Strategy for Powered Wheelchairs, IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering, 19(1), 105-111.

Pasin, F. 1994. Mekanik Sistemler Dinamiği, İTÜ Rektörlüğü, Türkiye, 1540.

Peng, W., Lin, Z., Su, J. 2009. Computed torque control-based composite nonlinear feedback controller for robot manipulators with bounded torques. IET Control Theory & Applications, 3(6), 701-711.

Saadatzi, M.N., Poshtan, J., Saadatzi, M.H. 2011. Optimal multivariable two-degree-of-freedom control of electric wheelchair using non-dominated sorting genetic algorithm-II. IEEE International Conference on Control Applications (CCA), Denver Colorado, 376-381.

Sangdani, M.H., Tavakolpour-Saleh, A., Lotfavar, R.A. 2018. Genetic algorithm-based optimal computed torque control of a vision-based tracker robot: Simulation and experiment. Engineering Applications of Artificial Intelligence, (67), 24-38.

Shung, J.B., Tomizuka, M.M., Auslander, D.M., Stout, G.G. 1983. Feedback Control and Simulation of a Wheelchair. ASME. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 105(2), 96-100.

Yang, Y.L. Chao, P.C.P., Sung, C.K. 2009. Landing Posture Control for a Generalized Twin-Body System Using Methods of Input-Output Linearization and Computed Torque. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 14(3), 326-336.