

Rüzgara Maruz Kalan Dört Rotorlu İnsansız Hava Aracı için Uyarlamalı Kontrolcü Tasarımı

Halil İbrahim BAŞTÜRK*¹

¹Boğaziçi Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makina Bölümü, 34342, İstanbul

(Alınış / Received: 15.06.2017, Kabul / Accepted: 29.12.2017, Online Yayınlanma / Published Online: 27.02.2018)

Anahtar Kelimeler

Dört rotorlu insansız hava aracı,
Uyarlamalı kontrol,
Bozucu etki tahmini ve iptali

Özet: Bu çalışmada, rüzgara maruz kalan dört rotorlu insansız hava araçlarının davranış ve irtifaları için bir uyarlamalı kontrolcü tasarımı sunulmaktadır. Tasarım sırasında, toplam kütle, atalet tensörü, aracın kollarının uzunluğu ve rotora bağlı pervanelerin parametrelerinin bilindiği varsayılmaktadır. Rüzgarın helikopter üzerindeki bozucu etkisi bilinmeyen frekans, genlik ve fazlara sahip sınırlı sayıdaki sinüzoidal fonksiyonların toplamı olarak modellenmiştir. Kapalı çevrim sisteminin kararlı olduğu, tüm sinyallerin sınırlı olduğu ve bilinmeyen bozucu rüzgar etkisine rağmen arzu edilen davranış ve irtifa kontrolünün elde edildiği kanıtlanmıştır. Son olarak, tasarımın fizibilitesini göstermek için bir benzetim sunulmuştur.

An Adaptive Control Design for Quadcopters under Wind Effect

Keywords

Quadcopter,
Adaptive control,
Disturbance estimation and
cancellation

Abstract: This paper presents an adaptive controller design for the attitude and altitude of quadrotors which are subjected to wind disturbances. During the design, it is assumed that the total mass, inertia tensor, the arms' length of the vehicle and the parameters of the propellers attached on the rotors are known. The wind disturbances on quadrotors are modeled as a finite sum of sinusoidal functions with unknown frequencies, amplitudes and phases. It is proved that the equilibrium of the closed loop system is stable, all signals are bounded and desired altitude and attitude control are achieved despite unknown wind disturbance. Finally, a simulation is performed to show the feasibility of the design.

1. Giriş

Dört rotorlu insansız hava araçları, teknolojiadaki ilerlemeler sayesinde fotoğraf çekme, gözetim, arama ve kurtarma operasyonları gibi pratik uygulamalarda son on yılda daha popüler hale geldi. Bu tip aracın popülerliği arttığından, birçok araştırmacı, performanslarını artırmak için yeni kontrolcüler geliştirmektedirler. Kontrolcü gelişimini laboratuvar ortamında daha kolay bir şekilde geliştirmek için deney düzenekleri oluşturulmuştur [1].

Dört rotorlu insansız hava araçlarının performansını yükseltmek için birçok farklı kontrol tekniği geliştirildi. Bunlardan çalışmalardan bazıları şu şekildedir; dayanıklı uyarlamalı-bulanık kontrol [3], bulanık tabanlı orantı-integral-türev [2], kayma kipli kontrol [4], geri adımlı kontrol [5], model referanslı doğrudan ve dolaylı uyarlamalı kontrol [6], orantı-integral-türev ve doğrusal kuadratik kontrol [7], integral geri adımlı kontrol [8]. Ayrıca, [9]'da çeşitli kontrolcüler dört rotorlu İHA üstünde uygulanmış ve performans karşılaştırmaları yapılmıştır. Ancak, bu çalışmalarda rüzgarın etkisi dikkate alınmamaktadır.

[10]-[12]'de verilen çalışmalarda çeşitli uyarlamalı kontrolcüler tasarlanmıştır. Bu çalışmalarda rüzgarın araç üzerindeki bozucu etkisi göz önünde bulundurulmuştur. An-

cak, bu tasarımlarda, bu etki, zamana bağlı bir fonksiyon olarak modellenmemiş ve sabit olarak düşünülmüştür. Bu çalışmanın, belirtilen referanslara göre en önemli özgünlüğü, bozucu etkiyi, sinüzoidal olarak modelleyip, kontrolcünün bu tip dinamik yapıya sahip bir bozucu etkiyi tahmin ederek iptal edebilmesidir.

Bu bildiride, rüzgara maruz kalan dört rotorlu insansız hava araçları için uyarlamalı kontrolcü tasarımı anlatılmaktadır. Rüzgarın etkisi, bilinmeyen frekans, genlik ve fazlara sahip sınırlı sayıdaki sinüzoidal fonksiyonların toplamı olarak modellenmiştir. Rüzgar etkisi [13]'e göre modellikten sonra, problem, bir uyarlamalı kontrol problemine dönüşmektedir.

Bu bildiri şu şekilde organize edilmiştir. Bölüm II'de, sistemin kinematik modeli ve ardından sistemin dinamiği verilmiştir. Bölüm III'te rüzgar etkisi için gözlemciler tasarlanmıştır. Bölüm IV'te, kontrol ve güncelleme yasaları verilmiş ve iddia edilen sabitlik teoremi, bölüm V'de ispatlanmıştır. Son olarak, gerçekleştirilen sayısal benzetimin sonuçları sunulmuştur.

2. Problem Tanımı

Bu makalede incelenen dört rotorlu insansız hava aracının şeması Şekil 1'de gösterilmiştir. Araç, her biri, Şekil 1'de

* İlgili yazar: halil.basturk@boun.edu.tr

gösterildiği gibi B_3 boyunca itme kuvveti ve moment oluşturan dört adet pervaneli rotora sahiptir. Sapma hareketini önlemek için (1,2) numaralı motor çifti saat yönünde dönerken, (3, 4) numaralı diğer çift saat yönünün tersine dönmektedir. Salınım açısını değiştirmek için, bir çiftin yarattığı momentin, diğer çiftin yarattığı momentle göre arttırarak ya da azaltarak aracın salınım açısını değiştirilebilir. Motorların itme kuvvetlerini eşit bir şekilde değiştirerek, aracın yüksekliği değiştirilebilir. Araç, motor 3'ün (4) açısal hızını düşürerek ve motor 4'ün (3) açısal hızını arttırarak ileri (geriye doğru) hareket elde edebilir. Son olarak, sağ (sol) yan hareketi, motor 1'in (2) açısal hızını düşürerek ve motor 2'nin (1) açısal hızını arttırarak gerçekleştirilir.

2.1. Kinematik model

Notasyon: $i = 1 : 4$. **SAR**, sabit arz referansı, **CAR** ise cisim arz referansıdır.

$B = B_1, B_2, B_3$ eksenlerinin ve $E = E_1, E_2, E_3$ eksenlerinin, Şekil 1'de gösterildiği gibi, sırasıyla CAR'a ve SAR'a ait olduğunu varsayalım. SAR'dan CAR'a dönme matrisi $R(\phi, \theta, \psi) \in \mathbb{R}^3$ [15];

$$R = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & c_\theta s_\psi & -s_\theta \\ s_\phi s_\theta c_\psi - c_\phi s_\psi & s_\phi s_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & s_\phi c_\theta \\ c_\phi s_\theta c_\psi + s_\phi s_\psi & c_\phi s_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi & c_\phi c_\theta \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Burada, ϕ, θ, ψ olarak tanımlanan Euler açıları sırasıyla insansız hava aracının yuvarlanma, yunuslama ve sapma açılarını temsil etmektedir. $c_{(\)}, s_{(\)}$ ve $t_{(\)}$, sırasıyla, $\cos(), \sin()$ ve $\tan()$ 'i temsil etmektedir.

$\omega_1, \omega_2, \omega_3$ 'e aracın CAR'daki açısal hızları dersek, Euler açılarıyla ilişkisini şu şekilde yazabiliriz [15];

$$[\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T = W[\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^T, \quad (2)$$

Burada transfer matrisi W , şu şekildedir;

$$W = \begin{bmatrix} 1 & s_\phi t_\theta & c_\phi t_\theta \\ 0 & c_\phi & -s_\phi \\ 0 & s_\phi / c_\theta & c_\phi / c_\theta \end{bmatrix}.$$

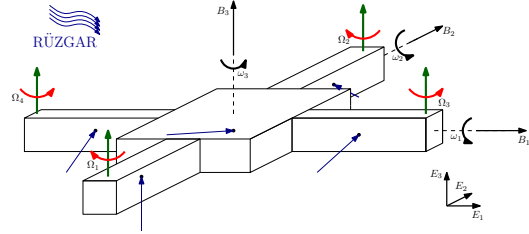
Ancak yunuslama (θ) ve yuvarlanma (ϕ) açılarının küçük olduğunu varsaydığımızdan, transfer matrisi (W) birim matrisine dönüşür ve aşağıdaki eşitliği yazabiliriz.

$$[\dot{\phi} \ \dot{\theta} \ \dot{\psi}]^T = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^T. \quad (3)$$

Bir sonraki bölümde, yunuslama (θ), yuvarlanma (ϕ) ve sapma (ψ), yani Euler açılarının, dinamikleri açıklanacaktır.

2.2. Dinamik denklemleri

Aracın gövdesinin katı, simetrik olduğu ve ağırlık merkezinin CAR'ın orijiniyle çakıştığı kabul edilir. Ayrıca parvanelerin yarattığı kuvvet ve momentin, bağlı olduğu rotorun açısal hızının karesiyle doğru orantılı olduğunu varsayalım. Bu varsayımları göz önünde bulundurarak, sistemin CAR'a göre dönüş denklemleri ve ir-



Şekil 1. Dört rotorlu insansız hava aracının şekli. Mavi çizgiler, araca etki eden rüzgarların hız vektörlerini temsil etmektedir.

tifa denklemleri aşağıdakiler gibi yazılabilir [16];

$$\ddot{\phi} = p\Omega_2^2 - p\Omega_1^2 + v_1, \quad (4)$$

$$\ddot{\theta} = p\Omega_4^2 - p\Omega_3^2 + v_2, \quad (5)$$

$$\ddot{\psi} = q\Omega_1^2 + q\Omega_2^2 - q\Omega_3^2 - q\Omega_4^2 + v_3, \quad (6)$$

$$\ddot{z} = c_\phi c_\theta r \sum_{i=1}^4 \Omega_i^2 - g + v_4, \quad (7)$$

Burada, $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \Omega_4$ motorların dönüş hızlarını, v_1, v_2, v_3, v_4 rüzgarın bozucu etkisini, \ddot{z} aracın E_3 eksenindeki ivmesini, g yerçekim ivmesini, $p = \frac{bl}{J_{11}} = \frac{bl}{J_{22}}$, $q = \frac{d}{J_{33}}$, $r = \frac{b}{m}$ temsil etmektedir. p, q ve r deki $b, d, l, J_{11}, J_{22}, J_{33}$, sırasıyla, pervanelerin itme kuvveti, sürüklenme katsayıları, aracın bir kolunun uzunluğu ve aracın CAR'a göre atalet momentleridir.

2.3. Rüzgar etkisi

Rüzgarın etkisini simüle edebilmek için, Dryden rüzgar modelini [14] kullanarak zamana göre konuma bağlı rüzgar hız vektör alanı oluşturuldu.

Şekil 1'de görüldüğü üzere, 4 tanesi aracın kolların ortasında, 1 tanesi de aracın merkezinde olacak şekilde, toplam 5 noktada rüzgarın hızını bulduktan sonra, rüzgarın bu noktalarda oluşturduğu kuvveti hesaplandı.

$$U_r = \frac{1}{2} \rho A C_D V_r^2 \quad (8)$$

Burada U_r rüzgar kuvveti, ρ havanın yoğunluğunu, A rüzgarın tesir ettiği alan, C_D sürüklenme katsayısını, V_r rüzgarın araca göre rölatif hızını temsil etmektedir.

Bu noktadaki rüzgarın etkisi, (8) kullanılarak, şu şekilde hesaplandı ($j = 1 : 5$);

$$U_{r,j} = \frac{\rho C_D}{2} \begin{bmatrix} A_{1,j} & 0 & 0 \\ 0 & A_{2,j} & 0 \\ 0 & 0 & A_{3,j} \end{bmatrix} R \begin{bmatrix} (V_{r,j})_{E_1} | (V_{r,j})_{E_1} \\ (V_{r,j})_{E_2} | (V_{r,j})_{E_2} \\ (V_{r,j})_{E_3} | (V_{r,j})_{E_3} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Burada $U_{r,j}$ rüzgarın j . noktadaki rüzgar kuvvet vektörünü, $A_{1,j}, A_{2,j}, A_{3,j}$ j . noktasına ait CAR eksenlerindeki alanı, $(V_{r,j})_{E_1}, (V_{r,j})_{E_2}, (V_{r,j})_{E_3}$ ise j . noktadaki rüzgarın SAR eksenlerine göre hızlarını temsil etmektedir.

Bu kuvvetlerin yarattığı bozucu moment etkisi de şu şekilde bulunur;

$$M_{r,j} = \begin{bmatrix} l_{1,j} \\ l_{2,j} \\ l_{3,j} \end{bmatrix} \times U_{r,j} \quad (10)$$

Burada M_j rüzgarın j . noktadaki rüzgarın bozucu momentini, $l_{1,j}$, $l_{2,j}$, $l_{3,j}$, j . noktanın CAR orjinine uzaklıklarını temsil etmektedir.

Rüzgarın yukarıda belirlediğimiz 5 noktaya etki ettiği kuvvetleri ve momentleri toplayarak, toplam rüzgar etkisini

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{J_{11}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_{22}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{J_{33}} \end{bmatrix} \sum_{j=1}^5 M_{r,j} \quad (11)$$

$$v_4 = \frac{1}{m} [0 \quad 0 \quad 1] R \sum_{j=1}^5 U_{r,j} \quad (12)$$

şeklinde hesaplayabiliriz.

(11)–(12) denklemleri, gerçekçi bir benzetim ortamı için kullanılmıştır. Ancak, kontrolcü için rüzgar etkisi

$$v_i(t) = {}_0\sigma_i + \sum_{s=1}^n {}_s\sigma_i \sin({}_s\alpha_i t + {}_s\Phi_i) \quad (13)$$

olarak varsayılmıştır. Burada ${}_s\sigma_i$ bilinmeyen genliği, ${}_s\alpha_i$ bilinmeyen frekansı, ${}_s\Phi_i$ bilinmeyen fazı, ${}_0\sigma_i$ bilinmeyen sabit rahatsızlığı temsil etmektedir. Denkleminde bilinen tek değer, frekans sayısı n dir. Sonraki bölümde, rüzgar etkisi için gözlemciler tasarlanmıştır.

3. Rüzgar Etkisi için Gözlemciler

(13)'da verilen rüzgar etkisi, lineer bir ekosistemin çıktısı olarak şu şekilde yazılabilir;

$$\dot{Z}_i(t) = S_i Z_i(t), \quad (14)$$

$$v_i(t) = h_i^T Z_i(t), \quad (15)$$

Burada, $Z_i(t) \in \mathbb{R}^{2n+1}$ ve S_i matrisleri, rüzgar etkilerinin v_i frekans sayısına bağlıdır.

Rüzgar etkileri [13] referansı kullanılarak parametrelerle ifade edilebilir. $G \in \mathbb{R}^{(2n+1) \times (2n+1)}$ matrisini, belirgin özdeğerlere sahip bir Hurwitz matris ve (G, L) çiftini kontrol edilebilir çift olduğunu farzedelim. (h_i^T, S_i) çifti gözlemlenebilir ve (S_i, G_i) çiftinin spektrumları ayrı olduğundan Sylvester denklemlerinin eşsiz çözümleri;

$$M_i S_i - G M_i = L h_i^T, \quad (16)$$

tersinirdir [18]. $\chi_i = M_i Z_i$ dönüşümü uygulanarak, denklemler;

$$\dot{\chi}_i(t) = G \chi_i(t) + L v_i(t), \quad (17)$$

$$v_i(t) = \beta_i^T \chi_i(t), \quad (18)$$

halini alır. Burada, $\beta_i^T = h_i^T M_i^{-1} \in \mathbb{R}^{(2n+1) \times 1}$, dir.

Bilinmeyen rahatsızlık terimleri $v_i(t)$, bilinmeyen sabit vektörleri β_i^T ve bilinmeyen zamana bağlı vektörlerin çarpımı olarak yazılabilir. $\chi_i(t)$ 'leri tahmin edebilmek için, kavramsal gözlemciler tasarlandı. Sıradaki önerme, gözlemcilerin özelliklerini belirlemektedir.

Önerme 1: Ulaşılamayan rahatsızlıklar $v_1(t)$, $v_2(t)$, $v_3(t)$ ve $v_4(t)$, şu şekilde ifade edilebilir;

$$v_1(t) = \beta_1^T \delta_1 + \beta_1^T \xi_1, \quad (19)$$

$$v_2(t) = \beta_2^T \delta_2 + \beta_2^T \xi_2, \quad (20)$$

$$v_3(t) = \beta_3^T \delta_3 + \beta_3^T \xi_3, \quad (21)$$

$$v_4(t) = \beta_4^T \delta_4 + \beta_4^T \xi_4. \quad (22)$$

Filtreleri,

$$\xi_1 = \eta_1 + L \dot{\phi}, \quad (23)$$

$$\dot{\eta}_1 = G \xi_1 + L(p\Omega_2^2 - p\Omega_1^2), \quad (24)$$

$$\xi_2 = \eta_2 + L \dot{\theta}, \quad (25)$$

$$\dot{\eta}_2 = G \xi_2 + L(p\Omega_4^2 - p\Omega_3^2), \quad (26)$$

$$\xi_3 = \eta_3 + L \dot{\psi}, \quad (27)$$

$$\dot{\eta}_3 = G \xi_3 + L(q\Omega_1^2 + q\Omega_2^2 - q\Omega_3^2 - q\Omega_4^2), \quad (28)$$

$$\xi_4 = \eta_4 + L \dot{z}, \quad (29)$$

$$\dot{\eta}_4 = G \xi_4 + L \left(c_\phi c_\theta r \sum_{i=1}^4 \Omega_i^2 - g \right), \quad (30)$$

ve tahmin ile gerçek değerler arasındaki hatalar $\delta_i \in \mathbb{R}^{2q \times 1}$

$$\delta_i = \chi_i - \xi_i \quad (31)$$

yazıldığında, aşağıdaki denkleme uyar;

$$\dot{\delta}_i = G \delta_i, \quad (32)$$

İspat. (31) denkleminin zamana göre türevini alıp, (4)–(7), (17) and (23)–(30) denklemlerini kullanarak, (32) denklemini elde edilebilir. (31) denklemini (18) denkleminin içindeki terimlerle yer değiştirdiğimizde, (19)–(22) denklemlerine erişilir. \square

4. Kontrolcü Tasarımı

Euler açıları ile istenen Euler açıları arasındaki hata terimleri;

$$\begin{bmatrix} e_1^T \\ e_2^T \\ e_3^T \\ e_4^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi - \phi_{des} & \dot{\phi} - \dot{\phi}_{des} \\ \theta - \theta_{des} & \dot{\theta} - \dot{\theta}_{des} \\ \psi - \psi_{des} & \dot{\psi} - \dot{\psi}_{des} \\ z - z_{des} & \dot{z} - \dot{z}_{des} \end{bmatrix}, \quad (33)$$

şeklinde tanımlandığını farz edelim. (4)–(7) ve (19)–(22) denklemlerini kullanarak, (33) denklemini durum uzayı formatında yazabiliriz;

$$\dot{e}_1 = A e_1 + B(p\Omega_2^2 - p\Omega_1^2 + \beta_1^T \delta_1 + \beta_1^T \xi_1 - \ddot{\phi}_{des}) \quad (34)$$

$$\dot{e}_2 = A e_2 + B(p\Omega_4^2 - p\Omega_3^2 + \beta_2^T \delta_2 + \beta_2^T \xi_2 - \ddot{\theta}_{des}) \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_3 = & A e_3 + B(q\Omega_1^2 + q\Omega_2^2 - q\Omega_3^2 - q\Omega_4^2 + \beta_3^T \delta_3 \\ & + \beta_3^T \xi_3 - \ddot{\psi}_{des}) \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_4 = & A e_4 + B(c_\phi c_\theta (r\Omega_1^2 + r\Omega_2^2 - r\Omega_3^2 - r\Omega_4^2) - g \\ & + \beta_4^T \delta_4 + \beta_4^T \xi_4 - \ddot{z}_{des}) \end{aligned} \quad (37)$$

Bu sayede, rotorların dönüş hızları için kontrolcü yasası, aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\begin{bmatrix} \Omega_1^2 \\ \Omega_2^2 \\ \Omega_3^2 \\ \Omega_4^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -p & p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -p & p \\ q & q & -q & -q \\ r & r & r & r \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Ke_1 - \hat{\beta}_1 \xi_1 + \ddot{\phi}_{des} \\ Ke_2 - \hat{\beta}_2 \xi_2 + \ddot{\theta}_{des} \\ Ke_3 - \hat{\beta}_3 \xi_3 + \ddot{\psi}_{des} \\ \frac{Ke_4 - \hat{\beta}_4 \xi_4 + g + \ddot{z}_{des}}{c_\phi c_\theta} \end{bmatrix} \quad (38)$$

Burada, $K \in \mathbb{R}^{1 \times 2}$ kontrol matrisi, $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ve $B = [0 \ 1]^T$ olduğu yerde, $(A + BK)$ Hurwitz matris olacak şekilde seçilmiştir. Tahminlerin güncellemeleri ise şu şekilde seçilmiştir;

$$\dot{\hat{\beta}}_1 = \gamma_1 e_1^T P B \xi_1, \quad (39)$$

$$\dot{\hat{\beta}}_2 = \gamma_2 e_2^T P B \xi_2, \quad (40)$$

$$\dot{\hat{\beta}}_3 = \gamma_3 e_3^T P B \xi_3, \quad (41)$$

$$\dot{\hat{\beta}}_4 = \gamma_4 e_4^T P B \xi_4. \quad (42)$$

Pozitif tanımlı matris P ,

$$(A + BK)^T P + P(A + BK) = -2\varphi I \quad , \varphi > 0 \quad (43)$$

denkleminin çözümüdür

Aşağıdaki teorem, kapalı döngü sisteminin özelliklerini özetlemiştir.

Teorem 1. *Dinamik denklemleri (4)–(7) olan, bilinmeyen sinüzoidal rahatsızlığa maruz kalan, rahatsızlık gözlemlerine (23)–(30) sahip, güncellemeler (39)–(42) ile birlikte tasarlanan kontrolcülerin (38) etki ettiği bir sistem düşünelim. Tüm başlangıç koşulları için, bütün kapalı sistem sinyalleri sınırlanmıştır ve $e_i(t), \delta_i(t)$ zaman ilerledikçe sıfıra yakınsamaktadır*

Sonraki bölümde teoremin ispatı yapılacaktır.

5. İspat

Kapalı sistem döngüleri aşağıdakiler gibidir;

$$\dot{e}_1 = (A + BK)e_1 + B \left(\tilde{\beta}_1 \xi_1 + \beta_1 \delta_1 \right) \quad (44)$$

$$\dot{e}_2 = (A + BK)e_2 + B \left(\tilde{\beta}_2 \xi_2 + \beta_2 \delta_2 \right) \quad (45)$$

$$\dot{e}_3 = (A + BK)e_3 + B \left(\tilde{\beta}_3 \xi_3 + \beta_3 \delta_3 \right) \quad (46)$$

$$\dot{e}_4 = (A + BK)e_4 + B \left(\tilde{\beta}_4 \xi_4 + \beta_4 \delta_4 \right) \quad (47)$$

"~" işareti, tahminimiz ile gerçek değer arasındaki hatayı temsil etmektedir. Örneğin; $\beta_1 - \hat{\beta}_1 = \tilde{\beta}_1$ denkleminde, β_1 gerçek değeri, $\hat{\beta}_1$ o değer için tahminimiz, $\tilde{\beta}_1$ aralarındaki hatadır.

Aşağıdaki Lyapunov fonksiyonunu kullanarak sistemin sabitliğini gösterebiliriz;

$$V = \sum_{i=1}^4 e_i^T P e_i + \sum_{i=1}^4 \delta_i^T P_i \delta_i + \sum_{i=1}^4 \tilde{\beta}_i^T \tilde{\beta}_i \geq 0 \quad (48)$$

Tablo 1. Benzetimde kullanılan parametrelerin değerleri.

$m=0.52 \text{ kg}$	$b=3.13 \cdot 10^{-5} \text{ Nms}^2/\text{rad}^2$
$J_{11}=7.5 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$	$d=7.51 \cdot 10^{-7} \text{ Nms}^2/\text{rad}^2$
$J_{22}=7.5 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$	$l=0.23 \text{ m}$
$J_{33}=1.3 \cdot 10^{-2} \text{ kg.m}^2$	$C_D=0.9$
$\rho=1.225 \text{ kg/m}^3$	

Yukarıdaki (48) denklemde P_1 matrisi,

$$G^T P + P G = -2\varphi I \quad , \varphi > 0 \quad (49)$$

denklemin çözümüdür.

(48) denkleminin zamana göre türevini alıp, güncellemeleri (39)–(42) kullanarak,

$$\dot{V} = -\varphi \sum_{i=1}^4 e_i^T e_i - \varphi \sum_{i=1}^4 \delta_i^T \delta_i \leq 0 \quad (50)$$

eşitliğini elde etmiş oluruz.

Yukarıdaki (48)–(50) denklemlerini göz önünde bulundurduğumuzda,

$$V(t) \leq V(0) \quad (51)$$

sonucuna varabiliriz.

$$\Upsilon = \left[e_i, \delta_i, \tilde{\beta}_i \right]^T, \quad (52)$$

Yukarıdaki (52) eşitliği tanımlayıp, (48) ve (51) denklemleri kullandığımızda,

$$|\Upsilon|^2 \leq M_1 |\Upsilon(0)|, \quad M_1 > 0 \quad (53)$$

denklemini elde edilir.

Yukarıdaki (53) denkleme baktığımızda, $|e_i|, |\delta_i|, |\tilde{\beta}_i|$ terimlerinin sınırlandırıldığını görebiliriz. İstenilen Euler açıları, irtifa ve zamana göre türevleri $\phi_{des}, \dot{\phi}_{des}, \theta_{des}, \dot{\theta}_{des}, \psi_{des}, \dot{\psi}_{des}, z_{des}, \dot{z}_{des}$ sınırlı olduğundan, (33) eşitliğine bakarak, $|\phi|, |\theta|, |\psi|, |z|$ sınırlı olduğunu söyleyebiliriz. Ayrıca, $v_i(t)$ 'nin sınırlı, G 'nin bir Hurwitz matris olmasından dolayı, (17)–(18) denklemlerine göre, $\chi_i(t)$ terimleri de sınırlandırılmıştır ve bu sayede (31) eşitliğine göre, $\xi_i(t)$ terimleri de sınırlandırılmış olmaktadır. Son olarak, LaSalle-Yoshizawa teoremine göre, (51) eşitliği, e_i, δ_i 'nin zamanla sıfıra yakınsadığını garanti etmektedir. \square

6. Benzetim

Kontrolcünün performansını test etmek için Matlab üzerinde bir benzetim gerçekleştirildi. Tablo 1-3'te verilen parametreler, benzetim sırasında kullanıldı. Bölüm II'de belirtildiği gibi, rüzgar hız vektör alanı,

$$V_{r,x} = -\dot{x} + \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \sum_{i=1}^5 \Lambda_{i,x}(z) \sin(\omega_{i,x}t + \Phi_{i,x}) \quad (54)$$

$$V_{r,y} = -\dot{y} + \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \sum_{i=1}^5 \Lambda_{i,y}(z) \sin(\omega_{i,y}t + \Phi_{i,y}) \quad (55)$$

$$V_{r,z} = -\dot{z} + \sum_{i=1}^5 \Lambda_{i,z}(z) \sin(\omega_{i,z}t + \Phi_{i,z}), \quad (56)$$

Tablo 2. Benzetimde kullanılan rüzgarın parametreleri

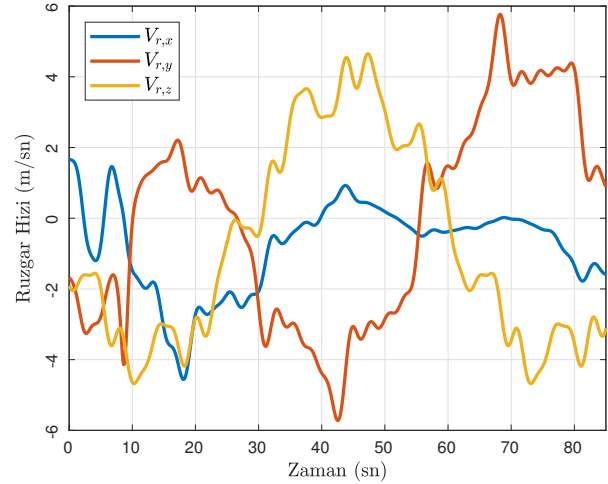
		Rüzgar Parametreleri		
		$V_{wind,x}$	$V_{wind,y}$	$V_{wind,z}$
1	ω	0.1	0.1	0.1
	Λ	4.52	4.52	3.90
	Φ	142	-144	-164
2	ω	0.6	0.6	0.6
	Λ	0.75	0.75	0.66
	Φ	21	98	-67
3	ω	1.1	1.1	1.1
	Λ	0.41	0.41	0.36
	Φ	-116	-58	-104
4	ω	1.6	1.6	1.6
	Λ	0.28	0.28	0.25
	Φ	4	146	46
5	ω	2.1	2.1	2.1
	Λ	0.22	0.22	0.19
	Φ	-143	-39	-160

Tablo 3. Benzetimde kullanılan rüzgarın etki ettiği alanlar

		Rüzgarın Etki Ettiği Alan		
		$A_1(cm^2)$	$A_2(cm^2)$	$A_3(cm^2)$
1		613	0	613
2		0	613	613
3		613	0	613
4		0	613	613
5		75	75	225

olarak seçildi. Yukarıdaki (54)–(56) denklemlerde, $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, x, y, z$, aracın SAR'daki hızı ve konumunu, $\Lambda_{i,x}(z), \Lambda_{i,y}(z), \Lambda_{i,z}(z)$, [14]'deki Dryden rüzgar modeline göre bulunan ilgili sinüzoidalın genliğini, $\omega_{i,x}, \omega_{i,y}, \omega_{i,z}$ frekansları ve $\Phi_{i,x}, \Phi_{i,y}, \Phi_{i,z}$ fazları temsil etmektedir. Parametrelerin değerleri Tablo 2'de görülmektedir. Şekil 2, SAR'da verilen bir noktada rüzgarın hızlarını göstermektedir.

Benzetim sonuçları Şekil 3'te gösterilmiştir. Tasarlanan kontrolcünün Orantı-İntegral-Türev ile karşılaştırılması yapılmıştır. Şekil 1'deki noktalara etki eden rüzgarın, Euler açı denklemlerine etki eden bozucu momentleri birbirlerini dengeledikleri için, iki kontrolcünün de durağan durum açı davranışları, referansı sorunsuz takip edebilmektedir. Bunun yanında, uyarlamalı kontrolcünün uygulandığı sistemin, geçici rejim tepkisi daha iyidir. Rüzgarın irtifa denkleminde etkisi davranış denklemlerine nazaran daha büyük olduğundan iki kontrolcü arasında performans farkı bu sonuçta daha net görülmektedir. Bu çalışmada tasarlanan uyarlamalı kontrolcü, sabit bozucu etkilerini yok eden Orantı-İntegral-Türev kontrolcüsünün ak-

**Şekil 2.** SAR'a göre (1,1,1) konumundaki rüzgarın hızları

sine, dinamik bozucu etkileri yok ederek hem geçici rejim tepkisinde hem de durağan durumda daha iyi bir performans göstermiştir. Ayrıca, Tablo 4'de görüldüğü üzere, uyarlamalı kontrolcünün ortalama kare kök değerlerinin Oran-İntegral-Türev değerlerinden daha azdır. Bu veriler ışığında tasarlanan kontrolcünün daha iyi bir performansa sahip olduğu gözlemlenebilir.

Ayrıca, bu sonuçlar ile, Teorem 1'in belirttiği gibi, sinyallerdeki sınırlılık ve yakınsaklığa ulaşıldığı gösterilmiştir.

Tablo 4. Ortalama kare kök değerleri (ÖİT=Oran-İntegral-Türev Kontrolcüsü, Uyar=Uyarlamalı Kontrolcü)

	ϕ	θ	ψ	z
ÖİT*	1.1984	1.1674	4.8015	0.0535
Uyar*	1.1858	1.1475	4.2882	0.0352

7. Sonuç

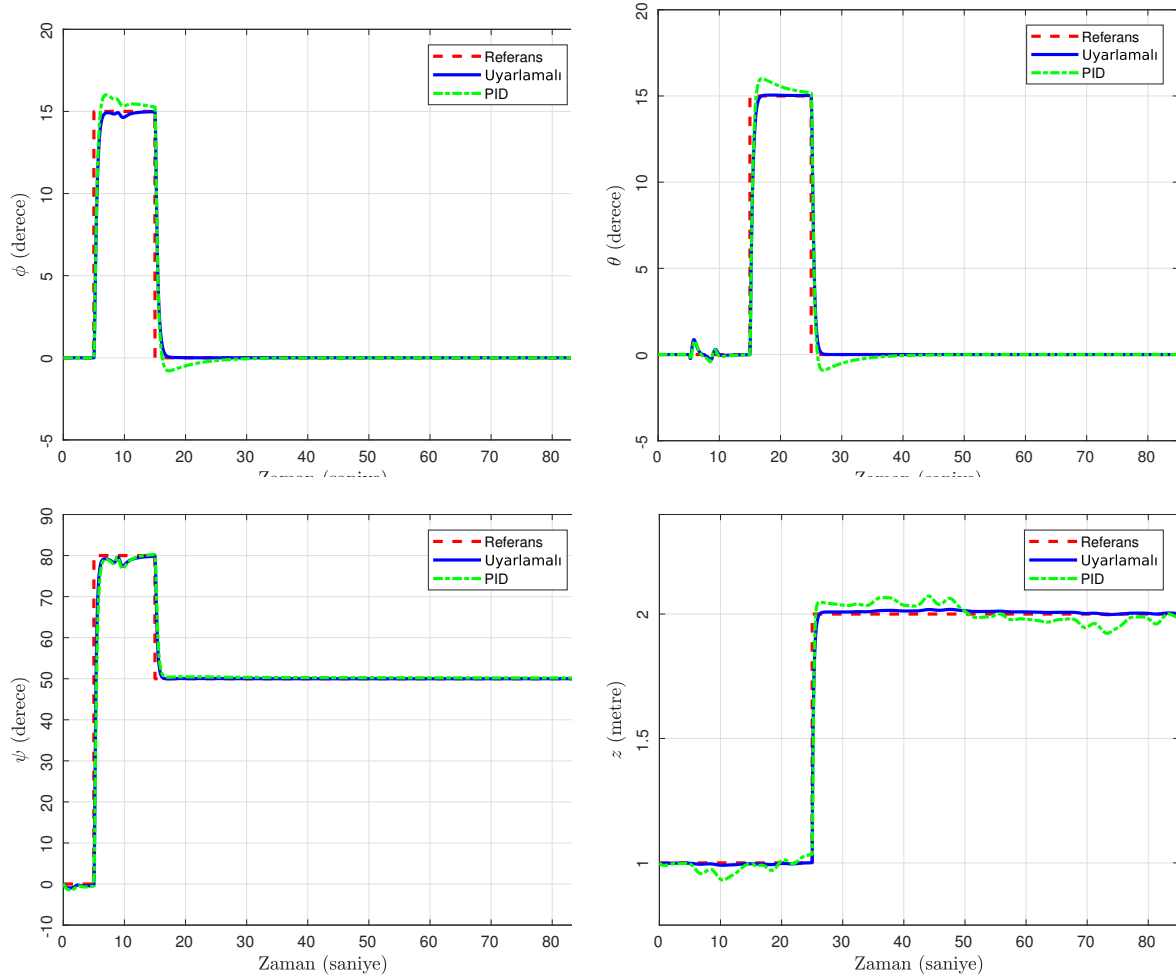
Dört motorlu insansız hava aracının sistem dinamiği kullanılarak, uyarlamalı kontrol algoritması tasarlandı. Rüzgarın etkisi, parametreleri bilinmeyen sinüzoidal fonksiyonların toplamı olarak modellendi. Güncellemeler ve filtrelerle birlikte tasarlanan kontrolcünün, kapalı döngü sistemini sabit hale getirdiği görüldü. Numerik benzetim ile kontrolcünün performansı rüzgarlı hava koşullarında test edildi.

8. Teşekkür

Bu proje Boğaziçi Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri (Proje kodu: 10843) kurulu tarafından desteklenmektedir.

Kaynakça

- [1] Ömürlü, V. E., Büyükşahin, U., Atar, R., Kırılı, A., Turgut, M. N. 2003. "An experimental stationary quadrotor with variable DOF", *Indian Academy of Sciences* vol 38.



Şekil 3. MATLAB benzetim sonuçları. Yuvarlanma açısı $\phi(t)$ (sol üst), yunuslama açısı $\theta(t)$ (sağ üst), sapma açısı $\psi(t)$ (sol alt) ve irtifa $z(t)$ (sağ alt) benzetim sonuçları verilmiştir. Kesikli kırmızı çizgi referans sinyalini, kesiksiz mavi çizgi uyarlamalı kontrolcüye sahip benzetimi, noktalı-kesikli çizgi ise orantı-integral-türev kontrolcüsüne sahip benzetimi belirtmektedir.

- [2] Özbek N. S., Tutsoy Ö. 2015. "Dört Rotorlu Dönerkanat Tipi Bir İnsansız Hava Aracı için Bulanık Mantık Tabanlı PID Kontrol Uygulaması", *Otomatik Kontrol Türk Milli Komitesi Ulusal Toplantısı*,
- [3] Coza, C., Macnab, Ca. J. B. 2006. "A New Robust Adaptive-Fuzzy Control Method Applied to Quadrotor Helicopter Stabilization", *NAFIPS 2006 - 2006 Annual Meeting of the North American Fuzzy Information Processing Society*, Montreal, Que.
- [4] Xu, R., Ozguner, U. 2006. "Sliding Mode Control of a Quadrotor Helicopter", *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*, San Diego, CA.
- [5] Bouabdallah S., Siegwart, R. 2005. "Backstepping and Sliding-mode Techniques Applied to an Indoor Micro Quadrotor", *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Barcelona, Spain.
- [6] Dydek, Z. T., Annaswamy, A. M., Lavretsky, E. 2013. "Adaptive Control of Quadrotor UAVs: A Design Trade Study With Flight Evaluations", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 21, no. 4, pp. 1400-1406.
- [7] Bouabdallah, S., Noth A., Siegwart, R. 2004. "PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor", *2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, Sendai, Japan.
- [8] Bouabdallah S., Siegwart, R. 2007. "Full control of a quadrotor," *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, San Diego, CA.
- [9] Özbek, N. S., Önkol M., Efe M. 2014. "Dönerkanat Tipinde Bir İnsansız Hava Aracının Farklı Yönlemlerle Kontrolü ve Performans Karşılaştırması", *Otomatik Kontrol Türk Milli Komitesi Ulusal Toplantısı*.
- [10] Nicol, C., Macnab, C.J.B., Ramirez-Serrano, A. 2011. "Robust adaptive control of a quadrotor helicopter", *Mechatronics*, vol. 21, no 6, pp 927-938.
- [11] Alexis, K., Nikolakopoulos, G., Tzes, A. 2012. "Model predictive quadrotor control: attitude, altitude and position experimental studies", *IET Control Theory and Applications*, vol. 6, no 12, pp 1812-1827.
- [12] Chen, F., Lu, F., Jiang, B., Tao, G. 2014. "Adaptive compensation control of the quadrotor helicopter us-

- ing quantum information technology and disturbance observer", *Journal of the Franklin Institute*, vol. 351, no 1, pp 442-455.
- [13] Nikiforov, V. O. 2004. "Observers of External Deterministic Disturbances. II. Objects with Unknown Parameters", *Automation and Remote Control*, vol. 65, no. 11, pp. 1724-1732.
- [14] Waslander, S., Wang, C. 2009. "Wind Disturbance Estimation and Rejection for Quadrotor Position Control", *AIAA Infotech@Aerospace Conference*, Seattle, WA.
- [15] Ardakani, H. Alemi, Bridges, T. J. 2010. "Review of the 3-2-1 euler angles: a yaw-pitch-roll sequence."
- [16] Amir, M. Y., Abbass, V. 2008. "Modeling of Quadrotor Helicopter Dynamics," *International Conference on Smart Manufacturing Application*, Gyeonggi-do.
- [17] Krstic, M., Kanellakopoulos, I., Kokotovic, P. 1995. "Nonlinear and Adaptive Control Design", Wiley.
- [18] Chen, C. T. 1984. *Linear Systems Theory and Design*, New York, NY: Holt, Rinehart, Winston.