



GELİR GRUPLARINA GÖRE SERMAYE-EMEK İKAME ESNEKLİĞİ: VES ÜRETİM FONKSİYONUNDAN AMPİRİK BULGULAR

Abdilmecit YILDIRIM¹

Öz

Bu çalışma, Değişken İkame Esnekliği (VSE) üretim fonksiyonunun esnek çerçevesini kullanarak sermaye ve işgücü arasındaki ikame esnekliğini incelemeyi amaçlamaktadır. Çalışmada esneklik katsayısının tahmininde, her gelir düzeyiyle ilişkili farklı amortisman oranlarını dikkate almak amacıyla ülkeler yüksek, orta ve düşük gelirli olarak sınıflandırılmıştır. Çalışmanın yöntemi, 1994-2019 dönemine ait 118 ülkenin yıllık verilerinin kullanıldığı VES (Variable Elasticity of Substitution) üretim fonksiyonunun tahminine dayanmaktadır. Çalışmanın bulguları, değişken ikame esnekliği parametresinin (b) tüm modellerde negatif ve istatistiksel olarak anlamlı olduğunu göstermektedir. Bu sonuç, ikame esnekliğinin tüm gelir grupları için birden küçük olduğunu ve sermaye-emek oranına bağlı olarak değiştiğini ortaya koymaktadır. Ayrıca, bu bulgular, geleneksel Cobb-Douglas ve CES üretim fonksiyonlarının birim esneklik varsayımını sorgulamakta ve ekonomik büyüme çalışmalarında ve politika analizlerinde ikame esnekliğinin dinamik doğasını dikkate almanın önemini vurgulamaktadır. Bu kapsamda, ilgili araştırmalarda kullanılabilecek ülkelere özgü ikame esnekliği verileri de hesaplanmıştır.

Anahtar Kelimeler: VES Üretim Fonksiyonu, İkame Esnekliği, Üretim Faktörleri, Ekonomik Büyüme
JEL Sınıflandırması: E23, C50, O47

CAPITAL-LABOR ELASTICITY OF SUBSTITUTION ACROSS INCOME GROUPS: EVIDENCE FROM THE VARIABLE ELASTICITY OF SUBSTITUTION PRODUCTION FUNCTION

Abstract

This study aims to examine the elasticity of substitution between capital and labor using the flexible framework of the Variable Substitution Elasticity (VSE) production function. Countries were classified as high, middle, or low income to account for the different depreciation rates associated with each income level when estimating elasticities. The methodology of the study is based on estimating the VES production function using annual data from 118 countries covering the period 1994-2019. The findings of the study indicate that the variable elasticity of substitution parameter (b) is negative and statistically significant in all models. This result shows that the elasticity of substitution is less than one for all income groups and varies depending on the capital-labor ratio. Furthermore, these findings challenge the unit elasticity assumption of traditional Cobb-Douglas and CES production functions and emphasize the importance of considering the dynamic nature of the elasticity of substitution in economic growth studies and policy analyses. In this context, country-specific elasticity of substitution estimates that can be used in related research are also provided.

Keywords: VES Production Function, Elasticity of Substitution, Production Factors, Economic Growth
JEL Classification: E23, C50, O47

¹ Dr. Öğr. Üyesi, Muş Alparslan Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, İktisat Bölümü, a.yildirim@alparslan.edu.tr, ORCID: 0000-0002-6228-6601

1. Giriş

Üretim faktörleri arasındaki ilişkilerin nasıl modellendiği iktisadi büyüme literatüründe önemli bir husustur. Robert Solow'un 1956 yılında yayımlanan "İktisadi Büyüme Teorisine Bir Katkı" adlı çalışması, iktisadi büyüme literatürüne yön veren dönüm noktalarından biridir. Bu çalışma, büyüme modellerinin teorik temellerini atarak, iktisadi büyüme alanında çok sayıda araştırma yapılmasına öncülük etmiştir. Solow'un (1956) çalışması temel üretim faktörlerinden sermaye ve işgücü arasındaki ikame esnekliğinin bire eşit olduğunu varsayan Cobb-Douglas (bundan sonra CD olarak ifade edilecektir) üretim fonksiyonuna dayanmaktadır. Ancak, takip eden yıllarda araştırmacılar Solow'un kullandığı CD üretim fonksiyonunun ötesine geçerek sabit ikame esnekliği (bundan sonra CES olarak ifade edilecektir) ve değişken ikame esnekliği (bunda sonra VES olarak ifade edilecektir) gibi farklı üretim fonksiyonları büyüme literatürüne kazandırmışlardır (bkz. Duffy ve Papageorgiou, 2000; Daniels ve Kakar, 2017; Alataş, 2021; Sato ve Hoffman, 1968; Karagiannis vd., 2005). CD ve CES üretim fonksiyonları, ikame esnekliğinin sabit olduğunu varsayarken, VES tipi üretim fonksiyonları ikame esnekliğinin üretim faktörlerine bağlı olarak değişmesine olanak tanımaktadır.

Üretim sürecinde kullanılan girdiler bakımından da büyüme modelleri zamanla genişlemiştir. 1956 yılında öne sürülen Solow modeli sermaye ve işgücü gibi temel üretim faktörlerine dayanmaktaydı. Örneğin, Mankiw vd. (1992), beşerî sermayeyi Solow büyüme modeline dâhil etmiş ve bunun modelin öngörü gücünü artırdığını ifade etmişlerdir. Böylece, beşerî sermaye özellikle ampirik büyüme modellerinde önemli bir üretim girdisi haline gelmiştir. Benzer şekilde, enerji gibi alternatif girdileri içeren büyüme modelleri de geliştirilmiştir. Bununla birlikte, sabit ikame esnekliğine dayalı üretim fonksiyonlarının hem teorik hem de ampirik açıdan kısıtlayıcı olduğu yönündeki eleştiriler, literatürde VES fonksiyonlarının kullanımını teşvik etmiştir. VES fonksiyonlarının avantajı, sermaye ve işgücü arasındaki ikame ilişkisini tek bir sabit değere indirgmeden, bu ilişkinin üretim faktörlerine bağlı olarak değişebilmesine olanak tanımaktadır.

İktisadi büyüme çalışmaları, sermaye ve işgücü arasındaki ikame esnekliğinin (σ) ekonomik büyüme için kritik bir faktör olduğunu vurgulamaktadır. Mallick (2012), ikame esnekliği (σ) arttıkça sermayenin işgücünün yerini daha kolay alabildiğini ve bunun da sermaye birikimi yoluyla ekonomik büyümeyi desteklediğini belirtmiştir. Dolayısıyla, ikame esnekliği yalnızca teknik bir parametre değil, aynı zamanda büyüme performansını belirleyen yapısal bir unsur olarak değerlendirilmektedir. Bu çerçevede, ikame esnekliğinin kişi başına sermaye düzeyine bağlı olarak değişmesine imkân tanıyan VES tipi üretim fonksiyonları, üretim sürecinin farklı yapısal özelliklerine uyum sağlayarak hem teorik hem de ampirik çalışmalar açısından daha genel ve kapsayıcı bir analiz çerçevesi sunmaktadır.

Bu noktada iki önemli husus öne çıkmaktadır. Birincisi, CES tipi üretim fonksiyonu ikame esnekliğinin sabit olmasını varsaymakta ve bu durum modelin esnekliğini sınırlamaktadır. Oysa VES tipi üretim fonksiyonları parametreler üzerinde daha esnek varsayımlar yapılmasına olanak tanımaktadır. Bu nedenle, CES gibi kısıtlayıcı bir üretim fonksiyonu kullanıldığında, hesaplanan ikame esnekliği değeri yanlış sonuçlar verebilir. İkame esnekliği tahminlerinde karşılaşılan bir diğer sorun ise, ülkelerin sermaye stoklarının farklı amortisman oranlarına sahip olmasıdır. Bu bağlamda, Arslanalp vd. (2010), varlıkların ekonomik ömürlerinin farklı olmasının ortalama amortisman oranlarını etkilediğini vurgulamaktadır. Bu durum, özellikle farklı gelir düzeyindeki ülkelerin sermaye stoklarının aynı oranla aşındığı varsayımının hatalı sonuçlar doğurabileceğini göstermektedir. Bu nedenle IMF, sermaye stoku hesaplamalarında ülkelerin gelir düzeyine göre üç farklı aşınma-yıpranma oranı önermektedir. Benzer şekilde, Gupta vd. (2014) tarafından yapılan çalışmada da ülkelerin gelir düzeylerine göre farklı amortisman oranları önerilmiştir.

Bu çerçevede, sabit ikame esnekliği varsayımının ülkeler arası büyüme farklılıklarını açıklamadaki yetersizliği, çalışmanın temel sorunsalını oluşturmaktadır. Sabit esneklik varsayımı altında tahmin edilen üretim fonksiyonları, özellikle gelir düzeyi farklılıklarının belirgin olduğu ülke gruplarında yanıltıcı sonuçlar üretebilmektedir. Dolayısıyla, bu çalışmanın amacı, değişken ikame esnekliğine dayalı VES üretim fonksiyonunu kullanarak, ülkelerin gelir düzeyine göre farklılaşan

amortisman oranlarını dikkate almak ve böylece daha gerçekçi ikame esnekliği katsayıları elde etmektir.

Çalışma, mevcut literatüre iki açıdan katkı sunmaktadır. Birincisi, ampirik analizde geleneksel üretim fonksiyonları yerine üretim sürecini daha esnek bir şekilde modellemeye olanak tanıyan VES üretim fonksiyonu kullanılmıştır. İkincisi, amortisman oranlarının gelir düzeyine göre farklılaşabileceği varsayımıyla ülkeler üç gelir grubuna ayrılarak ikame esnekliği hesaplanmıştır. Bu sayede, her ülke için ampirik büyüme modellerinde kullanılabilecek daha gerçekçi bir ikame esnekliği serisi elde edilmiştir. Bu katkılar, büyüme literatüründe ikame esnekliğinin dinamik doğasını dikkate alarak, sabit ikame esnekliği varsayımına dayanan geleneksel modellerin ötesine geçmeyi amaçlamaktadır.

Çalışmanın ilerleyen bölümleri şu şekilde düzenlenmiştir: İkinci bölümde, ilgili literatür sabit ikame esnekliği ve değişen ikame esnekliği bağlamında ele alınmıştır. Üçüncü bölümde veri seti ve yöntem sunulmaktadır. Dördüncü bölümde ampirik bulgular, beşinci bölümde ise sonuçlar ve politika önerileri yer almaktadır.

2. Literatür Taraması

Sabit İkame Esnekliği: İktisadi büyüme çalışmalarında, üretim faktörleri arasındaki ikame esnekliğinin büyüme dinamikleri üzerindeki rolü önemli bir tartışma alanı olarak öne çıkmaktadır. De la Grandville (1989), ikame esnekliğinin ekonomik büyüme üzerindeki önemini vurgulayan temel bir hipotez ortaya koymuştur. Bu hipoteze göre, diğer koşullar sabit tutulduğunda, ikame esnekliği yüksek olan ekonomilerin uzun vadede daha yüksek kişi başı gelir seviyesine ulaşması beklenmektedir. Bu hipotez, Yuhn (1991), Klump ve de la Grandville (2000), Irmen (2010), Ling (2010), Grasseti vd. (2018) ve Gómez (2024) gibi birçok araştırmada doğrudan test edilmiş ve elde edilen bulgularla desteklenmiştir. Bir diğer çalışmada, Chilarescu (2025), ikame esnekliğindeki artışın kişi başına gelir ve büyüme oranı üzerinde olumlu etkiler yarattığını ortaya koymaktadır. Ayrıca, Klump and Preissler (2000), yüksek ikame esnekliğinin durağan durumda daha yüksek bir çıktı sağladığını belirtmektedir. İkame esnekliğinin bu önemi göz önünde bulundurulduğunda, iktisadi büyüme araştırmalarında üretim fonksiyonlarının doğru bir şekilde tanımlanması, büyümenin kaynaklarını anlamada kritik bir rol oynamaktadır. Bu bağlamda CES üretim fonksiyonu, CD fonksiyonunun sabit ikame esnekliği varsayımını genişleterek, daha esnek ve daha genel bir yapı sunmaktadır. Bu farklı spesifikasyonlar, girdiler ile çıktı arasındaki ilişkinin nasıl kurulduğunu ve ekonomik büyüme sürecinde faktörler arasındaki ikame esnekliğini bütüncül bir şekilde açıklamayı amaçlamaktadır.

Duffy ve Papageorgiou (2000), inceledikleri ülkeler için CES spesifikasyonunun CD spesifikasyonuna göre daha anlamlı sonuçlar verdiğini ortaya koymuştur. Aynı zamanda, ikame esnekliğinin ülkelerin gelişmişlik düzeyleriyle ilişkili olduğunu belirterek, zengin ülkelerde ikame esnekliğinin 1'den büyük, görece daha fakir ülkelerde ise 1'den küçük olduğunu bulmuşlardır. Bu bulgular, Masanjala ve Papageorgiou (2004) çalışmasıyla da desteklenmektedir. Bu çalışmada CES üretim fonksiyonunun CD'ye göre ülkeler arasındaki farklılıkları daha iyi açıkladığı ve ikame esnekliğinin 1'den büyük olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Benzer şekilde, Alataş (2021), CES üretim fonksiyonu çerçevesinde gerçekleştirdiği araştırmada, ikame esnekliğinin 1'e eşit olmadığını ve gelişmiş ile gelişmekte olan ülkeler arasında farklılık gösterdiğini, gelişmiş ülkelerin daha yüksek ikame esnekliğine sahip olduğunu ortaya koymuştur. Bu çalışmalar, üretim faktörlerinin ikame edilebilirlik derecesinin, ülkeler arasındaki ekonomik büyüme farklılıklarını önemli ölçüde açıklayabildiğini ortaya koymaktadır.

Mallick (2012), ikame esnekliğinin büyüme üzerindeki rolünü ampirik olarak incelediği çalışmada üretim faktörleri arasındaki esnekliğinin 1'den farklı olduğunu ve söz konusu farkın Doğu Asya ile Sahra Altı Afrika ülkeleri arasındaki büyüme farklılıklarının %20-25'ini açıklayabildiğini ortaya koymuştur. Benzer şekilde, Daniels ve Kakar (2017) ikame esnekliğinin daha yüksek bir kişi başı çıktıya ve daha hızlı bir yakınsamaya yol açtığını ve bunun ekonomik büyümenin önemli bir

belirleyicisi olduğunu vurgulamıştır. Ancak, aynı çalışmada normalleştirilmiş CES üretim fonksiyonu için ikame esnekliği birden oldukça düşük bulunmuştur.

CES üretim fonksiyonu çerçevesinde yapılan ampirik çalışmalar, farklı endüstriler ve ülkeler arasında ikame esnekliğinin değişkenlik gösterdiğini ortaya koymaktadır. Örneğin, Goldar vd. (2013), Hindistan imalat sanayisinin çoğunda sermaye ile emek arasındaki ikame esnekliğinin 1'den küçük olduğunu, dolayısıyla incelenen dönemde faktörler arasında ikame olanağının sınırlı olduğunu belirtmişlerdir. Mallick (2010) ise ikame esnekliğinin farklı değerlerinin, dışsal büyüme modellerinde bir ülkenin büyüme performansını nasıl etkilediğini araştırmış ve durağan durum dengesinin varlığının ve dengeli büyüme sürecinin ikame esnekliğinin değerine bağlı olduğunu göstermiştir. Miyagiwa and Papageorgiou (2007) ise ikame esnekliğinin ekonomik kalkınma düzeyiyle pozitif bir ilişkiye sahip olduğunu bulmuştur.

Değişken İkame Esnekliği: İkame esnekliğini dikkate alan diğer bazı çalışmalar, sabit ikame esnekliği varsayımının kısıtlı olduğunu ve değişken ikame esnekliğine dayalı (VES) üretim fonksiyonlarının daha gerçekçi sonuçlar sunduğunu öne sürmektedir. VES üretim fonksiyonu, üretim faktörleri arasındaki ikame esnekliğinin sabit olmadığını; zaman ve faktör oranlarına göre değişebileceğini kabul eder. Bu yönüyle, CD ve CES fonksiyonunun sınırlılıklarını aşarak daha esnek bir çerçeve sunmaktadır.

VES spesifikasyonunun uygulanabilirliği ve üstünlüğü, çeşitli ampirik çalışmalarda CD ve CES fonksiyonlarının sınırlılıklarıyla karşılaştırıldığında daha net biçimde görülmektedir. Örneğin, Sato ve Hoffman (1968), Amerika ve Japonya için yaptıkları çalışmada, VES spesifikasyonunun belirli durumlarda CES'e göre daha anlamlı olduğunu ortaya koymuşlardır. Benzer şekilde, Sirmans vd. (1979), Santa Clara County, California'daki tek aileli konut verileri için VES'in CES'ten daha iyi bir spesifikasyon olduğu sonucuna varmıştır. Kazi (1980) de Hindistan imalat sanayisi için CES'in yukarıya doğru sapmalı sonuçlar vermesi nedeniyle en uygun formun VES olduğunu ampirik kanıtlarla ortaya koymuştur. Ayrıca, Revenkar (1971), ABD'nin tarım dışı sektörlerini incelediği çalışmasında, VES tipi üretim fonksiyonunun daha doğru bir fonksiyonel form olduğunu ve ikame esnekliğinin sabit olmadığını, zaman içinde sermaye ile emek oranına bağlı olarak değiştiğini ifade etmiştir. Lovell (1973), ABD imalat sanayinde ikame esnekliğinin sermaye-işgücü oranına bağlı olarak anlamlı biçimde değiştiğini tespit etmiş, ancak VES'in CES'e kıyasla daha iyi bir spesifikasyon olduğuna dair ampirik kanıtlara ulaşılmadığını ifade etmiştir. Benzer şekilde, Thach (2020), Vietnam imalat sektörü için ikame esnekliğinin 1'den büyük olduğunu ve bunun da sınırsız içsel büyüme potansiyeline işaret ettiğini belirtmiştir.

VES tipi üretim fonksiyonunu destekleyen çalışmalar arasında Bairam'ın (1989, 1990) çalışmaları da yer almaktadır. Bairam (1989), İkinci Dünya Savaş öncesi Japon ekonomisi için VES'in CD'ye göre daha iyi sonuçlar verdiğini ve ikame esnekliğinin 1'in üzerinde ve pozitif bir eğilime sahip olduğunu göstermiştir. Yazar bu durumun, sermaye derinleşmesinin ikame esnekliğini ve Japon ekonomisinin performansını olumlu etkilediği anlamına geldiğini belirtmiştir. Öte yandan, aynı teorik çerçevede Sovyet ekonomisi için yaptığı bir başka çalışmada Bairam (1990), ikame esnekliğinin 1'den küçük ve azalan olduğunu, bunun Sovyet ekonomisinin büyüme oranlarındaki yavaşlamanın ana nedeni olduğunu öne sürmüştür. Ayrıca, VES tipi üretim fonksiyonunun Sovyet ekonomisi ve sanayisi için daha uygun bir üretim modeli olduğunu belirtmiştir. Gelişmiş ekonomiler üzerine yapılmış ampirik bir çalışmada Bellocchi ve Travaglini (2023) VES tipi üretim fonksiyonunun önemini vurgulamaktadır. Yazarlar bu çalışmada VES fonksiyonunun, gelişmiş 6 OECD ülkesinde işgücü payındaki düşüşü açıklamada geleneksel CES'ten daha etkili olduğunu göstermiş ve ikame esnekliğinin genellikle 1'in altında olduğunu bulmuşlardır. Bu durum, sermaye ile işgücü arasında tamamlayıcı bir ilişki olduğunu göstermektedir.

VES üretim fonksiyonu, iktisadi büyüme ile ilgili teorik çalışmalarda ekonomik dinamiklerin incelenmesinde önemli bir araç olarak yaygın bir şekilde kullanılmıştır. Brianzoni vd. (2012), ikame esnekliğinin yeterince düşük olması durumunda modelde çoklu dengelerin ortaya çıkabileceğini ve karmaşık dinamikler sergileyebileceğini göstermiştir. Ancak, ikame esnekliğinin 1'den büyük olduğu

VES fonksiyonunda bu çoklu dengelerin ortadan kalkacağını ve sınırsız içsel büyümenin meydana gelebileceğini vurgulamıştır. Karagiannis vd. (2005), VES'in CES'ten daha gerçekçi olduğunu ve VES tipi bir üretim fonksiyonu ile tanımlanan tek sektörlü bir büyüme modelinde üretim faktörleri arasındaki ikame esnekliğinin 1'den büyük olduğu belirtmektedir. Benzer şekilde, Grasseti et al. (2018), daha yüksek ikame esnekliğinin, kararlı denge durumunda kişi başına daha yüksek sermaye düzeyi ile ilişkili olduğunu belirtmiş ve bu bulgunun Klump and de la Grandville (2000)'nin sonuçlarıyla tutarlı olduğunu ifade etmiştir. Gamlath and Lahiri (2015) ise ikame esnekliği 1'den büyük olduğu durumda istikrarlı ve tek bir durağan durum dengesine ulaşılabilirliğini, parametrenin negatif olması durumunda ise ekonominin bir yoksulluk tuzağına düşebileceğini göstermiştir.

İkame esnekliği, sermaye stoku ve enerji bağlamında da incelenmiştir. Örneğin, Lazkano ve Pham (2016), 1971-2011 dönemine ait 108 ülkenin verilerini kullanarak enerji ile sermaye stoku arasındaki ilişkiyi VES üretim fonksiyonu çerçevesinde analiz etmiş ve ikame esnekliğinin zamanla, sermaye stoku-enerji oranına bağlı olarak arttığını göstermişlerdir. Çalışma, sermaye-enerji ikamesinin hızını artıran politikaların uzun vadeli ekonomik büyümeyi teşvik edebileceğini göstermektedir. Benzer şekilde, Altunç ve Yıldırım (2020), 31 OECD ülkesine ait verilerle yürüttükleri araştırmada, sermaye ve enerji arasındaki ikame esnekliğinin sabit olmadığını ve kullanılan enerji kaynağına göre önemli ölçüde değişebildiğini ortaya koymuştur.

Sonuç olarak, pek çok araştırma ikame esnekliğinin sabit olmadığını ortaya koymaktadır. Bulgular, ikame esnekliğinin ülkelere, sektörler, zamana ve üretim faktörlerine göre değişebildiğini göstermektedir. Bu bağlamda, VES üretim fonksiyonları sunduğu esneklikle öne çıkmaktadır. Farklı ülke ve sektörlerden elde edilen ampirik kanıtlar, değişken ikame esnekliğinin dikkate alınmasının gerekliliğini açıkça ortaya koymaktadır. Bu doğrultuda, Mallick (2012) gibi ikame esnekliğinin bağımsız bir değişken olarak ampirik büyüme modellerine dâhil edileceği çalışmalarda CES yerine VES gibi daha kapsayıcı fonksiyonel formların kullanılması daha uygun olacaktır. Ayrıca, amortisman oranının ülkelerin gelişmişlik düzeyine göre farklılık gösterebileceği unutulmamalıdır. Bu nedenle, ülkeleri amortisman oranına göre daha homojen gruplara ayırmak ve ikame esnekliğini bu şekilde hesaplamak, daha gerçekçi, güvenilir ve karşılaştırılabilir sonuçlar sağlayacaktır.

3. Veri Seti ve Yöntem

3.1. Yöntem, VES Üretim Fonksiyonu ve Ampirik Model

Revankar (1971) tarafından önerilen VES tipi üretim fonksiyonu, Karagiannis vd. (2005) ile Gamlat ve Lahiri (2015) tarafından daha sade ve kullanışlı bir şekilde yeniden ifade edilmiştir. Bu çalışmada, bu yazarları takip ederek oluşturulan VES üretim fonksiyonu Denklem 1'deki gibi ifade edilmiştir. Bu fonksiyon, çıktıyı (Y) üretim girdileri olan sermaye (K) ve emek (L) cinsinden ifade etmektedir. Y, K ve L zamanla değişen değişkenlerdir; ancak basitlik sağlamak amacıyla ülke ve zaman indisleri gösterilmemiştir.

$$Y = AK^{\alpha}(L + b\alpha K)^{(1-\alpha)\nu} \quad (1)$$

Burada α , üretim sürecinde sermayenin payını, ν ise ölçeğe göre getiriyi ifade etmektedir. Üretim fonksiyonunun ölçeğe göre sabit getiriye sahip olduğu ($\nu = 1$) varsayılmıştır.² Denklem 1'deki b ve A parametreleri sırasıyla sermaye ile emek arasındaki ikame esnekliğini ve Hicks-nötr teknolojik gelişmeyi temsil etmektedir. Denklem 1'deki üretim fonksiyonundan yararlanarak, sermaye ile emek arasındaki ikame esnekliğini Denklem 2'de gösterildiği şekilde elde edebilir.

$$\sigma(K, L) = 1 + b \left(\frac{K}{L} \right) \quad (2)$$

² Bu varsayım, ikame esnekliği formülünün türetilmesinde basitlik sağlamak amacıyla yapılmıştır ve bu parametre ikame esnekliğini etkilememektedir. Ampirik bulgular, ölçeğe göre sabit getirili ve ölçeğe göre değişken getirili durumları ayrı ayrı incelemiştir. Ayrıca, F test istatistiği, sabit ikame esnekliği varsayımının geçerli olduğunu ortaya koymaktadır.

Eğer $b \geq 0$ ise $\sigma \geq 1$, $b \leq 0$ ise $\sigma \leq 1$ olmaktadır.³

Ampirik model Denklem 1'in logaritması alınarak elde edilmiştir. Lazkano ve Pham (2016), teknolojik ilerlemenin yalnızca dışsal bir olgu olmadığını, bunun yanı sıra zaman içinde ve ülkeler arasında farklılıklar gösterebileceğini belirtmişlerdir. Bu nedenle, toplam faktör verimliliğini teknolojik farklılıkları yansıtan bir değişken olarak kullanmışlardır. Bu çalışmada, Lazkano ve Pham'ın (2016) yaklaşımını takip edilerek teknolojik değişim (A) toplam faktör verimliliği aracılığıyla temsil edilmiştir. Ampirik modelin panel versiyonu Denklem 3'teki gibi ifade edebilir.

$$\ln Y_{it} = \ln A_{it} + \alpha \ln K_{it} + (1 - \alpha) \ln (L_{it} + b \alpha K_{it}) + \varepsilon_{it} \quad (3)$$

Burada i ülkeyi, t zamanı ve ε hata terimini göstermektedir. Denklem 3, ölçeğe göre sabit getiri ($\nu = 1$) ve ölçeğe göre sabit olmayan getiri (artan veya azalan getiri, $\nu \neq 1$) varsayımları altında ayrı ayrı tahmin edilmiştir.

Parametrelerin tahmininde doğrusal olmayan en küçük kareler (nonlinear least squares, NLLS) yöntemi kullanılmıştır. Tahmin edilecek model, genel bir formda $Y = f(X, \beta) + \varepsilon$ fonksiyonu ile tanımlanırsa, $f(X, \beta)$, doğru biçimde belirlenmiş koşullu ortalama fonksiyonu; ε_i ise ortalaması sıfır, bağımsız ve özdeş dağılıma sahip hata terimini ifade etmektedir. $f(\cdot)$ fonksiyonu parametreler açısından doğrusal olmadığından, parametrelerin tahmininde yinelemeli (iteratif) bir yöntemin kullanılması gerekmektedir. NLLS tahmincisi, Denklem 4'te tanımlanan hata kareleri toplamını minimize ederek parametreleri hesaplamaktadır.

$$h(\beta) = \sum_{i=1}^N (Y_i - f(X_i, \beta))^2 \quad (4)$$

Koşullu ortalama fonksiyonunun doğru bir biçimde tanımlandığı varsayımı altında, NLLS tahmincisi tutarlıdır ve asimptotik olarak normal dağılım göstermektedir.

3.2. Veri Seti ve Değişkenler

1994-2019 yıllarını kapsayan ve 118 ülkeye ait yıllık veriler, Feenstra vd. (2015) tarafından oluşturulan Penn World Tables versiyon 10.01'den temin edilmiştir. Toplam çıktı (Y), toplam faktör verimliliği (TFP), sermaye stoğu (K), işgücü (L) ve beşerî sermaye (H) verilerine ilişkin tanımlayıcı bilgiler Tablo 1'de sunulmuştur. Ülkeler ve dönem, dengeli panel veri için gözlem sayısını en üst düzeye çıkarmak amacıyla seçilmiştir.⁴

Tablo 1: Değişkenler, Kısaltmalar ve Veri Kaynağı

Değişken Kısaltması	Değişken Tanımı	Ölçüm Birimi	Veri Kaynağı
K	Sermaye stoğu	2017 ulusal sabit fiyatları (milyon ABD \$)	Penn World Table (PWT 10.01)
Y	Real GSYH	2017 ulusal sabit fiyatları (milyon ABD \$)	Penn World Table (PWT 10.01)
L	Nüfus	Milyon	Penn World Table (PWT 10.01)
H	Beşerî sermaye	Endeks >1	Penn World Table (PWT 10.01)
A	Toplam faktör verimliliği	Sabit ulusal fiyatlarla (2017 için A = 1)	Penn World Table (PWT 10.01)

Beşerî sermaye stokuna göre düzeltilmiş işgücü serileri, Tallman ve Wang (1994), Duffy ve Papageorgiou (2000) ile Karagiannis (2005) çalışmalarına dayanarak oluşturulmuştur. i ülkesi için t zamanındaki beşerî sermaye stoğu, Penn World Tables'dan elde edilen beşerî sermaye endeksine eşit olduğu varsayılmıştır. Buna göre, beşerî sermaye ile düzeltilmiş işgücü arzı (HL), $HL = H \times L$

³ VES fonksiyonunun özellikleri ve ikame esnekliğinin nasıl türetildiği konusunda ayrıntılı bilgi için bkz. Karagiannis vd. (2005) ile Gamlat ve Lahiri (2015).

⁴ Ampirik analizlerde kullanılan lineer olmayan tahmin yöntemi, dengeli panel veri seti ile çalışmaktadır. Bu nedenle dengeli bir panel veri seti elde etmek için veri seti 2019 yılı ile sınırlandırılmıştır.

formülü ile hesaplanmıştır. Ampirik model tahminlerinde, işgücü girdisi olarak hem ham işgücü (L) hem de beşerî sermaye ile düzeltilmiş işgücü (HL) verileri kullanılmıştır.

4. Ampirik Bulgular ve Tartışma

Bu çalışmada, değişken ikame esnekliği (VES) üretim fonksiyonu kullanılarak sermaye ve emek arasındaki ikame esnekliği, ülkelerin gelir düzeyleri dikkate alınarak incelenmiştir. Denklem 3'te belirtilen VES üretim fonksiyonuna ilişkin parametreler 118 ülkenin 1994-2019 dönemini kapsayan veriler kullanılarak tahmin edilmiştir. İkame esnekliğini belirleyen b parametresinin sıfırdan farklı ve istatistiksel olarak anlamlı olması, sabit ikame esnekliği varsayımının geçerli olmadığı anlamına gelmektedir. Bu kapsamda, her gelir grubu için tahmin edilen b parametresi tüm modellerde negatif ve istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Bu sonuç, ikame esnekliğinin tüm gelir gruplarında birden küçük olduğunu ve üretim sürecinde sermaye ile emeğin birbirini tamamlayıcı nitelikte olduğunu göstermektedir. Ayrıca, bu bulgu, geleneksel CD fonksiyonunun birim esneklik varsayımının geçerli olmayabileceğini ileri sürmektedir. Elde edilen bu bulgular CES üretim fonksiyonunu kullanan Goldar vd. (2013) ve Daniels ve Kakar (2017) ile VES üretim fonksiyonunu kullanan Bairam (1990) ve Bellocchi ve Travaglini (2023) bulgularıyla paralellik göstermektedir. Bulguların tutarlılık kontrolünü sağlamak adına hem ham işgücü (L) hem de beşerî sermayeyle düzeltilmiş işgücü (HL) kullanılmıştır. Ayrıca, ölçeğe göre getiri parametresi dikkate alınmış; üretim fonksiyonunun ölçeğe göre sabit getiriye sahip olduğu varsayımı genişletilerek, ölçeğe göre artan veya azalan getiri durumları da ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir.

Tahmin edilen tüm modellere ilişkin sonuçlar Tablo 3'te özetlenmiştir. Model 6, en düşük AIC değerine sahip kısıtsız modeldir ve bu modelde beşerî sermaye ile düzeltilmiş işgücü kullanılmıştır. Bu modele ilişkin ölçeğe göre sabit getiri ($v=1$) hipotezine dair test istatistiği Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2: Ölçeğe Sabit Getiri Hipotezi için F Testi

	F istatistiği	p-değeri
F(1, 117)	1.82	0.1799

F testine ilişkin olasılık değeri 0.05'ten büyük olduğu için, $H_0: v=1$ hipotezi reddedilmemektedir. Bu durum, üretim fonksiyonunun ölçeğe göre sabit getiriye sahip olduğunu göstermektedir. Bu nedenle, her bir ülkenin değişen ikame esnekliği katsayısı, kısıtlı (üretim fonksiyonu ölçeğe göre sabit getiriye sahiptir) ve beşerî sermaye ile düzeltilmiş iş gücünün (HL) kullanıldığı Model 8'in parametreleri baz alınarak hesaplanmıştır.

Tablo 3'te sunulan araştırma sonuçları, ikame esnekliğinin dinamik yapısının çalışmanın ilgili literatüre önemli bir katkı sağladığını göstermektedir. İkame esnekliğinin doğasını belirleyen b parametresinin istatistiksel olarak anlamlı olması, esnekliğin sermaye-emek oranına bağlı olarak zaman içinde değiştiğini ortaya koyarak, sabit ikame esnekliği varsayan CES (Constant Elasticity of Substitution) üretim fonksiyonlarının kullanımına karşı güçlü bir kanıt sunmaktadır. Bu bulgu, ekonomik modelleme ve politika analizleri açısından önemli sonuçlar doğurmakta; sermaye ile emek arasındaki ilişkinin statik olmadığını ve faktör donanımlarındaki değişimlerden etkilendiğini göstermektedir.

Bulgular, VES ikame esnekliği parametresini (b) pozitif bulan Karagiannis vd. (2005), Bairam (1989) ve Thach (2020) ile uyumlu değildir. Bu farklılığın muhtemel nedenlerinden biri, çalışmada gelir düzeyine göre sınıflandırılan 118 ülkeden oluşan daha geniş, ülke bazlı toplulaştırılmış bir veri setinin kullanılmasıdır. Ülkeleri gelir düzeyine göre sınıflandırmak, sermaye birikiminde önemli bir rol oynayan amortisman oranlarının ülkeler arasında farklılık göstermesi nedeniyle kritik bir öneme sahiptir. Diğer bir neden ise, Karagiannis ve diğerlerinin (2005) tüm ülkelerde teknolojinin dışsal olarak aynı hızda büyüdüğünü varsaymasıdır. Bu çalışmada, Lazkano vd. (2016) takip edilerek söz konusu varsayım esnetilmekte ve teknolojik ilerlemedeki farklılıklar toplam faktör verimliliği ile ifade edilmektedir. Ayrıca, zamana ve bölgeye bağlı sabit etkileri modelimize dahil etmek amacıyla

zaman ve bölge kuklaları kullanılmıştır. Bu nedenle, bulgularımız sermaye ve işgücünün ikame olduğunu ifade eden Karagiannis vd. (2005) ile farklılık göstermektedir. Bunun yanında, bulgularımız, sermaye ile enerji arasındaki ikame esnekliğini inceleyen Lazkano vd. (2016) sermaye ile emek arasındaki ikame esnekliğine dair ön bulgularıyla tutarlılık göstermektedir. Ancak, bu çalışmadan farklı olarak, ülkeleri üç gelir grubuna ayırarak ikame esnekliğini incelemiş ve her gelir grubu için ayrı ikame esnekliği serileri oluşturulmuştur.

Model 8'deki parametreler kullanılarak her bir ülke için hesaplanan değişken ikame esnekliği verileri, yüksek, orta ve düşük gelirli ülke grupları için ortalamaları alınarak incelenmiştir⁵. Her üç kategoride yer alan ülkelere ilişkin ikame esnekliğinin seyri Şekil 1'de gösterilmektedir. Şekil 1, her gelir grubu için ortalama ikame esnekliğinin dinamik yapısını açık ve sezgisel bir biçimde ortaya koymaktadır.

Tablo 3: VES Üretim Fonksiyonunun Doğrusal Olmayan Regresyon Tahminleri

Ham işgücü (L)	Model 1 ($v \neq 1$)	Model 2 ($v \neq 1$)	Model 3 ($v=1$)	Model 4 ($v=1$)
α	0.851*** (0.0198)	0.857*** (0.0228)	0.883*** (0.00306)	0.879*** (0.00758)
v	1.031*** (0.0194)	1.022*** (0.0206)	- -	- -
b (yüksek gelir)	-0.00000200*** (0.000000456)	-0.00000197*** (0.000000496)	-0.00000197*** (0.000000150)	-0.00000197*** (0.000000248)
b_1 (orta gelir)	-0.00000515*** (0.000000514)	-0.00000513*** (0.000000563)	-0.00000492*** (0.000000160)	-0.00000496*** (0.000000254)
b_2 (düşük gelir)	-0.0000113*** (0.000000592)	-0.0000112*** (0.000000654)	-0.0000108*** (0.000000170)	-0.0000109*** (0.000000269)
Beşerî sermaye ile düzeltilmiş işgücü (HL)	Model 5 ($v \neq 1$)	Model 6 ($v \neq 1$)	Model 7 ($v=1$)	Model 8 ($v=1$)
α	0.838*** (0.0210)	0.841*** (0.0243)	0.872*** (0.00331)	0.871*** (0.00782)
v	1.030*** (0.0191)	1.028*** (0.0208)	- -	- -
b (yüksek gelir)	-0.00000665*** (0.00000133)	-0.00000653*** (0.00000162)	-0.00000652*** (0.000000544)	-0.00000650*** (0.000000637)
b_1 (orta gelir)	-0.0000144*** (0.00000148)	-0.0000145*** (0.00000184)	-0.0000137*** (0.000000568)	-0.0000138*** (0.000000652)
b_2 (düşük gelir)	-0.0000242*** (0.00000149)	-0.0000244*** (0.00000190)	-0.0000233*** (0.000000579)	-0.0000235*** (0.000000649)
Zaman sabit etki	-	ü	-	ü
Bölge sabit etki	-	ü	-	ü
AIC (L)	2969.727	2834.363	3020.426	2855.679
AIC (HL)	2953.325	2737.491	3004.545	2779.102
N	3068	3068	3068	3068

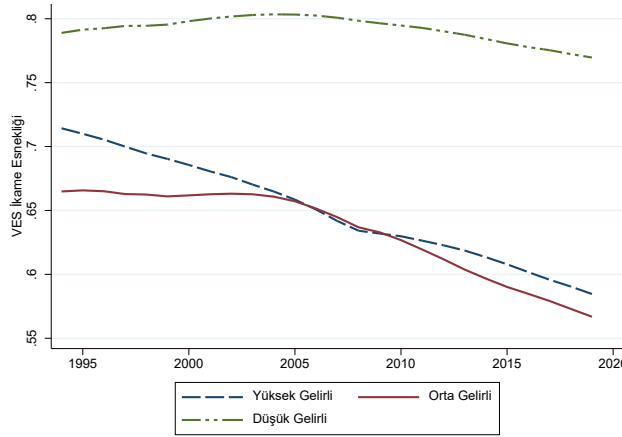
Not: Parantez içindeki değerler standart hatalardır. * $p < 0.10$, ** $p < 0.05$, *** $p < 0.01$

Yüksek ve orta gelirli ülkelerdeki ikame esnekliğinin, düşük gelirli ülkelere kıyasla daha düşük olması dikkat çekici bir bulgudur ve bu durumun daha fazla araştırma gerektirdiği açıktır. Bu durum; teknoloji farklılıkları, işgücü piyasası, kurumlar ve sermaye ile emeğin görece bolluğu gibi çeşitli faktörlerden kaynaklandığı düşünülebilir. Dolayısıyla, daha yüksek bir ikame esnekliği değeri (birden küçük fakat görece bire daha yakın) daha zayıf bir tamamlayıcılığı ifade etmektedir. Dolayısıyla, düşük gelirli ülkelerde ikame esnekliğinin yüksek ve orta gelirli ülkelere göre daha yüksek olması, sermaye ve emeğin bu ülkelerde daha az tamamlayıcı olduğunu gösterir. Başka bir deyişle, aralarındaki ilişki tamamlayıcılığa dayansa da düşük gelirli ülkelerde sermaye ve emek arasında ikame yapmak görece daha kolay olduğu söylenebilir. Bu durum, daha az uzmanlaşmış

⁵ Veri setinin uzun olması nedeniyle sadece ortalama veriler Şekil 1'de gösterilmiştir. Hesaplanan ikame esnekliği verileri talep üzerine paylaşılabilir.

üretim süreçleri, el emeğinin daha büyük bir paya sahip olması veya düşük gelirli ekonomilerdeki teknolojik altyapının yetersizliğinden kaynaklanıyor olabilir.

Şekil 1: Gelir Gruplarına Göre Ortalama İkame Esnekliği



5. Sonuç

Bu çalışmada, sermaye ve emek arasındaki ikame esnekliği, değişken ikame esnekliği (VES) üretim fonksiyonu çerçevesinde 1994-2019 yıllarını kapsayan 118 ülkeye ait yıllık verilerle incelenmiştir. Kamps (2006), amortisman oranlarının ülkelerin gelir düzeyi ile arttığını vurgulamaktadır. Bu nedenle, ikame esnekliğinin incelenmesinde ülkeler, gelir düzeylerine göre yüksek, orta ve düşük gelirli olarak üç kategoriye ayrılmıştır. Ayrıca, ampirik analizlerde beşerî sermayeyle düzeltilmiş işgücü (HL) kullanılarak beşerî sermayenin rolü de göz önünde bulundurulmuştur.

İkame esnekliğinin doğasını belirleyen VES ikame esnekliği parametresi (b) tüm modellerde negatif ve istatistiksel olarak anlamlı bulunmuştur. Bu durum, ikame esnekliğinin tüm gelir gruplarında birden küçük olduğunu ve üretim sürecinde sermaye ile emeğin tamamlayıcı nitelikte olduğunu göstermektedir. Ayrıca, VES ikame esnekliği parametresinin (b) sıfırdan farklı olması, ikame esnekliğinin değişken olduğunu ortaya koymaktadır. Dolayısıyla, sermaye ile emek arasındaki ikame esnekliği, sermaye-emek oranına bağlı olarak değişmektedir. Bu nedenle, geleneksel Cobb-Douglas fonksiyonunun birim esneklik varsayımının geçerli olmayabileceğini söylenebilir. Dolayısıyla, Cobb-Douglas ve Sabit İkame Esnekliği (CES) üretim fonksiyonlarının aksine, Değişken İkame Esnekliği (VES) üretim fonksiyonu, üretim faktörleri arasındaki ikame ilişkisini daha gerçekçi ve esnek bir şekilde modelleyebilmektedir. Bu durum, ekonomik büyüme modellerinde ve politika analizlerinde ikame esnekliğinin dinamik yapısının dikkate alınmasının önemini vurgular. Özellikle Mallick (2012) gibi ampirik büyüme çalışmalarında, CES yerine VES gibi daha kapsamlı fonksiyonel formların kullanılması, elde edilen sonuçların güvenilirliğini ve geçerliliğini artıracaktır. Ayrıca, ekonomik büyüme dinamiklerinin daha doğru bir şekilde anlaşılmasına ve ülkeye özgü politikaların geliştirilmesine katkı sağlayabilecek daha gerçekçi ve karşılaştırılabilir bir ikame esnekliği serisi hesaplanmıştır.

Bu çalışma, ikame esnekliğinin değişken niteliğini ve gelir düzeyine bağlı olarak farklılaşan amortisman oranlarını göz önünde bulundurarak, CD ve CES tabanlı modellerin sınırlılıklarını ortaya koymakta ve bu doğrultuda literatüre katkı sunmaktadır. Değişken ikame esnekliğine ilişkin hesaplanan değerler, ampirik ekonomik büyüme modellerinde kullanılabilecek bir veri seti sunmaktadır. Bulgular, ekonomik büyüme ve kalkınma süreçlerinde literatürde sıkça başvurulan sabit ikame esnekliği varsayımının esnetilmesinin, büyüme sürecini daha iyi anlamamıza yardımcı olabileceğini göstermektedir. Gelecekteki araştırmalar, değişken ikame esnekliği yaklaşımını ülkeler arasındaki birim etkilerin açıkça modellenilebileceği ekonometrik yöntemlerle inceleyerek, ülkeye özgü etkilerin dikkate alındığı daha gerçekçi analizler yapma imkânı sunabilir.

Kaynakça

- Alatas, S. (2021). Income And Factor Substitution: An Investigation on the Solow Growth Model Under the Constant Elasticity of Substitution. *Journal of Economic Studies*, 49(3), 397-421. <https://doi.org/10.1108/JES-07-2020-0335>
- Altunç, Ö. F., & Yıldırım, A. (2020). Capital- Energy Substitution: Does Energy Sources Matter for The Elasticity Of Substitution? An Empirical Investigation for OECD Countries. *SİYASAL: Journal of Political Sciences*. <https://doi.org/10.26650/siyasal.2020.29.2.0087>
- Arslanalp, S., Bornhorst, F., Gupta, S., & Sze, E. (2010). Public Capital and Growth. *IMF Working Papers*, 2010(175). <https://www.imf.org/external/pubs/ft/wp/2010/wp10175.pdf>
- Bairam, E. (1989). Learning-by-Doing, Variable Elasticity of Substitution and Economic Growth in Japan, 1878–1939. *The Journal of Development Studies*, 25(3), 344-353. <https://doi.org/10.1080/00220388908422116>
- Bairam, E. (1990). Capital-Labour Substitution and Slowdown in Soviet Economic Growth: A Re-Examination. *Bulletin of Economic Research*, 42(1), 63-72. <https://doi.org/10.1111/j.1467-8586.1990.tb00292.x>
- Barro, R. J. (1991). Economic Growth in a Cross Section of Countries. *The Quarterly Journal of Economics*, 106(2), 407-443. <https://doi.org/10.2307/2937943>
- Bellocchi, A., & Travaglini, G. (2023). Can Variable Elasticity of Substitution Explain Changes in Labor Shares? *Journal of Macroeconomics*, 76, 103518. <https://doi.org/10.1016/j.jmacro.2023.103518>
- Brianzoni, S., Mammana, C., & Michetti, E. (2012). Variable Elasticity of Substitution in a Discrete Time Solow–Swan Growth Model with Differential Saving. *Chaos, Solitons & Fractals*, 45(1), 98-108. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2011.10.004>
- Chilarescu, C. (2025). Elasticity of Substitution and Economic Growth: Some New Results. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 48(5), 5896-5905. <https://doi.org/10.1002/mma.10644>
- Daniels, G., & Kakar, V. (2017). Economic Growth and the CES Production Function with Human Capital. *Economics Bulletin*, 37(2), 930-951.
- De La Grandville, O. (1989). In Quest of the Slutsky Diamond. *The American Economic Review*, 79(3), 468-481.
- Duffy, J., & Papageorgiou, C. (2000). A Cross-Country Empirical Investigation of the Aggregate Production Function Specification. *Journal of Economic Growth*, 5(1), 87-120. <https://doi.org/10.1023/A:1009830421147>
- Feenstra, R. C., Inklaar, R., & Timmer, M. P. (2015). The Next Generation of the Penn World Table. *The American Economic Review*, 105(10), 3150-3182.
- Gamlath, S., & Lahiri, R. (2015). Technical Change, Variable Elasticity of Substitution and Economic Growth (SSRN Scholarly Paper No. ID 2576757). *Social Science Research Network*. <https://papers.ssrn.com/abstract=2576757>
- Goldar, B., Pradhan, B. K., & Sharma, A. K. (2013). Elasticity of Substitution Between Capital and Labour Inputs in Manufacturing Industries of the Indian Economy. *The Journal of Industrial Statistics*, 2(2), 169–194. https://mospi.gov.in/sites/default/files/reports_and_publication/NSS_Journals/01Elasti_Substi_Manufacturing_Indus6jan14.pdf

- Gómez, M. A. (2024). Elasticity of Substitution, Long-Run Growth, and Convergence Speed: A General Framework. *International Journal of Economic Theory*, 20(3), 352-370. <https://doi.org/10.1111/ijet.12408>
- Grassetti, F., Mammana, C., & Michetti, E. (2018). Substitutability Between Production Factors and Growth. An Analysis Using VES Production Functions. *Chaos, Solitons & Fractals*, 113, 53-62. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2018.04.012>
- Gupta, S., Kangur, A., Papageorgiou, C., & Wane, A. (2014). Efficiency-Adjusted Public Capital and Growth. *World Development*, 57, 164-178. <https://doi.org/10.1016/j.worlddev.2013.11.012>
- Irmen, A. (2010). Steady-State Growth and the Elasticity of Substitution (SSRN Scholarly Paper No. 1558874). *Social Science Research Network*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.1558874>
- Kamps, C. (2006). New Estimates of Government Net Capital Stocks for 22 OECD Countries, 1960-2001. *IMF Staff Papers*, 53, 1-6.
- Karagiannis, G., Palivos, T., & Papageorgiou, C. (2005). Variable Elasticity of Substitution and Economic Growth: Theory and Evidence. In *New Trends in Macroeconomics* (ss. 21-37). Springer, Berlin, Heidelberg. https://doi.org/10.1007/3-540-28556-3_2
- Kazi, U. A. (1980). The Variable Elasticity of Substitution Production Function: A Case Study for Indian Manufacturing Industries. *Oxford Economic Papers*, 32(1), 163-175. <https://doi.org/10.1093/oxfordjournals.oep.a041468>
- Klump, R., & de La Grandville, O. (2000a). Economic Growth and the Elasticity of Substitution: Two Theorems and Some Suggestions. *American Economic Review*, 90(1), 282-291. <https://doi.org/10.1257/aer.90.1.282>
- Klump, R., & Preissler, H. (2000). CES Production Functions and Economic Growth. *The Scandinavian Journal of Economics*, 102(1), 41-56.
- Lazkano, I., & Pham, L. (2016). Can Capital-Energy Substitution Foster Economic Growth? *Land Economics*, 92(3), 491-514. <https://doi.org/10.3368/le.92.3.491>
- Ling, P. K. (2010). Elasticity of Substitution and Economic Growth. *Prosiding Perkem V*, 2, 392-420.
- Lovell, C. A. K. (1973). Estimation and Prediction with CES and VES Production Functions. *International Economic Review*, 14(3), 676-692.
- Mallick, D. (2010). Capital-Labor Substitution and Balanced Growth. *Journal of Macroeconomics*, 4(32), 1131-1142. <https://doi.org/10.1016/j.jmacro.2010.04.003>
- Mallick, D. (2012). The Role of The Elasticity of Substitution in Economic Growth: A Cross-Country Investigation. *Labour Economics*, 19(5), 682-694. <https://doi.org/10.1016/j.labeco.2012.04.003>
- Mankiw, N. G., Romer, D., & Weil, D. N. (1992). A Contribution to The Empirics of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics*, 107(2), 407-437. <https://doi.org/10.2307/2118477>
- Masanjala, W. H., & Papageorgiou, C. (2004). The Solow Model with CES Technology: Nonlinearities and Parameter Heterogeneity. *Journal of Applied Econometrics*, 19(2), 171-201.
- Miyagiwa, K., & Papageorgiou, C. (2007). Endogenous Aggregate Elasticity of Substitution. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 31(9), 2899-2919. <https://doi.org/10.1016/j.jedc.2006.06.009>
- Revankar, N. S. (1971). Capital-Labor Substitution, Technological Change and Economic Growth: The U.s. Experience, 1929-1953. *Metroeconomica*, 23(2), 154-176. <https://doi.org/10.1111/j.1467-999X.1971.tb00168.x>

- Sato, R., & Hoffman, R. F. (1968). Production Functions with Variable Elasticity of Factor Substitution: Some Analysis and Testing. *The Review of Economics and Statistics*, 50(4), 453-460. <https://doi.org/10.2307/1926813>
- Sirmans, C. F., Kau, J. B., & Lee, C. F. (1979). The Elasticity of Substitution in Urban Housing Production: A VES Approach. *Journal of Urban Economics*, 6(4), 407-415. [https://doi.org/10.1016/0094-1190\(79\)90021-4](https://doi.org/10.1016/0094-1190(79)90021-4)
- Solow, R. (1956). A Contribution to the Theory of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics*, 70(1), 65-94.
- Tallman, E. W., & Wang, P. (1994). Human Capital and Endogenous Growth Evidence from Taiwan. *Journal of Monetary Economics*, 34(1), 101-124. [https://doi.org/10.1016/0304-3932\(94\)01152-4](https://doi.org/10.1016/0304-3932(94)01152-4)
- Thach, N. N. (2020). The Variable Elasticity of Substitution Function and Endogenous Growth: An Empirical Evidence from Vietnam. *International Journal of Economics and Business Administration*, VIII (1), 263-277.
- Yuhn, K. (1991). Economic Growth, Technical Change Biases, and the Elasticity of Substitution: A Test of the De La Grandville Hypothesis. *The Review of Economics and Statistics*, 73(2), 340-346. <https://doi.org/10.2307/2109526>

CAPITAL-LABOR ELASTICITY OF SUBSTITUTION ACROSS INCOME GROUPS: EVIDENCE FROM THE VARIABLE ELASTICITY OF SUBSTITUTION PRODUCTION FUNCTION

Extended Abstract

Aim: This study investigates the elasticity of substitution between capital and labor using the Variable Elasticity of Substitution (VES) production function framework. It specifically seeks to address the limitations of Constant Elasticity of Substitution (CES) and Cobb-Douglas (CD) production functions, which assume a fixed elasticity of substitution among the production factors. Additionally, the study classifies countries' depreciation rates based on their income levels to account for varying depreciation rates, which are crucial in calculating the elasticity of substitution. The main objective is to generate a more realistic and reliable series of elasticity of substitution values between capital and labor. These values can be used in empirical growth models to enhance our understanding of economic growth dynamics.

Method(s): The study employs annual data from 118 countries over the period 1994-2019. Building on Mallick's (2012) work, this study presents two significant methodological advancements. First, it utilizes the VES production function, as outlined by Karagiannis et al. (2005) and Gamlath and Lahiri (2015), to model the production process with greater flexibility. The VES production function allows the elasticity of substitution to vary depending on factor ratios and time, overcoming the restrictive assumptions of Cobb-Douglas (CD) and Constant Elasticity of Substitution (CES) functions. Second, recognizing that depreciation rates are directly linked to a country's level of development (Kamps, 2006), countries are classified into three income groups: high-income, middle-income, and low-income, to capture structural differences in capital intensity and technological progress across different stages of economic development. This classification enables the calculation of distinct elasticity of substitution values for each country. Moreover, the empirical analysis considers both raw labor and human capital-adjusted labor to account for the role of human capital in the production process. The VES production function is estimated using a non-linear least squares method.

Findings: The empirical findings show that the VES elasticity parameter (b) is negative and statistically significant in all models. This finding indicates that the elasticity of substitution between capital and labor is less than unity across all income groups, which suggests a complementary relationship between capital and labor. In addition, the small but non-zero value of parameter b confirms that the elasticity of substitution is variable and changes with the capital-labor ratio. This result contradicts the constant elasticity of substitution assumptions of traditional Cobb-Douglas (CD) and constant elasticity of substitution (CES) production functions. The average elasticity of substitution is found to be lower in high- and middle-income countries compared to low-income countries. This result suggests that in low-income countries, capital and labor are relatively less complementary. As a result, substituting one for the other may be easier due to less specialized production processes, a larger share of manual labor, or less advanced technological infrastructure. The study also generates a detailed dataset of elasticity of substitution values for each country over the period 1994-2019, which can be used in future empirical growth research to examine the role of elasticity of substitution in cross-country differences in production processes.

Conclusion: The study shows the importance of using a variable elasticity of substitution (VES) production function and considering income-based depreciation rates to better understand capital-labor substitution and its impact on economic growth. The findings challenge the traditional constant elasticity of substitution assumption, revealing a complementary relationship between capital and labor across different income levels, along with varying degrees of substitutability. Moreover, the country-specific elasticity of substitution estimates generated in this study provide a valuable dataset for future empirical research. Future studies on this subject may explore the

variable elasticity of substitution approach using econometric methods that can explicitly model country-specific effects.
