Mühendis ve Makina / Engineer and Machinery
https://dergipark.org.tr/tr/pub/muhendismakina

RULMANLARDA TİTREŞİM TABANLI KESTİRİMCİ BAKIM: RULMAN KUSURLARININ 5-DOF ŞAFT-YATAK MODELİ KULLANILARAK SPEKTRAL ANALİZİ

Hikmet BAL[1*] , Turan ŞİŞMAN[2], Nizami AKTÜRK[3],

[1*] (OSTIM Teknik Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Havacılık ve Uzay Mühendisliği - Ankara)
hikmet.bal@ostimteknik.edu.tr, ORCID No : https://orcid.org/0000-0001-9062-6469

[2] (OSTIM Teknik Üniversitesi, Meslek Yüksek Okulu - Ankara)
t_sisman@ostimteknik.edu.tr, ORCID No : https://orcid.org/0009-0003-6545-6244

[3] (Gazi Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makina Mühendisliği - Ankara)
nakturk@gazi.edu.tr, ORCID No : https://orcid.org/0000-0003-1398-8145

Anahtar Kelimeler

Kestirimci Bakım
Bilyeli Rulman
Titreşim
Sinyal İşleme
Spektrum

Öz

Ev aletlerinden uzay araçlarına kadar dönel mekanik sistemlerde bağıl hareketin aktasılmasında kullanılan en yaygın yataklama elemanı bilyeli rulmanlardır. Bununla birlikte, hatasız olsalar bile titreşim ve gürültü üretebilirler. Bu nedenle, dönel sistemlerdeki enerji verimliliği, sistem ömrü, gayri faal kalma süreleri gibi önemi parametrelerin iyileştirilmesi için rulmanların incelenmesi elzemdir. Sistem titreşimlerinin izlenmesi ve durumunun tespitine yönelik yaklaşımları içeren kestirimci bakım yöntemi bu amaç için en uygun yaklaşımı teşkil etmektedir.

Bu çalışmada, açısal temaslı bir çift rulman ile yataklanmış bir 5 DoF rijit şaft-rulman sisteminin titreşim davranışı değişik ön yükleme, şaft hızı ve rulman hataları için elde edilmiştir. Non-lineer hareket denklemlerinin nümerik çözümlerinden elde edilen titreşim verileri zaman ve frekans tanım bölgesinde sinyal işleme teknikleri de kullanılarak analiz edilmiş ve rulman hatalarının titreşim davranışı üzerindeki etkileri incelenmiştir.

Sonuçlardan; ön yükleme artışının, rulman hata frekanslarının spektrumda belirginliğinin azalttığı, rulman hata frekanslarının şaft hızını takip ettiği, rulman frekanslarının şaft doğal frekansını tetiklemesi durumunda rezonansın oluştuğu görülmüştür. Ayrıca hata büyüklüğünün spektrumdaki hata frekansının bant genişliğini etkilediği anlaşılmaktadır. Önerilen modelleme ve analiz sonuçları, endüstriyel uygulamalardaki titreşim verilerinden rulman durumunun belirlemesindeki davranış karakteristiklerini zaman ve frekans tanım alanında ortaya koymakta, böylece kestirimci bakıma yönelik etkili bir araç olarak sunulmaktadır.

* hikmet.bal@ostimteknik.edu.tr
doi : 10.46399/muhendismakina.1807486

Mühendis ve Makina / Engineer and Machinery
https://dergipark.org.tr/tr/pub/muhendismakina

VIBRATION-BASED PREDICTIVE MAINTENANCE OF ROLLING BEARINGS: SPECTRAL ANALYSİS OF BEARING DEFECT USING A 5-DOF SHAFT-BEARING MODEL

Keywords

Predictive Maintenance
Rolling Bearing
Vibration
Signal Processing
Spectrum

Absract

Ball bearings are the most common bearing element used to transmit relative motion in rotational mechanical systems, from household appliances to spacecraft. However, they can generate vibration and noise even when they are defect free. Therefore, in order to improve the important parameters such as energy efficiency, system life and downtime in rotating systems, it is essential to analyze the bearings. Predictive maintenance method includes monitoring system vibrations approaches to determi the their condition, is the most suitable approach for this purpose.

In this study, the vibration behavior of a 5 DoF rigid shaft-bearing system supported by a pair of angular contact bearings is obtained for different preload, shaft speed, and bearing defects. The vibration data obtained from numerical solutions of the nonlinear equations of motion are analyzed using signal processing techniques in the time and frequency domain and the effects of bearing faults on the vibration behavior are investigated.

The results show that the increase in preload, reduces the visibility of the bearing failure frequencies in the spectrum, the bearing failure frequencies corresponds to the shaft speed, and resonance occurs when the bearing frequencies exite the shaft natural frequency. The proposed modeling and analysis results demonstrate the characteristic behaviors of bearing condition identification from vibration data in industrial applications within both time and frequency domains, thereby it is offered as an effective tool for predictive maintenance.

Araştırma Makalesi
Başvuru Tarihi : 20.10.2025
Kabul Tarihi : 31.05.2026

Research Article
Submission Date : 20.10.2025
Accepted Date : 31.05.2026

EXTENDED ENGLISH ABSTRACT

Introduction/Background

Ball bearings are critical components used in rotational mechanical systems ranging from household appliances to spacecraft. Despite their reliability, bearings generate vibration and noise even when defect-free, and bearing failures can lead to significant downtime and repair costs. Therefore, monitoring rotating systems and analyzing bearings is essential for improving energy efficiency, system life, and reducing downtime. Predictive maintenance (PdM) methodology, which includes approaches for monitoring system vibrations and determining their condition, represents the most suitable approach for this purpose.

Various techniques have been developed for bearing fault detection through vibration analysis. Statistical techniques , Time-frequency analysis techniques, intelligence and machine learning techniques have been utilized to automatically analyze vibration or current data and identify patterns or anomalies indicating bearing problems.

Bearing characteristic frequencies are fundamental for predictive maintenance. When a bearing defect occurs, it generates impulsive vibrations covering a wide frequency range including ultrasonic components. As deterioration progresses, bearing natural frequencies become more prominent in the spectrum, and eventually, specific bearing defect frequencies become highly visible.

Objectives/Research Purpose

This study aims to investigate the vibration characteristics due to bearing defects for predictive maintenance applications. The primary objectives are:

* to analyze the vibration behavior of a rigid shaft-bearing system with localized defects on different bearing components,

* to examine the effects of operational parameters including preload, shaft speed, and defect size on vibration response,

* to demonstrate how bearing defects manifest in both time and frequency domains, and

* to provide characteristic behaviors that can serve as indicators for bearing condition determination from vibration data in industrial applications.

Methods/Methodology

A 5-DOF rigid shaft-bearing system supported by a pair of angular contact bearings is modeled. The system consists of a shaft with mass located at its center, supported by identical angular contact bearings at both ends. The nonlinear equations of motion are derived for system.

Variable stiffness, contact forces are calculated using Hertz contact theory considering the 5-DOF motion of the shaft center of gravity.

Localized bearing defects are modeled as square-shaped notch, with defect sizes ranging from 0.1 μm to 500 μm. The defect position is fixed for outer race, while for the inner race, the defect rotated with the shaft. Ball defect is also rotating with ball spin and orbital motion.

Simulations were conducted for various conditions: shaft speeds from 500 to 10,000 rpm (at 500 rpm intervals), preload values of 10, 30, 50, 70, and 100 N, and defect sizes from 0.1 to 500 μm. Simulation runs are performed according to different cases. The nonlinear equations of motion are solved numerically using the Runge-Kutta method with a fixed time step.

Signal processing techniques are applied to analyze the vibration data in both time and frequency domains. Fast Fourier Transform (FFT) is used for frequency spectrum analysis, spectrograms for time-frequency analysis, and envelope spectrum analysis after bandpass filtering for enhanced defect frequency identification.

Results/Findings

The vibration characteristics of different bearing defects were successfully obtained. For ball defects, impulsive vibrations with clear amplitude modulation are observed. The modulation period corresponded to the cage frequency, as the ball defect sequencely contacts to the inner and outer raceways.

Inner race defects generated amplitude modulation with a period associated to the shaft speed. Since the inner race defect rotates with the shaft, it passes through loaded and unloaded zones, creating modulation patterns.

Outer race defects produced clear periodic impulses visible at the outer race defect frequency. Since the outer race defect remains fixed, each ball passage generates an impulse.

The effect of preload showed that increasing preload resulted in: (1) reduced vibration amplitude due to decreased clearance and increased bearing stiffness, (2) increased system natural frequency, and (3) reduced visibility of defect frequencies in the spectrum, particularly ball passage frequencies.

Shaft speed variation demonstrated that defect frequencies changes with shaft speed proportionally. At certain speeds, defect frequency/harmonics of defect frequencies coincide with the system natural frequency, creating resonance conditions.

Defect size analysis revealed that larger defects increase vibration amplitude and affect the bandwidth of defect frequencies in the spectrum. However, non-linear relation observer with frequency in spectrum of defect size.

Discussion and Conclusions

This study successfully demonstrated the vibration characteristics of localized bearing defects using a theoretical model. The results show that ball and inner race defects create amplitude modulation in the vibration response due to their continuously changing angular position during bearing rotation, following shaft speed and cage speed respectively. Outer race defects produce the most distinct signatures in the given preload conditions, with clear impulses visible in time-domain signals.

Frequency domain analysis revealed that bearing defect frequencies and their harmonics are clearly identifiable in the spectrum. Increasing preload reduces defect frequency visibility while simultaneously increasing system natural frequency, potentially causing different harmonics to approach resonance. The relationship between shaft speed and defect frequencies is critical, as operation at certain speeds can trigger resonance when defect frequency harmonics coincide with natural frequencies.

The proposed modeling and analysis results demonstrate the characteristic behaviors of bearing condition identification from vibration data in industrial applications within both time and frequency domains. The model serves as an effective tool for predictive maintenance by providing theoretical understanding of how defects manifest in vibration signals. The results is provide valuable insights for predictive maintenance applications.

Time-frequency analysis through spectrograms and envelope spectrum analysis after appropriate bandpass filtering proved more effective for defect frequency identification compared to raw signal FFT analysis alone. This comprehensive approach to vibration analysis provides a robust framework for bearing health monitoring and fault diagnosis in rotating machinery systems.

1. Giriş

Bilyeli rulmanlar, düşük sürtünme ve verimli dönüş sağlayarak rotorların çalışmasında kritik bir rol oynar. Bununla birlikte, bilyeli rulman arızaları önemli gayri faal sürelerine ve onarım maliyetlerine yol açabilmektedir. Dolayısıyla dönel sistemlerin izlenmesi olası arızaların meydana gelmeden önce tespit edilmesine yardımcı olabilmekte, bilyeli rulmanlarının sağlığı hakkında değerli bilgiler sağlayabilmektedir. .

Bu amaçla Kestirimci Bakım (PdM) (Patil ve Gaikwad 2013), potansiyel tespit etmek için veri ve sinyal analizini uygulayan bir bakım stratejisidir. PdM'deki en önemli zorluklardan biri, bir makinenin arıza durumunun teşhis edilmesidir. Bir arızanın belirtileri makinenin türüne, arızanın ciddiyetine ve makinenin kullanım ömrünün hangi aşamasında olduğuna bağlı olarak değişebileceğinden bu zor olabilmektedir.

Genel olarak, bir makinenin ömründeki: "çalışmaya başlama", "verimli çalışma dönemi" ve "arıza" (Nakajima 1988; Shagluf, Longstaff, ve Fletcher 2014) aşamalarının kendine özgü belirtileri, titreşim ve gürültünün incelenmesinde kullanılan göstergeleri oluşturmaktadır. Makine ömrü evresine ek olarak, makinenin türü, arızanın ciddiyeti ve makineden toplanan veriler kullanılan arıza durumunu teşhis etmek diğer faktörlerdir. PdM uygulayıcıları tüm bu faktörleri incelemelerinde göz önünde bulundurarak arıza teşhisinin doğruluğunu arttırabilmektedirler.

Rulman titreşim karakteristik frekansları kestirimci bakım için kullanılabilir. Rulmanda hata oluştuğunda teşhis için dış yatak (BPFO), iç yatak (BPFI), yuvarlanma elemanı (BSF) ve kafes (FTF)) frekansları kullanılabilir (Harris ve Kotzalas 2006). McFadden ve Smith (McFadden ve Smith 1984) hataların önceden belirlenebilmesi için yüksek frekansların takip edilmesi ve bu frekanslardaki artışın incelenmesinin gerekli olduğunu belirtmişlerdir, fakat yüksek frekans bölgesinde çalışmak gürültü ve çözünürlük gibi sebeplerden dolayı zorluklar içermektedir. Rulman titreşimleri incelenirken düşük, orta ve yüksek frekans olmak üzere üç ayrı bölgede inceleme yapılması önerilmektedir (Bently 1982).

Rulmanlar çalışmaları sırasında karakteristik titreşimlere neden olduklarından, bu titreşim sinyallerini analiz ederek ve izleyerek makinelerin çalışabilirliğini kontrol etmek iyi bilinen bir yöntemdir. Makinelerin çalışabilirlik kontrollerinin bu şekilde yapılarak bakım ve onarım maliyetlerinin ve dolayısıyla toplam maliyetin azaltılması endüstride yerleşik bir uygulamadır (Barron 1996; Cempel 1988, 1991; Dimentberg, Frolov, ve Menyailov 1991; Renwick 1984). Bu uygulamada iki önemli aşama vardır: Birincisi arızanın tespit edilmesi, ikincisi ise endüstriyel uygulamalar için daha önemli olan arızalı rulmanın ne zaman değiştirilmesi gerektiğinin belirlenmesidir (Gerval, Morel, ve Querre 1994). Diğer taraftan, bir rulmanın erken değiştirilmesi çalışabilir bir parçanın devre dışı kalmasına, geç değiştirilmesi ise makinenin durmasına neden olacağından işletme maliyetlerini artırmaktadır.

Bu nedenle, titreşim ölçümlerinin incelenmesinde tepe genliklerinin, kurtosis ve crest faktör değerinin takip edilmesi gibi istatistiksel teknikler ve spektral yön-

temler mevcuttur (Cempel 1991; Harris ve Kotzalas 2006). Bu temel tekniklerin uygulanması ve etkinliği araştırmacılar tarafından (Barron 1996; Cempel 1991; Tandon ve Choudhury 1999) değerlendirilmiştir.

Titreşim frekansı veya genliğindeki değişiklikler bilyeli rulmanlarda bir sorun olduğunu gösterdiğinden (Sinha 2015), FFT frekans analizi ile elde edilen spektrumda yüksek tepe değerlerine sahip bölgeler bulunabilir ve bu tepe değerlerine dayanarak titreşim artışının nedeni belirlenebilir (Caldero ve Zoeke 2019). Titreşimin nedeninin teşhis edilmesiyle ve frekans ve faz analizi ile mekanik sorunlar açığa çıkarılabilmektedir (Antonino-Daviu ve Popaleny 2018). Temel olarak bu teknikte titreşim verilerini bir ön işlem, filtreleme, matematiksel dönüşümleri uygulanmaktadır (Antoni 2006; Antoni ve Randall 2006; Bolaers vd. 2004; Dron, Bolaers, ve Rasolofondraibe 2004; Kar ve Mohanty 2004; Yang, Mathew, ve Ma 2005; Yu, Cheng, ve Yang 2005).

Rulmanların titreşim analizlerini yaparken standart istatistiksel metotları yanı sıra çevrimsel (cyclic) istatistiklerin kullanılması daha açık sonuçlar verebilmektedir (Antoniadis ve Glossiotis 2001). Bu analiz tekniği periyodik olarak değişen istatistiklerin modellenmesini kolaylaştırdığı gibi rulman sisteminin cevabında mevcut modülasyon mekanizmalarının ortaya çıkartılmasında da oldukça etkilidir (Li ve Qu 2003; Randall, Antoni, ve Chobsaard 2001). İstatistiksel sinyal işleme teknikleri, titreşim verilerinden rulmanların durumunun erken teşhisi için kullanılması pek çok araştırmacı tarafından ele alınmıştır (Boashash, Aïssa-El-Bey, ve Al-Sa'd 2018; Du vd. 2020; Motlani, Gurav, ve Sondkar 2018; Sivakumar ve Nedumaran 2018; Thomazella vd. 2019). Hongxing ve ark. (Liu vd. 2000)'da zaman bölgesi ortalaması metodunu hesaplayan algoritmayı geliştirmişler ve sonuçları deneysel çalışmayla karşılaştırmışlardır.

Bir zaman-frekans etki alanı tekniği olan dalgacık dönüşümleri ise doğrusal ve durağan olmayan (non-linear and non-stationary) karakteristiklerinin ortaya çıkartılmasında çok yaygın bir şekilde kullanılmaktadır (Neild, McFadden, ve Williams 2003). Doğru uygulandığı takdirde endüstriyel uygulamalarda iyi sonuçlar verdiği literatürde görülmektedir (Goumas, Zervakis, ve Stavrakakis 2002). Dalgacık analizi, elektrik motorlarındaki arktan dolayı rulmanlarda oluşan hataların ve yaşlanmanın takip ve değişik frekans bantlarındaki davranışının tespitine olanak sağlamaktadır (Seker ve Ayaz 2003). Sheen ve Hung (Sheen ve Hung 2004) da dalgacık tabanlı bir zarf fonksiyonu oluşturarak rulmanlardaki hataları alçak ve yüksek frekans bantlarında izlemişlerdir. Geliştirilen algoritma bir sayısal sinyal işleyici aracılıyla arızayı gerçek zamanlı olarak takip etmek için kullanılmış ve titreşim sinyalinin zarfını çıkartmakta etkin bir şekilde kullanılabileceği gösterilmiştir.

Rulmanlı sistemlerin durumlarının titreşim analiziyle doğru olarak belirlenmesi için yapılan titreşim ölçümlerinin mümkün olduğunca sağlıklı ve gürültü içeriğinin az olması gereklidir. Frekansların doğru biçimde tespit edilebilmesi için rulmanın bağlı olduğu şaftın hızının iyi bilinmesi gereklidir (Ocak ve Loparo 2004) veya kafes hızlarının da tespiti gerekebilmektedir (McFadden ve Toozhy 2000).

Bu nedenle titreşim sensörünün yerleştirildiği yer de önem kazanmaktadır (Bogard, Debray, ve Guo 2002).

Kotzalas ve Harrison (Kotzalas ve Harris 2000) rulmandaki hatanın ilerlemesi ve oluşum sebepleri ile bu süreç boyunca titreşimlerin incelenmesine ilişkin çalışmalarında teorik rulman ömrü için yeni bir model de sunmaktadır. Williams ve ark. (Williams vd. 2001)'nın çalışması ise rulmanın kullanıma ilk başladığı andan ömrünün sonuna kadar durumunun takibini içermektedir.

Günümüzde yapay zekâ ve makine öğrenmesi teknikleri, titreşim veya elektrik akım verilerini otomatik olarak analiz etmek ve rulmanların durum kestirimi yapmak için kullanılmaktadır. Bununla birlikte, durum tahmini veya arıza sınıflandırmasında iyi bir sonuç elde etmek için, çok daha gerçekçi çalışma koşulları ve arızalar içeren, yeterli eğitim verisi (training data) gereklidir. Yapay zekâ ile hata teşhisi konusundaki gelişmeler ve bulanık mantık uygulama stratejileri Frank ve Köppen-Seliger (Frank ve Köppen-Seliger 1997) tarafından özetlenmiş, hata teşhisinin kontrolünde analitik yöntemlerle birlikte önemli rol oynadığını belirtmiştir. Güncel teknolojiler rulmanlardaki hata tespiti için bilgisayarların daha etkin kullanımına sebep olmuştur. Liu ve ark. (Liu, Singonahalli, ve Iyer 1996) radyal yönde ölçülmüş titreşim sinyallerini inceleyerek hata oluşumundan önce ve hatalı durumu gösterebilen bir uygulama geliştirmişlerdir. AI ve ML algoritmalarında, titreşim RMS, Kurtosis, tepeden tepeye titreşimler, rulman karakteristik frekanslarındaki titreşim genlikleri özellik olarak kullanılmakta, STFT, PSD, wavelet transformu gibi metotlar uygulanmaktadır.

Genel olarak rulman kusurlarının (çukurlar veya oyuklar) erken aşamalarda keskin dürtüsel titreşimler titreşimlere yol açtığı, çok geniş bir frekans aralığını kapsayan ultrasonik dalga oluşturduğu, rulmandaki bozulma ilerledikçe ultrasonik frekans bileşenine ek olarak rulmanın doğal frekanslarının da spektrumda belirginleştiği, durum daha da kötüleşirse spektrumdaki belirli rulman kusur frekanslarının genliklerinde artışlar oluşmakta , frekans spektrumunda geniş bantlı titreşimler ortaya çıkmaktadır (Randall 2010; Randall ve Antoni 2011). Bununla birlikte yuvarlanma yolundaki brinelling gibi bazı hatalar, çalışma sırasında plastik deformasyona bağlı ezilmekte, çentiklerilerin kenarları veya bilye kusurları düzleşmeye başlamaktadır (Lecinski 2022). Ayrıca rulman bileşenlerinden kopan metal parçalar, aslında daha derin kusurların bazılarını doldurabilir ve buralar yuvarlanma elemanları tarafından ezilerek düzlenebilmektedir. İyileşme (Healing) olarak adlandırılan bu durum dürtüsel titreşimleri azaltmakla birlikte rulman içindeki boşlukları önemli ölçüde artırabilmekte ve gevşeklik yaratabilmektedir.

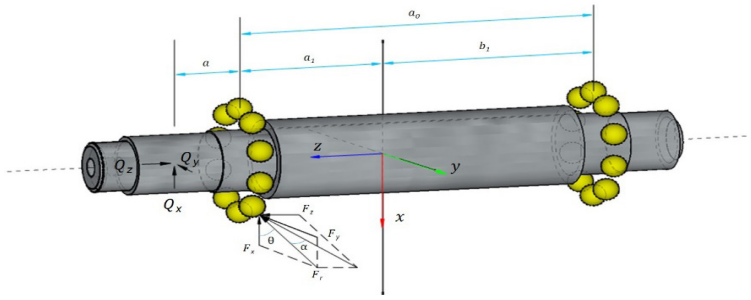
Rulmanlarla yataklanmış sistemler konusunda çok sayıda çalışma yapılmış olmasına rağmen özellikle hata frekanslarının üst harmonikleri ile sistemin doğal frekanslarının çakışması sırasında oluşan rezonans durumunu ifade eden teorik çalışmaların sayısı azdır. Dolayısıyla şaft hızı değişimi, hata büyüklüğü değişimi, ön yükleme değişimi ve hata konumlarının titreşim davranışı üzerindeki etkilerin belirlenmesi, teorik olarak bu hataların etkilerinin ortaya konması, kestirimci

bakım çalışmalarında elde edilen ölçümlerin doğru analizi için bir gerekliliktir. Bu çalışmada rulman hatalarının titreşim davranışındaki karakteristiklerinin belirlenmesi amacıyla iç bilezik- dış bilezik bilye üzerindeki bölgesel hatalar değişik boyutlarda teorik olarak modellenmiş, türetilen şaft-rulman sistemi kullanılarak titreşim cevabı elde edilmiştir. Zaman, frekans sinyal analiz teknikleri ile titreşim cevabının analizleri yapılarak rulman hatalarının neden olduğu karakteristikler belirlenmiştir. Böylece kestirimci bakım çalışmalarında kullanılabilecek özellikler elde edilmiş, teorik incelemelere yönelik matematiksel bir model sunulmuş ve rulman hatalarının erken tespitine yönelik iç görü sağlanmıştır.

2. Şaft- Rulman Sistemi Modeli

Bu çalışmada Şekil 1'deki, yükün ortada kaldığı ve iki tarafından açısal temaslı rulmanlar ile yataklanmış en genel şaft-rulman sistemi konfigürasyonu esas alınmıştır. Her bir bilye-bilezik temas açısı yönündeki Hertz temas kuvvetinin x,y,z eksenlerindeki bileşenleri kullanılarak Şaft-Rulman sisteminin hareket denklemi Newton'un 2'inci kanunu ile Eş.1'deki gibi elde edilebilir. (Harris ve Kotzalas 2006; Aktürk 1993; Karaçay 2006).

Şekil 1'de sadece bir bilye için gösterilen temas kuvveti, Hertz temas teorisi kullanılarak Eş.2. ile hesaplanmıştır. Burada yer alan elastik deformasyon δ_i ve temas açısı α_i için kullanılan denklemler Ek-1'de sunulmuştur. Temas kuvvetinin hesaplanmasında kullanılan elastik deformasyon δ_i, dinamik yükler dolayısıyla her bir bilye için farklı değere sahiptir. Bilyedeki elastik deformasyon, iç bilezik ve dış bileziğin birbirlerine göre bağıl hareketi kullanılarak belirlenebilmektedir (Harris ve Kotzalas 2006; Aktürk 1993; Karaçay 2006). Ayrıca Eş.1'deki f y-ekseni etrafındaki açısal yer değiştirmeyi, ψ x-ekseni etrafındaki açısal yer değiştirmeyi, R yüksüz durumda bilye merkezi odak noktasının yarıçapını göstermektedir. Sonrasında her bir bilyedeki hesaplanan temas kuvveti F_j'nin şaft kütle merkezine (CG) etkisi, Eş.3 kullanılarak hareket denklemine dâhil edilmiştir.



Şekil 1. Şaft – rulman sistemi konfigürasyonu.

$$
\begin{aligned}
&M\ddot{x} + \left(\sum F_x\right)_{LHS} + \left(\sum F_x\right)_{RHS} + Q_x - Mg = 0\\
&M\ddot{y} + \left(\sum F_y\right)_{LHS} + \left(\sum F_y\right)_{RHS} + Q_y = 0\\
&M\ddot{z} - \left(\sum F_y\right)_{LHS} + \left(\sum F_y\right)_{RHS} + Q_y = 0\\
&I_{yy}\ddot{\phi} - I_{zz}\dot{\psi}\omega + a_1\left(\sum F_x\right)_{LHS} - b_1\left(\sum F_x\right)_{RHS} + R\left(\sum F_z\cos\theta_j\right)_{LHS} - R\left(\sum F_z\cos\theta_j\right)_{RHS} + Q_x\left(a_1 + a\right) = 0\\
&I_{xx}\ddot{\psi} + I_{zz}\dot{\phi}\omega + a_1\left(\sum F_y\right)_{LHS} - b_1\left(\sum F_y\right)_{RHS} + R\left(\sum F_z\sin\theta_j\right)_{LHS} - R\left(\sum F_z\sin\theta_j\right)_{RHS} - Q_y\left(a_1 + a\right) = 0
\end{aligned}
\tag{1}
$$

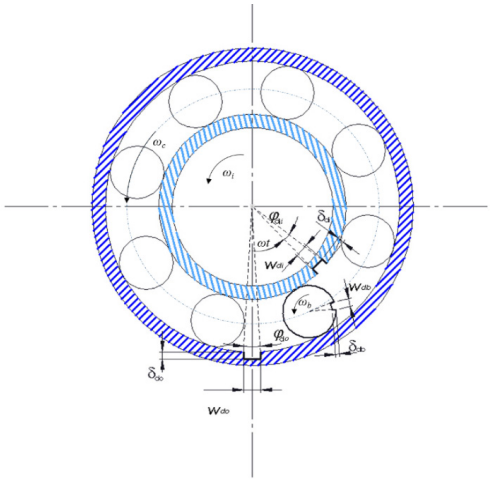
$$
F_i = k_{eq}\delta^{3/2} \tag{2}
$$

$$
\begin{aligned}
F_X &= F_j\cos\alpha_j\cos\theta_j\\
F_Y &= F_j\cos\alpha_j\sin\theta_j\\
F_Z &= F_j\sin\alpha_j
\end{aligned}
\tag{3}
$$

Bu çalışmada özellikle, iç bilezik, dış bilezik ve bilye üzerindeki bölgesel rulman kusurlarına odaklanılmıştır. Bu amaçla, sol rulman bileşenlerinde ayrı ayrı 0,1 µm'den 500 µm'ye kadar değişik büyüklüklerdeki kare formundaki hata rulman modeline dâhil edilmiştir. Modellemede hata konumu, dış bilezik, iç bilezik ve bilye için yatay eksenden θ=0° açısal pozisyonunda ve temas normali ile aynı doğrultuda olduğu kabul edilmiştir. Dolayısıyla simülasyonda, dış bilezik sabit, iç bilezik şaft ile döndüğünden dış bilezikteki hata konumu sabit kalmakta, iç bilezik hatası şaft hızına bağlı olarak konum değiştirmektedir. Bilye hatası ise 1 nolu bilye üzerine yerleştirilmiş olup bilyenin hem kendi ekseni hem de rulman ekseni etrafında dönüşüne göre konum değiştirecek şekilde simülasyon uygulanmıştır. Dolayısıyla bilyenin yuvarlanması sırasında bilye hatası, her iki bileziklere sırayla temas etmektedir.

Bu çalışmada kullanılan, iç bilezik dış bilezik ve bilyede girinti şeklindeki, yerel (local defects) rulman kusurlarına ilişkin model Şekil 2'de sunulmuştur. Bununla birlikte, eksen kaçıklığı, dengesizlik veya dalgalılık gibi dağıtık hataların (distributed defects) modellemesi rulman titreşimlerinin incelenmesinde diğer bir çalışma alanı olarak ayrıca yapılabilir (Aktürk 1993; Karaçay 2006; Tandon ve Choudhury 1999).

Türetilen bu modelin literatürde kullanılan yaygın modellerden temel farkı hareket denklemlerinin I_zz ⍰̇ω ve I_zz ψ̇ω şeklindeki jirospopik etkileri de barındıracak şekilde elde edilmesidir. Literatürdeki modellemelerde genel olarak derin oluklu bilyeli rulmanı esas olmakta olup şaft etkileşimini göz ardı etmekte, jireskopik etkileri ve açısal teması ihmal edilmektedir (Kong vd. 2018; Mishra, Samantaray, ve Chakraborty 2017; Ruan vd. 2022). Ancak Eş.1'den de görülebileceği gibi özellikle yüksek devirlerde bu terimlerin katkısı önemli seviyelerdedir.



Şekil 2. Rulman bileşenleri hata modeli.

Nümerik çözüm sırasında rulmandaki kusurlu bir bölge ile temasın var olup olmadığı Eş.4'ki koşul kontrolü ile sağlanmıştır. Burada γ, bilyeler arasındaki açısal konumu, *i* bilye numarasını göstermektedir. Şaft dönüşüne bağlı olarak iç bilezik ve bilyelerin açısı, sırasıyla ve ile hesaplanabilmektedir. Böylece kusur ile karşılaşıldığında, kusurun büyüklüğü kadar temas açısı doğrultusundaki deformasyonda değişim yapılarak çözüm gerçekleştirilmiştir.

$$Eğer \begin{cases} 0 < \omega_c t + i\gamma < \varphi_{do}, & dış\ bilezik\ kusuru\ ile\ bilya\ teması \\ \omega t < \omega_c t + i\gamma < \omega t + \varphi_{di} & iç\ bilezik\ kusuru\ ile\ bilya\ teması \\ (ball\,\#=1)\,\&\,(\sin(\omega_b t)=0) & bilya\ kusuru\ ile\ bilezik\ teması \end{cases} \quad (4)$$

Çözümde bilyedeki toplam deformasyon, rulmanda bölgesel bir kusur (çukurlar veya oyuklar) var ise bilyenin yuvarlanması sırasında bu bölgeden geçer iken, kusur büyüklüğünün süperpozisyonu ile elde edilmiştir.

3. Benzetim ve Çözüm

Kestirimci bakıma yönelik rulman kusurlarını etkilerini incelemek amacıyla, Şekil 1 ve Şekil 2'de sunulan teorik model, değişik şaft hız, rulman ön yükleme, kusur büyüklüğü ve kusurlu bileşen parametreleri için benzetim yöntemiyle çalıştırılmıştır. Benzetimde nonlineer hareket denklemlerinin çözümü, Ek-2'deki algoritma ile Runge-Kutta metodu kullanılarak yapılmıştır. Benzetimler aynı özellikleri taşıyan şaft-rulman sistemi kullanılmış, şaftın her iki tarafta aynı rulman ile yataklandığı ve rulmanlar arasında faz farkı bulunmadığı kabul edilmiştir. Şaft ve rulman sistemine ilişkin nümerik çözümde kullanılan parametrelerin değerleri Tablo-1'de sunulmuştur.

Benzetim için parametrelerden şaft hızı için [500:500:10000] devir aralığı, ön yükleme için [10 N, 30 N, 50 N, 70 N, 100 N] değerleri, kusur büyüklüğü için [0.1 µm : 0.5 µm : 500 µm] ölçüleri kullanılmış, kusurlu bileşen olarak (iç bilezik, dış bilezik, bilye) ayrı ayrı incelenmiştir. Benzetim (simülasyon) için 3026 koşum çözümü yapılmıştır. Tablo-2'de gerçekleştirilen simülasyonlara ilişkin parametre değerleri verilmiştir. Benzetimlerde hata karakteristiklerini daha net görebilmek için, rulman içerisindeki boşluğu (clearance) ölemeye yönelik farklı ön yükleme değerleri seçilmiştir. Hata büyüklüğü ve çalışma hızları ise, endüstrideki genel çalışma koşullarını yansıtacak şekilde geniş bir aralıkta hesaplamalara dahil edilmiştir. Literatürdeki çalışmalardan (Aktürk 1993; Karaçay 2006; Kong vd. 2018; Mishra vd. 2017; Ruan vd. 2022; Tandon ve Choudhury 1999) farklı olarak hata büyüklüğünün etkisinin geniş bir değer aralığı için incelenmesi, bu çalışmanın diğer bir özgün yönüdür.

Tablo-1. Nümerik Analizde Kullanılan Sistem parametreleri ve değerleri

	Parametre	Değer - *birim*		Parametre	Değer - *birim*
Şaft	$r_{şaft}$	0,02 *m*	Rulman	d_o *(yuvarlanma çapı - dış)*	0,061933 *m*
	$a + a_0$	0,55 *m*		d_i *(yuvarlanma çapı - iç)*	0,046038 *m*
	M	5,5 *kg*		D_o *(dış bilezik dış çap)*	0,068 *m*
	a_0	0,5 *m*		D_i *(İç bilezik iç çap)*	0,04 *m*
	a_1	0,225 *m*		b *(genişlik)*	0,015 *m*
	b_1	0,275 *m*		d_b *(bilye çapı)*	0,0079375 *m*
				α_0 *(temas açısı -yüksüz)*	15°
				E *(young modul)*	200 *GPa*
				ν *(poission onarı)*	0,3
				m (bilye sayısı)	8

Böylece Tablo-2'de verilen hatalar ve çalışma koşulları için titreşimler elde edilmiştir. Çalışma hızına bağlı rulman karakteristik frekansları ve bunlardaki genlik değişimleri bilgisini de barındıran titreşim cevabı, rulman durumunun belirlenmesinde endüstriyel uygulamalarda yaygın olarak kullanılmaktadır (Goyal vd. 2017). Rulman karakteristik frekansları dış bilezik hata frekansı (BPFO), iç bilezik hata frekansı (BPFI), yuvarlanma elemanı hata frekansı (BSF), ve kafes frekansı (FTF)'dir. Rulman hata frekanslarının hesaplanmasına ilişkin denklemler ve seçilen şaft hızları için hata frekansları Ek-3'de verilmiştir.

Tablo-2. Benzetim vaka koşumları

Benzetim	Vaka Koşum	Şaft Hızı (RPM)	Ön Yükleme (N)	Kusur boyutu (µm)	Kusurlu bileşen
1	1-1000	3000	10	[0,1:0,5:500]	Bilye
2	1001-2000	3000	10	[0,1:0,5:500]	İç Bilezik
3	2001-3000	3000	10	[0,1:0, 5:500]	Dış Bilezik
4	3001-3005	3000	[10 30 50 70 100]	250	Dış Bilezik
5	3006-3026	500:500:10000	10	250	Dış Bilezik

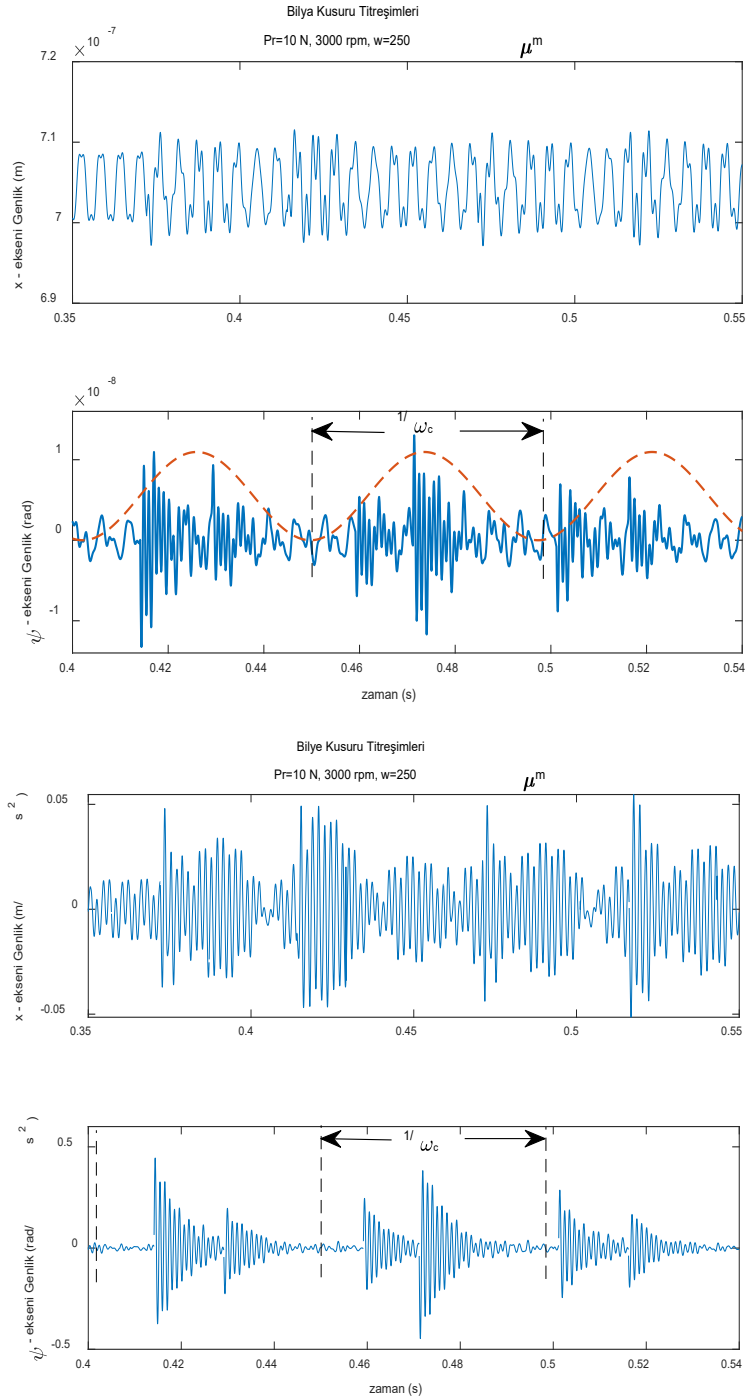
Endüstriyel uygulamalardaki titreşim sinyali, sistemin şaft hızına ve sensör ile arıza arasındaki iletim yolu transfer fonksiyonuna, sistemdeki dişli geçmesine, farklı konumlarda hatanın birlikte oluşmasına veya yuvarlanma elemanının yüklü bölgeden geçişiyle genlik modülasyonuna uğramaktadır. Bu durumda rulmanlarda oluşan hatanın tespiti ve ortaya çıkan titreşim sinyalinin yorumlanması zorlaşmaktadır. Bu nedenle, rulmandaki hataların tespitinde titreşim sinyallerine noise reduction, deconvolution, kurtogram, spektrogram, envelope spectrum analizi gibi zaman tanım bölgesi ve frekans tanım bölgesi sinyal analizleri tekniklerinin birlikte uygulanması gerekebilmektedir (Randall ve Antoni 2011).

4. Bulgular ve Tartışma

Rulman bileşenlerinde bir hata durumunda dürtüsel bir sinyale neden olmaktadır. Dolayısıyla, sistem titreşim davranışında rulman hatalarının etkileri zaman ve frekans bölgesinde incelenerek neden olduğu karakteristiklerin belirlenmesi, kestirimci bakım çalışmalarnda sistemin sağlık durumunun belirlenebilmesini sağlamaktadır. Bu amaçla çözümden elde edilen titreşm sonuçları zaman ve frekans tanım bölgesinde incelenmiştir.

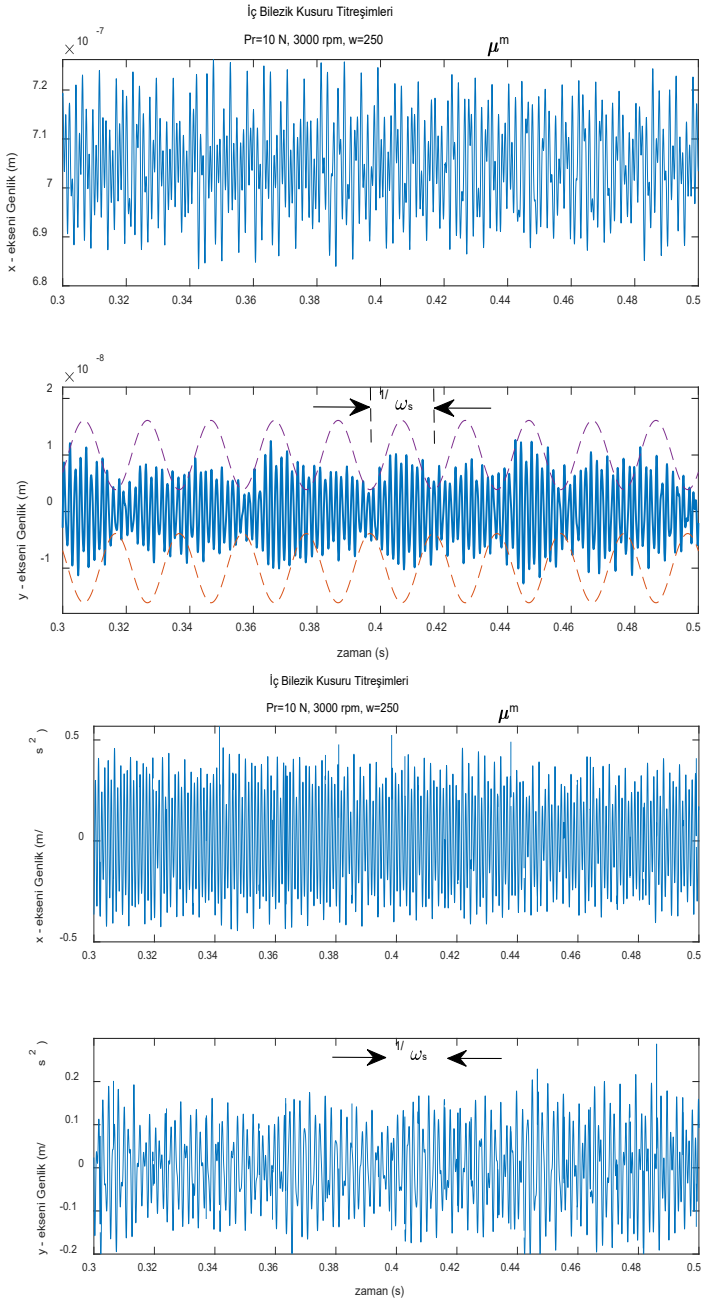
4.1. Bilye Kusurunun Titreşim Karakteristiklerinin Zaman Tanım Bölgesinde İncelenmesi

Hataların titreşim cevabı üzerinde yol açtığı etkiler zaman tanım bölgesinde belirgin titreşim desenleri ve karakteristikleri içermektedir. Değişik koşumlar için bu karakteristikler bu bölümde sunulmuştur.



Şekil 3. Bilye hatası titreşimleri (a) yerdeğiştirme cevabı, (b) ivme cevabı.

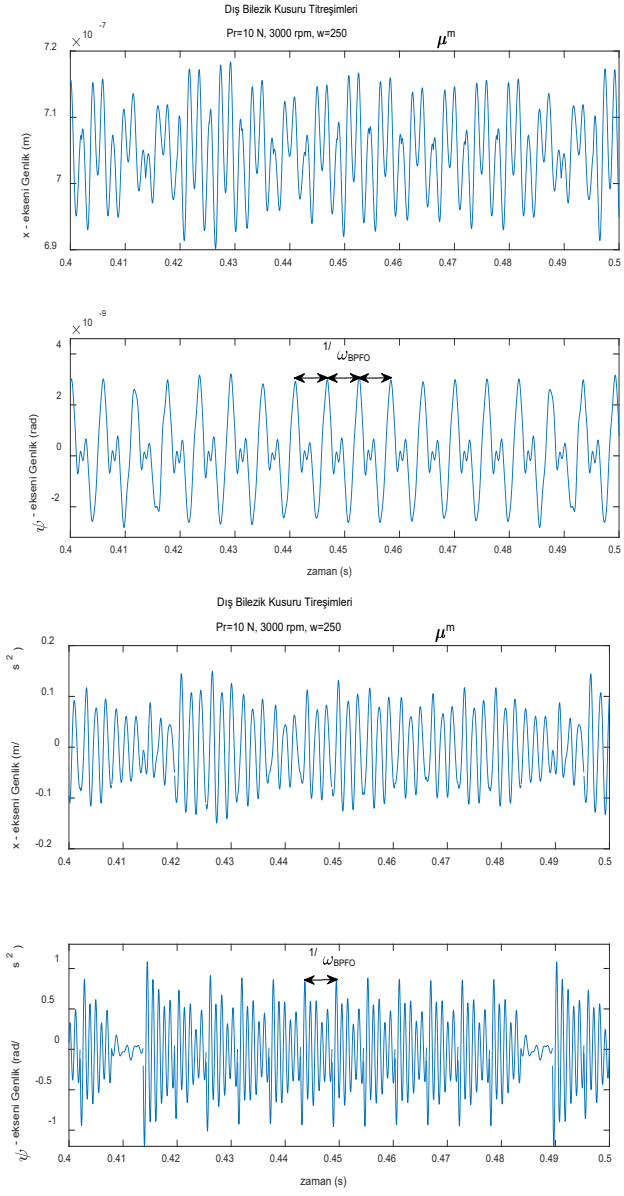
Benzetim-1, koşum 501'e ilişkin Şekil 3 (a,b)'de özellikle ψ eksini titreşimlerinde bilye kusurunun yol açtığı dürtüsel (impulsive) titreşimler ve modülasyon daha belirgin bir titreşim karakteristiği göze çarpmaktadır. Şekil 3a'daki yerdeğiştirme cevabında ve Şekil 3b'deki ivme cevabında bilye üzerindeki hatanın her bir iç bilezik ve dış bilezik temasında şok titreşim oluşturduğu görülmektedir. Benzetimde sol rulmandaki 1 nolu bilyede hata olduğu kabul edildiğinden bilye kusuru dikey eksen etrafındaki dönmede (rocking motion) daha belirgin olarak görülmektedir. Her bir dürtüsel titreşim arasındaki periyodunun kafes hızına bağlı olduğu anlaşılmaktadır. Ayrıca dürtüsel titreşimin kafes hızına bağlı olarak genlik modülasyonuna uğradığı belirgindir. Oluşan bu genlik modülasyonu bilyenin döngüsel olarak yüklü ve yüksüz bölge içerindeki kafes hızına bağlı hareketi ile açıklanabilir.



Şekil 4. İç Bilezik hatası titreşimleri (a) yerdeğiştirme cevabı, (b) ivme cevabı.

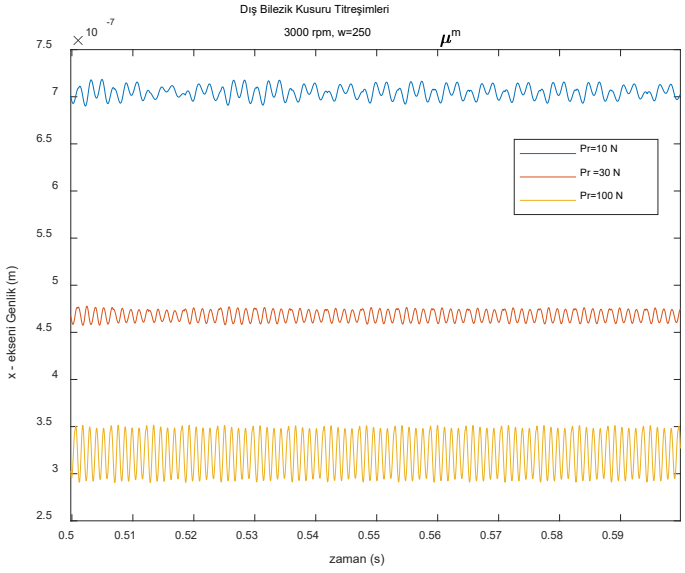
İç Bilezik kusurunun titreşim davranışı üzerindeki etkisi koşum 1501 kullanılarak zaman tanım bölgesinde Şekil 4(a,b)'de sunulmuştur. İç bilezik arızası şaft hızına göre konum değiş-

tirdiğinden, yüklü ve yüksüz bölge içerindeki geçişler bir genlik modülasyonu oluşturacaktır. Ayrıca iç bilezik hatasının bilyeler ile her bir teması dürtüsel bir titreşime yol açacaktır. Şekil 4a'daki yerdeğitirme ve Şekil 4b'deki ivme bu durum özellikle y ekseni titreşiminde daha belirgindir. Genlik modülasyonunun, periyodu şaft açısal hızına bağlı olan bir zarf oluşturduğu göze çarpmaktadır. Dolayısıyla iç bilezik hata frekansı açıkça görülememektedir.



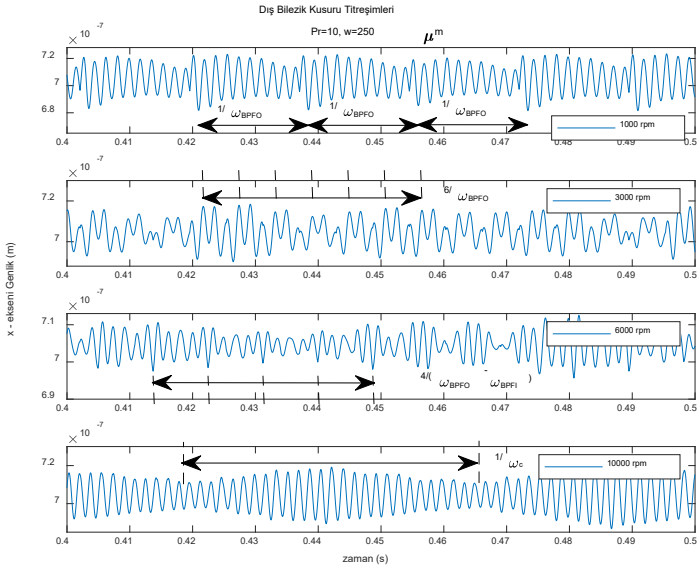
Şekil 5. Dış Bilezik hatası titreşimleri (a) yerdeğiştirme cevabı, (b) ivme cevabı.

Dış bilezikte bölgesel bir hatanın etkileri 2501 no'lu koşum kullanılarak zaman tanım bölgesi sonuçları görülmektedir. Dış bilezik hatası sol rulmanda ve radyal yönde $\theta=0^{o}$ konumunda sabittir. Dolayısıyla her bir rulman geçişinde özellikle ψ yönünde dürtüsel bir titreşime yol açacaktır. Bu durum, Şekil 5(a,b)'deki belirgin olarak sabit genliklerde, dış bilezik hata frekansına ilişkin dürtüsel titreşimler olarak elde ψ yönü titreşiminde edilmiştir.



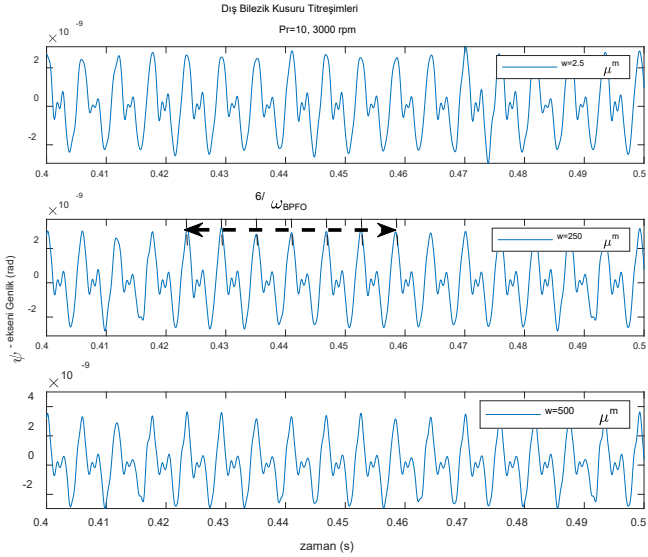
Şekil 6. Dış Bilezik hatası titreşimleri ön yüklemenin etkisi.

Önyükleme artışının zaman domainindeki en belirgin sonuç titreşim genliğinin düşük olmasıdır. Şekil 6'da görülen bu sonuç, artan önyükleme ile azalan iç boşluk (clearance) ve artan yatak katılığından (stiffness) kaynaklanmaktadır. Ancak artan katılık sistemin doğal frekansının artmasına ve dış bilezik hata frekansına ait harmoniklerin çakışma ihtimalîni de artırmaktadır. Tepeden tepeye titreşim genliklerinde görülen artış bu duruma yaklaşıldığına işaret etmektedir.



Şekil 7. Dış Bilezik hatası titreşimleri şaft hızının etkisi.

Sistemin titreşim cevabında şaft hızının etkisi Şekil 7'de sunulmuştur. Dış bilezik hata frekansı şaft hızı ile artmaktadır. Dolayısıyla düşük frekanslarda hata frekansının üst-harmonikleri sistem doğal frekansını uyarırken yüksek frekanslarda dış bilezik hata frekansı doğal frekansı tetiklemektedir. 10000 rpm'de bu durum beating olarak kendini göstermektedir. Bununla birlikte, düşük hızlarda, bilye hata frekansındaki titreşim genlikleri daha yüksek iken şaft hızının sistemin doğal frekansına yaklaşması ile birlikte doğal frekanstaki titreşim genliklerinin daha büyük olduğu görülmektedir.



Şekil 8. Dış Bilezik hatası titreşimleri hata büyüklüğünün etkisi.

Kusur büyüklüğünün titreşim cevabı üzerindeki etkisi Şekil 8'de sunulmuştur. Burada önyükleme değeri 10 N, çalışma koşulları ise 3000 rpm ve dış bilezik kusur büyüklükleri 2.5 µm – 250 µm – 500 µm olarak verilmiştir. Her üç hata büyüklüğü için dış bilezik hata frekansındaki titreşimler, Şekil 8'de zaman aralıklarında aynı genlikli (hata konumu θ=0º'de sabit olduğundan) salınımlar olarak ψ ekseni titreşimleri görülmektedir. Ancak titreşim genliklerinde büyük bir genlik farkı göze çarpmamaktadır. Bu durum hata genişliğinin bilye yüzey eğriliğine göre oldukça küçük olması nedeniyledir. Kusur boyutu 500 çıktığında titreşim genliğinin ~ %25 arttığı görülmektedir.

Bu çalışmada kullanılan kare formundaki kusur tanımlandığından, bilye temas yüzeyi ile kusur çakıştığında basamak giriş tipinde bir girdi oluşmaktadır. Kusur uzunluğunun artması, öncelikle basamak iniş ve basamak çıkış zamanlamasını artırmaktadır. Kusur derinliği ise titreşimde genliğini artırmaktadır. Bununla birlikte, rulman bileşenlerindeki kusurların kenarları veya yuvarlanma elemanı tarafından ezilerek yuvarlanmaya başlar. Rulmandan kopan metal parçaları, kusurların bir kısmını da doldurabilir veya yuvarlanma elemanları tarafından düzleştirilebilir. Bu durum arızanın dürtüsel etkisini bir miktar azalttığından "healing" adı verilmektedir. Ancak, bu etki, yatak içinde daha fazla boşluk oluşmasına gevşekliklerin ve titreşimlerin artmaya başlamasına yol açacaktır.

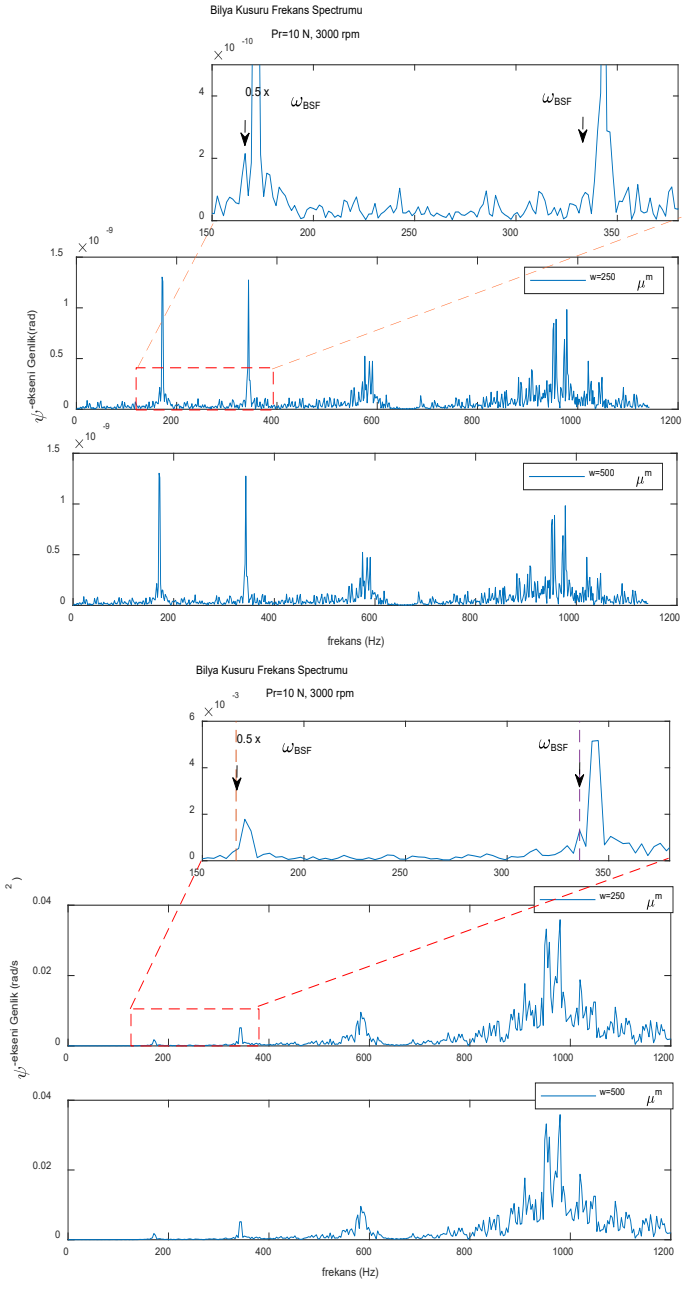
Zaman bölgesindeki analizler rulman hatalarının titreşim karakteristikleri göstermektedir. Bunlara ilişkin; bilye ve iç bilezik hatalarının rulmanın dönüşü sırasında açısal konumu sürekli değiştiğinden şaft hızına bağlı olarak titreşim cevabında genlik modülasyonuna yol açtığı, dış bilezik hatasının verilen ön yükleme için titreşim cevabında bariz olarak görülebildiği sonucu model üzerinden

elde edilmiştir. Ayrıca dış bilezik hatası için değişik ön yükleme, şaft hızı ve kusur büyüklüğü sonuçlarından zaman tanım bölgesi titreşim cevabı karakteristikleri belirlenebilmektedir. Bu sonuçlardan, ön yükleme artışının ise zamana cevabında titreşim genliğinin azalmasına yol açtığı anlaşılmaktadır. Ayrıca, dönüş hızı artışının rulman hata frekanslarını daha üst bantlara taşıması nedeniyle şaft doğal frekansları ile çakışma titreşimdeki vuruntudan anlaşılabilmektedir. Bununla birlikte, kusur büyüklüğünün ise titreşim genliğinde artışa yol açtığı belirlenmiştir.

4.2 Frekans Tanım Bölgesi Analizleri

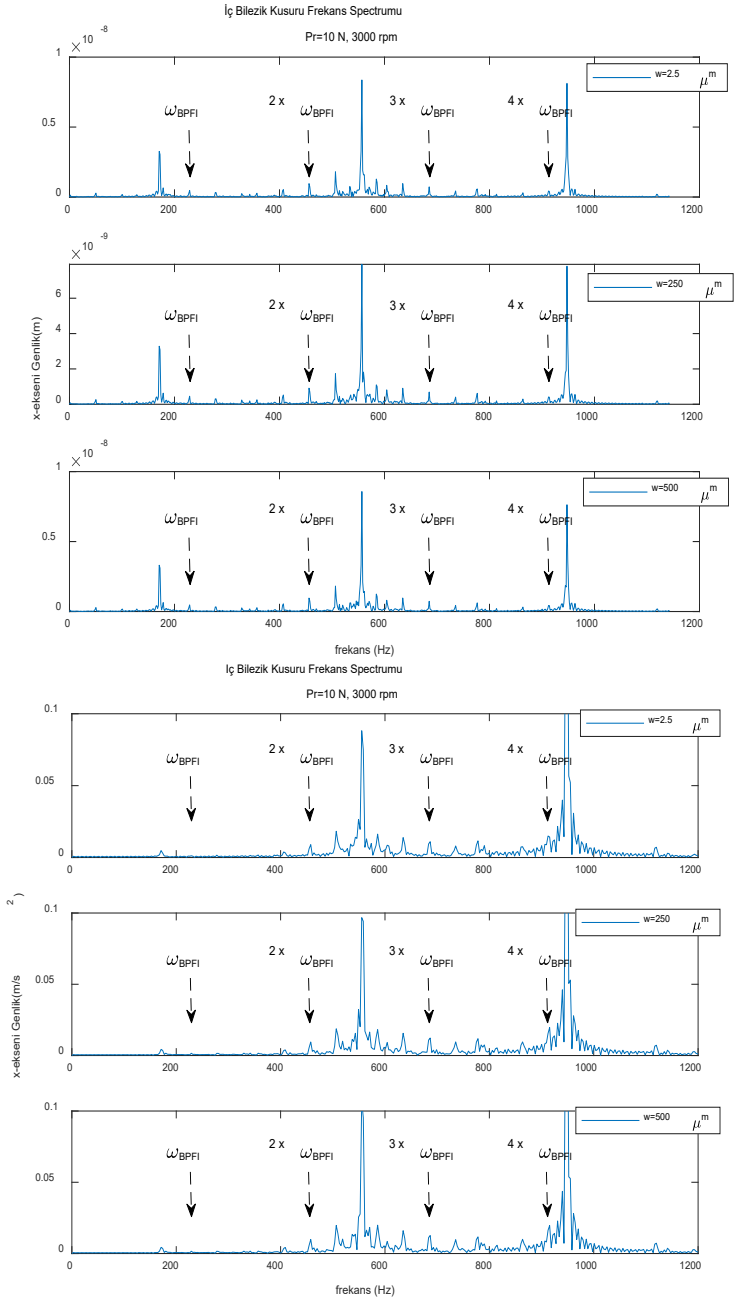
Frekans tanım bölgesindeki analizler rulman hata frekanslarının daha belirgin tespitine imkan sağlamaktadır. Hataların titreşim cevabı üzerinde yol açtığı etkiler 3000 rpm şaft hızı, 10 N önyükleme, 250 **µm** hata büyüklüğü için, zaman tanım bölgesinde Şekil 9-15'de verilmiştir.

Bilye hatasının 501 ve 1000 nolu koşumdan elde edilen ψ ekseni titreşim spektrumundaki karakteristiği Şekil 9a'da görülmektedir. Bilyedeki bir hata rulman dönüşü ile birlikte iç ve dış bilezikle temas etmektedir. Dolayısıyla Şekil 9a,b'deki frekans spektrumunda bilye hata frekansı olan f_{re}=333.2 Hz'de ve yarısı olan 176,6 Hz'de genlikler ve harmonikleri görülebilmektedir. Bununla birlikte özellikle 3000 rpm'deki dış bilezik hata frekansındaki titreşim genliği bilye hata frekansına çok yakın olup daha baskındır. Bilye hatasının açısal olarak sürekli yer değiştirmesi, dış bileziğin ataletsel referansa göre sabit olması ve teorik modelde şaft kütle merkezinden alınan sonuçlardan elde edilmesi bu duruma yol açmaktadır. Ancak deneysel çalışmalarda rulman durumu, rulman yatağından alınacak titreşim ölçümü ile daha net belirlenebilir.

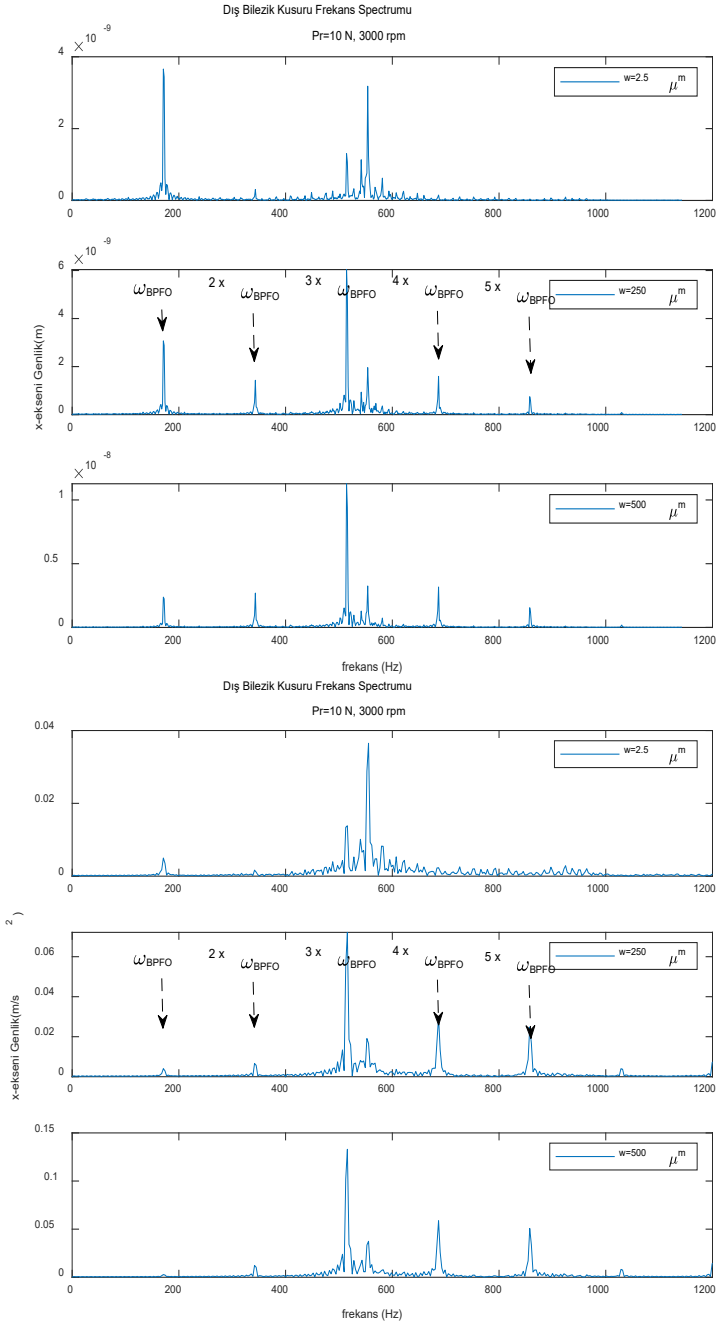


Şekil 9. Bilye hatası titreşimleri frekans spektrumu (a) yerdeğiştirme sFFT, (b) ivme sFFT.

İç bilezik hatasına ilişkin x ekseni titreşim spektrumu Şekil 10(a,b)'de verilmiştir. Sırasıyla 1051, 1501 ve 2000 nolu koşum sonuçlarından elde edile bu grafikte 228,8 Hz ve harmoniklerinde iç bilezik hata frekansı gözlemlenebilmektedir. Ancak dış bilezik bilye geçiş frekansı daha belirgin olarak elde edilmiştir. Bu fark, bilye kusuruna ilişkin spektruma benzer olarak iç bilezik hatasının açısal konumunun sürekli yer değiştirmesi ve rulman içerisinde yüksüz bölge geçişleri spektrumda bilye geçiş frekansına göre daha az genliğe sahip olmasıyla açıklanabilir. Bununla birlikte rulmanlar kusursuz olsa bile bilye geçiş frekanslarında titreşimlere neden olduğu bilinmektedir (Aktürk 1993; Karaçay ve Aktürk 2008; Rahnejat ve Gohar 1985). Dolayısıyla dış bilezik bilye geçişi de spektrumda yer almıştır. Kusur büyüklüğündeki artışın titreşim genliğini artırdığı dikkati çekmektedir. Spektrumda 553 Hz civarındaki titreşimler, x ekseni doğrultusunda doğal frekansa işaret etmektedir. Ayrıca 947 Hz civarında diğer moda ilişkin doğal frekans da göze çarpmaktadır.



Şekil 10. İç Bilezik hatası titreşimleri frekans spektrumu (a) yerdeğiştirme sFFT, (b) ivme sFFT.

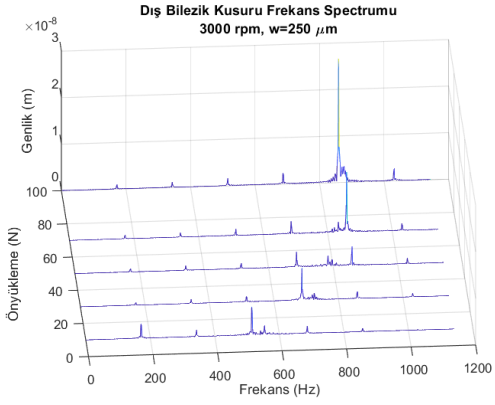


Şekil 11. Dış Bilezik hatası titreşimleri frekans spektrumu (a) yerdeğiştirme sFFT, (b) ivme sFFT.

Dış bilezik kusurunun titreşim davranışı üzerindeki frekans karakteristiği Şekil 11(a,b)'deki x – ekseni spektrumunda sunulmuştur. 2051, 2051 ve 3000 nolu koşum sonuçlarından elde edilen dış bilezik hatasına ilişkin her üç spektrumda, 171.62 Hz'deki dış bilezik hata frekansı ve üst harmonikleri bariz şekilde göze çarpmaktadır. Spektrumda özellikle üçüncü harmoniğin x-yönündeki 553 Hz bandında bulunan doğal frekansa çok yakın olması nedeniyle titreşim genliğinin yüksek olduğu anlaşılmaktadır. Koşum 2051 ve 2501'deki kusur büyüklüğü artışı için, rezonans bölgesi yakınındaki titreşim genliğinin altı kata yakın arttığı; 2501 ve 3000'deki kusur büyüklüğü artışı için, rezonans bölgesi yakınındaki titreşim genliğinin iki kata yakın arttığı görülmüştür. Farklı kusurlar için bu genlik, kusurun oluşturduğu basamak giriş genlik ve frekansına bağlı olarak doğrusal olmayan bir şekilde değiştiği söylenebilir.

Koşum 3001-3005'de model beş farklı ön yükleme değeri için dış bilezik hatasının titreşim davranışında etkileri incelenmiştir. Şekil 12'de x - ekseni titreşim spektrumu artarda gösterilen waterfall diagramı ile sunulmuştur.

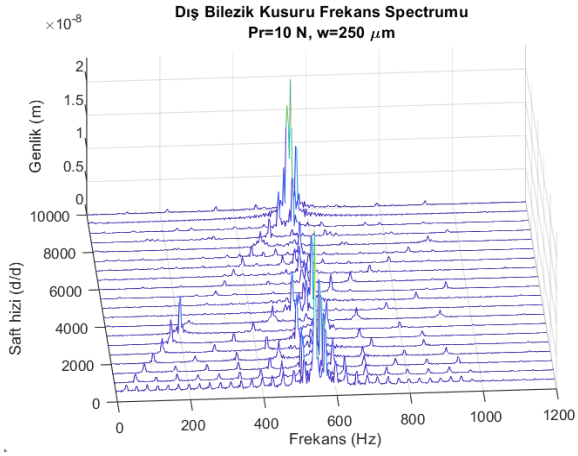
Önyükleme artışının 10 N'dan 100 N'a artırılması sırasında öncelikle göze çarpan sistemin doğal frekansının 553 Hz bandından 860 Hz bandına doğru kaymasıdır. Bu beklenen bir sonuçtur, çünkü ön yükleme artışı bilyedeki Hertz elastik deformasyonu artırmakta ve temas katılığının büyümesine yol açmaktadır. Bunun sonucunda da sistemin doğal frekansı daha üst bantlara taşınmaktadır. Bununla birlikte, dış bilezik hata frekansının dördüncü harmoniğinin 70 N önyükleme olduğu durumda sistemin doğal frekans bölgesi ile çakıştığı benzer durumun 100 N ön yüklemede dış bilezik hata frekansı beşinci harmoniğinin doğal frekansı tetiklediği göze çarpan diğer bir sonuçtur. Ayrıca ön yükleme artışının bilye hata frekansının görünürlüğünü azalttığı da anlaşılmaktadır. Bu durum, ön yükleme artışı ile rezonansa yaklaşılmasına sonucu sistemin doğal frekans bölgesindeki titreşimlerinin, bilye hata titreşimi genliklerinden daha büyük olmasına bağlıdır. Rezonans bölgesinden uzaklaşılması için sistem çalışma bölgesi seçimi, rulman parametreleri (bilye sayısı, ön yükleme, temas açısı vb) belirlenmesi, sistem konfigürasyonu, yağlama uygulanması gibi konular tasarım aşamasında değerlendirilmelidir.



Şekil 12. Dış Bilezik hatası titreşimleri frekans spektrumu, ön yükleme değişikliğinin etkisi.

Dönüş hızı ile rulman hatasının etkileşimi, koşum 3006 – 3026 ile on farklı dönüş hızı için Şekil 13'de sunulmuştur. 3000 rpm'deki dış bilezik hata frekansı 171,62 Hz ve harmoniklerinde görülmekteyken 10000 rpm dönüş hızında 572,06 Hz ve harmoniklerine ilerlediği anlaşılmaktadır. Sistemin 553 Hz civarındaki rezonans bölgesi yine grafikte açıkça belirgindir. Şekil 13'de 9500 rpm'de dış bilezik hata frekansının doğal frekans bölgesi ile çakışması sonucu titreşim genliğinin büyüdüğü görülmektedir. 4500-5000 rpm dış bilezik hata frekansının yine 553 Hz'deki doğal frekans ile çakıştığı titreşim genliklerindeki artıştan elde edilebilmektedir. Dolayısıyla grafikten, şaft hızı artışının, dış bilezik hata frekansına yol açtığı büyük frekanslarda da sistem doğal frekansı ile çakışma oluşturabileceği sonucunu ortaya çıkarmaktadır. Küçük dönüş hızlarında da hata frekansının harmonikleri doğal frekansı tetikleyebilmektedir. Bu durumda çalışma bölgesi seçiminde sistem cevabına göre bir uzlaşı sağlanabilmektedir.

Rulman hatalarından kaynaklı titreşim karakteristikleri frekanslarının belirlenmesinde, rulmanın sağlık durumunun tespitinde veya çalışma bölgesi seçiminde frekans tanım bölgesi analizleri önemli göstergeler sunmaktadır. Rulman bileşenlerindeki hatalarının hangi titreşimleri ürettiği sonuçlardan gösterilmiştir. Bununla birlikte, şaft hızı hata frekanslarını değiştirdiği ve ön yükleme değişikliğinin ise sistem doğal frekansını değiştirdiği görülmektedir. Buna bağlı olarak rulman hatalarının yol açtığı rezonans durumu da farlılık göstermektedir. Bununla birlikte benzetimde incelenen kare çukur şeklindeki kusur tipi ve kusur büyüklüğü, bilyeye büyüklüğüne göreceli olarak sınırlı olduğundan ve küçük ön yükleme değerleri için koşum sonuçları ele edildiğinden titreşim genliklerindeki artışın çok büyük olmadığı görülmüştür.



Şekil 13. Dış Bilezik hatası titreşimleri frekans spektrumu, şaft hızı değişikliğinin etkisi

Rulman bileşenlerinde yerel arızaların neden olduğu standart titreşim sinyalleri ve tipik modülasyon model üzerinden gösterilmiştir. Ancak endüstriyel uygulamalarda rulman hata frekansları hepsi birlikte görülebilmekte veya sistemdeki

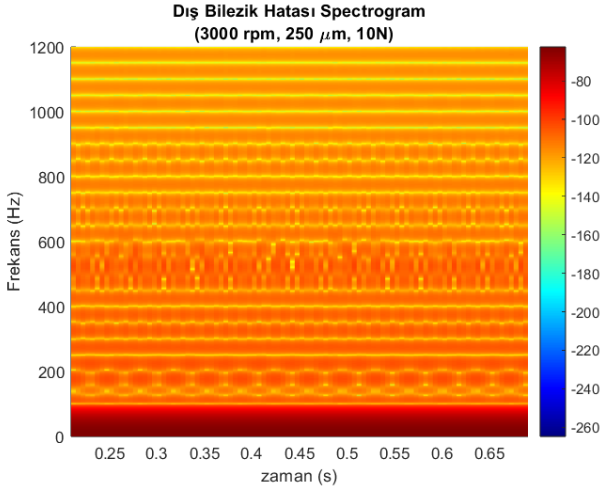
dişli çarklar gibi diğer düşük frekanslı elemanların titreşimlerine bağlı modülasyona uğrayabilmektedir. Bu durumda sinyal işleme teknikleri kullanılarak titreşim sinyallerindeki gürültünün ayrıştırılması (denoising), hata frekanslarını belirginleştirecek sinyal geliştirme işlemi yapılması (kurtogram, wavelet, filtering) ve sonrasında zarf spektrumu (envelope spectrum) uygulanarak rulmanın sağlık durumu belirlenebilmekte hata tipi kestirilebilmektedir (Goyal vd. 2017; Bal ve Karaçay 2025) . Böylece, zarf sinyallerini incelemek, ham sinyalleri incelemekle karşılaştırıldığında daha kapsamlı teşhis bilgileri sağladığını vurgulanmaktadır.

4.3 Zaman ve Frekans Tanım Bölgesi Analizleri

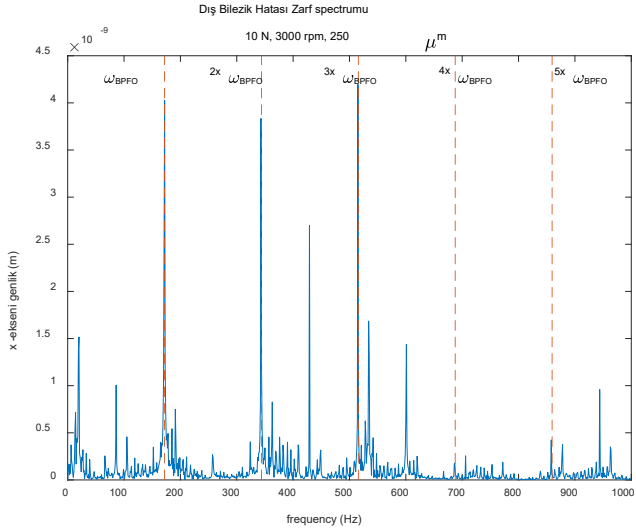
Rulman hatalarının yol açtığı titreşimlerden rulmanın sağlık durumunun tespitinde zaman-frekans verilerinin birlikte kullanıldığı spektrogram ile rulman hataları daha net bir şekilde belirlenebilir. Çünkü arıza gelişiminin izlenmesi (arızanın şiddetinin zaman içinde nasıl arttığı) veya çoklu arıza frekanslarının ayrıştırılması (aynı anda iç ve dış bilezik arızaları gibi birden fazla hatanın frekansları ve bunların zaman içindeki davranışları birbirinden ayrıştırılabilmesi) mümkün hale gelmektedir. Bu, zaman bölgesi sinyalinin tek başına sağlayamayacağı kestirimci bakım için kritik bir bilgidir. Burada pencere uzunluğu - window size gibi spektrogramın parametreleri, çözünürlük ayarı için çok önemlidir. Kısa pencere ani darbe tespitine yönelik zaman çözünürlüğünü artırırken, uzun pencere ise frekans çözünürlüğünü artırarak yakın frekansların ayırt edilmesine olanak sağlamaktadır.

Şekil 14'de 2501 nolu koşumdan elde edilen spektrogram görülmektedir. 0.2s – 0.7s aralığında hangi frekansların oluştuğu şekil üzerinden izlenebilmektedir. Spektrogramdan 171.62 Hz'deki dış bilezik hata frekansındaki salınımlar ve 553 Hz civarındaki doğal frekansında titreşim değişimleri görülebilmektedir.

Spektrogram ile elde edilecek zaman ve frekans bilgiler bir rezonans bandı belirlenerek bu frekans civarında zarf spektrum analizi yapmak rulman durumunun belirlenmesinde daha net bilgiler sunabilmektedir. Bu işlemin öncesinde, titreşim sinyalinin, dürtüselliğini daha belirginleştirecek bir filtreleme yapılarak titreşim sinyalinin ön işleme tabi tutulması daha iyi sonuç vermektedir. Şekil 15'de 2501 nolu koşumdan elde edilen x-ekseni titreşim sinyalline uygulanan zarf spektrumu sunulmuştur. Burada dış bilezik hata frekansı ve harmonikleri daha belirgin şekilde elde edilmiştir. Dolayısıyla 150 Hz – 200 Hz için bant geçiren filtre uygulanarak zarf spektrumunun elde edilmesi, ham sinyale uygulanacak FFT analizinden daha belirgin olarak dış bilezik hata frekansı ve harmoniklerinin tespitini sağlamıştır.



Şekil 14. Dış Bilezik hatası titreşimleri spectrogramı.



Şekil 15. Dış Bilezik hatası titreşimleri zarf spektrumu (envelope spectrum).

Sunulan teorik model ile elde edilen rulman yerel hatalarının titreşim davranışına ilişkin titreşim karakteristiklerinin (genlik, frekans ve modülasyon sonuçları) literatürdeki deneysel çalışmalardan elde edilen titreşim desenleri (patern) ve frekanslarla uyum içerisinde olduğu görümektedir (Bal ve Karaçay 2025; Bolaers vd. 2004; McFadden ve Toozhy 2000; Randall ve Antoni 2011; Tandon ve Choudhury 1999; Thomazella vd. 2019). Bu durum önerilen modelin herhangi bir şaft-rulman sisteminin hata durumunda nasıl davranacağının belirlenmesin-

de yetkin ve maliyet etkin bir araç olduğunu gösteremektedir. Ayrıca rulmanların sağlık durumunun belirlenmesinde literatürde yaygın kullanılan ve yetinilen STFT tekniğinin (Goyal vd. 2017) yanından daha iyi öngörü sağlayan zarf (envelope) specktrumu ve spektrogram incelemesi özgün olarak uygulanarak sonuçları sunulmuştur. 5. Sonuçlar

Bu çalışma kapsamında kestirimci bakıma yönelik rulman hatalarının karakteristikleri incelenmiştir. Bu amaçla, bir çift açısal temaslı rulman ile yataklanmış rijit şaft sistemi modellenmiş, hareket denklemleri elde edilmiştir. Çalışmada özellikle, iç bilezik, dış bilezik ve bilye üzerindeki bölgesel rulman kusurlarına odaklanıldığından bu bileşenler üzerinde, kare çukurluk şeklindeki rulman hatası sol rulman üzerinde modellenerek hareket denklemlerine dâhil edilmiştir. Modellenen şaft-rulman sistemi, Tablo-1'de verilen parametre değerleri ve Tablo2'de verilen değişik hata büyüklükleri, çalışma hızları ve ön yükleme değerleri için benzetimle çalıştırılarak hareket denklemleri nümerik yöntemle çözülmüş ve sonuçlar elde edilmiş, Elde edilen sonuçlar sinyal işleme teknikleride kullanılarak analiz edilerek zaman ve frekans tanım bölgesinde sunulmuş, rulman hatalarının titreşim davranışı üzerindeki etkileri ve karakteristikler kestirimci bakıma yönelik olarak belirtilmiştir.

Sunulan modelin çözüm ve analizinden aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:

Bilye ve iç bilezik hatalarının neden olduğu dürtüsel titreşimlerin, hata açısal konumunun rulmanın dönüşü sırasında sürekli değiştirmesi nedeniyle şaft hızına bağlı olarak genlik modülasyonuna maruz kaldığı,

Dış bilezik hatasının verilen ön yükleme için titreşim zaman cevabında bariz olarak aynı genlik seviyesinde görülebildiği,

Ön yükleme artışının rulman hata frekanslarındaki tireşim genliklerini düşürdüğü, dolayısıyla spektrumda belirginliğinin azalttığı,

Rulman hata frekanslarının şaft hızını takip ettiği ve dönüş hızı artışının rulman hata frekanslarını daha üst bantlara taşıması sonucunda şaft doğal frekanslarındaki uyarımına neden olduğu,

Rulman frekanslarının sistem doğal frekansını tetiklemesi durumunda rezonansın tetiklendiği ve bu durumun ise titreşimdeki vuruntudan anlaşılabildiği,

Hata büyüklüğünün spektrumdaki hata frekansının bant genişliğini değiştirdiği, kusur büyüklüğünün titreşim genliğinde artışa yol açtığı ve spektrumda bu titreşimlerin belirginliğini arttırdığı,

Rulman hata frekansları ve harmoniklerinin STFT, Spectrogram gibi tekniklerle frekans spektrumundan açıkça elde edilebildiği,

Rezonans bandı bu frekans civarında rulman hata frekanslarına yönelik filtreleme sonrası zarf spektrumu analizi uygulamanın, rulman hata frekansının belirlenmesinde daha net bilgiler verdiği tespit edilmiştir.

Önerilen modelleme ve analiz sonuçları, endüstriyel uygulamalardaki titreşim verilerinden rulman durumunun belirlemesindeki davranış karakteristiklerini zaman ve frekans tanım alanında ortaya koymaktadır. Modelden elde edilen sonuçlar ve karakteristikler, literatürdeki deneysel sonuçlardaki (Bal ve Karaçay 2025; Goyal vd. 2017; Mishra vd. 2017; Randall ve Antoni 2011; Ruan vd. 2022; Thomazella vd. 2019) titreşim desenleri, frekansları, harmonikleri ve rezonans oluşumu açılarından uyumludur. Dolayısıyla, sunulan model, titreşim cevabında hataların önceden simülasyon ile belirlenmesini sağlayabilmekte, hız değişimi, önyükleme değişimi ve hata büyüklüğüne göre zaman-frekans bölgesinde nasıl bir titreşim karakteristiği oluşturacağını gösterebilmektedir. Bu yönü ile kestirimci bakıma yönelik, endüstrideki pekçok uygulamada yer alan şaft-rulman sisteminin matematilsel modellemesinde kullanılabilecek, etkili bir araç olarak sunulmuştur.

Bu çalışmanın ileri aşaması olarak, zaman (rms, crest, kurtosis vb) ve frekans (wavelet, sFFT, spectrogram vb) tanım bölgesi sinyal işleme teknikleri kullanılarak değişik hataların birlikte olması durumu gibi daha karmaşık durumlar ele alınabilir. Ayrıca, bu çalışmada elde edilen karakteristikler endüstriyel bir uygulama ile karşılaştırılabilir. Ek olarak, rulman hataları olarak kare form haricinden farklı şekiller modellenerek titreşim davranışı üzerindeki etkiler incelenebilir.

Teşekkür

Bu çalışmada sırasında herhangi bir fon desteği alınmamıştır.

Referanslar

Aktürk, Nizami. (1993). "Dynamics of a Rigid Shaft Supported by Angular Contact Ball Bearings". PhD Thesis, Department of Mechanical Engineering, Imperial College of Science and Technology, University of London, London, UK.

Antoni, Jérôme. (2006). "The Spectral Kurtosis: A Useful Tool for Characterising Non-Stationary Signals". *Mechanical Systems and Signal Processing* 20(2):282-307. doi: https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2004.09.001.

Antoni, Jérôme, ve R. B. Randall. (2006). "The Spectral Kurtosis: Application to the Vibratory Surveillance and Diagnostics of Rotating Machines". *Mechanical Systems and Signal Processing* 20(2):308-31. doi: https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2004.09.002.

Antoniadis, I., ve G. Glossiotis. (2001). "Cyclostationary Analysis of Rolling-Element Bearing Vibration Signals". *Journal of Sound and Vibration* 248(5):829-45. doi: https://doi.org/10.1006/jsvi.2001.3815.

Antonino-Daviu, Jose, ve Peter Popaleny. (2018). "Detection of Induction Motor Coupling Unbalanced and Misalignment via Advanced Transient Current Signature Analysis". Ss. 2359-64 içinde *2018 XIII International Conference on Electrical Machines (ICEM)*. Alexandroupoli, Greece: IEEE.

Bal, Hikmet, ve Tuncay Karaçay. (2025). "Condition Monitoring of a Ball Bearing on a Drive Shaft from the Speed Variation of the Electric Motor". *Journal of Vibration Engineering &*

Technologies 13(6):441. doi: https://doi.org/10.1007/s42417-025-02010-5.

Barron, Ron. (1996). *Engineering Condition Monitoring: Practice, Methods and Applications*. Harlow, UK: Prentice Hall.

Boashash, Boualem, Abdeldjalil Aïssa-El-Bey, ve Mohammad F. Al-Sa'd. (2018). "Multisensor Time–Frequency Signal Processing MATLAB Package: An Analysis Tool for Multichannel Non-Stationary Data". *SoftwareX* 8:53-58. doi: https://doi.org/10.1016/j.softx.2017.12.002.

Bogard, F., K. Debray, ve Y. Q. Guo. (2002). "Determination of Sensor Positions for Predictive Maintenance of Revolving Machines". *International Journal of Solids and Structures* 39(12):3159-73. doi: https://doi.org/10.1016/S0020-7683(02)00117-8.

Bolaers, F., O. Cousinard, P. Marconnet, ve L. Rasolofondraibe. (2004). "Advanced Detection of Rolling Bearing Spalling from De-Noising Vibratory Signals". *Control Engineering Practice* 12(2):181-90. doi: https://doi.org/10.1016/S0967-0661(03)00065-5.

Caldero, Pau, ve Dominik Zoeke. (2019). "Multi-Channel Real-Time Condition Monitoring System Based on Wideband Vibration Analysis of Motor Shafts Using SAW RFID Tags Coupled with Sensors". *Sensors* 19(24):5398. doi: https://doi.org/10.3390/s19245398.

Cempel, C. (1991). "Condition Evolution of Machinery and Its Assessment from Passive Diagnostic Experiment". *Mechanical Systems and Signal Processing* 5(4):317-26. doi: https://doi.org/10.1016/0888-3270(91)90032-Z.

Cempel, Czesław. (1988). "Vibroacoustical Diagnostics of Machinery: An Outline". *Mechanical Systems and Signal Processing* 2(2):135-51. doi: https://doi.org/10.1016/0888-3270(88)90039-8.

Dimentberg, Mikhail Fedorovich, Konstantin Vasilyevich Frolov, ve Anatoly I. Menyailov. (1991). *Vibroacoustical Diagnostics for Machines and Structures*. Taunton, UK: Research Studies Press.

Dron, J. P., F. Bolaers, ve L. Rasolofondraibe. (2004). "Improvement of the Sensitivity of the Scalar Indicators (Crest Factor, Kurtosis) Using a De-Noising Method by Spectral Subtraction: Application to the Detection of Defects in Ball Bearings". *Journal of Sound and Vibration* 270(1–2):61-73. doi: https://doi.org/10.1016/S0022-460X(03)00483-8.

Du, Linsen, Hongli Liu, Shuai Li, ve Zhisheng Dong. (2020). "Research on Signal Processing of Mechanical Vibration Based on Time–Frequency Analysis Method". Ss. 719-27 içinde *Recent Trends in Intelligent Computing, Communication and Devices*. C. 1171, *Advances in Intelligent Systems and Computing*, editör V. Jain, S. Patnaik, F. Popenţiu Vlădicescu, ve I. K. Sethi. Singapore: Springer.

Frank, Paul M., ve Birgit Köppen-Seliger. (1997). "New developments using AI in fault diagnosis". *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 10(1):3-14. doi:https://doi.org/10.1016/S0952-1976(96)00072-3.

Gerval, J. P., G. Morel, ve C. Querre. (1994). "Behaviour Modelling and Vibrations Analysis Applied to Predictive Maintenance: Different Approaches Leading to the Same Conclusions". S. I/544-I/546 içinde *Proceedings of OCEANS'94*. C. 1. IEEE.

Goumas, S. K., M. E. Zervakis, ve G. S. Stavrakakis. (2002). "Classification of Washing Machines Vibration Signals Using Discrete Wavelet Analysis for Feature Extraction". *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 51(3):497-508. doi: https://doi.

org/10.1109/TIM.2002.1017721.

Goyal, Deepam, Vanraj, B. S. Pabla, ve S. S. Dhami. (2017). "Condition Monitoring Parameters for Fault Diagnosis of Fixed Axis Gearbox: A Review". *Archives of Computational Methods in Engineering* 24(3):543-56. doi: https://doi.org/10.1007/s11831-016-9176-1.

Harris, Tedric A., ve Michael N. Kotzalas. (2006). *Rolling Bearing Analysis*. 5th bs. Boca Raton, FL: CRC Press / Taylor & Francis.

Kar, Chinmaya, ve A. R. Mohanty. (2004). "Application of KS Test in Ball Bearing Fault Diagnosis". *Journal of Sound and Vibration* 269(1–2):439-54. doi: https://doi.org/10.1016/S0022-460X(03)00380-8.

Karaçay, Tuncay. (2006). "Açısal Temaslı Rulmanlarla Yataklanmış Şaftların Dinamiği ve Rulman Hatalarının Deneysel Analizi". Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, Türkiye.

Karaçay, Tuncay, ve Nizami Aktürk. (2008). "Vibrations of a Grinding Spindle Supported by Angular Contact Ball Bearings". *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-Body Dynamics* 222(1):61-75. doi: https://doi.org/10.1243/14644193JMBD97.

Kong, Fanzhao, Wentao Huang, Yunchuan Jiang, Weijie Wang, ve Xuezeng Zhao. (2018). "A Vibration Model of Ball Bearings with a Localized Defect Based on the Hertzian Contact Stress Distribution" editör N. Ahmad. *Shock and Vibration* 2018(1):5424875. doi: https://doi.org/10.1155/2018/5424875.

Kotzalas, Michael N., ve Tedric A. Harris. (2000). "Fatigue Failure Progression in Ball Bearings". *Journal of Tribology* 123(2):238-42. doi: https://doi.org/10.1115/1.1308013.

Lecinski, Pawel. (2022). "Bearing Problems: Fault Frequency and AI-Based Methods".

Li, Li, ve Liangsheng Qu. (2003). "Cyclic Statistics in Rolling Bearing Diagnosis". *Journal of Sound and Vibration* 267(2):253-65. doi: https://doi.org/10.1016/S0022-460X(02)01412-8.

Liu, Hongxing, Hongfu Zuo, Chengyu Jiang, ve Liangsheng Qu. (2000). "An Improved Algorithm for Direct Time-Domain Averaging". *Mechanical Systems and Signal Processing* 14(2):279-85. doi: https://doi.org/10.1006/mssp.1999.1250.

Liu, T. I., J. H. Singonahalli, ve N. R. Iyer. (1996). "Detection of Roller Bearing Defects Using Expert System and Fuzzy Logic". *Mechanical Systems and Signal Processing* 10(5):595-614. doi: https://doi.org/10.1006/mssp.1996.0041.

McFadden, P. D., ve J. D. Smith. (1984). "Vibration Monitoring of Rolling Element Bearings by the High-Frequency Resonance Technique — A Review". *Tribology International* 17(1):3-10. doi: https://doi.org/10.1016/0301-679X(84)90076-8.

McFadden, P. D., ve M. M. Toozhy. (2000). "Application of Synchronous Averaging to Vibration Monitoring of Rolling Element Bearings". *Mechanical Systems and Signal Processing* 14(6):891-906. doi: https://doi.org/10.1006/mssp.2000.1290.

Mishra, C., A. K. Samantaray, ve G. Chakraborty. (2017). "Ball Bearing Defect Models: A Study of Simulated and Experimental Fault Signatures". *Journal of Sound and Vibration* 400:86-112. doi: https://doi.org/10.1016/j.jsv.2017.04.010.

Motlani, Sahil, Nandkumar Gurav, ve Shilpa Sondkar. (2018). "Vibration Signal Analysis of Rotating Machines Using VoId-Kalman Filter & Phase Analysis Technique". Ss. 1300-1304 içinde *2018 3rd IEEE International Conference on Recent Trends in Electronics, Information & Communication Technology (RTEICT)*. Bangalore, India: IEEE.

Nakajima, Seiichi. (1988). *Introduction to TPM: Total Productive Maintenance*. Cambridge, MA: Productivity Press.

Neild, S. A., P. D. McFadden, ve M. S. Williams. (2003). "A Review of Time-Frequency Methods for Structural Vibration Analysis". *Engineering Structures* 25(6):713-28. doi: https://doi.org/10.1016/S0141-0296(02)00194-3.

Ocak, Hasan, ve Kenneth A. Loparo. (2004). "Estimation of the Running Speed and Bearing Defect Frequencies of an Induction Motor from Vibration Data". *Mechanical Systems and Signal Processing* 18(3):515-33. doi: https://doi.org/10.1016/S0888-3270(03)00052-9.

Patil, S. S., ve J. A. Gaikwad. (2013). "Vibration Analysis of Electrical Rotating Machines Using FFT: A Method of Predictive Maintenance". Ss. 1-6 içinde *2013 Fourth International Conference on Computing, Communications and Networking Technologies (ICCCNT)*. Tiruchengode, India: IEEE.

Rahnejat, H., ve R. Gohar. (1985). "The Vibrations of Radial Ball Bearings". *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* 199(3):181-93.

Randall, R. B., J. Antoni, ve S. Chobsaard. (2001). "The Relationship Between Spectral Correlation and Envelope Analysis in the Diagnostics of Bearing Faults and Other Cyclostationary Machine Signals". *Mechanical Systems and Signal Processing* 15(5):945-62. doi: https://doi.org/10.1006/mssp.2001.1415.

Randall, Robert B., ve Jérôme Antoni. (2011). "Rolling Element Bearing Diagnostics — A Tutorial". *Mechanical Systems and Signal Processing* 25(2):485-520. doi: https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2010.07.017.

Randall, Robert Bond. (2010). *Vibration-Based Condition Monitoring: Industrial, Aerospace and Automotive Applications*. Chichester, UK: Wiley.

Renwick, John T. (1984). "Condition Monitoring of Machinery Using Computerized Vibration Signature Analysis". *IEEE Transactions on Industry Applications* IA-20(3):519-27. doi: https://doi.org/10.1109/TIA.1984.4504447.

Ruan, Diwang, Yuxiang Chen, Clemens Gühmann, Jianping Yan, ve Zhirou Li. (2022). "Dynamics Modeling of Bearing with Defect in Modelica and Application in Direct Transfer Learning from Simulation to Test Bench for Bearing Fault Diagnosis". *Electronics* 11(4):622. doi: https://doi.org/10.3390/electronics11040622.

Seker, Serhat, ve Emine Ayaz. (2003). "Feature Extraction Related to Bearing Damage in Electric Motors by Wavelet Analysis". *Journal of the Franklin Institute* 340(2):125-34. doi: https://doi.org/10.1016/S0016-0032(03)00015-2.

Shagluf, Abubaker, A. P. Longstaff, ve Simon Fletcher. (2014). "Maintenance Strategies to Reduce Downtime Due to Machine Positional Errors". Ss. 111-18 içinde *Proceedings of Maintenance Performance Measurement and Management (MPMM) Conference 2014*. Coimbra, Portugal: Imprensa da Universidade de Coimbra.

Sheen, Yuh-Tay, ve Chun-Kai Hung. (2004). "Constructing a Wavelet-Based Envelope Func-

tion for Vibration Signal Analysis". *Mechanical Systems and Signal Processing* 18(1):119-26. doi: https://doi.org/10.1016/S0888-3270(03)00046-3.

Sinha, Jyoti Kumar. (2015). *Vibration Analysis, Instruments, and Signal Processing*. Boca Raton, FL: CRC Press.

Sivakumar, S., ve D. Nedumaran. (2018). "Discrete Time-Frequency Signal Analysis and Processing Techniques for Non-Stationary Signals". *Journal of Applied Mathematics and Physics* 6(9):1916-27. doi: https://doi.org/10.4236/jamp.2018.69163.

Tandon, N., ve A. Choudhury. (1999). "A Review of Vibration and Acoustic Measurement Methods for the Detection of Defects in Rolling Element Bearings". *Tribology International* 32(8):469-80. doi: https://doi.org/10.1016/S0301-679X(99)00077-8.

Thomazella, Rogério, Wenderson Nascimento Lopes, Paulo Roberto Aguiar, Felipe Aparecido Alexandre, Arthur Alves Fiocchi, ve Eduardo Carlos Bianchi. (2019). "Digital Signal Processing for Self-Vibration Monitoring in Grinding: A New Approach Based on the Time-Frequency Analysis of Vibration Signals". *Measurement* 145:71-83. doi: https://doi.org/10.1016/j.measurement.2019.05.079.

Williams, T., X. Ribadeneira, S. Billington, ve T. Kurfess. (2001). "Rolling Element Bearing Diagnostics in Run-to-Failure Lifetime Testing". *Mechanical Systems and Signal Processing* 15(5):979-93. doi: https://doi.org/10.1006/mssp.2001.1418.

Yang, Hongyu, Joseph Mathew, ve Lin Ma. (2005). "Fault Diagnosis of Rolling Element Bearings Using Basis Pursuit". *Mechanical Systems and Signal Processing* 19(2):341-56. doi: https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2004.03.008.

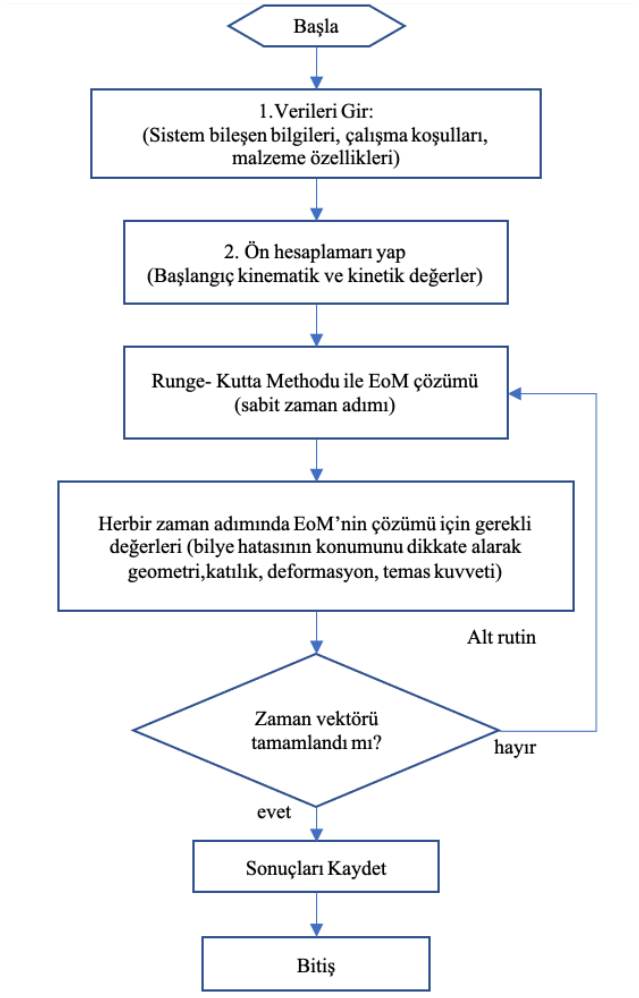
Yu, Dejie, Junsheng Cheng, ve Yu Yang. (2005). "Application of EMD Method and Hilbert Spectrum to the Fault Diagnosis of Roller Bearings". *Mechanical Systems and Signal Processing* 19(2):259-70. doi: https://doi.org/10.1016/S0888-3270(03)00099-2.

EK-1

Tablo-A1. Şaft CG'nin 5 DoF hareketin neden olduğu bilye deformasyonu δ_i ve temas açısı α_i (Aktürk 1993).

SOL RULMAN	δ_i (elastik ezilme) *m*	$\left(\begin{pmatrix} Bd_b\sin\alpha_0+z_0-z \\ +a_1(1-\cos\phi)\cos\theta \\ +a_1\cos\phi(1-\cos\psi)\sin\theta \\ +R\sin\phi\cos\theta-R\sin\psi\sin\theta \end{pmatrix}^2+\begin{pmatrix} Bd_b\cos\alpha_0+x\cos\theta+y\sin\theta \\ +a_1\sin\phi\cos\theta+a_1\cos\phi\sin\psi\sin\theta \\ -R(1-\cos\phi)\cos\theta \\ -R(1-\cos\psi)\sin\theta \end{pmatrix}^2\right)^{1/2}-Bd_b$
	α_i (temas açısı) *rad*	$\alpha=\tan^{-1}\left(\begin{pmatrix} Bd_b\sin\alpha_0+z_0-z \\ +a_1(1-\cos\phi)\cos\theta \\ +a_1\cos\phi(1-\cos\psi)\sin\theta \\ +R\sin\phi\cos\theta-R\sin\psi\sin\theta \end{pmatrix}/\begin{pmatrix} Bd_b\cos\alpha_0+x\cos\theta+y\sin\theta \\ +a_1\sin\phi\cos\theta+a_1\cos\phi\sin\psi\sin\theta \\ -R(1-\cos\phi)\cos\theta \\ -R(1-\cos\psi)\sin\theta \end{pmatrix}\right)$
SAĞ RULMAN	δ_i (elastik ezilme) *m*	$\left(\begin{pmatrix} Bd_b\sin\alpha_0+z_0+z \\ +b_1(1-\cos\phi)\cos\theta \\ +b_1\cos\phi(1-\cos\psi)\sin\theta \\ -R\sin\phi\cos\theta+R\sin\psi\sin\theta \end{pmatrix}^2+\begin{pmatrix} Bd_b\cos\alpha_0+x\cos\theta+y\sin\theta \\ -b_1\sin\phi\cos\theta-b_1\cos\phi\sin\psi\sin\theta \\ +R(1-\cos\phi)\cos\theta \\ +R(1-\cos\psi)\sin\theta \end{pmatrix}^2\right)^{1/2}-Bd_b$
	α_i (temas açısı) *rad*	$\alpha=\tan^{-1}\left(\begin{pmatrix} Bd_b\sin\alpha_0+z_0+z \\ +b_1(1-\cos\phi)\cos\theta \\ +b_1\cos\phi(1-\cos\psi)\sin\theta \\ -R\sin\phi\cos\theta+R\sin\psi\sin\theta \end{pmatrix}/\begin{pmatrix} Bd_b\cos\alpha_0+x\cos\theta+y\sin\theta \\ -b_1\sin\phi\cos\theta-b_1\cos\phi\sin\psi\sin\theta \\ +R(1-\cos\phi)\cos\theta \\ +R(1-\cos\psi)\sin\theta \end{pmatrix}\right)$

EK-2 Çözüm Algoritması



EK-3 Rulman Hata frekansları

Rulmanlar kusursuz bile olsalar şaft hızına bağlı olarak değişken uyum frekansları olarak bilinen titreşim frekansları oluşturur. Bu frekanslar Denklem 5-8'de verilmiştir ve sırasıyla kafes frekansı, dış bilezik hata frekansı, iç bilezik hata frekansı ve yuvarlanma elemanı frekansıdır.

$$f_c = \frac{n_i}{120}\left(1 - \frac{d_b}{d_m}\cos\alpha\right)$$

$$f_{bpfo} = mf_c; f_{bpfi} = m(f_i - f_c)$$

$$f_{re} = \frac{d_m n_i}{120 d_B}\left[1 - \left(\frac{d_b}{d_m}\cos\alpha\right)^2\right]$$

Tablo B1. Değişik şaft dönüş hızları için ruman frekansları.

d/d	ω_i		ω_c		ω_{bsf}	ω_{bpo}	ω_{bpi}
(rpm)	(rad/s)	(Hz)	(rad/s)	(Hz)	(Hz)	(Hz)	(Hz)
1000	104,72	16,67	44,93	7,15	55,54	57,21	76,13
3000	314,16	50,00	134,79	21,45	166,61	171,62	228,38
6000	628,32	100,00	269,57	42,90	333,22	343,23	456,77
10000	1047,20	166,67	449,29	71,51	555,36	572,06	761,28